Nichtlineare Approximationsmethoden zur Reduzierung nichtidealer Sensoreigenschaften in integrierten CMOS-Sensorsystemen

Dem Fachbereich Elektrotechnik der
Gerhard-Mercator-Universität - Gesamthochschule Duisburg

zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften
genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Olaf Machul

aus

Tönisvorst

Referent:	Prof. Ph.D. Hosticka
Korreferent:	Prof. Dr. rer. nat. Mokwa
Tag der mündlichen Prüfung:	Freitag, 25. Juni 1999

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner wissenschaftlichen Tätigkeit am Fraunhofer-Institut für Mikroelektronische Schaltungen und Systeme in Duisburg.

An dieser Stelle möchte ich mich beim Institutsleiter Hr. Prof. Dr. rer. nat. G. Zimmer bedanken, der mir während meiner gesamten Tätigkeit am Institut die Möglichkeit gab auf dem wissenschaftlich und äußerst interessanten Gebiet der vorliegenden Dissertation zu arbeiten.

Der größte Dank gilt jedoch meinem Doktorvater Herrn Prof. Ph.D. B.J. Hosticka, der mir in zahlreichen Gesprächen viele nützliche Anregungen gegeben hat, die maßgeblich zum Gelingen der hier vorliegenden Arbeit beigetragen haben.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. W. Mokwa danke ich für die Bereitschaft das Korreferat zu übernehmen.

Weiterhin ermöglichten mir zahlreiche Diskussionen mit den Herrn Werner Brockherde, Dr. Dirk Hammerschmidt, Dr. Rainer Kokozinski, Thomas van den Boom, Frank Wieland und Peter Fürst, die Inhalte der vorliegenden Dissertation kritisch aus den unterschiedlichsten Perspektiven zu betrachten.

Mein Dank richtet sich auch an alle nicht genannten Kollegen, die mir im Laufe meiner gesamten Tätigkeit bei Problemen immer hilfreich zur Seite standen.

Zum Abschluß möchte ich mich für die Unterstützung und das Verständnis meiner Familie während der Anfertigung der hier vorliegenden Arbeit bedanken.

Duisburg, im Januar 1999 Olaf Machul

Inhaltsverzeichnis

Verwendete Formelzeichen und Abkürzungen:

A_{max}	maximale Verstärkung
A_{vo}	Leerlaufverstärkung
a	untere Grenze des Approximations- bzw. Interpolationsintervalls I [a,b]
B_0	Leitfähigkeitskonstante
$B_i^r(x)$	Basisfunktionen der Ordnung r
b	obere Grenze des Approximations- bzw. Interpolationsintervalls I [a,b]
C	Integrationsweg
C(p)	druckabhängige Kapazität
C'_{fest}	fester Anteil der flächenbezogenen Gatekapazität
C'_g	flächenbezogene Gatekapazität
C'_{ox}	flächenbezogener Kapazitätsbelag
C'_{var}	variabler Anteil der flächenbezogenen Gatekapazität
C_0	Grundkapazität
C_c	Kompensationskapazität
CDS	Korrelierte Doppelabtastung (im engl. **C**orrelated **D**ouble **S**ampling)
C_i	Namenspräfix für eine Kapazität
$C^i[a,b]$	Menge aller i-mal stetig differenzierbarer Funktionen
C_L	Lastkapazität
CMRR	Gleichtaktunterdrückung (im engl. **C**ommon **M**ode **R**ejection **R**atio)
CR	Kapazitives Rücksetzen (im engl. **C**apacitive **R**esetting)
c_i	Koeffizienten
D	Plattenbiegesteifigkeit
DGL	Differentialgleichung
d(p,r)	Abstand zwischen Polysilizium-Membran und n^+-Gegenelektrode
d_0	d(0,r) ≡ Abstand der Membran von der n^+-Gegenelektrode im Vakuum (p=0)
$d_{Si_3N_4}$	Dicke der Siliziumnitridschicht
E	Elastizitätsmodul
E_∞	Fehlerkriterium für Regressionsverfahren nach der L_∞-Norm
E_1	Fehlerkriterium für Regressionsverfahren nach der L_1-Norm
E_2	Fehlerkriterium für Regressionsverfahren nach der L_2-Norm
E_C	kritische Feldstärke
ENC	äquivalente Rauschladung (im engl. **E**quivalent **N**oise **C**harge)

$F(\omega)$	frequenzabhängige Abweichung von der idealen ÜTF $H_{STF,ideal}$
$F(x)$	Hilfsfunktion
$F(z)$	Filterfunktion
FSO	maximaler Signalhub eines Sensors (im engl. **F**ull **S**cale **O**utput)
f	Frequenz
$f(x)$	Funktion
$\tilde{f}(\cdot)$	allg. Approximationsfunktion
f_{-3dB}	3dB-Eckfrequenz
f_0	Durchtrittsfrequenz
f_B	nutzbare Bandbreite
$f_c=1/T_c$	Abtast- bzw. Taktfrequenz
$f_{S,i}(\cdot)$	Übertragungsverhalten vom Sensorelement i
G	Auflösungsgewinn
GBW	Verstärkungs-Bandbreite-Produkt
g	signalabhängiger Verstärkungsfaktor eines 1bit-D/A-Wandlers
g_d	Ausgangsleitwert eines MOS-Transistors
g_{KE}	Korrekturfunktion für Empfindlichkeitsdrift
g_{KO}	Korrekturfunktion für Offsetdrift
g_L	Linearisierungsfunktion
g_m	Steilheit eine MOS-Transistors
$H_i(s)$	Namenspräfix für eine Übertragungsfunktion in der komplexen s-Ebene
$H_i(z)$	Namenspräfix für eine Übertragungsfunktion in der komplexen z-Ebene
$H_{NTF}(z)$	Rauschübertragungsfunktion
$H_{STF}(z)$	Signalübertragungsfunktion
h	Plattendicke
$I\,[a,b]$	Approximations- bzw. Interpolationsintervall
IC	Integrierter Schaltkreis (im engl. **I**ntegrated **C**ircuit)
I_{DS}	Drainstrom einer MOS-Transistors
I_{DSON}	charakteristischer Strom eines MOS-Transistors in schwacher Inversion
IIR	Infinite Impulse Response
I_S	Sperrstrom einer Diode
i,j	Laufvariablen
K_F	Rauschkonstante
$\mathbf{K}_v,\mathbf{K}_k$	Kettenmatrizen eines verteilten und konzentrierten RC-Elements
k	Boltzmannkonstante
k_1,k_2	Technologiekonstanten
k_{GV}	Grundverstärkungs-Faktor
k_{NP}	Nullpunktskorrektur-Faktor

L	Länge eines MOS-Transistors
$L\{\cdot\}$	dynamisches Teilsystem
$L_1(z), L_2(z)$	Schleifenfilter eines $\Sigma\Delta$-Modulators
L_{eff}	effektive Länge eines MOS-Transistors
$L_i(x)$	Lagrange-Polynome
LPCVD	**L**ow **P**ressure **C**hemical **V**apour **D**eposition
M	Ordnung eines $\Sigma\Delta$-Modulators
M_i	Namenspräfix für einen MOS-Transistor
$m(\omega)$	Betragsfehler
m	Grad der verwendeten Approximationsfunktion $m << n$ bei Regressionsverfahren $m = n$ bei Interpolationsverfahren
N_D	Anzahl parallel geschalteter Sensorelemente
NFS	schnelle Oberflächenzustände
N_{GATE}	Dotierung des Gatematerials
N_K	Anzahl vorhandener Kanäle im Drucktransistor
N_{SS}	Oberflächenladungsdichte
N_{SUB}	Substratdotierung
n	Anzahl an Stütz- bzw. Meßstellen x_i
$n_{D,KS}$	Wortbreite am Ausgang des Kennlinien-Speichers
$n_{D,mTV}$	Wortbreite am Systemausgang y_A des einfachen Tabellenverfahren
$n_{D,eTV}$	Wortbreite am Systemausgang y_A beim modifizierten Tabellenverfahren
$n_{D,\mu P}$	Wortbreite am Ausgang y_A beim rechnergestützten Verfahren
n_i	intrinsische Eigenleitungsdichte
n_K	Wortbreite am Eingang des Kennlinien-Speichers
$n_{M,AD}$	Meßgenauigkeit eines konventionellen A/D-Wandlers
$n_{M,\Sigma\Delta}$	Meßgenauigkeit eines $\Sigma\Delta$-Modulators
n_S	Slope-Faktor
$O(T)$	temperaturabhängiger Offset
O_0	Grundoffset bei $T=T_0$
O_i	temperaturabhängige Offsetspannungen $\forall\ i>0$
OS	Ausgangshub eines OP´s
OSR	Überabtastrate (im engl. **O**ver**s**ampling **R**ate)
$P(s)$	charakteristisches Polynom
PECVD	**P**lasma **E**nhanced **C**hemical **V**apour **D**eposition
PLL	Taktrückgewinnung (im engl. **P**hase **L**ocked **L**oop)
$P_m(x)$	Polynomfunktion m.ter Ordnung
$P_{m,i}(x)$	stückweise Polynomfunktionen m.ter Ordnung

PSRR	Betriebsspannungsunterdrückung (im engl. **P**ower **S**upply **R**ejection **R**atio)
P_W	Leistungsverbrauch
P_{sig}	Signalleistung
$P_{Q,max}$	maximale Rauschleistung des Quantisierungsfehlers
$P_{T,max}$	maximale Rauschleistung des Rundungsfehlers
$P_{I,max}$	maximale Rauschleistung des Interpolationsfehlers
$P_{\varepsilon,ges}$	gesamte, auftretende Rauschleistung
p	Druck
p_0	Nulldruck p_0 = 0 bar bei Absolutdrucksensoren $p_0 \approx$ 1 bar bei Relativdrucksensoren
p_A	Auflagedruck
p_i	Polstellen
p_N	Nenndruck - typenspezifischer, maximaler Arbeitsdruck
Q_i	Namenspräfix für einen Bipolartransistor
$\overline{Q_n^2}$	mittlere quadratische Rauschladung
q	Elementarladung
q(z)	Quantisierungsrauschen
R_C	Kompensationswiderstand
R_i	Namenspräfix für einen Widerstand
R_{on}	Einschaltwiderstand eines CMOS-Schalters
RS232	serielle Schnittstelle
R_{sq}	Square-Widerstand
r	Ordnung der Basisfunktion
r	Radius
r_a	Außenradius
r_i	Innenradius
r_{out}	Ausgangswiderstand
S	Druckempfindlichkeit
S	Speicherbedarf
S(f)	spektrale Rauschleistungsdichte
S(T)	temperaturabhängige Empfindlichkeit
S_0	Druckempfindlichkeit bei $T=T_0$
SC	geschaltete Kapazitäten (im engl. **S**witched **C**apacitor)
Si_3N_4	Siliziumnitrid
SiO_2	Siliziumoxid
$S_m(x)$	polynomiale Spline-Funktion vom Grad m
SNR	Signal-Rauschabstand (im engl. **S**ignal **N**oise **R**atio)
$S_n(f)$	spektrale Rauschleistungsdichte

SR	Anstiegsgeschwindigkeit der Ausgangsspannung eines OP´s (im engl. **S**lew **R**ate)
s	komplexe Frequenz
sarg	Sagrationskoeffizient
T	Temperatur
T_0	Bezugstemperatur
TK	Temperaturkoeffizient
TKO_i	i.ter Temperaturkoeffizient des Offsets O
TK_R	linearer Temperaturkoeffizient eines Widerstandes R
TKS_i	i.ter Temperaturkoeffizient der Empfindlichkeit S
$T_k(x)$	Tschebyscheff-Polynom k.ter Ordnung
T_{min},T_{max}	minimal und maximal auftretende Temperatur
t	Zeit
tpg	Typ des Gate-Materials tpg=+1 : Vorzeichen der Gatedotierung entgegengesetzt zu dem der Substratdotierung tpg=-1 : Vorzeichen der Gatedotierung gleich dem der Substratdotierung tpg=0 : Gatematerial Aluminium
U_{BR}	Ausgangsspannung einer piezoresistiven Meßbrücke
U_{BS}	Bulk-Source-Spannung
U_{DS}	Drain-Source-Spannung
U_{DSAT}	Sättigungsspannung
U_{FB}	Fachbandspannung
U_{GS}	Gate-Source-Spannung
U_i	Namenspräfix für Spannungen
U_{ON}	Einschaltspannung eines MOS-Transistors
U_p	Programmierspannung
U_T	Schwellenspannung
U_{T0}	Schwellenspannung bei U_{BS}= 0
U_{temp}	Temperaturspannung
$\overline{u}_n^2$	mittlere quadratische Rauschspannung
$\overline{u}_{INV,n}^2$	mittlere quadratische Rauschspannung eines Inverters (eingangsbezogen)
$\overline{u}_{R,n}^2$	mittlere quadratische Rauschspannung eines Widerstandes R
VME	**V**ersa **M**odule **E**urope
v_{max}	maximale Geschwindigkeit
W	Weite eines MOS-Transistors
WOK	**W**urzel**o**rts**k**urve
w(x)	Knotenpolynom
x_{AD}, y_{AD}	Ein- und Ausgang eines A/D-Wandlers
x_{DA}, y_{DA}	Ein- und Ausgang eines D/A-Wandlers
x_{TF}, y_{TF}	Ein- und Ausgang eines digitalen Transversal-Filters
x_i	Meß- oder Stützstelle

x_i^*	optimierte Meß- oder Stützstelle
x_{KS}, y_{KS}	Ein- und Ausgang eines Kennlinien-Speichers
x_q, y_q	Ein- und Ausgang eines Quantisierers
x_{REF}	Referenzgröße für D/A-Wandler
y_μ	Übertragungsverhalten der Meßgröße μ
$y_{\lambda i}$	Übertragungsverhalten der Störgröße λ_i
y_A	Systemausgang
y_d	deterministische Anteile
y_{es}	Eigenstörungen
$y_i=f(x_i)$	Funktionswert an der Meß- bzw. Stützstelle x_i
y_L	linearisierte Ausgangsgröße
$y_{S,i}$	Ausgangssignal vom Sensorelement i
$y_{z\mu}$	durch Meßgröße μ induzierte zufällige Anteile
$y_{z\lambda i}$	durch Störgröße λ_i induzierte zufällige Anteile
Z_n	Zerlegung des Approximations- bzw. Interpolationsintervalls I [a,b] in n Teilintervalle
$z(r)$	Durchbiegung
$z=e^{j\omega T_C}$	komplexe Frequenz
z_i	Nullstellen
Δ	Größe der verwendeten Quantisierungsstufe
λ	Kanallängenmodulationsfaktor
σ	Materialspannung
μ	Meßgröße
Θ	Querfeldbeweglichkeitsreduktionsfaktor
ν	Querkontraktionszahl
γ	Substrateffektkonstante
θ	Winkel
τ	Zeitkonstante
$\theta(\omega)$	Phasenfehler
ε_Q	Quantisierungsfehler
ε_T	Rundungsfehler
ε_I	Interpolationsfehler
μ^*	dynamisch bewertete Meßgröße
μ_0	Beweglichkeit der Ladungsträger
ρ_a	Randbedingung am Intervallanfang a
ρ_b	Randbedingung am Intervallende b
Φ_F	Fermipotential
Δf	Rauschbandbreite
λ_i	Störgröße i

μ_i ,λ_i	Matrixelemente eines Gleichungssystems
λ_i^*	dynamisch bewertete Störgröße i
α_i, β_i, γ_i, δ	Modulator-Koeffizienten
μ_L	Längsfeldbeweglichkeit
σ_L	longitudinale Materialspannung
π_L	longitudinaler piezoresistiver Koeffizient
Φ_M	Phasenreserve
Φ_{MS}	Austrittsarbeit zwischen Gate-Material und Silizium-Substrat
ε_o	Dielektrizitätskonstante
μ_Q	Querfeldbeweglichkeit
$\Delta R/R$	relative Widerstandsänderung
Δr	diskretisierter Radius r
Φ_S	Oberflächenpotential
$\varepsilon_{Si_3N_4}$	Dielektrizitätszahl von Siliziumnitrid
ε_{si}	Dielektrizitätszahl von Silizium
ΔT	Breite eines gleitenden Zeitfensters
σ_T	transversale Materialspannung
π_T	transversaler piezoresistiver Koeffizient
ε_{vak}	Dielektrizitätszahl von Vakuum
Δx	Abstand zwischen zwei benachbarten Stützstellen

häufig verwendete Symbole:

⏚	Symbol für Masse-Anschluß
⊤	Symbol für Versorgungsspannungs-Anschluß

KAPITEL 1

Einleitung

Bei der Konzeption und dem Betrieb von Meß- und Automatisierungssystemen kommt den Sensoren eine besondere Bedeutung zu, da sie die Verbindungen zu technischen Prozessen herstellen und nichtelektrische Meßgrößen in elektrische Signale umwandeln. Bei dieser Umwandlung bedienen sich die Sensoren eines physikalischen oder chemischen Meßeffektes, der von unerwünschten Stör- oder Einflußeffekten überlagert ist. Ferner unterliegen die Sensoren Langzeiteinflüssen und weisen aufgrund von Material- und Prozeßschwankungen wesentliche Exemplarstreuungen auf [1]. Aus diesen Gründen ist eine Kompensation von Stör- und Einflußeffekten sowie ein Abgleich der Sensorparameter für präzise und äußerst selektive Sensoren einfach unerläßlich. Dazu wird der Sensor während einer sog. Kalibrationsphase mit nichtelektrischen Referenzgrößen beaufschlagt und über Abgleichelemente derart eingestellt, daß die statische Übertragungskennlinie bei bekannten Einflußeffekten innerhalb eines vorgegebenen Toleranzbandes bleibt. Speziell bei hochpräzisen Sensoren nehmen diese Abgleichmaßnahmen bekanntlich viel Zeit in Anspruch, da sie häufig noch manuell mit zusätzlich schlecht einstellbaren Abgleichelementen erfolgen. Um auf dem derzeitigen Sensormarkt jedoch konkurrenzfähig bleiben zu können, verlangt die Industrie immer leistungsfähigere Produkte bei gleichzeitiger Senkung der dafür entstehenden Kosten. Daraus resultiert unweigerlich die Forderung nach digital und voneinander unabhängig einstellbaren Abgleichelementen, deren Einstellungen zudem noch massiv parallel und automatisiert erfolgen müssen.

Können neben den unerwünschten Stör- oder Einflußeffekten auch nichtlineare Meßeffekte in der Sensorcharakteristik toleriert werden, so bietet sich für eine Vielzahl von Sensoren zudem eine Vereinfachung der Herstellungsprozesse an, die die Fertigungskosten niedrig halten. In vielen Fällen wird überhaupt erst durch die Vereinfachung des Herstellungsprozesses eine monolithische Integration kompletter Sensorsysteme in einer Siliziumtechnologie möglich [2].

In der Industrie gelten jedoch die Grundsätze der Wirtschaftlichkeit, der Funktionalität, der Zuverlässigkeit und der Sicherheit als Entscheidungskriterien für eine monolithische Integration [3]. Vollständig integrierte Sensorsysteme besitzen ohne Zweifel Vorteile in einer gesteigerten Zuverlässigkeit und einer größeren Störsicherheit, trotzdem sehen derzeitig viele Hersteller in einer gemeinsamen Integration keine gravierenden Vorteile, da die benötigten Test- und Kalibrationskosten neben den Herstellungs- und Entwicklungskosten den Gesamtpreis des Sensorsystems dominieren.

Erst wenn diese Kosten durch sensorspezifische Hardware und entsprechend effizienten Kalibrationsstrategien drastisch gesenkt werden können und zusätzlich die Probleme der Prozeßkompatibilität vollständig gelöst sind, werden monolithische Lösungen für die Industrie wirtschaftlich interessant. Wie auch bei monolithisch integrierten Sensorsystemen führt die Rationalisierung der unumgänglichen Kalibrationsprozeduren bei hybriden Sensorsystemen zu einer ebenfalls deutlichen Reduzierung der Systemkosten. Zur weiteren Senkung der Entwicklungskosten sind zudem flexible Sensorkonzepte notwendig, die lediglich durch geringfügige Modifikationen auf unterschiedlichste, in der Sensorik vorkommende Problemstellungen angepaßt werden können.

Damit der Leser der vorliegenden Arbeit mit der Problematik der nichtidealen Eigenschaften heutiger Sensoren vertraut wird, stellt das nachfolgende zweite Kapitel dieser Arbeit zu Anfang ein vom Ansatz her heuristisches Modell zur Beschreibung des Übertragungs- und Fehlerverhaltens für nahezu beliebige Sensoren vor. Im weiteren Verlauf des Kapitels werden die unterschiedlichsten Realisierungsformen heutiger mikromechanischer Silizium-Drucksensoren vorgestellt. Diese Sensoren eignen sich hervorragend zur Verifizierung der später in dieser Dissertation erarbeiten Verfahren zur Reduzierung nichtidealer Sensoreigenschaften, da je nach Realisierungsform unterschiedlich stark ausgeprägte Nichtlinearitäten und Querempfindlichkeiten vorhanden sind. Zudem wird den Drucksensoren durch ihren weitgespannten Einsatz in der Prozeßtechnik und der Automobilindustrie - bis weit über das Jahr 2000 hinaus - das größte, weltweite Umsatzvolumen auf dem Sensormarkt vorhergesagt [4,5].

Das dritte Kapitel zeigt zu Anfang, daß zur Korrektur der nichtidealen Sensoreigenschaften im allgemeinen nichtlineare Funktionszusammenhänge benötigt werden. Die zur Korrektur benötigten Funktionen können auf unterschiedlichste Weise zur Verfügung gestellt werden, doch der wohl flexibelste Ansatz ist die Definition über eine endliche Anzahl von Stützstellen durch ihre entsprechenden Funktionswerte. Unbekannte Funktionswerte zwischen den Stützstellen müssen über entsprechend geeignete Approximationsmethoden der numerischen Mathematik berechnet werden. Die Genauigkeit der zu approximierenden Funktion hängt dabei von der Bandbreite der Fouriertransformierten, der Anzahl und Verteilung der Stützstellen, sowie dem verwendeten Approximationsverfahren ab. Aus diesem Grund beschäftigt sich das dritte Kapitel mit den Grundlagen der äußerst komplexen Approximationstheorie und stellt abschließend verschiedene Konzepte für die hardwaremäßige Implementierung der Approximationsverfahren vergleichend gegenüber.

Basierend auf einem geeigneten Approximationskonzept des vorhergehenden Kapitels, das unter ausgewählten Gesichtpunkten am besten abgeschnitten hat, soll im vierten Kapitel ein kennlinienbasiertes Sensorsystem für die Kompensation von Querempfindlichkeiten entwickelt werden. Desweiteren werden die dafür benötigten Systemkomponenten vorgestellt und ausführlich beschrieben. Abschließend werden zwei, in einer CMOS-Technologie realisierte Sensor-

systeme vorgestellt. Bei den Realisierungen handelt es sich um einen monolithisch integrierten Drucksensor auf piezoresistiver Basis und um ein universales Auslese-IC, das für den Aufbau hybrider Sensorsysteme geeignet ist. Abschließend wird auf die Erweiterungsfähigkeit des vorgestellten Sensorsystems auf Kennlinien-Basis eingegangen.

Gegenstand des fünften Kapitels ist die Entwicklung einer effizienten Kalibrationshard- und software, sowie den dazugehörigen Abgleichstrategien zur automatisierten Kalibration und Temperaturkompensation von Druckmeßumformern auf Kennlinien-Basis. Neben dem Systemkonzept zur automatischen Kalibration der Druckmeßumformer wird ein kompletter Kalibrationszyklus mit den dafür notwendigen Abgleichschritten vorgestellt. Die Funktionsweise der Kalibrationshardware inklusive ihrer nichtiterativen Abgleichstrategien werden abschließend anhand einer vollständigen Charakterisierung eines mit der Anlage kalibrierten Druckmeßumformers demonstriert.

Das sechste Kapitel faßt die Arbeiten und erzielten Ergebnisse der hier vorliegenden Dissertation zusammen. Zusätzlich gibt dieses abschließende Kapitel Anregungen für zukünftige Arbeiten, die auf dem vorgestellten Grundkonzept der kennlinienbasierten Sensorsysteme beruhen und sich mit den besonders interessanten aber teilweise noch ungelösten Problemen der Eigensicherheit und der Selbstkalibration von monolithischen sowie hybriden Sensorsystemen befassen.

KAPITEL 2

Verhalten mikromechanischer Sensoren

2.1 Einführende Übersicht

Aus der Mikroelektronik auf Siliziumbasis haben sich in den letzten Jahrzehnten Basistechnologien wie beispielsweise die Mikromechanik oder Mikrooptik entwickelt, die vom weit entwickelten Technologiestandard der Mikroelektronik profitierten. Zum derzeitigen Zeitpunkt ist die Mikromechanik neben der Mikroelektronik die am weitesten entwickelte Basistechnologie [6]. Eine Kombination dieser beiden Technologien, d.h. eine monolithische Integration, ermöglicht die Realisierung komplexer Mikrosysteme, die über eine unterschiedliche Anzahl an Sensoren und einer entsprechenden Signalverarbeitung verfügen. Je nach Notwendigkeit besteht zudem die Möglichkeit das System zusätzlich mit Aktoren auszustatten.

In der Mikromechanik haben sich im Laufe der Entwicklung zwei unterschiedliche Herstellungsverfahren herauskristallisiert. Werden die mikromechanischen Bauteile planar auf der Oberfläche des Trägermaterials hergestellt, so spricht man von der sog. Oberflächenmikromechanik. Diese Technik besitzt im Gegensatz zur sog. Substratmikromechanik, bei der das Trägermaterial über die gesamte vertikale Ausdehnung hin strukturiert werden muß, gewisse Vorteile. Einer dieser Vorteile ist die Realisierung kleinster mikromechanischer Strukturen aufgrund geringer geometrischer Fertigungstoleranzen. Weiterhin ergeben sich kaum Verspannungen bei notwendigen Montage- und Verbindungstechniken [7], da die lateralen Abmessungen der mikromechanischen Bauelemente im Vergleich zur Dicke des Trägermaterials verschwindend gering sind. Mit diesen zwei verschiedenen Herstellungsverfahren sind die unterschiedlichsten mikroskopischen Sensoren für die Messung mechanischer Größen wie beispielsweise Beschleunigung, Drehrate, Druck, Kraft, Masse uvm. realisierbar.

Diese Sensoren formen die nichtelektrischen, mechanischen Meßgrößen in elektrisch auswertbare Größen um. Die Umformung durch den Sensor ist jedoch im allgemeinen mit diversen Nichtidealitäten behaftet. So kann beispielsweise der ausgenutzte physikalische Meßeffekt ein nichtlineares Verhalten aufweisen. Desweiteren beeinträchtigen häufig äußere Stör- oder Einflußgrößen den physikalischen Meßeffekt derart, daß das Ergebnis der aufzunehmenden Meßgröße stark verfälscht wird. Speziell bei der Messung mechanischer Meßgrößen spielt die Temperatur T als Störgröße die wohl wichtigste Rolle, da sie die Materialeigenschaften und somit sowohl das Verhalten der elektrischen als auch mechanischen Strukturen verändert.

Für die Verifizierung der später in dieser Dissertation erarbeiteten Verfahren zur Reduzierung nichtidealer Sensoreigenschaften soll aus der fast unüberschaubaren Vielfalt an mikromechanischen Sensoren nur die Gruppe der Drucksensoren betrachtet werden, da sie sowohl nichtlinear als auch auf verschiedene Störgrößen wie beispielsweise Temperatur und Feuchte empfindlich reagieren und sich aufgrund ihres weiten Entwicklungsstandes hervorragend für eine monolithische Integration eignen. Zudem prognostiziert man diesen Sensoren - bis weit über das Jahr 2000 hinaus - den weltweit größten Umsatz auf dem Sensormarkt [4,5].

2.2 Allgemeine Verhaltensbeschreibung von Sensoren

Zur allg. Beschreibung des Übertragungs- und Fehlerverhaltens von Sensoren existieren eine Reihe von empfohlenen Normen und Richtlinien [8,9], die zur einer Vereinheitlichung der Sensorkennwerte beitragen sollen. Diese Empfehlungen weisen jedoch eine Reihe von Unzulänglichkeiten auf [10], da z. B. die Meßdauer und der Einfluß von mehr als einer Störgröße unberücksichtigt bleiben. Aus diesem Grund wurde in einer Studie zur Meßwerterfassung von Lenk [11] ein sogenanntes metrologisches Modell mit exakt definierten Modellparametern eingeführt, aus denen die Sensorkennwerte ableitbar sind. Dieses vom Ansatz her heuristische Modell ist in **Bild 2.1** dargestellt. Im allgemeinem Applikationsfall wirken auf den Sensor neben einer Meßgröße μ auch diverse Störgrößen $\lambda_1 \ldots \lambda_m$ und beeinflussen die resultierende Ausgangsgröße y_a [12].

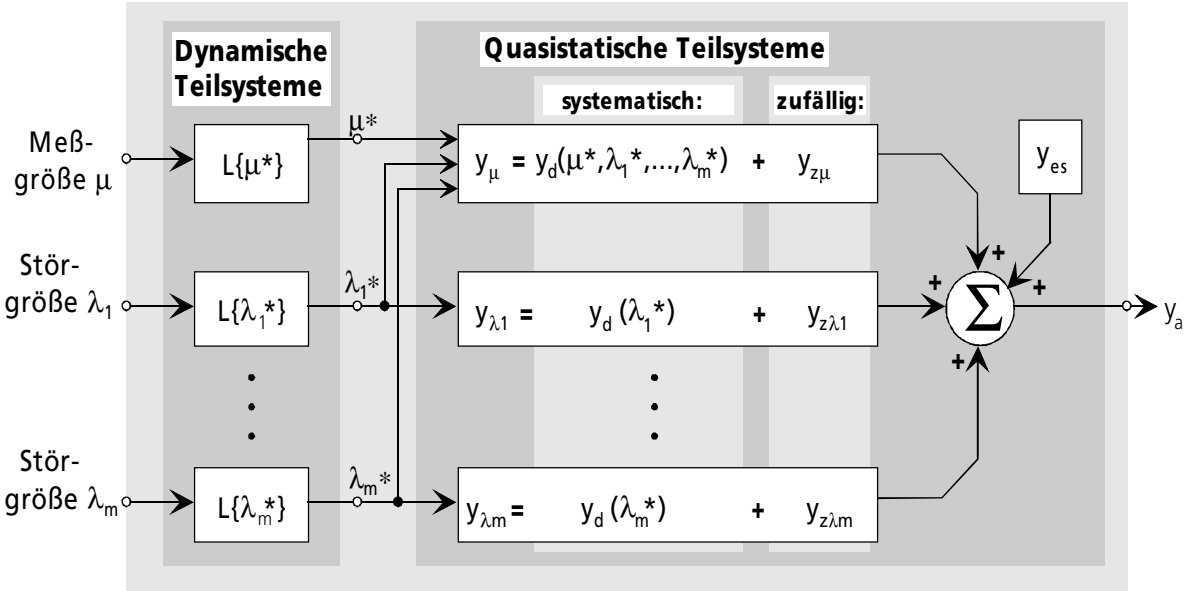


Bild 2.1 metrologisches Modell eines Sensors

Zeitliche Meß- und Störgrößenveränderungen der natürlichen Umgebung sowie das konstruktiv-technologische Ansprechverhalten des Sensors werden durch ein dynamisches Teilsystem L{ · } beschrieben. Im allgemeinen kann dieser Sachverhalt jeweils näherungsweise durch ein lineares dynamisches System mit Tiefpaßcharakter beschrieben werden. Die Modellstruktur besitzt einen Meßgrößenkanal, dessen quasistatisches Übertragungsverhalten sowohl von der dynamisch bewerteten Meßgröße μ^* als auch von den dynamisch bewerteten Störgrößen λ_1^*... λ_m^* beeinflußt wird. Im allgemeinen muß davon ausgegangen werden, daß die Störgrößen den physikalischen Meßeffekt beeinflussen. In einem solchen Fall kann das Übertragungsverhalten des Meßgrößenkanals nur noch durch eine mehrdimensionale Funktion $y_d(\mu^*,\lambda_1^*,..,\lambda_m^*)$ beschrieben werden. Können jedoch Meß- und Störgrößen jeweils durch eine eindimensionale Funktion f beschrieben werden $y_d(\mu^*,\lambda_1^*,..,\lambda_m^*)=f(\mu^*)\cdot f(\lambda_1^*)\cdot\ldots\cdot f(\lambda_m^*)$, so spricht man davon, das Meß- und Störgrößen voneinander separierbar sind. Ebenfalls existiert für jede Störgröße ein Übertragungskanal, dessen quasistatisches Verhalten nur von der jeweiligen Störgröße selbst beeinflußt wird. Solche Anteile werden häufig auch als störgrößenabhängige Offsets bezeichnet, da dieser Anteil bei fehlender Meßgröße nicht verschwindet. Die quasistatischen Teilsysteme, bzw. die funktionalen Zusammenhänge der einzelnen Übertragungskanäle setzen sich sowohl aus deterministischen als auch aus zufälligen, meß- und störgrößeninduzierten Anteilen zusammen. Alle anderen zufälligen Anteile, deren physikalische Ursachen unbekannt sind und bei fehlender oder konstanter Meß- und Störgröße auftreten, werden als Eigenstörungen y_{es} im Modell berücksichtigt.

Die deterministischen und somit nicht zufälligen Fehleranteile können über eine entsprechend geeignete Elektronik korrigiert werden. Zufällige Fehler sind bei ausgereiften Sensorkonstruktionen im Vergleich zu den deterministischen, störgrößeninduzierten Fehlern deutlich kleiner, begrenzen jedoch die maximal erzielbare Genauigkeit einer elektronischen Kompensation. Für extrem hohe Genauigkeitsklassen können diese zufälligen Fehleranteile allerdings durch Mittelwertbildung über einen gewissen Zeitraum bei konstant anliegender Störgröße verringert werden, was sich allerdings in einem erheblich erhöhten Kostenaufwand bei der Kalibration niederschlägt und sich somit für eine Massenproduktion als ungeeignet erweist.

Die nächsten zwei Unterabschnitte beschäftigen sich nun mit den unterschiedlichsten Arten von Drucksensoren, die zur Zeit mit Hilfe der Mikromechanik realisierbar sind. Klassifiziert werden die Drucksensoren dabei nach den zwei zuvor beschriebenen Herstellungsverfahren sowie dem Meßwertprinzip. Bei den Meßwertprinzipien sind passive und aktive Verfahren zu unterscheiden. Passive Drucksensoren wandeln Membrandurchbiegungen in Widerstands- oder Kapazitätsänderungen um, während aktive Drucksensoren die Meßgröße direkt vor Ort verstärken und beispielsweise in einen Strom wandeln.

2.3 Passive Drucksensoren

2.3.1 Piezoresistive Drucksensoren

Das Kernstück eines piezoresistiven Drucksensors besteht aus einer dünnen monokristallinen Siliziummembran, in deren Oberfläche gemäß **Bild 2.2 a)** durch Ionenimplantation vier Widerstände aus piezoresistiven Material integriert sind. Die piezoresistiven Widerstände werden von p-leitenden Implantationen, die Isolierung zum Substrat durch den in Sperrrichtung gepolten pn-Übergang und die Membran aus dem n-leitenden Grundmaterial gebildet [13]. Wie aus dem Querschnitt in **Bild 2.2 b)** zu erkennen, sind zur Oberseite hin die piezoresistiven Widerstände und die Aluminiumzuleitungen abwechselnd mit diversen Isolator- und Passivierungsschichten aus Siliziumoxid und -nitrid abgedeckt. Dieses mehrschichtige Passivierungskonzept führt zu stabileren Oberflächeneigenschaften, die zur Verminderung elektrischer Instabilitäten und somit wesentlich zur Erhöhung der erreichbaren Genauigkeit des Sensors beitragen [12].

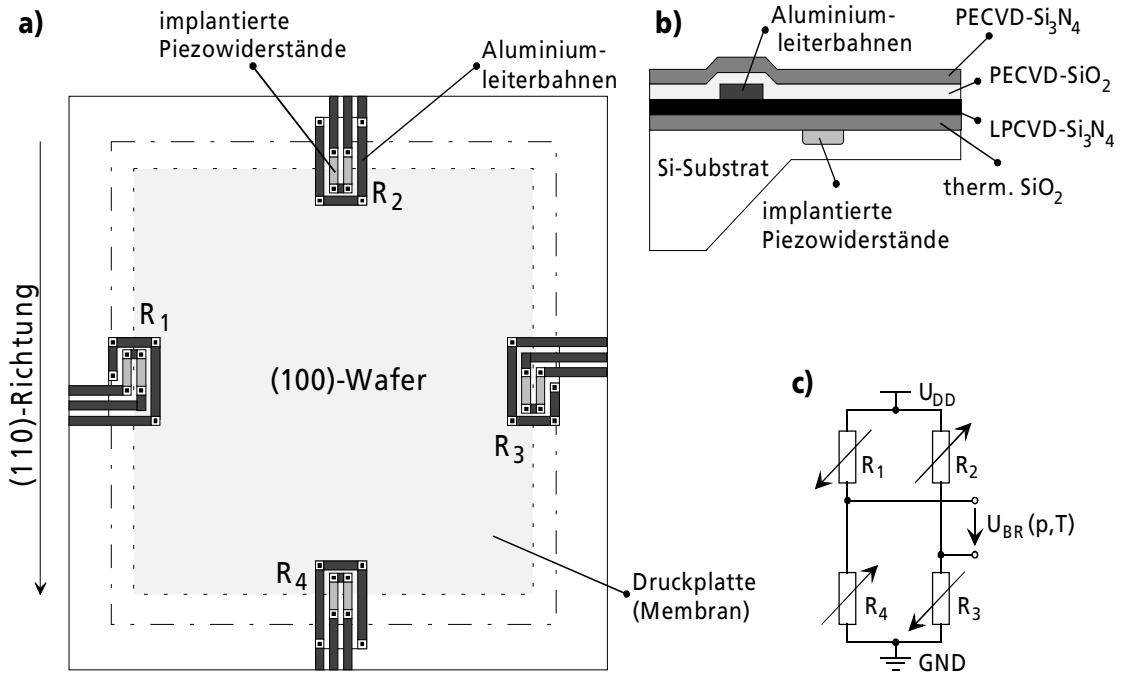


Bild 2.2 a) piezoresistiver Drucksensor in Substratmikromechanik
b) Querschnitt eines Drucksensors
c) zur Vollbrücke verschalteter Drucksensor

Die piezoresistiven Widerstände R_1-R_4 sind derart auf der quadratischen Membran plaziert, daß sich zwei ihrer Widerstandswerte bei einer Druckbeaufschlagung vergrößern und die anderen beiden verkleinern. Die Widerstände werden bevorzugt am Rand der Membran plaziert, wo die Materialdehnung am größten ist, da es nicht auf die Auslenkung der Membran, sondern auf die kräfteverstärkende Wirkung ankommt.

Werden bei der Herstellung eines Drucksensors Wafer mit einer <100>-Kristallstruktur verwendet, und sind zudem die piezoresistiven Widerstände parallel zur <110>-Richtung orientiert, so kann die relative Änderung der Widerstände $\Delta R/R$ vereinfachend gemäß folgender Formel:

$$\frac{\Delta R}{R} = \pi_L \cdot \sigma_L + \pi_T \cdot \sigma_T; \quad \sigma \propto p \tag{2.1}$$

angegeben werden [7,14], wobei π_L den longitudinalen und π_T den transversalen piezoresistiven Koeffizienten sowie σ_L und σ_T die Materialspannungen in longitudinaler und transversaler Richtung angeben. Werden die Widerstände gemäß **Bild 2.2 c)** zu einer Wheatstone´schen Meßbrücke verschaltet, so geht nur das Verhältnis der Widerstände in die Ausgangsspannung $U_{BR}(p,T)$ der Meßbrücke ein, nicht aber ihr Absolutwert. Die zuvor angegebene Ausrichtung der Widerstände in Bezug zur vorliegenden Kristallorientierung des Wafers eignet sich besonders gut für die Meßbrücke, da die piezoresistiven Koeffizienten in longitudinaler und transversaler Richtung unterschiedliche Vorzeichen besitzen und vom Betrag her etwa identisch sind ($\pi_L \approx -\pi_T$) [7].

Die Ausgangskennlinie eines piezoresistiven Drucksensors ist jedoch nicht nur vom Druck alleine, sondern wie fast alle anderen Sensoren auch von anderen physikalischen Einflüssen abhängig. Die Hauptstörgröße ist die Temperatur T. Der hauptsächlich für die Temperaturabhängigkeit verantwortliche Effekt ist zweifellos die Temperaturabhängigkeit der piezoresistiven Koeffizienten. Untergeordnete Effekte wie beispielsweise die diffusionsbedingte geometrische Abweichung der Brückenwiderstände voneinander, die Ausdehnung des Mediums in der Druckkammer, temperaturabhängige Leckströme der Widerstände, Materialverspannungen zwischen der Siliziummembran und den Passivierungsschichten führen zu weiteren Temperaturabhängigkeiten des piezoresistiven Drucksensors [7]. Aus diesen Gründen wird die Ausgangsspannung $U_{BR}(p,T)$ eines piezoresistiven Drucksensors, im allgemeinen durch [14]:

$$\frac{U_{BR}(p,T)}{U_{DD}} = S(T) \cdot Fkt(p) + O(T) \tag{2.2}$$

beschrieben. Die funktionalen Zusammenhänge der temperaturabhängigen Empfindlichkeit S(T) und des temperaturabhängigen Offsets O(T) werden üblicherweise durch die nachfolgenden Polynomfunktionen:

$$S(T) = S_0 \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^{n} TKS_i \cdot (T - T_0)^i\right) = \frac{1}{U_{DD}} \cdot \frac{\partial U_{BR}(p,T)}{\partial p} \tag{2.3}$$

und:

$$O(T) = O_0 \cdot \left(1 + \sum_{j=1}^{m} TKO_j \cdot (T - T_0)^j\right) = \frac{U_{BR}(p_0,T)}{U_{DD}} \tag{2.4}$$

beschrieben.

Die temperaturabhängige Empfindlichkeit S(T) wird durch eine Grundempfindlichkeit S_0 und den Temperaturkoeffizienten TKS_i bei einer Bezugtemperatur $T=T_0$ beschrieben. Ebenso kann der funktionale Zusammenhang des temperaturabhängigen Offsets O(T) durch einen Grundoffset O_0 und die Temperaturkoeffizienten TKO_j beschrieben werden. Aufgrund der Tatsache, das der Grundoffset O_0 des Sensors unter Umständen den Wert Null annehmen kann, wird jedoch die Darstellung:

$$O(T) = O_0 + \sum_{j=1}^{m} O_j \cdot (T - T_0)^j = \frac{U_{BR}(p_0, T)}{U_{DD}} \tag{2.5}$$

bevorzugt verwendet.

Bei kleinen Durchbiegungen der polykristallinen Siliziummembran ist die Ausgangsspannung $U_{BR}(p,T)$ in Abhängigkeit vom Druck linear (Fkt(p)=p), bei großen Durchbiegungen erfährt die Membran eine zunehmende Versteifung, die Ausgangsspannung wird zunehmend nichtlinear ($Fkt(p)=p\cdot(1+F_{Lin}\cdot p)$). Aus diesem Grund ist eine größere Nichtlinearität bei Niedrigdrucksensoren verständlich, da im Gegensatz zu den Hochdrucksensoren die notwendigen Membranauslenkungen wesentlich größer sind. Zusätzlich ist der piezoresistive Effekt nichtlinear, und es reicht bei hohen Materialspannungen (Verhältnis zwischen Membrandicke und Membrandurchbiegung) ein einfacher linearer Zusammenhang der relativen Widerstandsänderung nicht mehr aus.

Da der Drucksensor, wie in **Bild 2.3** gezeigt, auf ein Trägersubstrat (meistens Pyrex - ein in seinem Ausdehnungsverhalten an Silizium angepaßtes Glas) anodisch gebondet und zusätzlich in einem Gehäuse befestigt werden muß, können durch die unterschiedlichen thermischen Ausdehnungskoeffizienten der verschieden Materialien sowie unterschiedlicher Montagetechniken weitere Temperaturabhängigkeiten entstehen. Eine Messung der temperaturabhängigen Kenndaten ist daher erst am fertig gehäusten IC, bzw. Drucksensor sinnvoll [13].

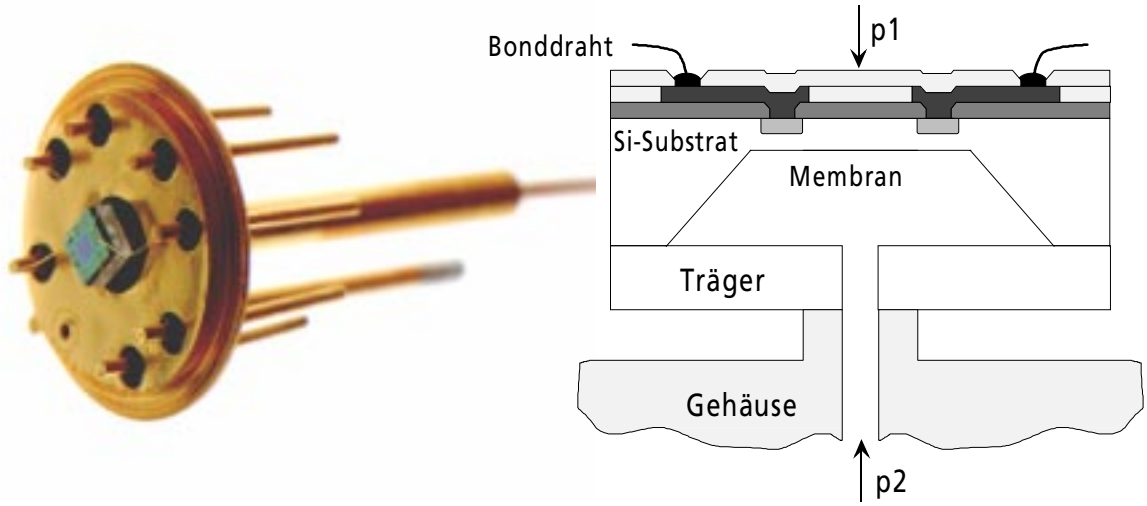


Bild 2.3 aufgebauter Relativdrucksensor der Reihe PSXi (Quelle: TU Berlin)

Bild 2.4 zeigt eine typische Kennlinie eines piezoresistiven Drucksensors in Abhängigkeit vom Druck p mit der Temperatur T als Parameter. Hängt die Ausgangsspannung $U_{BR}(p,T)$ der Meßbrücke linear vom Druck ab, so ist die Empfindlichkeit über dem gesamten Druckbereich konstant. Ist jedoch eine Nichtlinearität in der Druckkennlinie enthalten, so ist die Empfindlichkeit ebenfalls eine vom Druck abhängige Größe. Typische Werte für die Nichtlinearität von piezoresistiven Drucksensoren liegen bei ±0,2% [13]. Deutlich ist eine Veränderung des Offsets bei $p=p_0$ und der Empfindlichkeit bei $p \neq p_0$ in Abhängigkeit von der Temperatur zu erkennen. Ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen der Temperatur und der Empfindlichkeit sowie dem Offset kann schon hier erkannt werden, da die Änderung der Ausgangsspannung im unteren Temperaturbereich (-40°C .. 27°C) größer ist als im oberen Temperaturbereich (27°C .. 120°C).

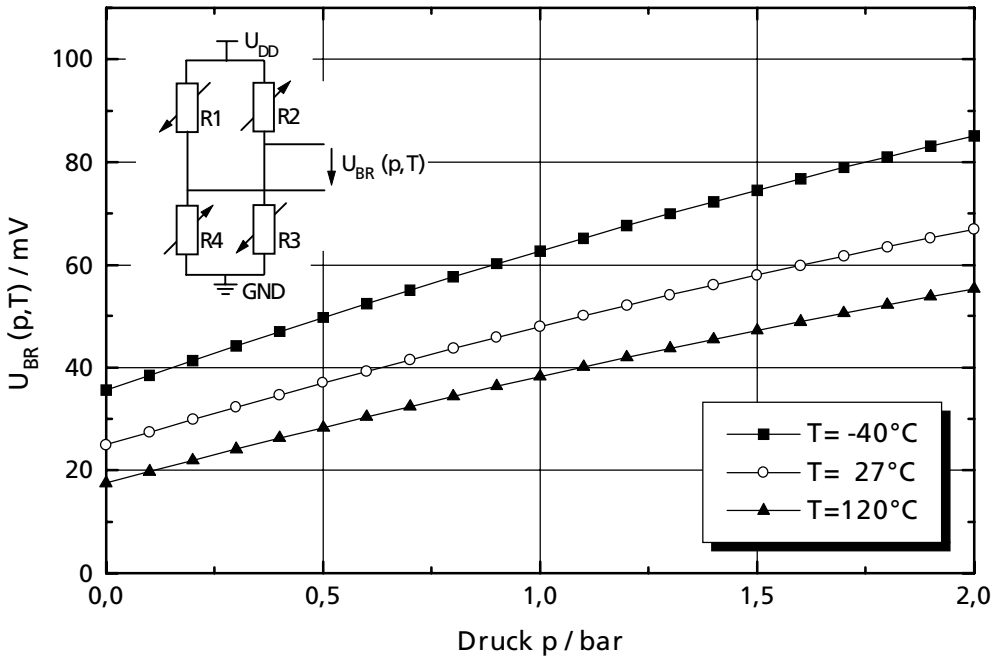


Bild 2.4 Typische Kennlinie eines piezoresistiven Drucksensors
[***Sensordaten:*** U_{DD}=5V, p_N=2bar, T_O=27°C, S_O=5mV/V·bar, TKS_1=-2mV/K, TKS_2=10mV/K², O_0=5mV/V, O_1=-25mV/V·K, O_2=100nV/V·K²]

Wird die Temperaturabhängigkeit beispielsweise beim halben Nenndruck $p_N/2$ betrachtet, so ist die Abnahme der Ausgangsspannung $U_{BR}(p_N/2,T)$ mit zunehmender Temperatur in **Bild 2.5** deutlich zu erkennen. Ebenfalls sind in diesem Bild die einzelnen Anteile des temperaturabhängigen Offsets O(T) und der Empfindlichkeit S(T) gezeigt, die zur resultierenden Ausgangsspannung beitragen. Bei vielen piezoresistiven Drucksensoren nimmt bei tieferen Temperaturen die Nichtlinearität des Temperaturganges sowohl für den Offset als auch für die Empfindlichkeit deutlich zu, so daß für eine hohe Genauigkeit über einen großen Temperaturbereich (-40°C .. 120°C) eine Korrektur mit linearem Zusammenhang nicht mehr ausreichend ist.

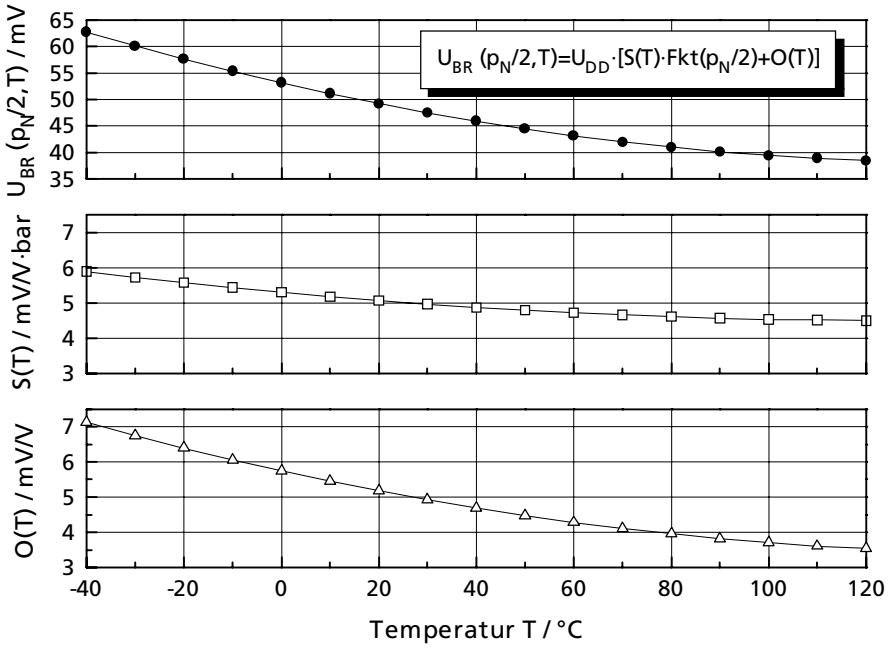


Bild 2.5 Temperaturabhängigkeit von $U_{BR}(p,T)$ bei $p_N/2=1bar$
[***Sensordaten:*** $U_{DD}=5V$, $p_N=2bar$, $T_O=27°C$, $S_O=5mV/V\cdot bar$, $\alpha_S=-2mV/K$, $\beta_S=10mV/K^2$, $O_0=5mV/V$, $O_1=-25mV/V\cdot K$, $O_2=100nV/V\cdot K^2$]

Änderungen der Temperatur und des Drucks verursachen zumeist deterministische Änderungen der Ausgangsspannung $U_{BR}(p,T)$. Diese systematischen Fehleranteile des Temperatureinflusses sind im allgemeinen über elektronische Maßnahmen korrigierbar. Intensive Messungen an piezoresistiven Drucksensoren haben jedoch ergeben, daß neben den systematischen auch zufällige Änderungen der Ausgangsspannung auftreten . Diese zufälligen[1] und somit nur bedingt korrigierbaren Fehleranteile können sowohl durch Temperatur- als auch durch Druckänderungen hervorgerufen werden und begrenzen in Kombination mit den nach der Korrektur verbliebenen Fehleranteilen die maximal erzielbare Genauigkeit der elektronischen Kompensation. Die geringe Größe dieser zufällig auftretenden Änderungen rechtfertigt jedoch im Vergleich zu den deterministisch auftretenden Änderungen keine zeit- und kostenaufwendige Kompensation.

Druck- und temperaturabhängige Hysteresen sowie durch elektrische Instabilitäten hervorgerufene Langzeitdrifteffekte führen zu weiteren Ungenauigkeiten, die derzeitig nicht korrigierbar sind. Ermüdungserscheinungen, wie sie von Metalldruckdosen her bekannt sind, können nicht auftreten, da Silizium aufgrund seiner hervorragenden mechanischen Materialeigenschaften bis nahe zur Bruchgrenze elastisch verformbar ist, jedoch können Grenzflächenzustände und bewegliche Oxidladungen im Laufe der Zeit zu Veränderungen des Grundoffsets O_0 führen.

---

[1] Drifteffekte beweglicher Ionen auf den vorhandenen Isolator- bzw. Passivierungsoberflächen sind die hauptsächliche Ursache für zufällige, nicht deterministische Änderungen eines piezoresistiven Drucksensors. Für eine genauere Ausführung dieser zufälligen Änderungen sei auf den Artikel von Gerlach verwiesen [12].

2.2.2 Kapazitive Drucksensoren in Substrat- und Oberflächenmikromechanik

Wird ähnlich wie beim piezoresistiven Sensor das Silizium über seine gesamte vertikale Ausrichtung gemäß **Bild 2.6** strukturiert, so kann ein kapazitiver Drucksensor in Substratmikromechanik hergestellt werden [15,16]. Auf die Oberseite des bearbeiteten Wafers werden im Sensorbereich Elektroden integriert. Als Gegenelektroden dienen auf Glas, bzw. Pyrex aufgedampfte Aluminiumelektroden. Da keine direkte Kontaktierung der Elektroden vom Glassubstrat zum Siliziumwafer möglich ist, dienen diese als Verbindung zweier in Reihe geschalteter Kapazitäten, dessen zu kontaktierende Elektroden sich nun beide auf dem Siliziumwafer befinden. Die mit den Verbindungselektroden versehene Glasplatte wird anodisch unter Vakuum auf die Oberseite des bereits strukturierten Siliziumwafer gebondet. Die Druckbeaufschlagung erfolgt von der Unterseite über eine Öffnung im sog. Trägersubstrat, das wiederum anodisch mit dem Siliziumwafer verbunden worden ist.

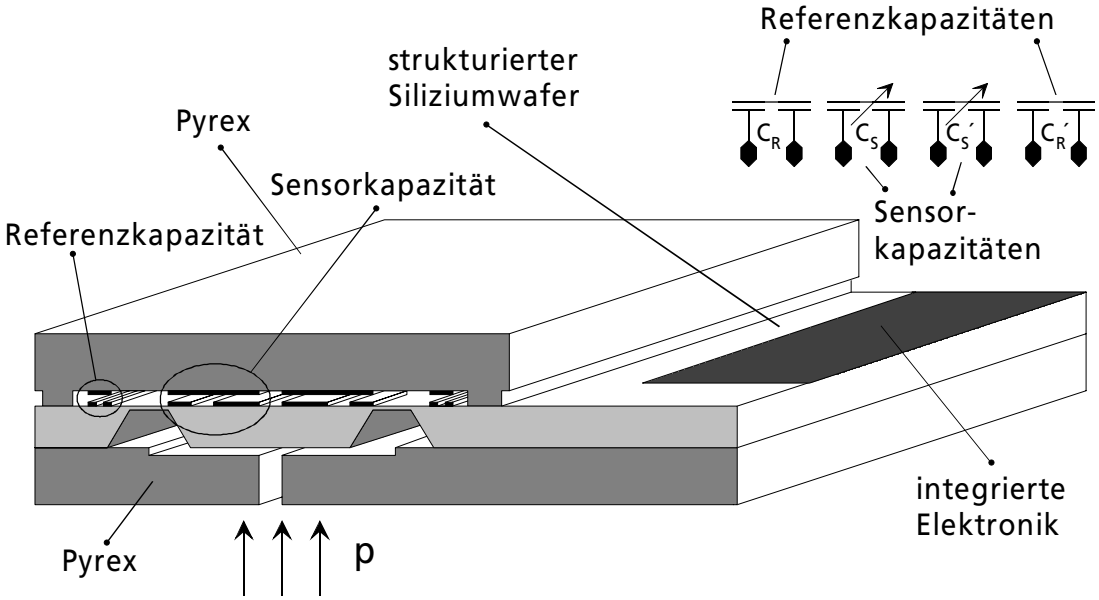


Bild 2.6 Ausschnitt eines kapazitiven Absolutdrucksensors in Substratmikromechanik

Durch diese eben beschriebene Sandwich-Struktur sind sowohl variable Sensorkapazitäten C_S und C_S', die über eine Druckbeaufschlagung p verändert werden können, als auch feste Kapazitäten C_R und C_R' entstanden. Die festen Kapazitäten werden als Referenzkapazitäten benutzt, so daß der angelegte Druck über das Verhältnis zwischen Sensor- und Referenzkapazität ausgewertet werden kann, wodurch der Absolutwert der hergestellten Kapazitäten nur von untergeordneter Bedeutung ist. Sensor- und Referenzkapazität besitzen in etwa den gleichen Temperaturgang, so daß die Temperaturabhängigkeit allein über eine Verhältnisbildung zwischen diesen beiden Kapazitäten erheblich reduziert werden kann. Diese Sensoren besitzen jedoch im Gegensatz zu den piezoresistiven Drucksensoren eine sehr starke Nicht-

linearität. Dies liegt prinzipiell in der Tatsache begründet, daß sich die Kapazität mit abnehmendem Elektrodenabstand umgekehrt proportional vergrößert. Zudem kann nur bei geringen Durchbiegungen, d.h. einem kleinen Verhältnis zwischen Membrandicke und Membranauslenkung davon ausgegangen werden, daß sich der Abstand zwischen den Elektroden proportional zum Druck verhält. Weitere Nichtlinearitäten in der Kapazitätsänderung werden bei großen Durchbiegungen durch die zunehmende Versteifung der Membran und letztendlich durch die Membranauflage auf der Gegenelektrode verursacht.

Im Gegensatz zu den oben beschriebenen Drucksensoren in Substratmikromechanik können mit Hilfe der sog. Opferschichttechnik [7,17] auf der Oberseite des Siliziummaterials extrem dünne und mechanisch aktive Siliziummembranen mit hervorragenden mechanischen und chemischen Eigenschaften hergestellt werden. **Bild 2.7** zeigt den prinzipiellen Aufbau eines mit dieser Technik hergestellten Drucksensors im Querschnitt. Die kreisrunde Membran aus Polysilizium ist in einem Abstand von weniger als einem Mikrometer über der Oberfläche elastisch aufgehängt. Unterhalb der Membran befindet sich eine Gegenelektrode, die mittels einer n^+-Ionenimplantation erzeugt wird. Die über den Druck deformierbare Polysilizium-Membran und die niederohmige n^+-Implantation bilden die Elektroden des druckempfindlichen Plattenkondensators.

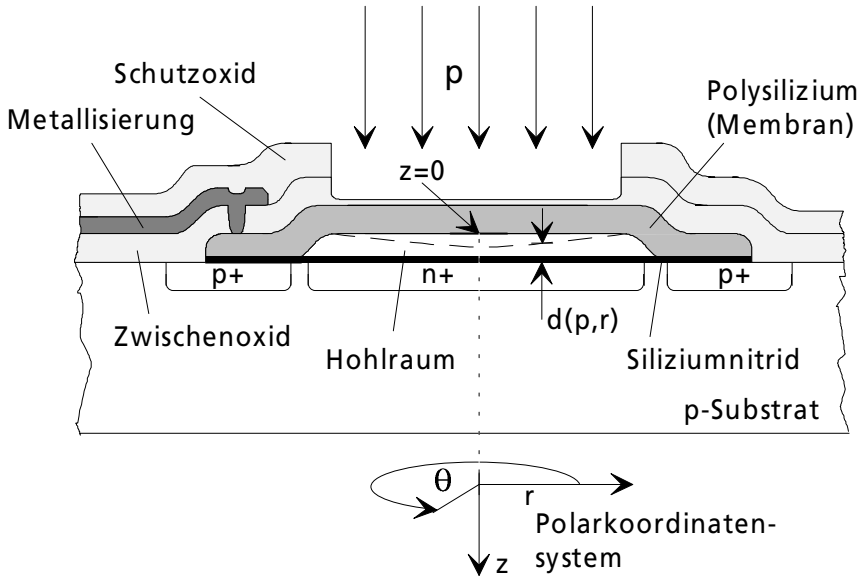


Bild 2.7 prinzipieller Aufbau eines kapazitiven Drucksensors in Oberflächenmikromechanik

Der spätere Hohlraum wird über ein strukturierbares Opferoxid, auf dem die Abscheidung des Membranmaterials erfolgt, freigehalten. Das Opfermaterial wird über feine Ätzkanäle, die sich an der Oberfläche des Trägermaterials befinden, mit Hilfe eines selektiven, isotropen Ätzprozesses entfernt. Nach der vollständigen Entfernung des Opferoxidmaterials unter der Membran werden die Ätzkanäle unter Vakuum mit Siliziumnitrid Si_3N_4 verschlossen, so daß ein Absolutdrucksensor entsteht. Je nachdem, ob das über der Membran befindliche Schutzoxid

entfernt wird, können sowohl Druck- als auch baugleiche Referenzelemente gemäß **Bild 2.8** hergestellt werden. Über eine Differenz- oder Quotientenbildung zwischen Referenz- und Sensorelement können auftretende Temperaturempfindlichkeiten und Nichtlinearitäten erheblich verringert werden. Je nach Nenndruck p_N und Sensorempfindlichkeit S variiert der Durchmesser $2 \cdot r_a$ und die Anzahl N_D der parallel geschalteten Sensorelemente.

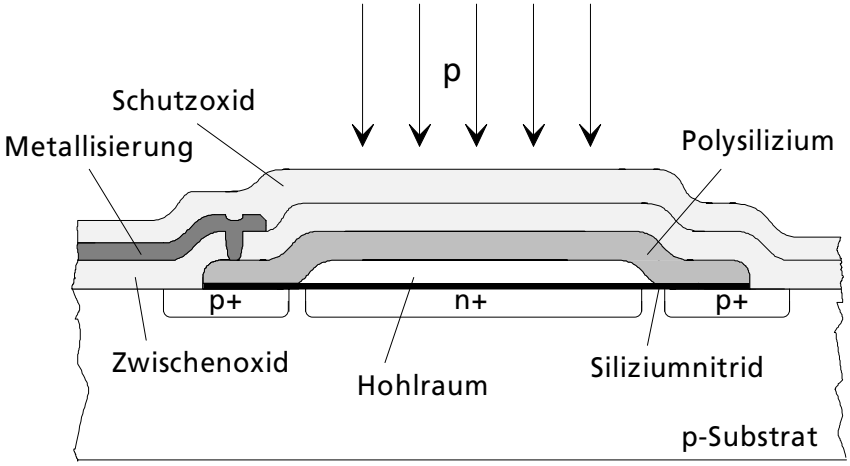


Bild 2.8 prinzipieller Aufbau des kapazitiven Referenzelementes

Da sich der Abstand d(p,r) zwischen der Polysilizium-Membran und der n^+-Gegenelektrode nicht über dem Radius r konstant verhält, müssen bei der Berechnung der druckabhängigen Kapazität C(p) die einzelnen Beiträge über den gesamten Membranradius von 0 bis r_a integriert werden:

$$C(p) = N_D \cdot \int_0^{r_a} \frac{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \pi \cdot r}{d(p,r)} \, dr \, . \tag{2.6}$$

Der Abstand d(p,r) des Sensorelements, der sowohl vom angelegten Druck p als auch vom Radius r abhängt, kann über die Durchbiegung einer kreisrunden und am Rand fest eingespannten Membran berechnet werden. Aufgrund der Rotationssymmetrie ist die Durchbiegung nur vom Radius r und nicht vom Winkel θ abhängig. Somit kann für kleine Durchbiegungen z(r), die viel kleiner sind als die Dicke der beweglichen Membran, nach Timoshenko [18] die folgende Differentialgleichung angesetzt werden:

$$\frac{d^3z(r)}{dr^3} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d^2z(r)}{dr^2} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{dz(r)}{dr} = \frac{p \cdot r}{2 \cdot D} \, , \tag{2.7}$$

wobei:

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot \left(1 - \nu^2\right)} \tag{2.8}$$

die Plattenbiegesteifigkeit angibt, die sich ihrerseits aus dem Elastizitätsmodul E, der Membrandicke h und der Querkontraktionszahl ν zusammensetzt.

Mit den Randbedingungen:

$$\frac{dz}{dr}(0) = 0; \quad \frac{dz}{dr}(r_a) = 0; \quad z(r_a) = 0 \tag{2.9}$$

lautet die Lösung für die Durchbiegung in Abhängigkeit vom Radius r:

$$z(r) = \frac{p}{64 \cdot D} \cdot \left(r_a^{\,2} - r^2\right)^2, \tag{2.10}$$

die verständlicherweise vom angelegten Druck p beeinflußt wird. Da der ausgeätzte Hohlraum unter der Polysilizium-Membran wieder nahezu unter Vakuum verschlossen wird, berechnet sich der Abstand d(p,r) zur gegenüberliegenden n^+-Elektrode aus der Differenz des Abstandes d_0 bei $p=p_0$ (Vakuum) abzüglich der eben zuvor berechneten Durchbiegung z(r):

$$d(p,r) = d_0 - \frac{p}{2 \cdot D} \cdot \left(r_a^{\,2} - r^2\right)^2. \tag{2.11}$$

Mit dem Abstand d(p,r) und dem Zusammenhang aus Gleichung (2.6) kann sowohl die Kapazität C(p) des Referenz- als auch des Sensorelementes berechnet werden:

$$C(p) = \frac{C_0 \cdot N_D}{2 \cdot \gamma(p)} \cdot \ln\left(\frac{1+\gamma(p)}{1-\gamma(p)}\right) \tag{2.12}$$

mit:

$$\gamma(p) = \sqrt{\frac{z(0)}{d_0}} = \sqrt{\frac{p \cdot r_a^{\,4}}{64 \cdot D \cdot d_0}} \quad \text{und} \quad C_0 = \frac{\varepsilon_0 \cdot \pi \cdot r_a^{\,2}}{d_0} \tag{2.13}$$

Die Referenzkapazität C_R ist im Gegensatz zur Sensorkapazität C_S nur schwach vom Druck p abhängig, da das Referenzelement eine größere Plattenbiegesteifigkeit D besitzt, die durch das auf der Membran befindliche Schutzoxid verursacht wird. Entwickelt man Gleichung (2.12) in eine Reihe und bricht sie nach dem zweiten Glied ab, so kann für kleine Drücke der nachfolgende Kapazitätsausdruck angegeben werden:

$$C(p) = N_D \cdot C_0 \cdot \left(1 + \frac{\gamma(p)^2}{3}\right) = N_D \cdot C_0 \cdot \left(1 + \frac{p \cdot r_a^{\,4}}{192 \cdot D \cdot d_0}\right) \tag{2.14}$$

Obwohl die obige Gleichung nur für den Bereich kleiner Drücke richtig ist, eignet sich dieser Ausdruck sehr gut für eine Abschätzung der Empfindlichkeit S des Drucksensors:

$$S = N_D \cdot \frac{C_0 \cdot \left(1 - \nu^2\right)}{16 \cdot E} \cdot \frac{r_a^{\,4}}{h^3 \cdot d_0}. \tag{2.15}$$

Gleichung (2.15) zeigt, daß die Empfindlichkeit S des Sensors stark von den geometrischen Parametern der Membran abhängig ist, da der Radius r_a proportional zur vierten Potenz sowie die Dicke h der Membran umgekehrt proportional zur dritten Potenz in die Berechnung eingehen. Wenn auch nur umgekehrt proportional, beeinflußt zudem die Höhe d_0 der Aufhängung die Empfindlichkeit S.

Wie bereits erwähnt, gelten alle zuvor berechneten Zusammenhänge unter der Prämisse, daß die Durchbiegung z(r) viel kleiner als die Membrandicke h ist. Außerdem kann mit Hilfe der verwendeten DGL nach Gleichung (2.7) zur Berechnung der Durchbiegung z nicht die Auflage der Membran auf der Gegenelektrode modelliert werden (linearer Ansatz). Sind aber zufriedenstellende Ergebnisse für Durchbiegungen bis zum zweifachen der Membrandicke notwendig, und sollen zusätzlich dynamische Effekte sowie die Auflage der Membran auf der Gegenelektrode berücksichtigt werden, so findet eine nichtlineare, dynamische DGL nach Grasch Verwendung (nichtlinearer Ansatz). Die dabei verwendete DGL wird im Rahmen der hier vorliegenden Arbeit nicht vorgestellt, für interessierte Leser wird aber auf entsprechend geeignete Literatur verwiesen [19]. Das nachfolgende **Bild 2.9** zeigt die Druckabhängigkeit der Referenz- und Sensorkapazität, die über den nichtlinearen Ansatz numerisch berechnet wurde.

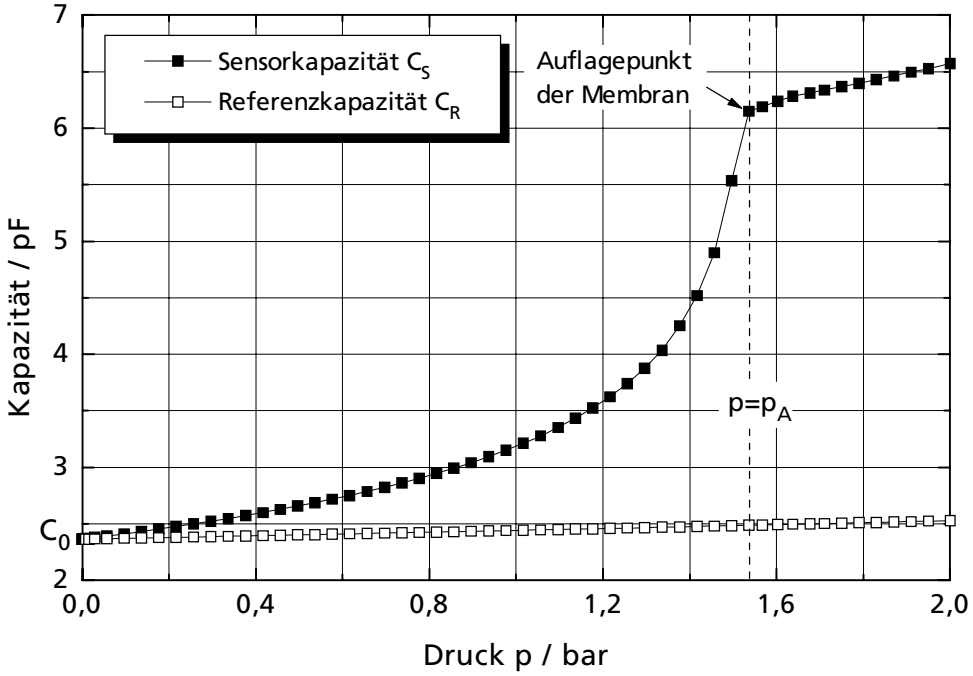


Bild 2.9 Druckabhängigkeit der Sensor- und Referenzkapazität (N_D=25, r_a=53µm)

Da sich der Abstand d(p,r) zwischen Membran und Gegenelektrode mit zunehmendem Druck verkleinert, wächst die Sensorkapazität C_S bis zu einem sog. Auflagedruck bei $p=p_A$ aufgrund der allgemeinen Kapazitätsformel annähernd reziprok an. Diese Funktionalität wird bei größeren Drücken durch die zunehmende Versteifung der Membran abgeschwächt. Oberhalb des Auflagedrucks p_A nimmt die Kapazität annähernd linear zu, da die Auflagefläche der Membran ebenfalls linear zunimmt und sich aufgrund der dünnen Isolationsschicht aus Siliziumnitrid Si_3N_4 auf der n^+-Gegenelektrode kapazitätsbestimmend verhält.

Die Referenzkapazität C_R besitzt im Gegensatz zur Sensorkapazität C_S nur eine schwache Druckabhängigkeit, da die Membran durch das nicht entfernte Schutzoxid eine größere Plattenbiegesteifigkeit D besitzt. Die Referenzkapazität verläuft somit über dem Druck p annähernd

linear, da das Referenzelement aufgrund der erhöhten Membrandicke in dem betrachteten Druckbereich weit vom Auflagedruck p_A entfernt ist. Obwohl der Dynamikbereich stark eingeschränkt wird, werden die Sensorelemente zumeist bis maximal zum halben Auflagedruck $p=p_A/2$ betrieben, da oberhalb dieses Bereiches der Verlauf der Kennlinie technologisch nicht mehr reproduzierbar ist. Der Kapazitätshub (C_S-C_R) zwischen Sensor- und Referenzkapazität wird durch entsprechende Differenzenbildung erhalten. In **Bild 2.10** sind die sich ergebenden Kapazitätshübe (C_S-C_R) vergleichend gegenübergestellt, wenn für den Abstand zwischen Membran und Gegenelektrode der lineare sowie der nichtlineare Ansatz verwendet wird.

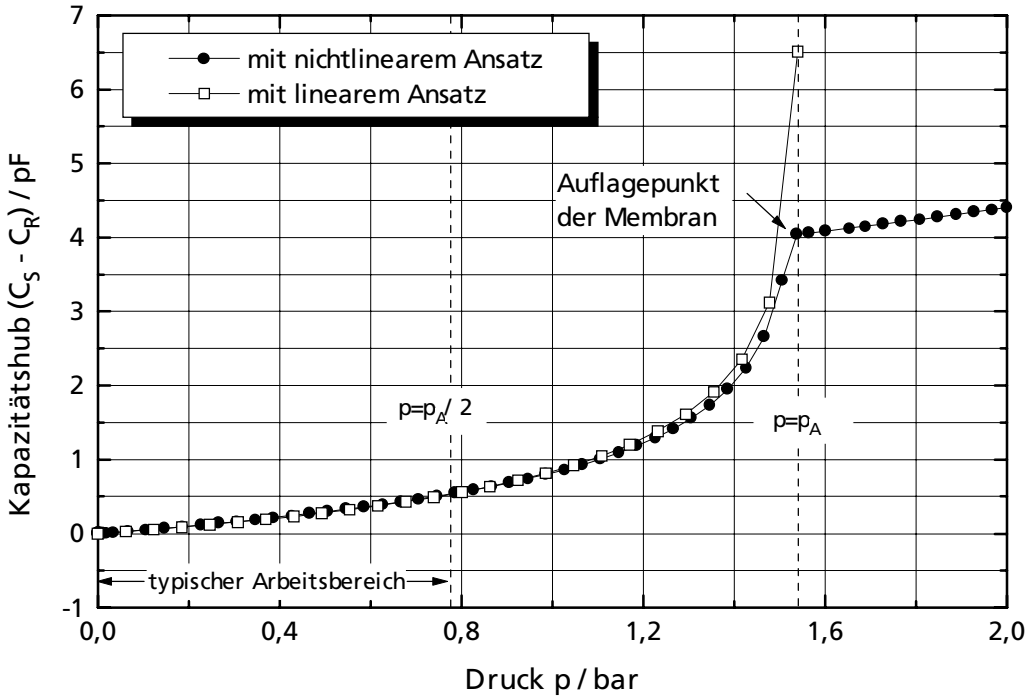


Bild 2.10 Differenzkapazität (C_S-C_R) in Abhängigkeit vom Druck p (N_D=25, r_a=53µm)

Bis maximal zum halben Auflagedruck (typischer Arbeitsbereich) zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den beiden verwendeten Ansätzen. Beim linearen Ansatz wird oberhalb des halben Auflagedrucks der Kapazitätshub überschätzt. Dennoch kann mit Hilfe der linearen Theorie der Auflagedruck p_A durch den nachfolgenden Zusammenhang abgeschätzt werden:

$$p_A \cong \frac{d_0}{r_a^4} \cdot 64 \cdot D \,. \tag{2.16}$$

Bei einem eingefahrenen Prozeß ist es günstig, den gewünschten Druckbereich über den Membranradius r_a einzustellen, da dieser über einfache Layoutmaßnahmen verändert werden kann, ohne in Parameter des bestehenden Prozesses eingreifen zu müssen.

Ebenso wie der zu Anfang behandelte Drucksensor auf piezoresistiver Basis werden die kapazitiven Sensorelemente negativ von der Temperatur beeinflußt. Die Sensorelemente besitzen nach Kandler [7] eine Temperaturabhängigkeit von 3-5fF / °C.

Da die Referenzelemente aufgrund ihrer identischen Bauweise ungefähr den gleichen Temperaturgang besitzen, kann durch eine Differenz- oder Quotientenbildung die Temperaturabhängigkeit signifikant unterdrückt werden. Je nach der Größe des Membrandurchmessers kann die Temperaturabhängigkeit der Differenz oder des Quotienten zwischen Sensor- und Referenzelement positiv oder negativ ausfallen. Bei Membrandurchmessern kleiner gleich 70µm zeigt die Sensorkapazität eine größere Temperaturabhängigkeit als das Referenzelement, womit sich ein positiver TK der Differenzkapazität (C_S-C_R) ergibt. Umgekehrtes Verhalten ergibt sich für Membrandurchmesser von 100µm und mehr. Im Übergangsbereich zwischen 70 und 100µm kann im Idealfall eine vollständige Kompensation des Temperaturgangs erzielt werden. **Bild 2.11** zeigt die sich ergebende Differenzkapazität bei einem Dosenradius r_a von 53µm und einer Dosenanzahl N_D von 25, die über drei verschiedene Temperaturen parametrisiert ist.

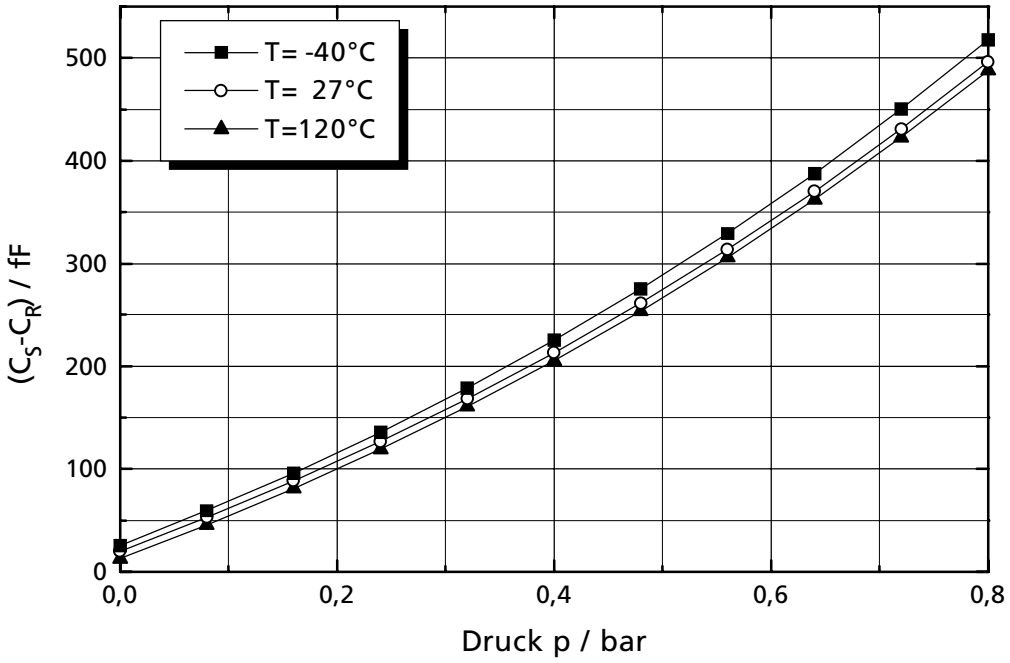


Bild 2.11 Typische Druckabhängigkeit der Differenzkapazität (C_S-C_R) (N_D=25, r_a=53µm)

Ein Vergleich mit der typischen Kennlinie des piezoresistiven Drucksensors aus **Bild 2.4** zeigt, daß die kapazitiven Drucksensoren aufgrund der Differenzbildung zwischen Sensor- und Referenzelement eine wesentlich geringere Temperaturabhängigkeit besitzen. Die Ursachen der Temperaturabhängigkeit liegen hauptsächlich in unterschiedlich großen Ausdehnungskoeffizienten zwischen den verwendeten Materialien sowie in Änderungen der elastischen und dielektrischen Konstanten begründet [7]. Wie **Bild 2.11** zeigt, muß bei Nulldruck p_0 die Differenz zwischen Sensor- und Referenzelement nicht verschwinden. Dieser Kapazitätsoffset ist wie auch der Kapazitätshub von der Temperatur T abhängig. Ebenso wie beim piezoresistiven Drucksensor können diese Temperaturabhängigkeiten der Differenzkapazität über Polynomansätze beschrieben werden.

2.4 Aktive Drucksensoren

Durch eine einfache Modifikation der unteren n^+-Elektrode kann aus dem passiven Sensorelement, welches die Durchbiegung der Membran in eine Kapazitätsänderung umformt, ein aktives Sensorelement entstehen. Hierzu wird am einfachsten die kreisrunde n^+-Elektrode in zwei gleich große Halbkreise aufgetrennt. Durch diese Strukturierung ist ein Kanal entstanden, dessen Leitfähigkeit über die darüberliegende Membran gesteuert werden kann. Da der Steuermechanismus auf dem Feldeffekt beruht, bewirkt eine druckabhängige Bewegung der Membran, an die eine konstante Spannung angelegt wird, eine Modulation der im Kanal befindlichen Ladungsträger [22-24]. Signalträger ist demnach ein Strom, der im Vergleich zur druckabhängigen Kapazitätsänderung mit wenig Aufwand auszuwerten ist. Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit diesem interessanten Bauelement intensiver, da sich von dem druckempfindlichen Feldeffekt-Transistor eine hohe Sensorempfindlichkeit mit zusätzlich herausragenden Frequenzeigenschaften [7] bei gleichzeitig reduzierter Dosenanzahl N_D versprochen wird. Das Meßprinzip des druckempfindlichen Feldeffekt-Transistors, dessen Aufbau aus dem in **Bild 2.12** gezeigten Querschnitt hervorgeht, beruht auf einer Veränderung der flächenbezogenen Gatekapazität $C'_g(p,r)$, da sich bei einer Druckbeaufschlagung der Abstand d(p,r) zwischen der beweglichen Gateelektrode und der Kanaloberfläche verändert.

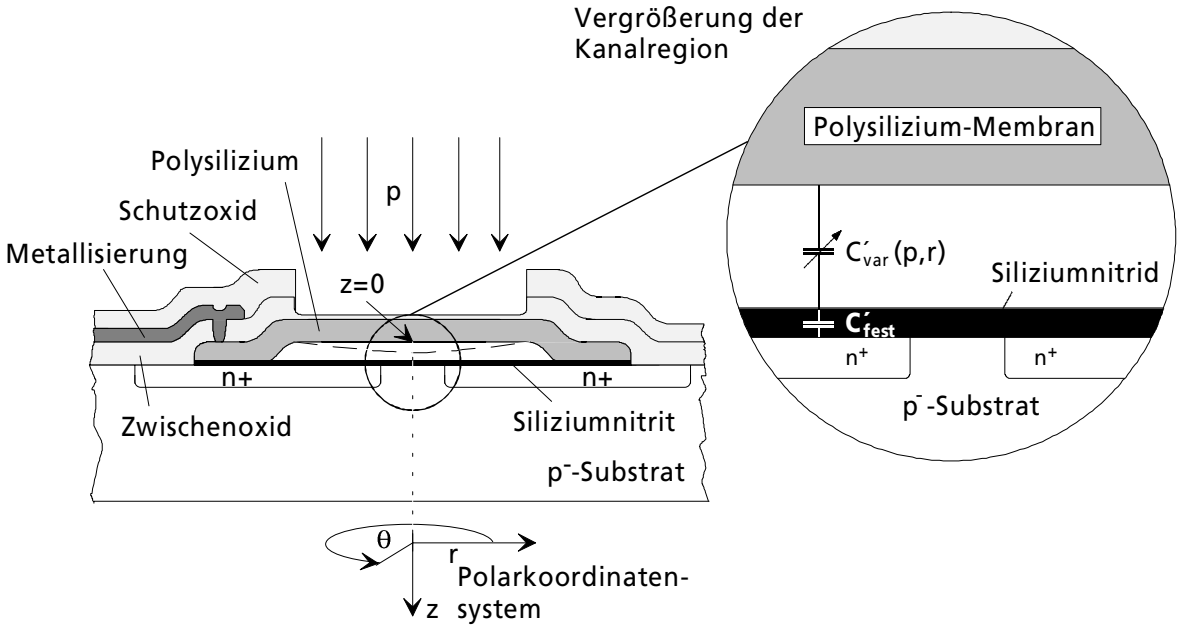


Bild 2.12 Querschnitt durch den druckempfindlichen Feldeffekt-Transistor

Da sich durch das Verschließen der Druckdose Siliziumnitrid Si_3N_4 auf der Kanaloberfläche abscheidet, berechnet sich die resultierende Änderung der gesamten flächenbezogenen Gatekapazität $C'_g(p,r)$:

$$C'_g(p,r) = \frac{C'_{var}(p,r) \cdot C'_{fest}}{C'_{fest} + C'_{var}(p,r)} = \frac{\varepsilon_o \cdot \varepsilon_{Si_3N_4} \cdot \varepsilon_{vak}}{\varepsilon_{vak} \cdot d_{Si_3N_4} + \varepsilon_{Si_3N_4} \cdot d(p,r)} \tag{2.17}$$

aus der Reihenschaltung eines festen und variablen flächenbezogenen Kapazitätsanteils C'_{fest} und $C'_{var}(p,r)$. Mit Hilfe des bereits zuvor ermittelten Abstands d(p,r) gemäß Gleichung (2.11) ergibt sich in Abhängigkeit vom angelegten Druck p und dem Radius r der nachfolgende Ausdruck für die flächenbezogene Gatekapazität:

$$C'_g(p,r) = \frac{\varepsilon_o \cdot \varepsilon_{Si_3N_4} \cdot \varepsilon_{vak}}{\varepsilon_{vak} \cdot d_{Si_3N_4} + \varepsilon_{Si_3N_4} \cdot \left(d_0 - \frac{p}{2 \cdot D}\left(r_a^2 - r^2\right)\right)}. \tag{2.18}$$

Für die Untersuchung des Drucktransistors wird das im Anhang A dieser Arbeit beschriebene MOS-Level1-Modell [20] verwendet, das dem Modell von Shichman und Hodges [21] in leicht modifizierter Form entspricht. Anhand der Modellgleichungen kann erkannt werden, daß durch die Änderung des druckabhängigen Kapazitätsbelages $C'_g(p,r)$ gleich mehrere charakteristische Größen eines MOS-Transistors beeinflußt werden. Als wichtigste Größen sind hier die Schwellenspannung, Leitfähigkeits- und Substrateffektkonstante zu nennen:

$$U_T(p,r) = \Phi_{MS} - \frac{q \cdot N_{SS}}{C'_g(p,r)} + \Phi_S + \gamma(p,r) \cdot s\arg \tag{2.19}$$

$$B_0(p,r) = \mu_0 \cdot C'_g(p,r) \tag{2.20}$$

$$\gamma(p,r) = \frac{\sqrt{2 \cdot q \cdot \varepsilon_o \cdot \varepsilon_{Si} \cdot N_{SUB}}}{C'_g(p,r)}. \tag{2.21}$$

Bei der genaueren Betrachtung der Schwellenspannung $U_T(p,r)$ zeigt sich, daß die Verschiebung durch zwei Terme mit unterschiedlichen Vorzeichen verursacht wird. Das Vorzeichen der Schwellenspannungsverschiebung ist laut Gleichung (2.19) vom Verhältnis der Substratdotierung N_{SUB} zur Oberflächenladungsdichte N_{SS} abhängig. Die Oberflächenladungsdichte ist technologisch nicht gezielt einstellbar, gilt jedoch als Maß für die Güte eines Prozesses. Sie liegt üblicherweise in der Größenordnung von $10^{10}cm^{-2}$ und kleiner. Da sich jedoch im Gegensatz zum herkömmlichen Transistor auf der Kanaloberfläche kein spezielles Gateoxid, sondern eine dünne Schicht Siliziumnitrid befindet, kann über die Größe der Oberflächenladungsdichte N_{SS} keine konkrete Aussage getroffen werden. **Bild 2.13** zeigt, wie sich die Schwellenspannung $U_T(p,r)$ bei einer Substratdotierung von $1 \cdot 10^{15} \cdot cm^{-3}$ über dem Gateabstand d(p,r) mit der Oberflächenladungsdichte N_{SS} als Parameter verändert. Dieses Bild verdeutlicht, daß im Vakuum bei d(p,r)=800nm je nach Oberflächenladungsdichte N_{SS} und Substratdotierung N_{SUB} sowohl selbstsperrende als auch selbstleitende Transistoren entstehen können. Für eine übliche Substratdotierung von $1 \cdot 10^{15} \cdot cm^{-3}$ ist die Schwellenspannung für eine kleine Anzahl an Oberflächenladungen von $1 \cdot 10^{10} \cdot cm^{-2}$ positiv, wird aber mit steigender Oberflächenladungsdichte N_{SS} zunehmend kleiner bis in den Bereich negativer Schwellenspannungen. In Bereichen, in denen die Membran auf der Isolatoroberfläche aus Siliziumnitrid aufliegt (d(p,r)=0nm), ist die Variation der Schwellenspannung $U_T(p,r)$ bei einer Veränderung der Oberflächenladungsdichte

N_{SS} weitaus kleiner. Ähnlich wie beim nichtimplantierten Standardtransistor liegt die Schwellenspannung bei leicht negativen Werten.

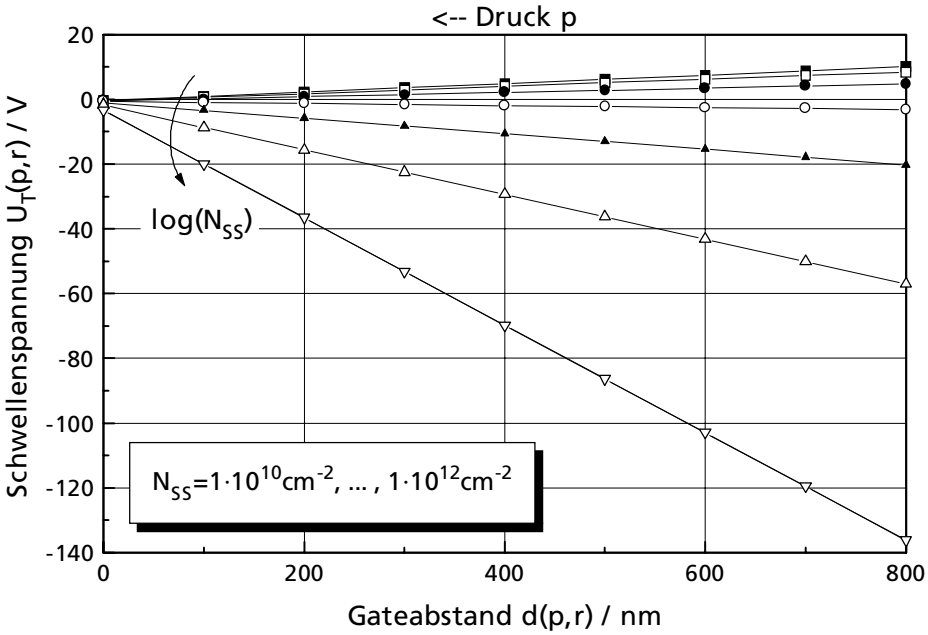


Bild 2.13 Schwellenspannung $U_T(p,r)$ über variablen Gateabstand d(p,r) parametrisiert mit N_{SS}

Das Vorzeichen kann jedoch innerhalb gewisser Grenzen gezielt durch die Substratdotierung N_{SUB} eingestellt werden. Das nachfolgende **Bild 2.14** zeigt die Schwellenspannungsverschiebung in Abhängigkeit vom Gateabstand d(p,r) mit N_{SUB} als Parameter bei einer Oberflächenladungsdichte N_{SS} von $6 \cdot 10^{10} cm^{-2}$.

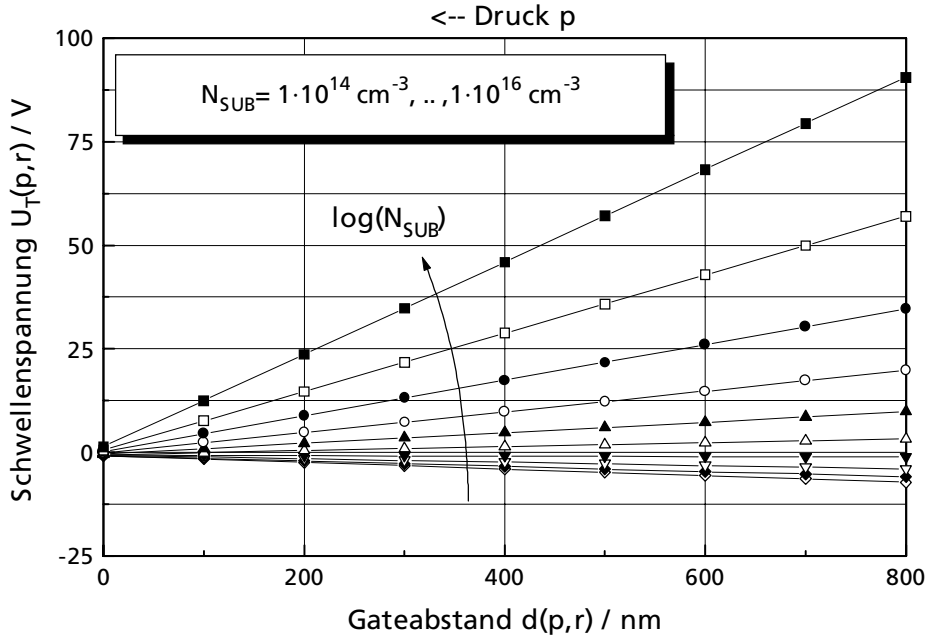


Bild 2.14 Schwellenspannung $U_T(p,r)$ über variablen Gateabstand d(p,r) parametrisiert mit N_{SUB}

Aber nicht nur die Verschiebung der Schwellenspannung $U_T(p,r)$ ist für eine Änderung des Stromflusses durch den unter der beweglichen Membran integrierten Feldeffekt-Transistor verantwortlich, sondern auch die Änderung der Leitfähigkeitskonstanten B_0. Für eine möglichst große Druckempfindlichkeit $S=\partial I_{DS}/\partial p$ muß sich sowohl der Betrag der Sättigungsspannung U_{DSAT} als auch die Leitfähigkeitskonstante B_0 vergrößern. Damit sich der Betrag der Sättigungsspannung U_{DSAT} vergrößert, muß sich die Schwellenspannung $U_T(p,r)$ bei einem selbstsperrenden MOS-Transistor mit zunehmendem Druck verkleinern, bei einem selbstleitenden Transistor vergrößern. Da dieses Verhalten mit dem aus Bild 2.14 korrespondiert, und sich die Leitfähigkeitskonstante B_0 ebenfalls mit zunehmendem Druck vergrößert, kompensieren sich diese beiden auftretenden Effekte nicht, sondern verstärken sich gegenseitig. Mit den zuvor angegebenen Ausdrücken für die druck- und ortsabhängige Schwellenspannung $U_T(p,r)$ sowie Leitfähigkeitskonstante $B_0(p,r)$ kann der druckabhängige Drainstrom durch den mikromechanischen Feldeffekt-Transistor:

$$I_{DS}(p) = \frac{1}{L} \cdot \int_C I_{DS}(p,r)\, ds \tag{2.22}$$

berechnet werden. Der Integrationsweg C ergibt sich aus dem Verlauf des Kanals unter der mikromechanischen Membran. Prinzipiell sind beliebige geometrische Kanalverläufe des Transistors denkbar. Für die nachfolgende Berechnung und die Anfertigung von Teststrukturen sind radialsymmetrische Kanalverläufe, wie in **Bild 2.15** gezeigt, verwendet worden.

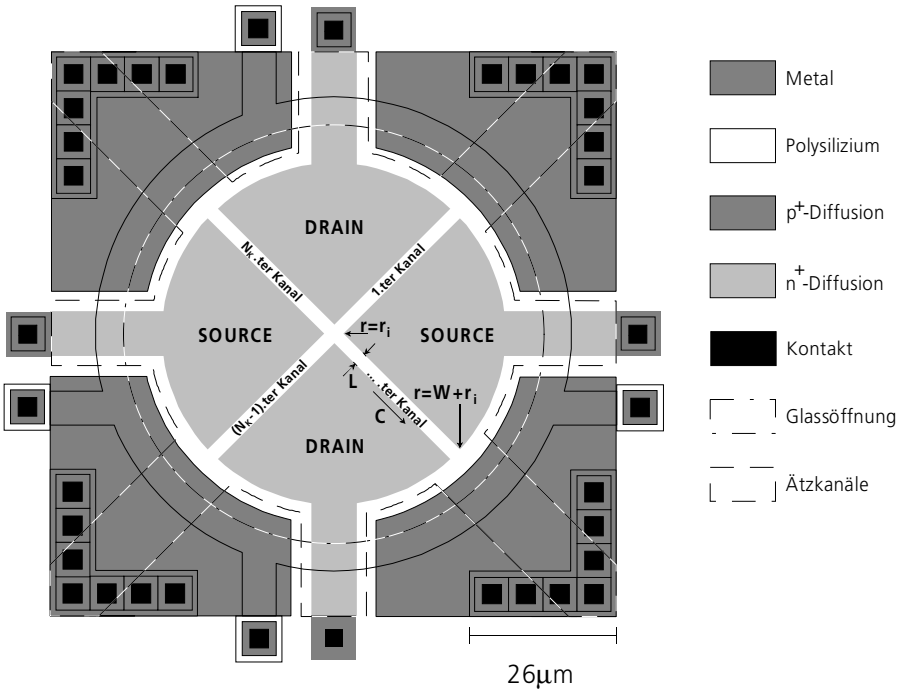


Bild 2.15 Layout eines Drucktransistors mit N_K radialsymmetrisch verlaufenden Kanälen

Aufgrund der Radialsymmetrie ist der Integrationsweg C für Kanalstrukturen mit einer geringen Kanallänge L näherungsweise nur vom Radius r abhängig. Die Stromberechnung gemäß Gleichung 2.22 erfolgt nur für einen Kanal und wird je nach Anzahl an Kanälen für die Berechnung des druckabhängigen Gesamtstroms $I_{DS}(p)$ mit einem Faktor N_K multipliziert. Damit selbst bei Auflage der Abstand d(p,r) der Gateelektrode zur Kanaloberfläche realistisch vorhergesagt werden kann, wird - wie bereits zuvor bei den kapazitiven Druckdosen - der Abstand über den nichtlinearen Ansatz berechnet. Da die Lösung der nichtlinearen DGL nur noch numerisch mit der Methode der finiten Differenzen berechnet werden kann, wird das Kanalgebiet in endliche Teilbereiche Δr zerlegt. Für jeden dieser Teilbereiche kann ein Abstand d(p,r) berechnet werden, der als Grundlage zur nachfolgenden Stromberechnung dient. **Bild 2.16** zeigt die resultierenden Gateabstände d(p,r) über dem diskretisierten Kanalgebiet, die sich unterhalb einer vom Durchmesser her 70µm großen Membran einstellen. Zusätzlich sind in diesem Bild die Gateabstände noch über den aktuell anliegenden Druck p parametrisiert.

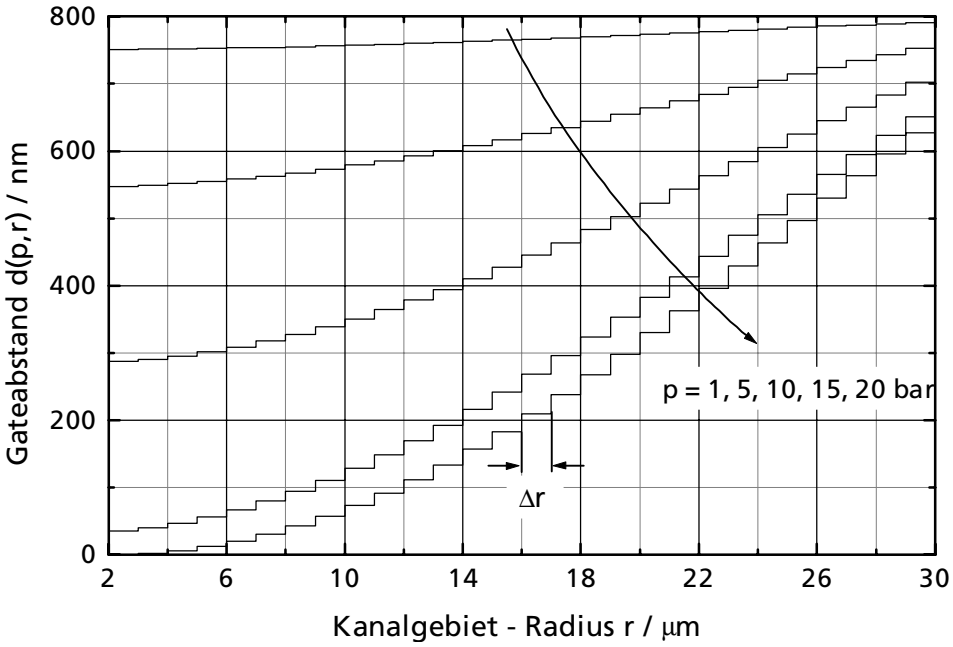


Bild 2.16 numerisch berechnete Gateabstände d(p,r)

Aufgrund der Diskretisierung Δr und eines radialsymmetrischen Kanalverlaufs reduziert sich die Stromberechnung nach Gleichung (2.22) auf eine Summation von N diskreten Transistorelementen mit jeweils unterschiedlichen Gateabständen d(p,r):

$$I_{DS}(p) \cong N_K \cdot \frac{1}{L} \cdot \sum_{i=1}^{N} \left[\int_{a\langle i\rangle=(i-1)\cdot\Delta r+r_i}^{b\langle i\rangle=i\cdot\Delta r+r_i} I_{DS}(p,r)\, dr \right], \tag{2.23}$$

deren Anzahl $N = W/\Delta r$ von der Diskretisierungsschrittweite Δr und der Weite W des betrachteten Kanals abhängt.

Die obere und untere Integrationsgrenze ist von dem Laufindex i der Summe abhängig und um die radiale Anfangslage r_i des betrachteten Kanals verschoben. Im hier vorliegenden Beispiel aus Bild 2.15 besitzt ein Kanal eine Weite W von 28µm und beginnt bei einem Radius $r=r_i$ von 2µm. Da der Gateabstand d(p,r) aufgrund der Diskretisierung über Δr als konstant angenommen werden kann, ist der Drainstrom $I_{DS}(p,r)$ eines diskreten Transistorelements ebenfalls konstant und kann aus dem obigen Integral herausgezogen werden:

$$I_{DS}(p) = N_K \cdot \frac{1}{L} \cdot \sum_{i=1}^{N=28} \left[I_{DS}\left(p, a\langle i\rangle\right) \cdot \int_{a\langle i\rangle=(i-1)\cdot\Delta r+r_i}^{b\langle i\rangle=i\cdot\Delta r+r_i} dr \right], \tag{2.24}$$

wobei $a\langle i\rangle = (i-1)\cdot\Delta r + r_i$ die untere und vom Laufindex i abhängige Integrationsgrenze angibt. Eine einfache Integration der Gleichung (2.24) ergibt dann den Drainstrom $I_{DS}(p)$ des Transistors, der nur noch vom Druck p abhängt:

$$I_{DS}(p) = N_K \cdot \frac{\Delta r}{L} \cdot \sum_{i=1}^{N=28} I_{DS}\left(p, a\langle i\rangle\right). \tag{2.25}$$

Mit Hilfe der modifizierten MOS1-Modellgleichungen aus Anhang A, die bereits zuvor für die Berechnung der veränderlichen Schwellenspannung, Leitfähigkeits- und Substrateffektkonstante verwendet wurden, kann der Drainstrom $I_{DS}(p)$ des mikromechanischen Drucktransistors mit radialsymmetrisch verlaufenden Kanälen letztendlich durch die nachfolgenden Stromgleichungen beschrieben werden. Dabei werden die Bereiche der schwachen sowie starken Inversion unterschieden, und es werden zusätzlich nichtideale Effekte wie die Kanallängenmodulation und die Beweglichkeitsreduktion der im Kanal befindlichen Ladungsträger berücksichtigt, die für eine ausreichende Genauigkeit des Modells sorgen. Für Gate-Source-Spannungen U_{GS} unterhalb einer sogenannten Einschaltspannung:

$$U_{ON}(p,r) = U_T(p,r) + n_S(p,r) \cdot U_{temp} \tag{2.26}$$

mit:

$$n_S(p,r) = 1 + \frac{q \cdot NFS + \dfrac{\gamma(p,r) \cdot C_g^{'}(p,r)}{2 \cdot \sqrt{\Phi_S - U_{BS}}}}{C_g^{'}(p,r)}. \tag{2.27}$$

befindet sich der Kanal des Transistors im Zustand der schwachen Inversion und der Drainstrom $I_{DS}(p)$ berechnet sich in diesem Bereich zu:

$$I_{DS}(p) = N_K \cdot \frac{\Delta r}{L} \cdot \sum_{i=1}^{N=28} I_{DSON} \cdot \exp\left(\frac{\left(U_{GS} - U_{ON}\left(p, a\langle i\rangle\right)\right)}{n_S\left(p, a\langle i\rangle\right) \cdot U_{temp}} \right) \tag{2.28}$$

Überschreitet dagegen die Gate-Source-Spannung U_{GS} den Wert der Einschaltspannung U_{ON}, so verläßt der Transistor den Bereich der schwachen Inversion und geht in die starke Inversion über. In der starken Inversion sind je nach Drain-Source-Spannung zwei Bereiche - das Trioden-

und das Sättigungsgebiet - zu unterscheiden. Ist die Drain-Source-Spannung U_{DS} kleiner als die Sättigungsspannung U_{DSAT}, so befindet sich der Transistor im Triodengebiet, und es gilt die nachfolgende Stromgleichung:

$$I_{DS}(p) = N_K \cdot \frac{\Delta r}{L} \cdot \sum_{i=1}^{N=28} \left[\frac{B_0(p, a\langle i\rangle) \cdot \left(\left(U_{GS} - U_T(p, a\langle i\rangle)\right) - \frac{1}{2} \cdot U_{DS} \right) \cdot U_{DS} \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DS})}{\left(1 + \Theta \cdot \left(U_{GS} - U_T(p, a\langle i\rangle)\right)\right) \cdot \left(1 + \frac{U_{DS}}{E_C \cdot L_{eff}}\right)} \right]. \tag{2.29}$$

Wird die Drain-Source-Spannung U_{DS} größer als die zuvor erwähnte Sättigungsspannung U_{DSAT}, geht der mikromechanische Transistor in das Sättigungsgebiet über, und der Strom berechnet sich gemäß der nachfolgenden Gleichung in Abhängigkeit vom Druck p zu:

$$I_{DS}(p) = N_K \cdot \frac{\Delta r}{L} \cdot \sum_{i=1}^{N=28} \left[\frac{B_0(p, a\langle i\rangle) \cdot \left(\left(U_{GS} - U_T(p, a\langle i\rangle)\right) - \frac{1}{2} \cdot U_{DSAT} \right) \cdot U_{DS} \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DS})}{\left(1 + \Theta \cdot \left(U_{GS} - U_T(p, a\langle i\rangle)\right)\right) \cdot \left(1 + \frac{U_{DSAT}}{E_C \cdot L_{eff}}\right)} \right] \tag{2.30}$$

Mit Hilfe dieses Modells kann die Druckcharakteristik, d.h. das Verhalten des Drainstrom I_{DS} über dem aktuell anliegenden Druck p simuliert werden [25]. Mit Hilfe dieser Ergebnisse kann die Empfindlichkeit des Drucktransistors berechnet werden. Zur vollständigen Beschreibung des Drucktransistors müssen noch die Ausgangs- und Eingangskennlinienfelder angegeben werden. Alle nachfolgenden Simulationsergebnisse des mikromechanischen Drucktransistors basieren auf einem Membranradius r_a von 35µm und einer Kanallänge L von 3,6µm. Zusätzlich werden die in der **Tabelle 2.1** aufgelisteten mechanischen, geometrischen und technologischen Parameter als Berechnungsgrundlage verwendet.

Tabelle 2.1 verwendete Parameterliste für den Drucktransistor

Elastizitätsmodul	E	$8 \cdot 10^{10}$ N/m²
Querkontraktionszahl	ν	0,3
Biegesteifigkeit der Membran	D	$2{,}473 \cdot 10^{-8}$ kg·m²/sec²
Dicke der Membran	h	1,5µm
Membranradius	r_a	35µm
Gateabstand bei p=0bar	d(0,r)	800nm
Isolatordicke von Si_3N_4	$d_{Si_3N_4}$	125nm
Substratdotierung	N_{SUB}	$1 \cdot 10^{15}$ cm^{-3}
Oberflächenladungsdichte	N_{SS}	$6 \cdot 10^{10}$ cm^{-2}
Dotierung der Membran	N_{GATE}	$1 \cdot 10^{20}$ cm^{-3}

Bei Verwendung der in der Tabelle 2.1 aufgelisteten mechanischen, geometrischen sowie technologischen Parameter kann die Druckcharakteristik berechnet werden, die in dem nachfolgenden **Bild 2.17** dargestellt ist. Ein Vergleich mit der Druckabhängigkeit des kapazitiven Sensorelements aus Bild 2.9 ergibt eine große Ähnlichkeit der Kurvenverläufe. Diese Tatsache ist nicht weiter verwunderlich, da die strombestimmenden Größen wie Schwellenspannung und Leitfähigkeitskonstante ausnahmslos über die Änderung der flächenbezogenen Gatekapazität $C'_g(p,r)$ moduliert werden.

Typisch ist hier der exponentiell ansteigende Verlauf vor Auflage der Membran auf der Kanaloberfläche und die lineare Abhängigkeit nach dem Erreichen des Auflagepunktes. Der Auflagepunkt liegt im Gegensatz zu Bild 2.9 bei einem Druck von 16bar, da der Radius der beweglichen Membran mit 35µm deutlich kleiner gewählt wurde. Unterhalb des Auflagedrucks p_A wird die Stromänderung von der durch die umgekehrt proportional zum Gateabstand d(p,r) abhängige Leitfähigkeitskonstante B_0 dominiert. Nach der Auflage der Membran steigt der Strom nur noch linear mit zunehmendem Druck p an, da sich die Membran über die Weite W des Kanals abrollt. Die mechanischen Eigenschaften der Membran unterliegen technologischen Schwankungen, so daß der Auflagedruck p_A innerhalb einer gewissen Grenze (~5% vom gewünschten Auflagedruck [26]) variiert. Zusätzlich zu dieser Tatsache führt das starke Ansteigen der Nichtlinearität kurz vor der Auflage zu einer Limitierung des Arbeitsbereiches auf Werte, die erfahrungsgemäß bei der Hälfte des Auflagedrucks p_A liegen.

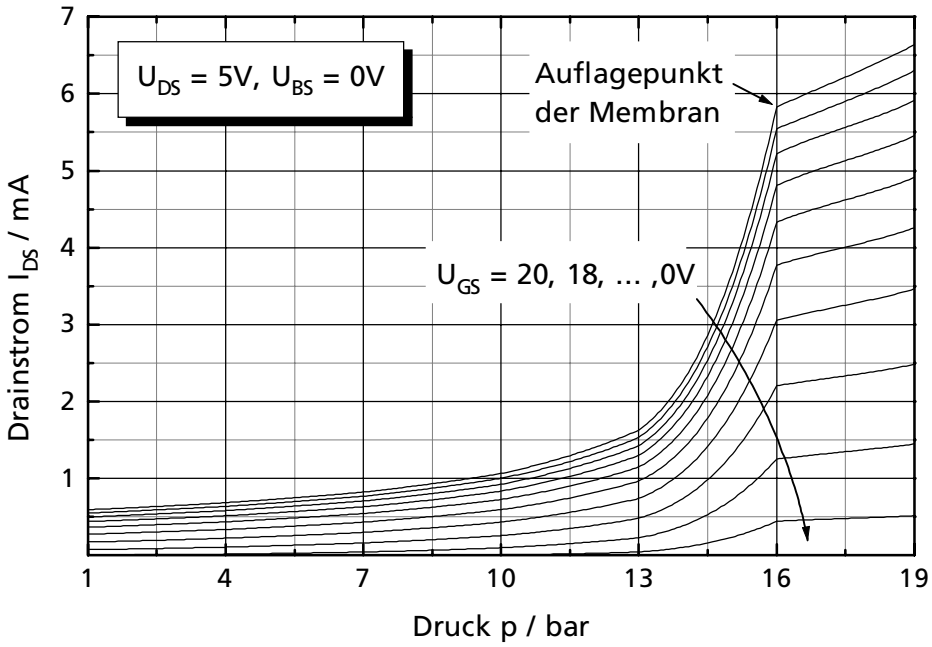


Bild 2.17 Druckcharakteristik des mikromechanischen Drucktransistors

Bild 2.18 zeigt die aus Bild 2.17 berechnete Empfindlichkeit $S=\partial I_{DS}/\partial p$ des Drucktransistors in Abhängigkeit vom Druck p mit der Gate-Source-Spannung U_{GS} als Parameter. Die Empfindlichkeit steigt unterhalb des Auflagedrucks p_A mit zunehmendem Druck an. Kurz nach Erreichen des Auflagedrucks nimmt die Empfindlichkeit auf einen konstanten Wert ab, da der Strom aus Bild 2.17 nur noch linear mit einer geringeren Steigung anwächst. Zudem kann über eine größere Gate-Source-Spannung die Empfindlichkeit weiter gesteigert werden. Die Empfindlichkeit liegt bei der Hälfte des Auflagedrucks mit Werten zwischen 2,3nA/mbar und 80nA/mbar um ein Vielfaches niedriger als beim Auflagedruck. Hier liegen die erreichbaren Werte je nach Gate-Source-Spannung U_{GS} zwischen 0,35µA/mbar und 1,6µA/mbar deutlich über den Werten beim halben Auflagedruck.

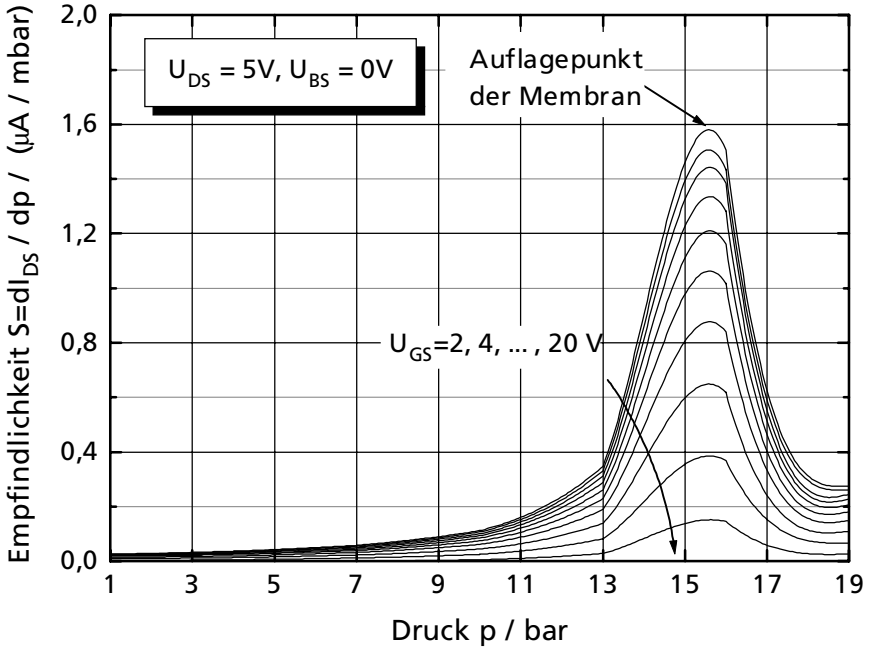


Bild 2.18 Empfindlichkeit S des mikromechanischen Drucktransistors

Zur vollständigen Charakterisierung des Drucktransistors kommt noch das Ausgangs- und Eingangskennlinienfeld hinzu. Beim Ausgangskennlinienfeld in **Bild 2.19** ist nicht wie üblich die Gate-Source-Spannung U_{GS}, sondern der Druck p als Parameter aufgetragen. Die Gate-Source-Spannung wurde bei der Aufnahme des Ausgangskennlinienfeldes fest auf 5V gehalten, während der Druck p von 1 bis 20bar mit einer Schrittweite von 1bar variiert wurde. Bis zur Auflage der Membran steigt der Strom umgekehrt proportional zum Druck p an. Nach der Auflage ändert sich der Strom mit zunehmendem Druck p nur noch linear in äquidistanten Schritten. Durch den implementierten Effekt der Kanallängenmodulation in das Modell des Drucktransistors steigt der Drainstrom auch nach dem Erreichen der Sättigungsspannung U_{DSAT} weiter an, wodurch der Ausgangswiderstand einen endlichen Wert annimmt.

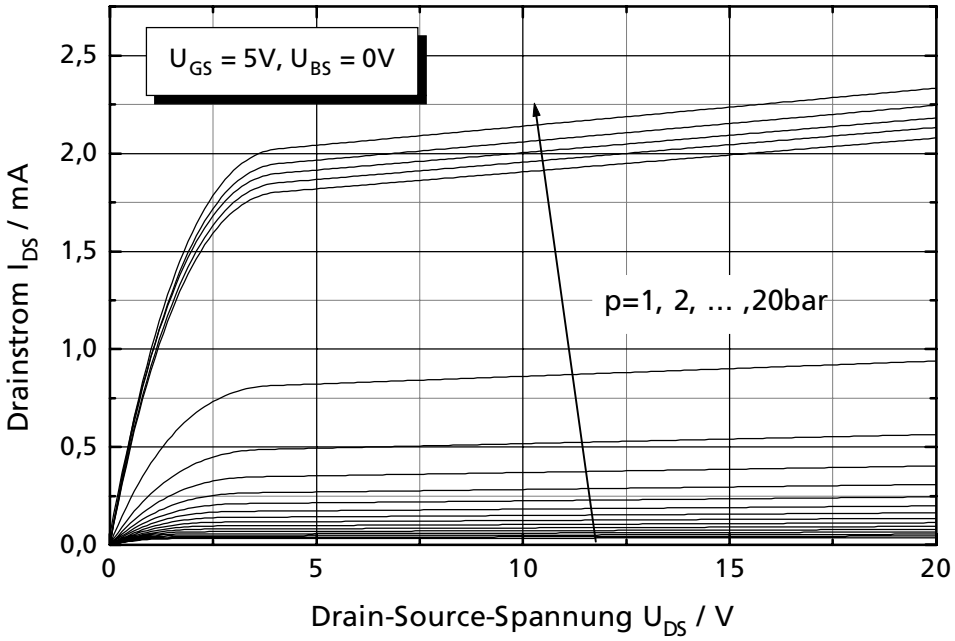


Bild 2.19 Ausgangskennlinienfeld des mikromechanischen Drucktransistors

Wird die Gate-Source-Spannung U_{GS} bei konstanter Drain-Source-Spannung U_{DS} variiert, so erhält man das in **Bild 2.20** gezeigte Eingangskennlinienfeld. Anhand des Bildes sind die Erhöhung der Steilheit bzw. der Leitfähigkeitskonstanten B_0 und die Verschiebung der Schwellenspannung U_T deutlich zu erkennen. Ebenfalls ist durch die implementierte Geschwindigkeitssättigung eine Abnahme der Steilheit bei hohen Gate-Source-Spannungen zu bemerken (Abweichung von der in Bild 2.20 eingezeichneten Geraden).

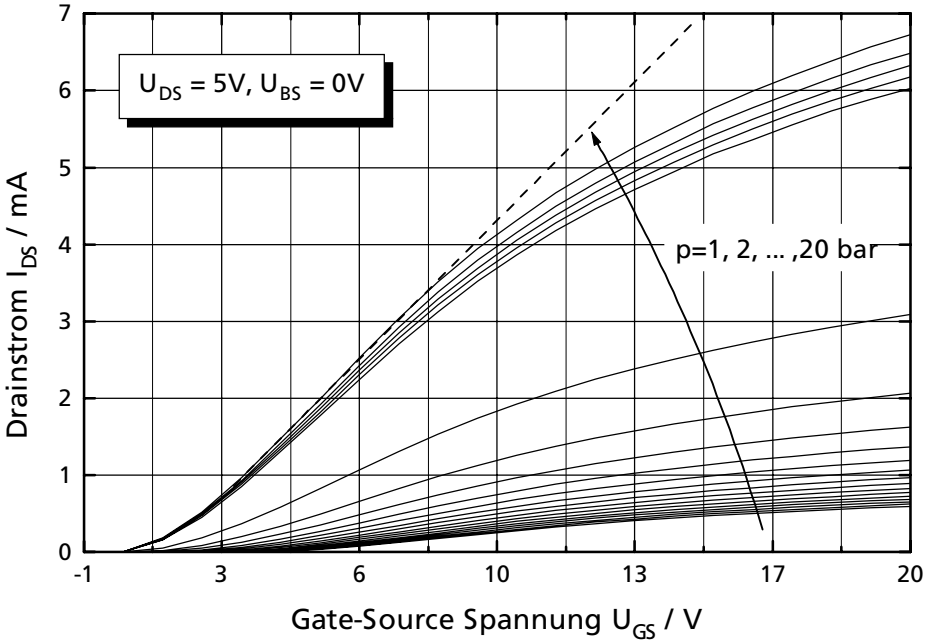
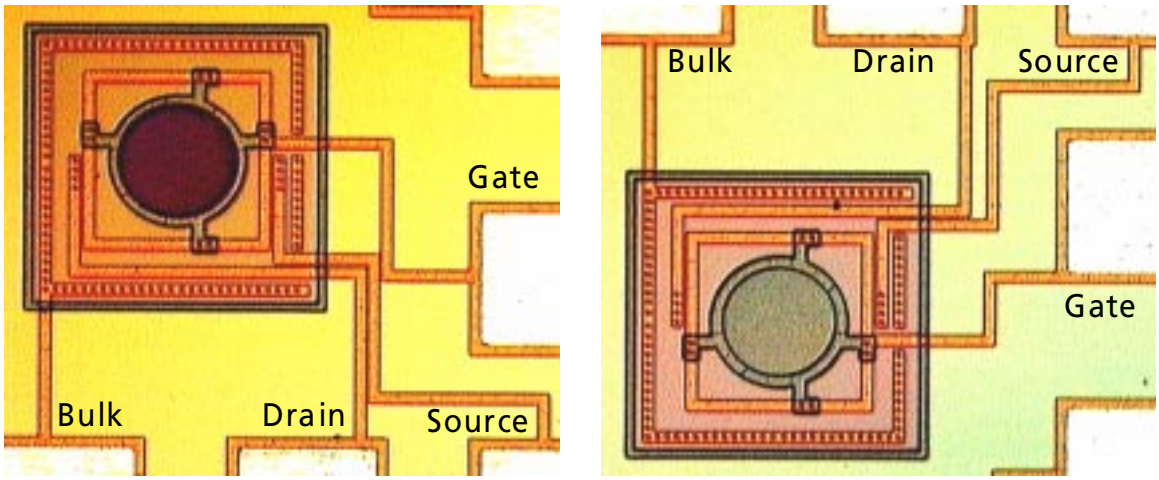


Bild 2.20 Eingangskennlinienfeld des mikromechanischen Drucktransistors

Ein sicheres Anzeichen für das Aufliegen der Gateelektrode auf der Kanaloberfläche ist unmittelbar nach der maximalen Stromänderung - kurz vor Auflage der Membran - ein nahezu lineares Ansteigen des Drainstroms.

Zur Verifizierung der Simulationsergebnisse wurden für den zuvor behandelten Drucktransistor Teststrukturen angefertigt. **Bild 2.21 a)** zeigt den fertig prozessierten Drucktransistor als Sensorelement, bei dem das zusätzlich versteifende Siliziumoxid oberhalb der Membran entfernt wurde. Im Gegensatz dazu wurde beim Referenzelement aus **Bild 2.21 b)** das Silizumoxid zur zusätzlichen Versteifung auf der Membran belassen. Sensor- und Referenzelement besitzen dabei einen Membranradius r_a von jeweils 35µm. Die Temperaturabhängigkeit kann über eine Differenz- oder Quotientenbildung zwischen Sensor- und Referenzkapazität stark unterdrückt werden, da Sensor- und Referenzelement nahezu den gleichen Temperaturgang besitzen. Speziell die Quotientenbildung kann sehr einfach über einen Stromspiegel realisiert werden.



a) b)

Bild 2.21 a) Chipphotografie des Sensorelements (r_a=35µm)
b) des Referenzelements (r_a=35µm)

Erste Messungen an den Teststrukturen bestätigten das zuvor ausführlich beschriebene physikalische Prinzip des Drucktransistors. **Bild 2.22** zeigt ein gemessenes Ausgangskennlinienfeld, bei dem die Gate-Source-Spannung U_{GS} konstant auf einem festen Potential gehalten und der Druck p variiert wurde. Der Druck wurde vom Umgebungsdruck aus bis zu einem Druck von 21bar mit einer gleichmäßigen Schrittweite von jeweils 2bar erhöht. Bei der Messung der Teststrukturen stellte sich jedoch heraus, daß der Transistor im Gegensatz zu den zuvor simulierten Ergebnissen im Vakuum selbstleitendes Verhalten zeigte und erst mit steigendem Druck zunehmend gesperrt werden konnte. Erinnern wir uns hierzu an den Anfang des Unterkapitels, in dem die Abhängigkeit der Schwellenspannung von der Anzahl an Oberflächenladungen untersucht wurde.

Fazit war, daß mit zunehmender Oberflächenladungsdichte der Transistor zunehmend selbstleitendes Verhalten zeigte, d.h. die Schwellenspannung zu negativen Werten hin anstieg. Da keine konkrete Aussage über die Oberflächenqualität des Siliziumnitrids getroffen werden konnte, wurde für die Simulationen, deren Ergebnisse in den Bildern 2.17 bis 2.20 dargestellt sind, eine Oberflächenladungsdichte von $6 \cdot 10^{10} cm^{-2}$ angenommen, die der Güte eines üblichen Gateoxids entspricht, obwohl schon im vorhinein die Vermutung nahe lag, daß die Siliziumnitritschicht diese Oberflächengüte nicht erreichen würde.

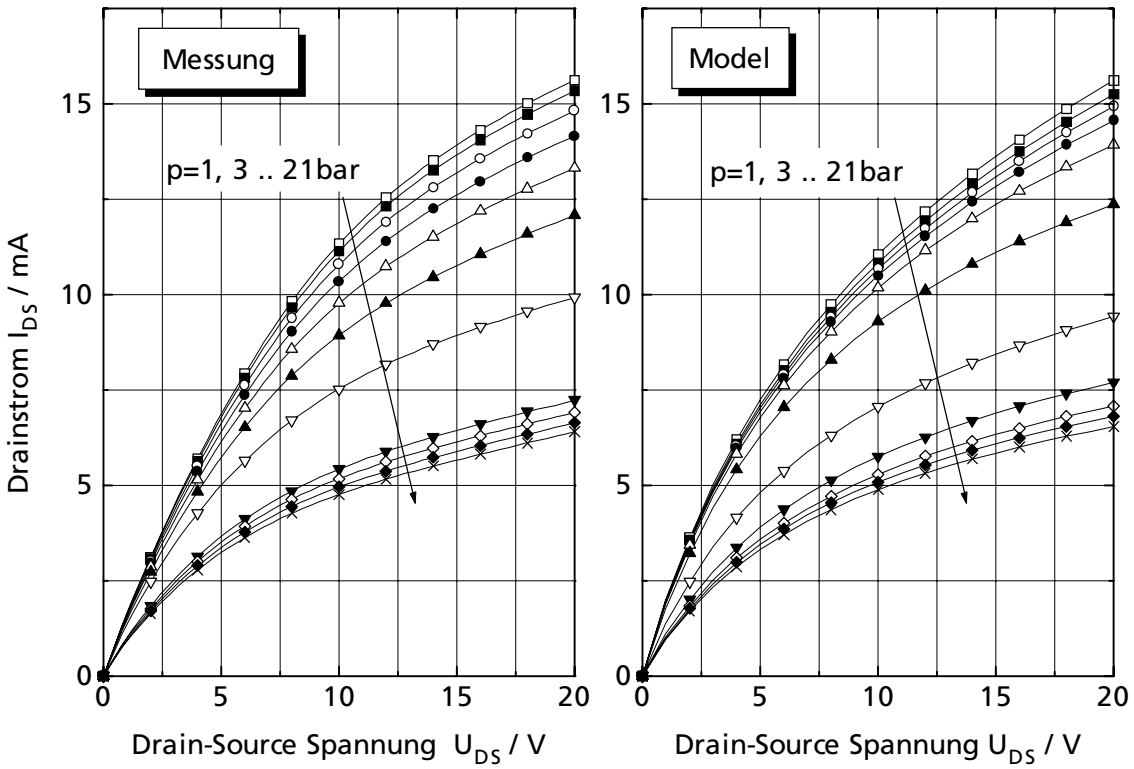


Bild 2.22 Vergleich der Ausgangskennlinienfelder: Messung und Modell mit angepaßter Oberflächenladungsdichte N_{SS}

Alle Meßergebnisse deuteten darauf hin, daß die stark negative Schwellenspannung auf eine hohe Anzahl an festen, positiven Ladungen in der Siliziumnitridschicht zurückzuführen ist. Diese festen Ladungen entstehen zum einen durch eine unebene Oberflächenstruktur und zum anderen durch nachfolgende Temperaturschritte im Herstellungsprozeß, indem Verbindungen an der Oberfläche aufbrechen und feste Ladungen hinterlassen, die je nach Vorzeichen die Schwellenspannung erhöhen oder erniedrigen. Durch eine Änderung der Oberflächenladungsdichte im Modell um mehr als eine Zehner-Potenz auf $1{,}65 \cdot 10^{12} cm^{-2}$ konnte diese Vermutung bestätigt werden, da das gemessene und simulierte Verhalten mit der modifizierten Oberflächenladungsdichte sehr gut übereinstimmte. Die Ursache der verbleibenden Abweichung zwischen Messung und Modell kommt zum Großteil durch die mechanische Modellierung der Membrandurchbiegung zustande. Einziges Manko bei den ersten vorliegenden Teststrukturen

war die stark negative Schwellenspannung, die bei üblichen Gate-Source-Spannungen von 0-5V nur den Betrieb des Transistors im Triodengebiet zuläßt. Somit verhält sich der mikromechanische Transistor wie ein druckabhängiger Widerstand. In diesem Gebiet erreicht der Transistor nicht die Empfindlichkeit, die er im Sättigungsbetrieb erzielen würde. Zur Erhöhung der Schwellenspannung gibt es mehrere Möglichkeiten. Eine dieser Möglichkeiten ist eine Schwellenspannungsimplantation, die die festen Ladungen in der Siliziumnitridschicht neutralisiert. Desweiteren kann über einen Verschluß der Druckdosen mit Siliziumoxid und einer nachfolgenden Versiegelung mit Siliziumnitrit nachgedacht werden [26]. Diese Maßnahme verhindert die Siliziumnitridabscheidung im Inneren der Druckdose. Der abschließende Nitritverschluß würde weiterhin eine zuverlässige Gasdichtigkeit der Druckdose gewährleisten. Die Vermutung, daß die Siliziumoxidschicht eine geringere Oberflächenladungsdichte besitzt als die Schicht aus Siliziumnitrid, kann jedoch nur die Herstellung und eine anschließende Messung zeigen. Eine dritte Möglichkeit besteht darin, den Transistor vollständig aus der Druckdose herauszuziehen, wie in **Bild 2.23** zu sehen ist.

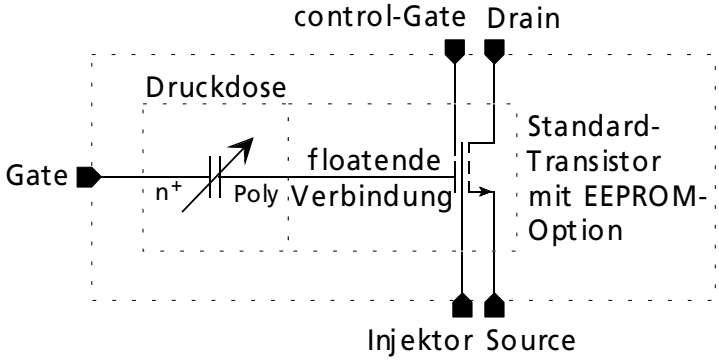


Bild 2.23 Drucktransistor mit EEPROM-Option

Die Dose dient wieder als druckempfindliche Kapazität, deren Polysilizium-Membran direkt an das Gate eines Standardtransistors mit definierter Schwellenspannung angeschlossen wird. Als Gate des Transistors fungiert nun die ganzflächige n^+-Gegenelektrode der druckempfindlichen Kapazität. Da die Verbindung zwischen Druckdose und Transistor "floatend" ist, wird eine EEPROM-Option eingebaut [27]. Mit Hilfe eines sog. "control-Gates" und eines Injektors ist es möglich, den Arbeitspunkt des Transistors bzw. das Potential der floatenden Verbindung zwischen der Polysilizium-Membran der Druckdose und dem Gate des Transistors gezielt einzustellen, wenn zwischen Injektor und control-Gate eine hohe Spannung angelegt wird. Je nach Polarität können positive oder negative Ladungsträger über ein spezielles Tunneloxid auf die floatende Verbindung gelangen und dort das Potential der Gateelektrode verändern. Wird die hohe Spannung zwischen control-Gate und Injektor zurückgenommen, so können die auf die floatende Verbindung aufgebrachten Ladungsträger nicht mehr entweichen. Somit bleibt das zuvor eingestellte Potential auf der floatenden Verbindung erhalten, bzw. gespeichert. Dieses Potential kann jederzeit wieder verändert oder gelöscht werden.

KAPITEL 3

Nichtlineare Approximationsverfahren zur Reduzierung nichtidealer Sensoreigenschaften

3.1 Einführung: Häufige Problemstellungen in der heutigen Sensorsignalverarbeitung

Neben den behandelten Drucksensoren aus dem vorhergehenden Kapitel existiert eine Menge anderer Sensoren, die ebenfalls nicht auf ihre Meßgröße alleine, sondern auf eine Vielzahl anderer Störgrößen empfindlich reagieren. Diese unerwünschten Störgrößen beeinflussen den physikalischen oder chemischen Meßeffekt eines Sensors derart, daß das Ergebnis der aufzunehmenden Meßgröße stark verfälscht wird [1]. Um das Ergebnis der Meßaufgabe zu verbessern, muß die Empfindlichkeit gegenüber den zu erwartenden Störgrößen verringert werden. Zu den Störgrößen werden alle physikalischen oder chemischen Größen gezählt, die nicht Gegenstand der eigentlichen Meßaufgabe sind. Die am häufigsten vorkommende Störgröße in der Sensorsignalverarbeitung ist zweifellos die Temperatur T, sofern sie nicht selbst die aufzunehmende Meßgröße darstellt. Diese Störgröße beeinflußt nicht nur den physikalischen Meßeffekt, sondern wirkt sich auch negativ auf die Bauelemente der verwendeten Sensorelektronik aus. Speziell bei der Messung von mechanischen Meßgrößen (z.B. Beschleunigung, Druck, Drehrate, Kraft u.v.a.m.) ist die Temperatur die dominierende Störgröße. Für eine Erhöhung der Selektivität des Sensors ist die Kompensation dieser Störgrößen unabdingbar. Ein weiteres Problem ist, daß die Kenndaten des Meßwertaufnehmers aufgrund von Material- und Prozeßfluktuationen während der Herstellung von ihren typischen Werten abweichen können. Um den Einfluß dieser Fertigungsstreuungen auszuschalten, ist eine Kalibration der Kenndaten einfach unerläßlich. Die Nichtlinearität gegenüber der Meßgröße ist ein weiterer Schwachpunkt vieler Sensoren [28]. Somit werden zusätzlich Linearisierungstechniken benötigt. Um Langzeiteinflüsse wie beispielsweise Alterungserscheinungen auszuschalten, ist eine dynamische Adaption des Sensorsystems bzgl. seiner Übertragungsfunktion erforderlich. Zusammenfassend liegen die Hauptaufgaben in der heutigen Entwicklung von Sensorsystemen in:

- der Kompensation von Querempfindlichkeiten,
- einer Linearisierung von Meßgrößen,
- einer Kalibration exemplarbedingter Fertigungsstreuungen sowie
- der Eliminierung von Langzeiteffekten.

Steht beispielsweise ein Sensor mit einem nichtlinearen Übertragungsverhalten $f_{S,I}(\mu^*)$ bzgl. seiner Meßgröße μ^* zur Verfügung, und können die Auswirkungen vorhandener Störgrößen auf das Sensorsignal toleriert werden, so muß lediglich eine Linearisierung der Sensorkennlinie erfolgen. Als Beispiele können die in Kapitel 2 behandelten kapazitiven Drucksensoren aufgeführt werden, die im Gegensatz zu den piezoresistiven Drucksensoren eine starke Nichtlinearität bzgl. der Meßgröße aufweisen. Die Indizierung der Meßgröße μ und im nachfolgenden auch der Störgröße λ mit jeweils einem Stern beinhaltet bereits eine Bewertung des dynamischen Verhaltens, das durch das konstruktiv-technologische Ansprechverhalten des Sensors sowie durch eine endlich, schnelle Veränderung der Meß- und Störgröße in der natürlichen Umgebung hervorgerufen wird [12]. Im allgemeinen kann dieses Verhalten durch einen Tiefpaßcharakter beschrieben werden. Damit das Ausgangssignal y_A die gewünschte Form:

$$y_A = k_{NP} + k_{GV} \cdot \mu^* \tag{3.1}$$

annimmt, muß nach der Linearisierung der Sensorkennlinie mit einer geeigneten Linearisierungsfunktion g_L, eine Einstellung der Grundverstärkung und eine anschließende Nullpunktskorrektur gemäß **Bild 3.1** stattfinden. Der additive Anteil k_{NP} dient zur Verschiebung des Nullpunkts bei nicht vorhandener Meßgröße, während der multiplikative Grundverstärkungsanteil k_{GV} zur Einstellung des Signalhubs am Ausgang bei maximal anliegender Meßgröße benötigt wird.

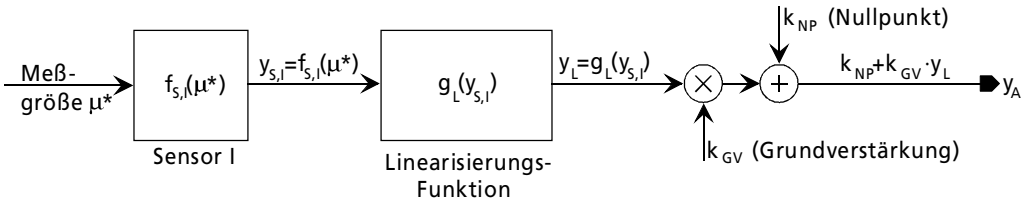


Bild 3.1 Linearisierung einer Sensorkennlinie

Wird das Ausgangssignal y_A nach Bild 3.1 berechnet:

$$\begin{aligned} y_A &= k_{NP} + k_{GV} \cdot y_L \\ &= k_{NP} + k_{GV} \cdot g_L\left(y_{S,I}\right) \\ &= k_{NP} + k_{GV} \cdot g_L\left(f_{S,I}(\mu^*)\right), \end{aligned} \tag{3.2}$$

so kann durch einen trivialen Vergleich mit Gleichung (3.1) erkannt werden, daß zur erfolgreichen Linearisierung eine Funktion g_L der Form:

$$g_L = f_{S,I}^{-1}, \tag{3.3}$$

mit einem reziproken Übertragungsverhalten der nichtlinearen Sensorkennlinie $f_{S,I}(\mu^*)$ benötigt wird.

Ein zweites Beispiel behandelt die Kompensation von Querempfindlichkeiten, das im nachfolgenden **Bild 3.2** dargestellt ist. Im vorliegenden Beispiel steht ein Sensor zur Verfügung, dessen Übertragungsverhalten:

$$f_{S,I}(\mu^*,\lambda^*) = f_A(\lambda^*)\cdot f_B(\mu^*) = f_{AE}(\lambda^*)\cdot f_B(\mu^*) + f_{AO}(\lambda^*) \tag{3.4}$$

sowohl von einer Meßgröße μ^* als auch von einer Störgröße λ^* beeinflußt wird. Meß- und Störgröße sind in diesem Fall voneinander separierbar, da das zweidimensionale Übertragungsverhalten $f_{S,I}(\mu^*,\lambda^*)$ des Sensors durch mehrere funktionale Zusammenhänge mit jeweils nur einer Variablen beschrieben werden kann. Hierbei gibt $f_B(\mu^*)$ das Übertragungsverhalten bzgl. der Meßgröße, $f_{AO}(\lambda^*)$ und $f_{AE}(\lambda^*)$ die durch die Störgröße hervorgerufene Drift des Offsets und der Empfindlichkeit an. Als Beispiel hierfür kann der piezoresistive Drucksensor aus Kapitel 2 aufgeführt werden, der das zuvor beschriebene Übertragungsverhalten besitzt. Der Druck p übernimmt dabei die Rolle der Meßgröße, während die Temperatur T als Störgröße auftritt. Im Gegensatz zur einfachen Linearisierung wird ein zusätzlicher, zweiter Sensor benötigt, der im Idealfall nur auf die zu eliminierende Störgröße reagiert. Im Fall der Störgröße Temperatur existieren ausgezeichnete Sensoren, die nur auf diese Störgröße reagieren, eine ausgezeichnete Linearität aufweisen und zudem noch für eine monolithische Integration geeignet sind.

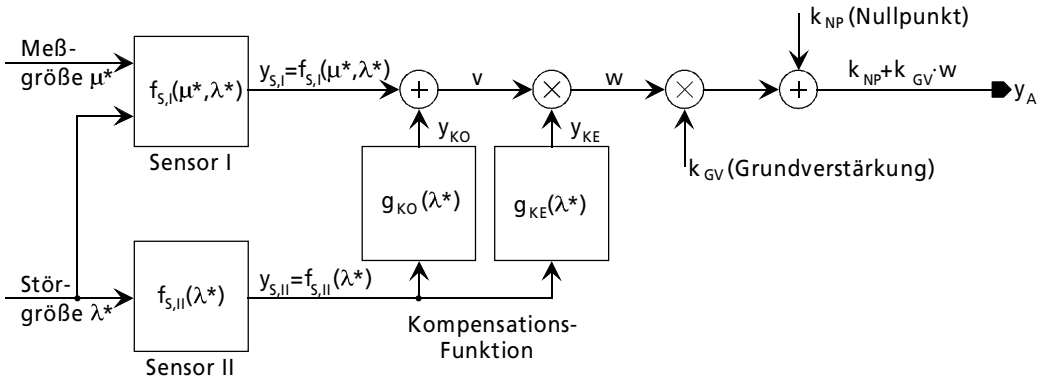


Bild 3.2 Kompensation von Querempfindlichkeiten

Das Ausgangssignal $y_{S,II}$ des zweiten Sensors wird als Argument für die Kompensationsfunktionen des Offsets und der Empfindlichkeit verwendet. Die durch die Störgröße hervorgerufene Drift des Offset und der Empfindlichkeit wird durch eine Addition und eine anschließende Multiplikation mit dem eigentlichen Sensorsignal $y_{S,I}$ korrigiert. Die Werte, die zur Korrektur verwendet werden, hängen dabei von den Funktionen g_{KO} und g_{KE} sowie der aktuell anliegenden Störgrößeninformation λ^* ab. Damit die Korrekturfunktionen getrennt, d. h. unabhängig voneinander eingestellt werden können, muß die Korrektur der störgrößenabhängigen Offsetdrift vor der Korrektur der Empfindlichkeitsdrift erfolgen.

Zusätzlich zur Kompensation der Störgrößeneinflüsse kann wie bereits bei der Linearisierung eine Grundverstärkung eingestellt und der Nullpunkt verschoben werden. Das Ausgangssignal y_A gemäß Bild 3.2 ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} y_A &= k_{NP} + k_{GV} \cdot w \\ &= k_{NP} + k_{GV} \cdot y_{KE} \cdot v \\ &= k_{NP} + k_{GV} \cdot y_{KE} \cdot \left[y_{KO} + y_{S,I} \right] \\ &= k_{NP} + k_{GV} \cdot g_{KE}(\lambda^*) \cdot \left[g_{KO}(\lambda^*) + f_{S,I}(\mu^*, \lambda^*) \right] \\ &= k_{NP} + k_{GV} \cdot g_{KE}(\lambda^*) \cdot \left[g_{KO}(\lambda^*) + \left(f_{AE}(\lambda^*) \cdot f_B(\mu^*) + f_{AO}(\lambda^*) \right) \right]. \end{aligned} \tag{3.5}$$

Wird das Übertragungsverhalten bzgl. der Meßgröße als linear angenommen, so stellt sich ebenso wie bei der Linearisierung durch einen Vergleich mit Gleichung (3.1) heraus, daß für die Kompensation von Offset und Empfindlichkeit zwei eindimensionale Funktionen g_{KO} und g_{KE} der Form:

$$g_{KO} = -f_{AO} \;\wedge\; g_{KE} = f_{AE}^{-1} \tag{3.6}$$

benötigt werden. Ist im Gegensatz dazu das Meßsignal nicht linear mit dem Sensorsignal $y_{S,I}$ verknüpft, so kann eine Kombination der Linearisierung aus Bild 3.1 und der zuvor beschriebenen Kompensation einer Querempfindlichkeit aus Bild 3.2 erfolgen. Das nachfolgende **Bild 3.3** zeigt den systematischen Aufbau, mit dem sowohl die Linearisierung als auch die Kompensation von Querempfindlichkeiten realisiert werden kann.

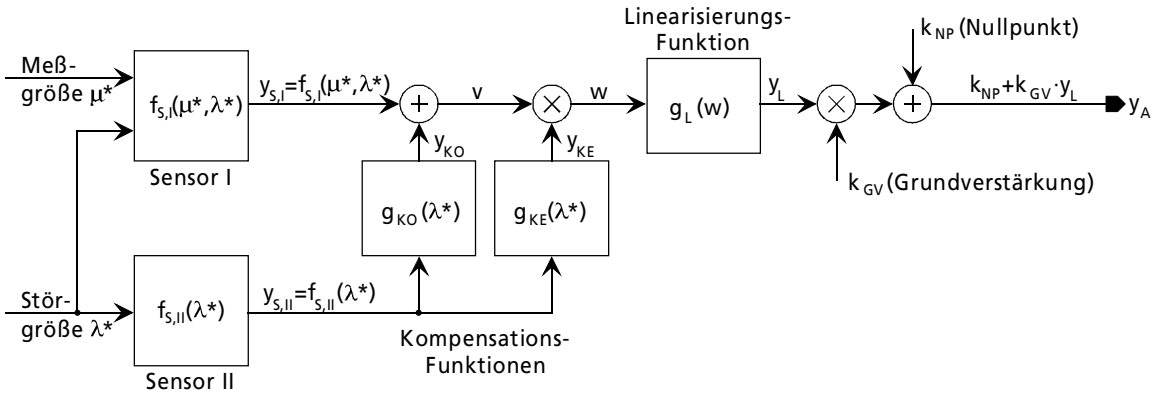


Bild 3.3 Linearisierung und Kompensation

Zur Korrektur der Querempfindlichkeiten werden die zwei Funktionen aus der obigen Gleichung (3.6) benötigt. Zur Linearisierung wird zudem eine Korrekturfunktion der Form:

$$g_L = f_B^{-1} \tag{3.7}$$

benötigt. Für die zuvor beschriebenen Verfahren muß das Sensorsystem nach der Herstellung mit Meß- und Störgrößen in geeigneter Reihenfolge beaufschlagt werden, um während einer sog. Kalibration die benötigten Korrekturinformationen zu bestimmen. Eine Kalibration mit einer geeichten Meßgröße ist und wird auch immer erforderlich bleiben; die Eliminierung uner-

wünschter Störgrößen dagegen könnte jedoch auch "On-Line" während des Betriebs oder beim Serientest ohne die Vorgabe von Referenzstörgrößen erfolgen. **Bild 3.4** zeigt ein System, das selbständig sein Übertragungsverhalten ändert, um gegenüber äußeren Störgrößen unempfindlich zu reagieren, wodurch eine größtmögliche Selektivität des Sensors ohne eine zeitaufwendige Kalibration erzielt werden kann.

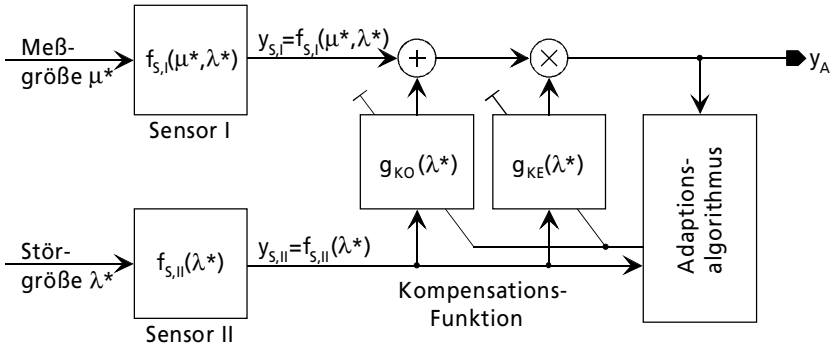


Bild 3.4 dynamische Adaption des Systemverhaltens

Eine Vorgehensweise zur Realisierung einer solchen Adaptation ist die Auswertung und Minimierung der während des Betriebs berechneten Korrelation zwischen dem Sensorsignal $y_{S,II}$, das die Störgröße aufnimmt, und dem zu kompensierenden Ausgangssignal y_A des Sensorsystems. Besteht beispielsweise eine Korrelation zwischen dem Ausgangssignal und der aufgenommenen Störgröße, so werden die Korrekturfunktionen g_{KO} und g_{KE} solange verändert, bis die Korrelation zwischen den beiden Größen minimal wird.

Es gibt noch eine Reihe weiterer Probleme, die jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht alle angesprochen werden können, da sie den Umfang bei weitem sprengen würden. Allen Lösungen gemein ist jedoch, daß die nichtidealen Sensoreigenschaften im Allgemeinen durch funktionale Zusammenhänge zu beseitigen sind. Die Argumente der Funktion werden je nach Anwendungsfall aus Meß- oder Störgrößeninformationen gewonnen. Die Funktionen selber weisen dabei häufig einen reziproken oder inversen Zusammenhang der jeweils nichtidealen Sensoreigenschaft auf, die beseitigt werden soll. Da jedoch diese funktionalen Zusammenhänge im vorhinein unbekannt sind und für jeden Sensor aufgrund von Prozeß- und Materialfluktuationen variieren können, muß für die Generierung der Funktionen ein hohes Maß an Flexibilität gefordert werden. Der wohl flexibelste Ansatz ist die Definition der zur Korrektur benötigten Funktion über eine endliche Anzahl an ausgewählten Meßpunkten. Die Funktionswerte werden an den ausgewählten Meßpunkten bei definiert vorgegebenen Eingangsgrößen derart ermittelt, daß sich die gewünschte Ausgangsgröße y_A einstellt. Unbekannte Funktionswerte zwischen den Meßpunkten müssen über entsprechend geeignete Approximationsmethoden der numerischen Mathematik berechnet werden. Die Genauigkeit der Approximation hängt dabei von der Bandbreite der nachzubildenden Funktion, der Anzahl und Verteilung der Meßpunkte sowie dem verwendeten Approximationsverfahren ab.

3.2 Geeignete Approximationsverfahren aus der numerischen Mathematik

Zu paarweise verschiedenen Argumenten x_0, x_1, ..., x_{n-1} seien die Werte y_0, y_1, ..., y_{n-1} gegeben. Eine solche Situation tritt z. B. bei Messungen auf, in denen y_i die zu x_i gehörigen Meßwerte sind. Hierbei spricht man von einer durch einen Datensatz (x_0,y_0), ..., (x_{n-1},y_{n-1}) gegebenen empirischen Funktion. Diese Funktion ist natürlich nicht eindeutig durch den Datensatz bestimmt, nehmen jedoch an, daß es eine solche Funktion gibt, die den gemessenen Daten genügt [29]. Die durch Meßdaten empirisch vorgegebene Funktion soll durch eine sog. Approximationsfunktion möglichst gut angenähert werden, damit zwischen den Meßpunkten liegende Funktionswerte berechnet werden können. Hierfür sind sowohl Regressions- als auch Interpolationsverfahren geeignet. Bei den *Regressionsverfahren* wird zumeist ein Polynom $P_m(x)$ m.ter Ordnung gewählt, das den Fehler zwischen n Meßwerten und dem approximierenden Ausgleichspolynom nach einer speziellen Norm minimiert. Zu den bekanntesten Normen gehört die sog. L_2-Norm, die auch unter dem Begriff „Methode der kleinsten Fehlerquadrate" geläufiger ist. Bei den elementaren *Interpolationsverfahren* wird ebenfalls ein Polynom $P_m(x)$ m.ter Ordnung bestimmt, das jedoch im Gegensatz zur Regression exakt durch die n vorgegebenen Meßpunkte verlaufen muß. **Bild 3.5** verdeutlicht den Unterschied zwischen der Interpolation und der Regression.

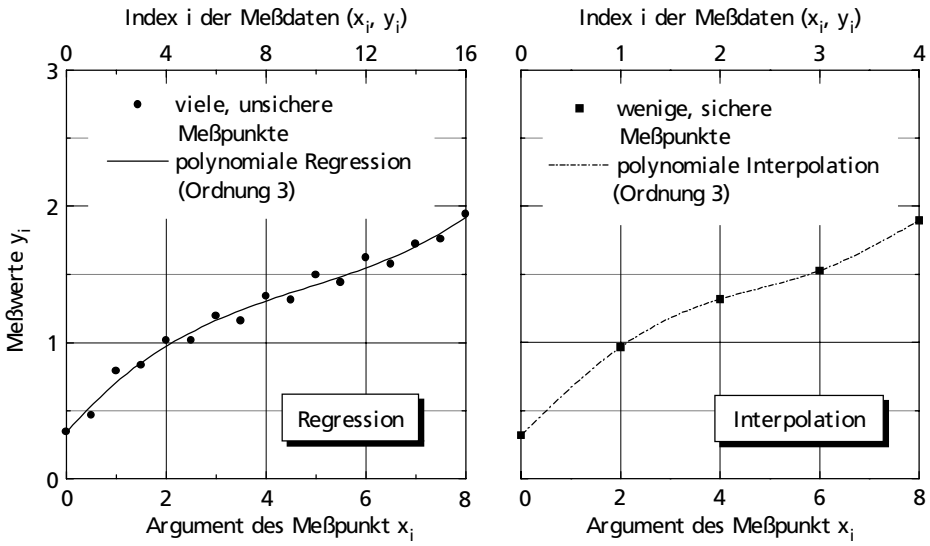


Bild 3.5 Vergleich von Regression und Interpolation

Während die Interpolation die Aufgabe besitzt, wenige, aber jedoch sichere Meßpunkte über eine möglichst „glatte" Funktion, d.h. im Sinne einer minimalen Gesamtkrümmung zu verbinden, verfolgt die Regression das Ziel, viele störungsbehaftete Meßdaten durch eine „glatte" Ausgleichsfunktion zu beschreiben [30]. Wird die so gefundene Funktion außerhalb des zugrunde liegenden Meßintervalls ausgewertet, so spricht man von der sogenannten *Extrapolation*.

3.2.1 Regressionsverfahren

Betrachtet sei das Problem, Funktionswerte einer empirisch gegebenen Funktion f(x) an einer beliebigen Stelle x innerhalb eines Approximationsintervalls I=[a,b] möglichst gut abzuschätzen, dessen Verlauf lediglich auf vielen, unsicheren Meßpunkten (x_i, y_i) basiert. Zunächst wird die Form der Approximationsfunktion gewählt. Hier finden häufig algebraische Polynome $P_m(x)$ vom Grad m gemäß der folgenden Gleichung:

$$P_m(x, c_0, \ldots, c_m) = \sum_{j=0}^{m} c_j \cdot x^j \tag{3.8}$$

als Approximationsfunktion Verwendung, wobei die Anzahl n der zur Verfügung stehenden Meßpunkte größer als der Grad m des gewählten Approximationspolynoms ist. Da auch andere Funktionszusammenhänge[1] für die Approximation genutzt werden, soll die Approximationsfunktion im nachfolgenden allgemein mit $\tilde{f}(x, c_0, \ldots, c_m)$ bezeichnet werden. Die Aufgabe besteht nun darin, innerhalb des Approximationsintervalles eine Funktion $\tilde{f}(x, c_0, \ldots, c_m)$ zu finden, die sich anhand eines noch zu definierenden Fehlerkriteriums an die gemessenen Funktionswerte y_i der realen Funktion f(x) möglichst gut annähert. Die Koeffizienten c_0 bis c_m der Approximationsfunktion werden dabei gewöhnlich durch die Minimierung des zuvor erwähnten Fehlerkriteriums gewonnen. Die Lösung der erhaltenen Approximationsfunktion $\tilde{f}(x, c_0, \ldots, c_m)$ verläuft daher im allgemeinen nicht exakt durch die vorgegebenen Meßpunkte. In dem nachfolgendem Abschnitt werden drei häufig verwendete Fehlerkriterien behandelt.

3.2.1.1 Fehlerkriterien für Regressionsverfahren

Sollen auftretende Meßfehler ε_i in den n zur Verfügung stehenden Meßwerten $y_i=f(x_i)+\varepsilon_i$ erkannt werden und nicht stark in die Approximation einfließen, so kann für die Bestimmung der Koeffizienten c_0 bis c_m eine mit den Faktoren p_i gewichtete Summe der absoluten Fehlerbeträge $\left|y_i - \tilde{f}(x_i, c_0, \ldots, c_m)\right|$ als Fehlerkriterium laut der nachfolgenden Gleichung:

$$E_1(c_0, \ldots, c_m) = \sum_{i=0}^{n-1} p_i \cdot \left|y_i - \tilde{f}(x_i, c_0, \ldots, c_m)\right| \overset{!}{=} \text{Min.} \tag{3.9}$$

verwendet werden. Die Gewichtsfaktoren p_i können dabei im einfachsten Fall zu eins gesetzt werden. Bei Minimierung des Fehlerkriteriums geht die Lösung des Problems in die sogenannte L_1-Approximation über.

---

[1] im Zusammenhang mit einer einfachen Lösungsmethode werden bevorzugt orthogonale Funktionen verwendet, die ein lineares Gleichungssystem mit m+1 Gleichungen und jeweils m+1 Unbekannten in ein Gleichungssystem überführen, in der jede der m+1-Gleichungen nur noch eine Unbekannte enthält.

Zur Bestimmung der m+1 freien Koeffizienten c_0 bis c_m müssen die partiellen Ableitungen des Fehlerkriteriums zu Null gesetzt und das daraus resultierende Gleichungssystem gelöst werden. Im Fall der absoluten Fehlerbeträge besteht jedoch die Schwierigkeit, daß die Betragsfunktion an der Stelle Null nicht stetig differenzierbar ist.

Wird im Gegensatz zur Methode der absoluten Fehlerbeträge eine gewichtete Summe der quadratischen Abweichungen $\left(y_i - f(x_i, c_0, \ldots, c_m)\right)$ gemäß des nachfolgenden Fehlerkriteriums minimiert:

$$E_2(c_0, \ldots, c_m) = \sum_{i=0}^{n-1} p_i \cdot \left(y_i - \tilde{f}(x_i, c_0, \ldots, c_m)\right)^2 \overset{!}{=} \text{Min.}, \tag{3.10}$$

so werden Ausreißer in den vorhandenen Meßwerten stärker in der Approximation berücksichtigt. Diese Methode wird in der Literatur der Ingenieurwissenschaften häufig als diskrete Approximation nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bezeichnet. Die Lösung dieses Problems wird L_2-Approximation genannt.

Zum Abschluß soll noch auf die sogenannte Minimax Methode eingegangen werden. Bei dieser Methode wird die größte vorkommende Abweichung mit dem Faktor p_i gewichtet und gemäß dem nachfolgendem Fehlerkriterium:

$$E_\infty(c_0, \ldots, c_m) = \max_i \left\{ p_i \cdot \left| y_i - \tilde{f}(x_i, c_0, \ldots, c_m) \right| \right\} \overset{!}{=} \text{Min.} \quad \forall \ i \in 0..n\text{-}1 \tag{3.11}$$

minimiert. Der Minimax Ansatz legt zuviel Gewicht auf einige wenige Punkte, die stark abweichen, wohingegen die Methode der absoluten Fehlerbeträge einfach den Fehler an den unterschiedlichen Meßpunkten mittelt und nicht hinreichend Gewicht auf einen Meßpunkt legt, der schlecht paßt. Die Methode der kleinsten Fehlerquadrate legt wesentlich mehr Gewicht auf einen solchen Ausreißer, verhindert aber, daß dieser Punkt die Approximation vollständig beherrschen kann [1].

3.2.1.2 Diskrete Approximation nach der Methode kleinster Fehlerquadrate

Für die diskrete Approximation eines empirisch gegebenen Zusammenhangs aus einem Satz vorhandener Meßpunkte (x_i, y_i), der beispielsweise für die Beseitigung nichtidealer Sensoreigenschaften verwendet wird, eignet sich bei den Regressionsverfahren - aufgrund der Erkenntnisse des vorhergehenden Abschnitts - die Methode der kleinsten Fehlerquadrate am besten. Wird als Approximationsfunktion $\tilde{f}(x, c_0, \ldots, c_m)$ die Klasse der algebraischen Polynome $P_m(x)$:

$$P_m(x_i) = \sum_{j=0}^{m} c_j \cdot x_i^j, \tag{3.12}$$

vom Grad m verwendet, so ergibt sich unter Anwendung des Fehlerkriteriums aus Gleichung (3.10) mit p_i=1 ein Ausdruck für den resultierenden Gesamtfehler der Approximation:

$$E_2(c_0,\ldots,c_m) = \sum_{i=0}^{n-1}\left(y_i - P_m(x_i)\right)^2 = \sum_{i=0}^{n-1}\left(y_i - \sum_{j=0}^{m} c_j \cdot x_i^j\right)^2 \overset{!}{=} \text{Min.}, \tag{3.13}$$

den es durch die frei wählbaren Koeffizienten c_0 bis c_m zu minimieren gilt [31]. Die Anzahl n der Meßwerte y_i ist wie bereits zuvor erwähnt größer als der Grad m des verwendeten Approximationspolynoms $P_m(x)$. Die notwendige Bedingung für die Minimierung des Gesamtfehlers bzw. für die Bestimmung der dafür notwendigen Koeffizienten lautet:

$$\frac{\partial E_2}{\partial c_k} \overset{!}{=} 0 \quad \forall\ k=0,1,\ldots,m. \tag{3.14}$$

Die Auswertung der notwendigen Bedingung ergibt ein lineares Gleichungssystem der Form:

$$\sum_{j=0}^{m}\sum_{i=0}^{n-1} c_j \cdot x_i^{j+k} = \sum_{i=0}^{n-1} y_i \cdot x_i^k \quad \forall\ \ k=0,1,\ldots,\ m \tag{3.15}$$

mit m+1 Gleichungen, die jeweils m+1 freie Koeffizienten c_0 bis c_m des Approximationspolynoms $P_m(x)$ vom Grad m enthalten. Speziell bei Approximationspolynomen höherer Ordnung handelt es sich bei der Gleichung (3.15) um ein schlecht konditioniertes Gleichungssystem. Aus diesem Grund werden als Approximationsfunktionen häufig orthogonale Funktionen verwendet, mit deren Hilfe die m+1 Gleichungen mit m+1 freien Koeffizienten auf m+1 Gleichungen verringert werden können, die nur noch jeweils einen freien Koeffizienten enthalten [31,32].

3.2.2 Interpolationsverfahren

Bei der Approximation einer empirisch gegebenen Funktion aus einem vorgegebenen Satz von n Meßpunkten sind neben den behandelten Regressionsverfahren auch die sogenannten Interpolationsverfahren geeignet. Ein wesentlicher Unterschied zu den zuvor behandelten Regressionsverfahren ist, daß hier die Approximationslösung exakt durch ihre Meßpunkte verläuft. Aus diesem Grund können speziell bei der klassischen Polynominterpolation und der Verwendung von Polynomen der Ordnung m≥4 Oszillationen auftreten, die die Güte der Approximation drastisch verschlechtern [33]. Für die Beseitigung der auftretenden Approximationsprobleme werden im nachfolgenden geeignete Gegenmaßnahmen bzw. alternative Interpolationsmethoden vorgestellt, die aufgrund ihrer hervorragenden Approximationseigenschaften in der Praxis häufig Verwendung finden.

3.2.2.1 Klassische Polynominterpolation

Eine Methode für die Berechnung von Funktionswerten einer empirisch gegebenen Funktion über eine vorgegebene Anzahl von n Meßpunkten (x_i, y_i) ist die klassische Polynominterpolation [33]. Betrachtet sei das Interpolationsintervall I=[a,b], über das zunächst n Meßpunkte x_0, x_1,..., x_{n-1} äquidistant verteilt sind. An den Meßpunkten x_i $\forall$ i=0,1,...,n-1 sind die Funktionswerte $y_i=f(x_i)$ der zu rekonstruierenden Funktion f(x) vorgegeben. Da aufgrund des Weierstraß´schen Approximationssatzes [31] jede stetige Funktion durch ein Polynom beliebig genau approximiert werden kann, wird als Approximationsfunktion ein Interpolationspolynom:

$$P_m(x) = \sum_{i=0}^{n-1} c_i \cdot x^i \tag{3.16}$$

vom Grad m=n-1 verwendet, welches die nachfolgende Interpolationsbedingung:

$$P_m(x_i) = y_i \quad \forall \quad i=0,1,\ldots,n-1. \tag{3.17}$$

erfüllen muß. Aufgrund der Interpolationsbedingung läuft das Polynom $P_m(x)$ durch die n vorgegebenen Meßpunkte, so daß jetzt für beliebige Argumente $x \in I[a, b]$ Funktionswerte berechnet werden können. Eine weit verbreitete Darstellung für das gesuchte Polynom $P_m(x)$ vom Grad m ist die Lagrange´sche Interpolationsformel [33-35]:

$$P_m(x) = \sum_{i=0}^{m=n-1} y_i \cdot \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{m=n-1} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)} = \sum_{i=0}^{m=n-1} y_i \cdot L_i(x), \tag{3.18}$$

die die Meßwerte y_0 bis y_{n-1} explizit enthält, wobei die Produktterme $L_i(x)$ als sog. Lagrange-Faktoren bezeichnet werden. Sie stellen die Koeffizienten c_0 bis c_m des gesuchten Polynoms $P_m(x)$ dar, die wiederum Polynome in x vom Grad m sind.

3.2.2.2 Abschätzungen des Interpolationsfehlers

Dieser Abschnitt wendet sich der Frage zu, wie genau ein Interpolationspolynom $P_m(x)$ gemäß der Gleichung (3.18) die Funktionswerte bzw. die Funktion f(x) aus n vorgegebenen Meßwerten approximiert. Diese Frage läßt sich jedoch nur eindeutig bestimmen, wenn der Verlauf der Funktion f(x) bekannt und zudem mindestens noch (m+1)-mal stetig differenzierbar ist. Eine allgemeingültige Formel für den Interpolationsfehler [33,36,37], dessen Herleitung im Anhang B dieser Arbeit zu finden ist, lautet:

$$\left|f(x) - P_m(x)\right| \leq \frac{\max\limits_{\xi\in[a,b]}\left|f^{m+1}(\xi)\right|}{(m+1)!} \cdot \left|\prod_{i=0}^{m=n-1}(x - x_i)\right|. \tag{3.19}$$

Diese Formel kann für einige Spezialfälle (m=1..3 und äquidistanten Meßpunkten) konkretisiert werden. Für die lineare Interpolation (m =1) gilt:

$$\left|f(x)-P_m(x)\right| \le \frac{1}{8}\cdot M_2 \cdot \Delta x^2 \tag{3.20}$$

mit:

$$M_{m+1} = \max_{\xi\in[a,b]}\left|f^{m+1}(\xi)\right| \tag{3.21}$$

Für die Abschätzungen der Interpolationsfehler, die bei der quadratischen (m=2) und kubischen (m=3) Interpolation auftreten, sei auf entsprechend geeignete Literatur verwiesen [33].

Die allgemeingültige Formel für den Interpolationsfehler aus Gleichung (3.19) zeigt, daß neben der vorgegebenen Funktion f(x), die Verteilung der Meßpunkte x_0 bis x_{n-1} über das Interpolationsintervall [a,b] einen wesentlichen Einfluß auf die Güte der Approximation besitzt. Die Ungenauigkeit, die durch die Verteilung der Meßpunkte herrührt, wird weitgehend durch das nachfolgende Fehlerglied:

$$w(x) = \prod_{j=0}^{m=n-1}(x-x_j) \tag{3.22}$$

bestimmt. Bei äquidistanter Verteilung der Meßpunkte und Interpolationspolynomen großer Ordnung m (m≥4) zeigt das Fehlerglied w(x), insbesondere an den Enden des vorgegebenen Intervalles, unter Umständen eine starke Oszillation, so daß der betragsmäßige Fehler viel größer als in der Mitte des betrachteten Interpolationsintervalles [a,b] ist [33]. Wird die Lage x_i der Meßpunkte optimiert, d.h. werden die Meßpunkte x_i zu den Enden des Interpolationsintervalls dichter gewählt, kann das zuvor erwähnte Problem beseitigt werden. Der Betrag des Fehlerglieds w(x) der Ordnung m+1 wird am kleinsten, wenn die Nullstellen eines Tschebyscheff-Polynoms $T_{m+1}(x)$ mit den optimierten Meßpunkten x_i*:

$$x_i^* = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}\cdot\cos\left(\frac{2\cdot i+1}{n+1}\cdot\frac{\pi}{2}\right) \quad \forall \;\; i=0,1,\ldots,n-1 \tag{3.23}$$

im Interpolationsintervall [a,b] übereinstimmen [34,38]. Das Fehlerglied w(x) wird bei der Verwendung von Meßpunkten x_i mit optimierter Lage aufgrund der Minimaleigenschaft der Tschebyscheff-Polynome minimal, wodurch der resultierende Interpolationsfehler ebenfalls ein Minimum annimmt:

$$\left|f(x)-P_m(x)\right| \le \frac{\max\limits_{\xi\in[a,b]}\left|f^{m+1}(\xi)\right|}{2^m\cdot(m+1)!}\,. \tag{3.24}$$

Eine andere und weitaus elegantere Maßnahme zur Reduzierung des Approximationsfehlers besteht darin die Ordnung m des Interpolationspolynoms $P_m(x)$ zu erniedrigen, zumal es bei einer größeren Anzahl n von Meßpunkten nicht sinnvoll ist, das Interpolationspolynom der Ordnung m=n-1 als Lösung zu betrachten.

Häufig erscheint es zweckmäßig, das gesamte Interpolationsintervall [a,b] in kleine Teilintervalle zu zerlegen und die Interpolation stückweise, d.h. lokal mit Polynomen niedrigen Grades für jedes Teilintervall, durchzuführen [31]. Da eine Funktion mit einer geringen Welligkeit bzw. mit einer hohen Glattheit gefordert wird, müssen die Polynome an den Enden der jeweils benachbarten Teilintervalle zumindest stetig ineinander übergehen. Es zeigt sich, daß diese Art der Approximation sehr gute Konvergenzeigenschaften besitzt und für praktische Anwendungen außerordentlich nützlich ist.

3.2.2.3 Stückweise Interpolation mit Polynomen - Spline-Interpolation

Der zuvor vorgeschlagene Ansatz, das gesamte Interpolationsintervall [a,b] in kleine Teilintervalle zu zerlegen und die Interpolation nur stückweise mit Polynomen niedrigen Grades m durchzuführen, führt auf die sogenannte Spline-Interpolation. Ist eine Zerlegung des Interpolationsintervalls $[a,b] \subseteq \mathbb{R}$ durch $Z_n:=\{a=x_0 < x_1 < \ldots < x_{n-1}=b\}$ gegeben, so heißt eine reelle Funktion $S_m(x) :[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ polynomiale Splinefunktion vom Grad m ($m \in \mathbb{N}$) zur Zerlegung Z_n wenn [39,40]:

(i) $S_m(x) \in C^{m-1}[a, b]$, d.h. $S_m(x)$ auf [a, b] (m-1)-mal stetig differenzierbar, und

(ii) $S_m(x)$ auf jedem Teilintervall $[x_i, x_{i+1}]$ für alle i=0, 1, ..., n-2 mit einem Polynom $P_{m,i}(x)$ m.ten Grades übereinstimmt.

Man bezeichnet $S_m(x)$ als eine interpolierende Splinefunktion, wenn sie zusätzlich der Bedingung $S_m(x_i)=y_i=f(x_i)\ \forall\ i=0, 1, \ldots, n-1$ genügt. Die stückweisen Polynome $P_{m,i}(x)$ bilden bzgl. der Zerlegung Z_n einen reellen Vektorraum $S_{Z_n,m}$. Das Polynom $P_{m,0}(x)$ im ersten Teilintervall $[x_o, x_1]$ ist durch seine m+1 Koeffizienten eindeutig bestimmt. Für die nachfolgenden Polynome $P_{m,i}(x)$ für alle i=1,2,...,n-2 sind die ersten m-1 Ableitungen in x_i bestimmt, so daß nur noch 1 Freiheitsgrad für die restlichen n-2 Polynome $P_{m,i}(x)$ verbleibt. Somit ergibt sich die Dimension des Vektorraums zu dim $S_{Z_n,m}=k+1+(n-2)\cdot 1=m+n-1$. Ist wie in **Bild 3.6** gezeigt, die Funktion f(x) beispielsweise eine durch Messungen vorgegebene empirische Funktion, so sind $y_i=f(x_i)$ die Meßwerte an den entsprechenden Meßpunkten x_i, die äquidistant über dem betrachteten Intervall [a,b] verteilt sind. Bei der Verwendung von Polynomen mit dem Grad m=1 kann die Funktion f(x) durch eine stückweise lineare Splinefunktion approximiert werden. Dabei ersetzt man f(x) in $[x_i,x_{i+1}]$ für alle i=0, 1, ..., n-2 durch die lineare Spline-Interpolierende $S_1(x)$:

$$S_1(x) = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \cdot (x - x_i) + y_i = P_{1,i}(x) \ \forall\ x \in [x_i,x_{i+1}]. \tag{3.25}$$

In jedem Intervall $[x_i, x_{i+1}]$ stimmt $S_1(x)$ mit einem linearen Polynom $P_{1,i}(x)$ überein. Da somit benachbarte Meßpunkte x_i einfach durch Geraden miteinander verbunden sind, handelt es sich bei $S_1(x)$ um eine stetige Splinefunktion, die jedoch im allgemeinen an den Stellen x_i für alle i=0, 1, ..., n-1 nicht mehr stetig differenzierbar ist.

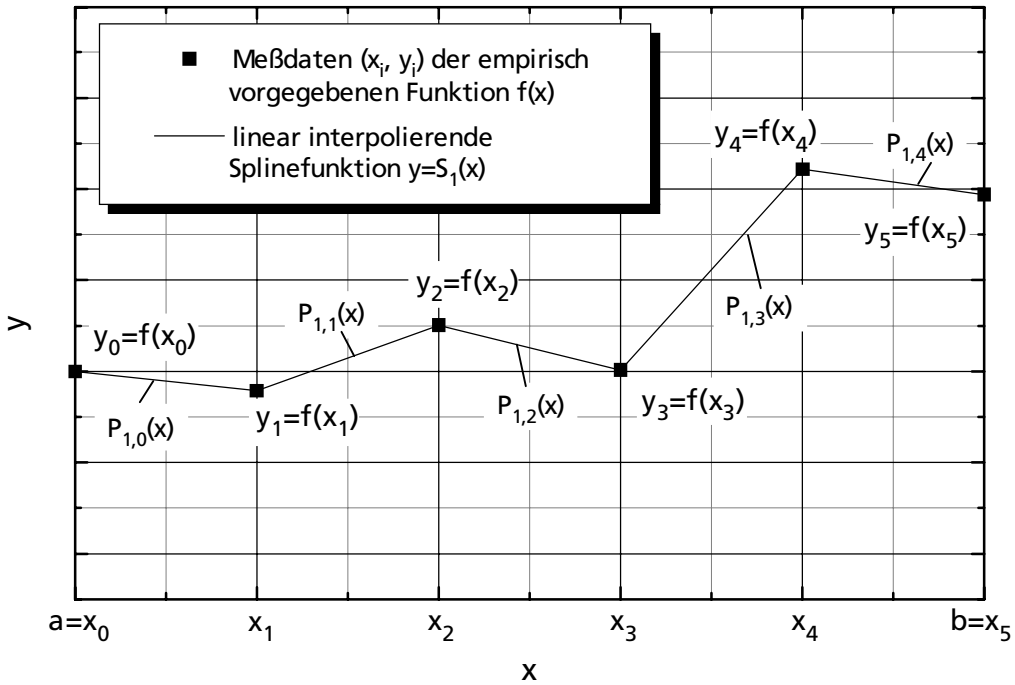


Bild 3.6 linear interpolierende Splinefunktion $S_1(x)$

Neben dem sehr einfachen Fall der linearen Splineinterpolation spielt der Fall der kubischen Splines in den Anwendungen eine weitaus wichtigere Rolle. Im Fall der kubischen Splineinterpolation werden stückweise kubische Polynome $P_{m,i}(x)$ mit m=3 auf dem Intervall $[x_i, x_{i+1}]$ für alle i=0, 1, ..., n-2, wie sie im nachfolgenden **Bild 3.7** zu sehen sind, verwendet. Allein durch den vorgegebenen Satz von n Meßdaten $(x_i, y_i),\ldots,(x_{n-1}, y_{n-1})$ mit i=0, 1, ..., n-1 ist die interpolierende kubische Splinefunktion $S_3(x)$ jedoch noch nicht eindeutig bestimmt, da die Dimension des Vektorraumes dim $S_{Z_n,3}$ n+2 beträgt. Um die Eindeutigkeit der kubischen Splinefunktion $S_3(x)$ zu erzwingen, wird der Verlauf an der links- und rechtsseitigen Intervallgrenze a und b durch jeweils eine der nachfolgenden drei Randbedingungen vorgegeben [36,39,41]:

(a) $S_3''(a)=S_3''(b)=0$ (natürliche Randbedingungen) (3.26)

(b) $S_3^{(i)}(a)=S_3^{(i)}(b)\ \forall\ i=0, 1, 2$ (periodische Randbedingungen) (3.27)

(c) $f'(a)=S_3'(a),\ f'(b)=S_3'(b)$ (vollständige Randbedingungen) (3.28)

Wird eine der drei Randbedingungen (a), (b) oder (c) verwendet, so spricht man von der natürlichen, periodischen oder vollständigen Splineinterpolation. Bei Verwendung der vollständigen Randbedingung approximiert die kubische Splinefunktion $S_3(x)$ die vorgegebene Funktion f(x) am besten, da zwei weitere Informationen über die Steigung an den Randpunkten des Interpolationsintervalls [a,b] vorgegeben sind. Liegt die Funktion f(x) jedoch in Form einer empirischen Beschreibung vor, so kann die Steigung in diesen Randpunkten jeweils durch einen weiteren Meßpunkt außerhalb des eigentlichen Intervallrandes durch den zentralen Differenzquotienten [33] näherungsweise ermittelt werden.

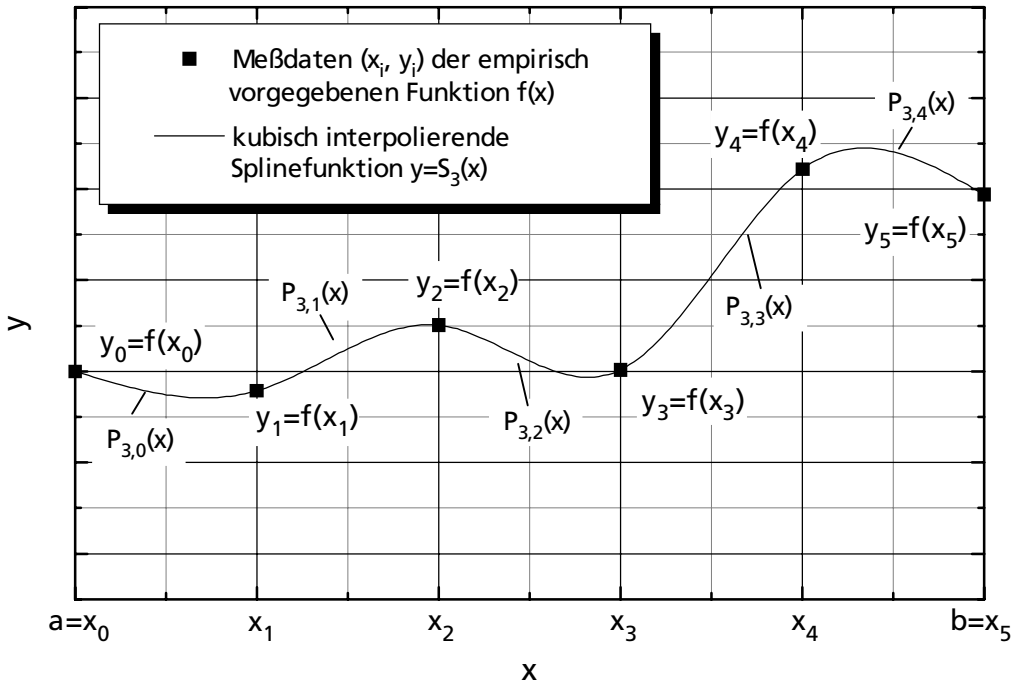


Bild 3.7 kubisch interpolierende Splinefunktion $S_3(x)$

In Bild 3.7 ist eine kubisch interpolierende Spline-Funktion $S_3(x)$ gezeigt. Wir nehmen wiederum an, daß f(x) eine durch Messungen vorgegebene empirische Funktion ist. An den äquidistant verteilten Meßpunkten x_i wurden für einen optischen Vergleich dieselben Meßwerte $y_i=f(x_i)$ wie im vorhergehenden Bild 3.6 verwendet. Dabei wird die über Meßwerte vorgegebene Funktion f(x) durch eine kubische Spline-Interpolierende $S_3(x)$ approximiert [33,36,39], und zwar gilt für i=0, 1, ..., n-2:

$$S_3(x) = a_i \cdot (x - x_i)^3 + b_i \cdot (x - x_i)^2 + c_i \cdot (x - x_i) + d_i = P_{3,i}(x) \;\; \forall\, x \in [x_i, x_{i+1}]. \tag{3.29}$$

In jedem der n-1 Teilintervalle $[x_i, x_{i+1}]$ stimmt $S_3(x)$ mit einem kubischen Polynom $P_{3,i}(x)$ überein. Um die Interpolations- und Stetigkeitsbedingungen an den Meßpunkten x_i zu erfüllen, ist es zweckmäßig, die Koeffizienten a_i, b_i, c_i und d_i durch die vorgegebenen Meßwerte y_i und y_{i+1} sowie den unbekannten zweiten Ableitungen y_i'' und y_{i+1}'' an den Enden des betreffenden Teilintervalls $[x_i, x_{i+1}]$ auszudrücken. Zur Berechnung der unbekannten zweiten Ableitungen y_i'' bzw. y_{i+1}'' wird die Stetigkeit der ersten Ableitung an den inneren Meßpunkten x_i für i=1, 2, ..., n-2 ausgenutzt. Hieraus erhält man ein lineares System mit n-2 Gleichungen und n Unbekannten [39]. Um die Eindeutigkeit der kubischen Spline-Interpolierenden $S_3(x)$ zu erzielen, werden die restlichen zwei Gleichungen aus einer der drei Randbedingungen gemäß den Gleichungen (3.26) - (3.28) abgeleitet. Die Herleitung zur Berechnung der kubischen Spline-Interpolierenden kann in weiterführender Literatur nachgeschlagen werden [33,39]. Da das Auge Unstetigkeiten in der zweiten Ableitung noch zu erkennen vermag, die kubische Spline-Interpolierende aber eine zweimal stetig differenzierbare Funktion ist, wird die Verbindung der vorgegebenen Meßpunkte aus Bild 3.7 im Gegensatz zu der aus Bild 3.6 als glatt empfunden.

Die zuvor beschriebenen Splinefunktionen $S_m(x)$ vom Grad m lassen sich ebenfalls über eine Linearkombination gewichteter, polynomialer Basisfunktionen $B^{m+1}(x)$:

$$\begin{aligned} S_m(x) &= \sum_i c_i \cdot B_i^{m+1}(x) \\ &= \sum_i c_i \cdot B^{m+1}(x - x_i) \end{aligned} \quad \text{mit } x_i = \left(i - \frac{m}{2}\right) \cdot \Delta x + a \tag{3.30}$$

darstellen [39,42]. Die Ordnung der Basisfunktionen ist durch r=m+1 festgelegt. Die dafür verwendeten Basisfunktionen sind alle in ihrem Verlauf identisch und lediglich in ihrer Lage um den Betrag x_i verschoben. Die Basisfunktionen $B^r(x)$ sind wiederum stückweise aus Polynomen vom Grad m zusammengesetzt, die nichtnegativ und nur auf endlich vielen Teilintervallen $[x_i, x_{i+1}]$ von Null verschieden sind. Die Koeffizienten c_i fungieren dabei als Gewichtungsfaktoren der um x_i verschobenen Basisfunktion $B_i^r(x)=B^r(x-x_i)$.

$$\Delta x = \frac{b-a}{n-1} \tag{3.31}$$

gibt den Stützstellenabstand an, der sich aus den Randwerten a und b des Interpolationsintervalls I=[a,b] sowie der Anzahl n der darüber verteilten Meßpunkten x_i für alle i=0, 1, .., n-1 ergibt. Vorteil dieser Darstellung gegenüber der konventionellen Splineinterpolation ist eine vereinfachte Berechnung der benötigten Koeffizienten. Da die Glattheitseigenschaften bereits durch die Stetigkeitsbedingungen in den Basisfunktionen festgelegt sind, müssen für die Lösung der Splinefunktion lediglich noch die Interpolationsbedingungen und gegebenenfalls zwei zusätzliche Bedingungen am Rand des Interpolationsintervalls vorgegeben werden. Zudem besitzen die Koeffizienten c_i eine geometrische Bedeutung, wodurch die Splineinterpolation eine gewisse Transparenz bzw. Anschaulichkeit erhält.

Für polynomiale Basisfunktionen $B^r(x)$ der Ordnung r gelten die drei nachfolgenden Bildungsgesetze [43]:

$$B^1(x) = \begin{cases} 1 \text{ falls} & 0 \le x \le \Delta x \\ 0 \text{ sonst} & \end{cases}, \tag{3.32}$$

$$B^r(x) = \frac{x}{r-1} \cdot B^{r-1}(x) + \frac{r-x}{r-1} \cdot B^{r-1}(x - \Delta x), \tag{3.33}$$

und:

$$\frac{\partial}{\partial x} B^r(x) = B^{r-1}(x) - B^{r-1}(x - \Delta x). \tag{3.34}$$

Gleichung (3.32) entspricht einer polynomialen Basisfunktion der Ordnung eins mit deren Hilfe eine Interpolation 0.ter Ordnung beschrieben werden kann. Mit den beiden zusätzlichen Gleichungen (3.33) und (3.34) können insbesondere die Basisfunktionen für die lineare, quadratische und kubische Interpolation abgeleitet werden, die häufig Anwendung finden.

Die Basisfunktionen werden in der Fachliteratur für numerische Mathematik häufig auch als B-Splines bezeichnet. In der nachfolgenden **Tabelle 3.1** sind polynomiale Basisfunktionen für die gerade, lineare, quadratische und kubische Interpolation angegeben. Diese Basisfunktionen basieren auf den Bildungsgesetzen aus den Gleichungen (3.32) bis (3.34).

Tabelle 3.1 polynomiale Basisfunktionen für die Interpolation

Ordnung r	Definition der polynomialen Basisfunktionen $B^r(x)$
r=1	$B^1(x)=\begin{cases}1 & \text{falls} \quad 0\le x\le \Delta x\\ 0 & \text{sonst}\end{cases}$
r=2	$B^2(x)=\begin{cases}\frac{x}{\Delta x} & \text{falls} \quad 0\le x\le \Delta x\\ 2-\frac{x}{\Delta x} & \text{falls} \quad \Delta x\le x\le 2\Delta x\\ 0 & \text{sonst}\end{cases}$
r=3	$B^3(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x}{\Delta x}\right)^2 & \text{falls} \quad 0\le x\le \Delta x\\ -\left(\frac{x}{\Delta x}\right)^2+3\cdot\left(\frac{x}{\Delta x}\right)-\frac{3}{2} & \text{falls} \quad \Delta x\le x\le 2\Delta x\\ \frac{1}{2}\cdot\left(3-\frac{x}{\Delta x}\right)^2 & \text{falls} \quad 2\Delta x\le x\le 3\Delta x\\ 0 & \text{sonst}\end{cases}$
r=4	$B^4(x)=\begin{cases}\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{x}{\Delta x}\right)^3 & \text{falls } 0\le x\le \Delta x\\ \frac{1}{6}\cdot\left(-3\cdot\left(\frac{x}{\Delta x}\right)^3+12\cdot\left(\frac{x}{\Delta x}\right)^2-12\cdot\left(\frac{x}{\Delta x}\right)+4\right) & \text{falls } \Delta x\le x\le 2\Delta x\\ \frac{1}{6}\cdot\left(3\cdot\left(\frac{x}{\Delta x}\right)^3-24\cdot\left(\frac{x}{\Delta x}\right)^2+60\cdot\left(\frac{x}{\Delta x}\right)-44\right) & \text{falls } 2\Delta x\le x\le 3\Delta x\\ \frac{1}{6}\cdot\left(\frac{x}{\Delta x}-4\right)^3 & \text{falls } 3\Delta x\le x\le 4\Delta x\\ 0 & \text{sonst}\end{cases}$

In dem nachfolgenden **Bild 3.8** sind die sich aus der Tabelle 3.1 ergebenden Basisfunktionen der Ordnung r=1..4 graphisch dargestellt. Aus dieser Abbildung können einige wichtige und charakteristische Eigenschaften der polynomialen Basisfunktionen (B-Splines) erkannt werden. Beispielsweise verläuft die Basisfunktion $B^2(x-x_i)$ der Ordnung r=2 innerhalb $[x_i,x_{i+2}]$ stückweise

linear, ist positiv und außerhalb dieses Intervalles gleich null. Die Funktion ist stetig, jedoch nicht stetig differenzierbar.

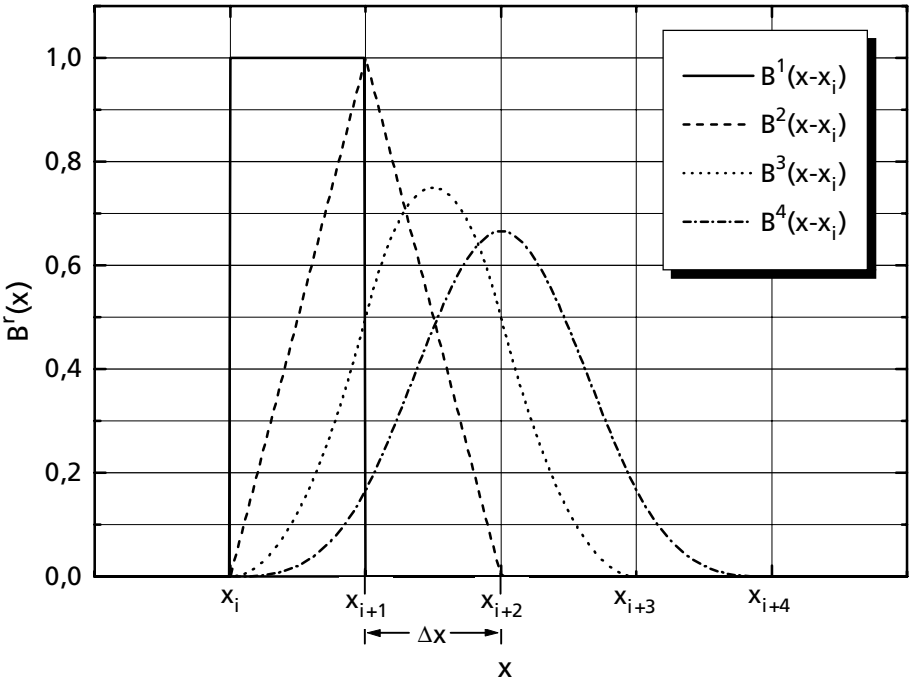


Bild 3.8 polynomiale Basisfunktionen für die stückweise Interpolation

Diese Eigenschaften lassen sich für alle polynomialen Basisfunktionen beliebiger Ordnung r verallgemeinern [36,39]. Eine Basisfunktion der Ordnung r ist:

(i) positiv $\forall\ x \in [x_i, x_{i+r}]$,

(ii) gleich null $\forall\ x \notin [x_i, x_{i+r}]$,

(iii) stetig $\forall\ x \in [x_i, x_{i+r}]$ falls $r > 1$,

(iv) (r-2) mal stetig differenzierbar $\forall\ x \in [x_i, x_{i+r}]$ falls $r > 2$.

Insbesondere gilt:

$$1 = \sum_i B^r(x - x_i) \text{ für alle } x \in [a,b], \tag{3.35}$$

d.h. die polynomialen Basisfunktionen der Ordnung r (B-Splines) bilden eine Zerlegung der Eins [39,41] auf dem Interpolationsintervall I=[a,b]. Diese Eigenschaft ist häufig erwünscht, da somit auch konstante Funktionen wie beispielsweise f(x)=1 darstellbar sind.

Für die Berechnung der Splinefunktionen müssen nur noch die Gewichtungskoeffizienten c_i berechnet werden. Hieraus ergibt sich bei der Verwendung von Basisfunktionen mit der Ordnung $r \leq 2$ ein monodiagonales Gleichungssystem [39], d.h. die Gewichtungskoeffizienten c_i der verschobenen Basisfunktionen entsprechen den Funktionswerten $y_i = f(x_i)$ an den Punkten x_i:

$$\begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & & \cdot & \cdot & & 0 \\ 0 & \mu_1 & & & & \cdot & \\ & & \mu_1 & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \mu_1 & & \\ & \cdot & & & & \mu_1 & 0 \\ 0 & & \cdot & & & 0 & \mu_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_{n-2} \\ c_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{n-2} \\ y_{n-1} \end{pmatrix} \tag{3.36}$$

Für Basisfunktionen der Ordnung $4 \geq r > 2$ ergeben sich tridiagonale Gleichungssysteme [39], in denen zwei zusätzliche Vorgaben über den Verlauf der Funktion an den Interpolationsgrenzen a und b eingebaut sind:

$$\begin{pmatrix} \lambda_0 & \lambda_1 & \lambda_2 & & \cdot & & 0 \\ \mu_0 & \mu_1 & \mu_2 & & & \cdot & \\ & \mu_0 & \mu_1 & \mu_2 & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \mu_0 & \mu_1 & \mu_2 & \\ & \cdot & & & \mu_0 & \mu_1 & \mu_2 \\ 0 & & \cdot & & \lambda_0 & \lambda_1 & \lambda_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{-1} \\ c_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_{n-1} \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_a \\ y_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{n-1} \\ \rho_b \end{pmatrix} \tag{3.37}$$

In der nachfolgenden **Tabelle 3.2** sind die für die Berechnung der Splinefunktionen notwendigen Angaben aufgelistet. Zu den Angaben gehört der Laufindex i der Summenformel aus Gleichung (3.30), die Anzahl der Randbedingungen, das benötigte Gleichungssystem sowie die Matrixelemente μ_0 bis μ_2 und λ_0 bis λ_2 der zu lösenden Gleichungsysteme.

Tabelle 3.2 Parameter für allg. Berechnungsformel der Interpolationsfunktion $S_m(x)$

Grad r	r=1	r=2	r=3	r=4
Laufindex i	0..n-1	0..n-1	-1..n	-1..n
Anzahl der Randbedinungen	keine [1)]	keine [1)]	2	2
mögliche Randbedinungen	keine [1)]	keine [1)]	$\rho_a=S_m'(a)=f'(a)$ [2)] $\cap$ $\rho_b=S_m'(b)=f'(b)$ [2)]	$\rho_a=S_m'(a)=f'(a)$ [2)] $\cap$ $\rho_b=S_m'(b)=f'(b)$ [2)] $\cup$ $\rho_a=S_m''(a)=\rho_b=S_m''(b)=0$ [3)]
Gleichungssystem	(3.36)	(3.36)	(3.37)	(3.37)
Koeffizienten der Gleichungs-systeme	$\mu_1=1$	$\mu_1=1$	$\mu_0=1/8$; $\mu_1=3/4$; $\mu_2=1/8$ $\lambda_0=-1/2$; $\lambda_1=0$; $\lambda_2=1/2$	$\mu_0=1/2$; $\mu_1=2/3$; $\mu_2=1/2$ $\lambda_0=1$; $\lambda_1=-2$; $\lambda_2=1$

[1)] da $B^r(x) \notin C^1[a,b]\ \forall\ r \leq 2$; [2)] vollständige Randbedingung; [3)] natürliche Randbedingung;

Um die Interpolation mit polynomialen Basisfunktionen abzuschließen, soll ein Beispiel mit kubischen Basisfunktionen der Ordnung 4 betrachtet werden. Die verwendeten Basisfunktionen setzen sich somit aus kubischen Polynomen zusammen. Für eine bessere Vergleichbarkeit wird wieder der gleiche Meßdatensatz wie in den Bildern 3.6 und 3.7 verwendet. In **Bild 3.9** sind die mit c_i gewichteten und um x_i verschobenen Basisfunktionen der Ordnung r=4 zu sehen. Die Koeffizienten c_i werden gemäß dem Gleichungssystem (3.37) und den Angaben der Tabelle 3.2 berechnet. An den Interpolationsgrenzen a und b wird gefordert, daß dort die zweite Ableitung der kubischen Splinefunktion $S_3(x)$ verschwindet (natürliche Randbedingung). Letztendlich ergibt die Summation der gewichteten Basisfunktionen die resultierende kubische Spline-Interpolierende $S_3(x)$.

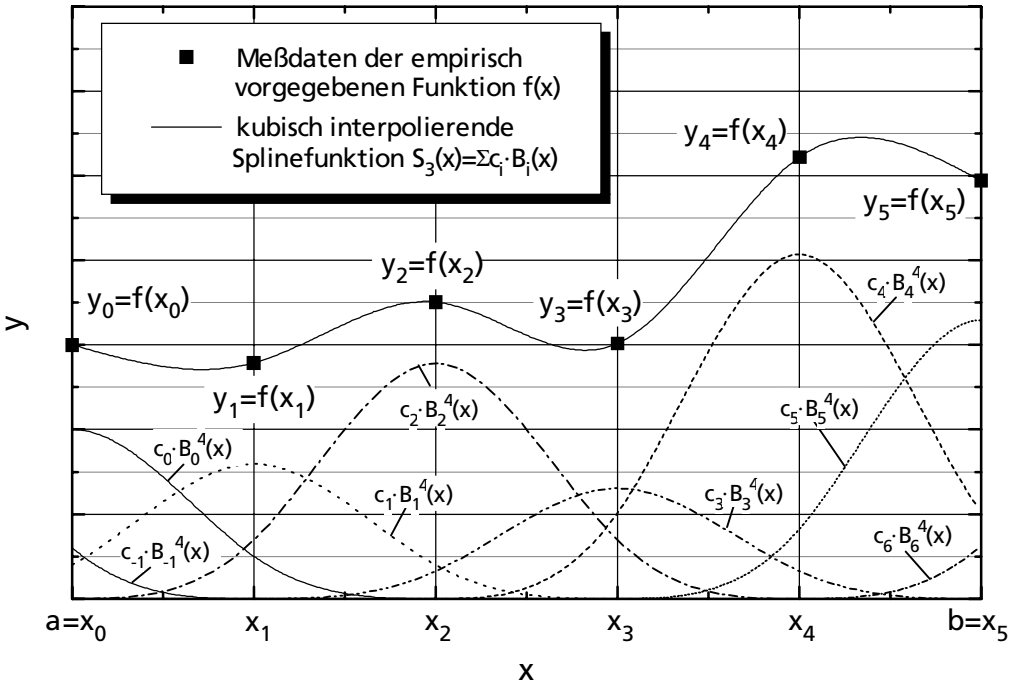


Bild 3.9 kubisch interpolierende Splinefunktion $S_3(x)$ mit Hilfe von B-Splines

Neben diesen polynomialen Basisfunktionen (B-Splines) wurden 1987 von Powell [44] radiale Basisfunktionen vorgestellt. Diese radialen Basisfunktionen sind ebenso für die Interpolation geeignet. Zu der Gruppe der radialen Basisfunktionen gehören unter anderen Gauß´sche Basisfunktionen [45-47]:

$$B_g(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{2\cdot\sigma^2}\right) \tag{3.38}$$

sowie multiquadratische [45]:

$$B_m(x) = \sqrt{x^2+\sigma^2} \tag{3.39}$$

und reziproke, multiquadratische Basisfunktionen [45,48]:

$$B_{r,m}(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+\sigma^2}}\,. \tag{3.40}$$

3.3 Hardwarekonzepte für Approximationsverfahren

Nachdem im vorhergehenden Abschnitt die mathematischen Grundlagen geeigneter Approximationsverfahren zur Nachbildung von funktionalen, zumeist empirischen Zusammenhängen erörtert wurden, konzentriert sich dieser Abschnitt auf Hardwarekonzepte, mit denen die zuvor behandelten Approximationsverfahren umgesetzt werden können. Das Hauptaugenmerk dieses Abschnitts liegt somit neben der Umsetzung der Approximationsverfahren auch gezielt darauf, sensorspezifische Konzepte vorzustellen, mit denen die nichtidealen Eigenschaften vieler auf dem Markt erhältlicher Sensoren beseitigt werden können. Wie bereits zu Anfang des Kapitels erwähnt, gehören zu den wichtigsten, nichtidealen Eigenschaften vieler Sensoren eine unzureichende Selektivität gegenüber der aufzunehmenden Meßgröße und ein stark nichtlineares Verhalten. Drei konzeptionelle Lösungsvorschläge werden in den nächsten Abschnitten vorgestellt. Hierzu gehören unter anderem ein einfaches Tabellenverfahren [49], ein rechnergestütztes Verfahren [50, 51] und ein abgewandeltes, neuartiges Verfahren mit Hilfe von überabgetasteten $\Sigma\Delta$-Modulatoren [52-58]. Diese drei Konzepte werden abschließend vergleichend gegenübergestellt. Dafür werden nachfolgend Anforderungen an die Hardware definiert, mit deren Hilfe die Beurteilung der vorgestellten Konzepte erfolgen soll.

3.3.1 Anforderungen an die Hardwarekonzepte

Wie der einleitende Abschnitt des dritten Kapitels „Probleme in der heutigen Sensorsignalverarbeitung" zeigte, werden allgemein Verfahren zur Reduzierung nichtidealer Sensoreigenschaften benötigt, um die Qualität der Sensorsysteme zu verbessern. Aber die Verfahren können sich nur durchsetzen, wenn der dafür benötigte Aufwand gering ist, um die entstehenden Kosten für das komplette Sensorsystem niedrig zu halten. Hierzu gehört zum einen der unmittelbar mit dem Konzept verknüpfte Hardwareaufwand unter dem Gesichtspunkt einer platzsparenden und kostengünstigen Herstellung. Zum anderen wird ein geringer Aufwand bei der Ermittlung der zunächst unbekannten Funktionszusammenhänge zur Reduzierung der nichtidealen Sensoreigenschaften benötigt, um die zusätzlich zu den Herstellungskosten entstehenden Fertigungskosten bei der Kalibration zu minimieren. Die dafür notwendigen Messungen werden während der Kalibrationsphase unter einer zumeist zeitintensiven Vorgabe benötigter Referenzgrößen durchgeführt. Die Anzahl der benötigten Messungen sollte somit minimal sein, um den Durchsatz einer Massenproduktion zu erhöhen. Zudem sollten die Lösungen derart flexibel gestaltet sein, daß ohne konzeptionelle Änderungen, nur durch Hinzufügen zusätzlich benötigter Hardwarekomponenten, das System für eine Vielzahl von auftretenden Problemstellungen angepaßt bzw. erweitert werden kann.

3.3.2 Herkömmliche Hardwarekonzepte für die Implementierung geeigneter Approximationsverfahren

Einfaches Tabellenverfahren:

Bei dem einfachen Tabellenverfahren [49] nach **Bild 3.10** wird das analoge und mit f_B bandbegrenzte Sensorsignal $y_{S,I} = x \in I[a, b]$ über einen N-bit A/D-Wandler mit der Nyquistfrequenz $2 \cdot f_B$ und einer Meßauflösung $n_{M,AD}$ von N bit digitalisiert. Die digitalen Ausgangsworte des A/D-Wandlers dienen zur unmittelbaren Adressierung des nachfolgenden Kennlinien-Speichers ($y_{AD} \overset{!}{=} x_{KS}$). Über diesen Speicher ist zu jedem möglichen Ausgangswert y_{AD} des A/D-Wandlers tabellarisch ein korrespondierender Ausgangswert y_{KS} mit einer entsprechenden Darstellungswortbreite von $n_{D,KS}$ bit abgespeichert, der im hier vorliegenden Fall gleichzeitig das Ausgangswort y_A darstellt. Besitzt der Sensor I eine nichtlineare Übertragungscharakteristik $f_{S,I}$, so enthält der Kennlinien-Speicher zur Linearisierung eine entsprechende Korrekturfunktion g_L, die ein reziprokes Verhalten $f_{S,I}^{-1}$ besitzt, so daß der Ausgang y_A ein von der Meßgröße μ^* lineares Verhalten aufweist.

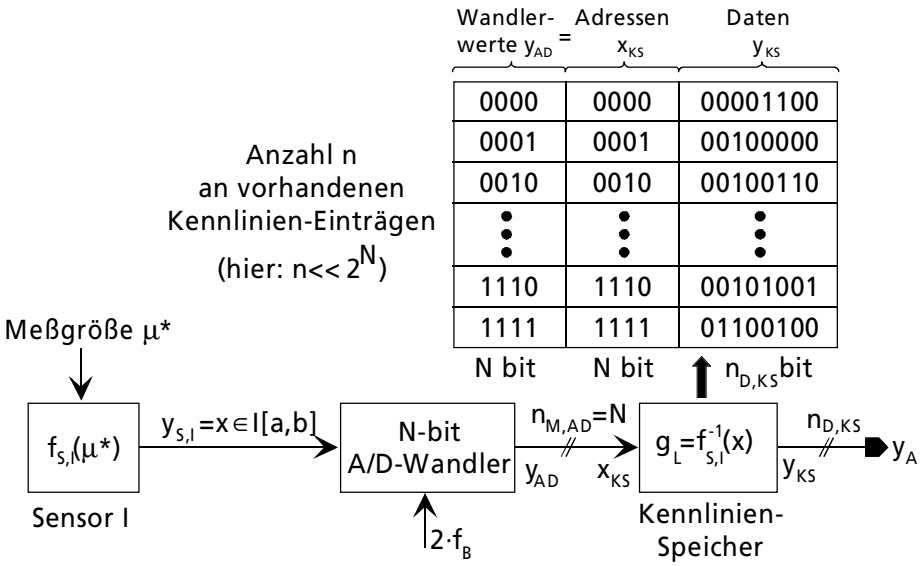


Bild 3.10 einfaches Tabellenverfahren

Die erzielbare Auflösung am Ausgang y_A wird beim einfachen Tabellenverfahren zum einen durch den durch die Digitalisierung entstehenden Quantisierungsfehler ε_Q und zum anderen durch den Rundungsfehler ε_T, der durch die endliche Darstellungswortbreite $n_{D,KS}$ des Kennlinien-Speichers verursacht wird, nach oben hin begrenzt. Zur Berechnung der minimal erzielbaren Auflösung muß letztendlich nur die Signalleistung P_{sig} am Ausgang y_A zur maximal auftretenden Rauschleistung $P_{\varepsilon,ges}$ ins Verhältnis gesetzt werden:

$$SNR_{min} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_{sig}}{P_{\varepsilon,ges}}\right). \tag{3.41}$$

Da der auftretende Quantisierungsfehler nicht mit dem Rundungsfehler korreliert ist, kann die gesamte Rauschleistung:

$$P_{\varepsilon,ges} = P_{Q,max} + P_{T,max} \tag{3.42}$$

durch eine einfache Summation der einzelnen maximalen Rauschleistungsbeiträge $P_{Q,max}$ und $P_{T,max}$ berechnet werden, die durch die eben zuvor genannten Fehlerquellen verursacht werden. Um für eine vorgegebene Auflösung am Ausgang y_A eine Designvorschrift für die Auflösung N des A/D-Wandlers und der Darstellungswortbreite $n_{D,KS}$ zu erhalten, müssen die maximal auftretenden Rauschleistungbeiträge $P_{Q,max}$ und $P_{T,max}$ berechnet werden. Die Rauschleistung P_Q vom Quantisierungsfehler des A/D-Wandlers bestimmt sich zu:

$$P_Q = \frac{(b-a)^2}{12 \cdot \left(2^N - 1\right)^2} \cdot \left(\frac{\partial f_{S,I}^{-1}(x)}{\partial x} \right)^2 , \tag{3.43}$$

und hängt sowohl von der Auflösung N des verwendeten A/D-Wandlers als auch der Steigung $m(x)=\partial f_{S,I}^{-1}(x)/\partial x$ der zur Linearisierung benötigten Kennlinie $f_{S,I}^{-1}(x)$ ab. Der maximal auftretende Rauschleistungsbeitrag $P_{Q,max}$ des Quantisierungsfehlers tritt demzufolge bei maximaler Steigung m_{max} der Linearisierungskennlinie $f_{S,I}^{-1}(x)$ auf:

$$P_{Q,max} = \frac{(b-a)^2}{12 \cdot \left(2^N - 1\right)^2} \cdot \left(\max_{\xi \in [a,\, b]} \frac{\partial f_{S,I}^{-1}(x)}{\partial x} \right)^2 = \frac{(b-a)^2}{12 \cdot \left(2^N - 1\right)^2} \cdot m_{max}{}^2 . \tag{3.44}$$

Der noch zur gesamten Rauschleistung $P_{\varepsilon,ges}$ fehlende maximale Rauschleistungsbeitrag $P_{T,max}$, der durch die endliche Darstellungswortbreite $n_{D,KS}$ bzw. durch die Quantisierung der Tabelle verursacht wird, berechnet sich zu:

$$P_{T,max} = \frac{(b-a)^2}{12 \cdot \left(2^{n_{D,KS}} - 1\right)^2} . \tag{3.45}$$

und hängt lediglich von der endlichen Darstellungswortbreite $n_{D,KS}$ des Kennlinien-Speichers ab. Die benötigte Auflösung N des A/D-Wandlers und die Darstellungswortbreite $n_{D,KS}$ des Kennlinien-Speichers kann am einfachsten bei maximal auftretender Steigung m_{max} der Linearierungskennlinie $f_{S,I}^{-1}(x)$ und minimal geforderter Auflösung am Ausgang y_A bestimmt werden, indem die maximal auftretenden Rauschleistungsbeiträge $P_{Q,max}$ und $P_{T,max}$ jeweils die Hälfte von der gesamten, zulässigen Rauschleistung $P_{\varepsilon,ges}$ betragen:

$$P_{Q,max} \approx P_{T,max} \approx \frac{P_{\varepsilon,ges}}{2} . \tag{3.46}$$

Der für das einfache Tabellenverfahren benötigte Speicherbedarf S_{eTv} ist mit:

$$S_{eTv} = 2^N \cdot n_{D,KS} \text{ bit} = n \cdot n_{D,KS} \text{ bit} \tag{3.47}$$

recht hoch, da die Anzahl n der Einträge im Kennlinien-Speicher mit der Meßauflösung 2^N des A/D-Wandlers korrespondiert.

Die Notwendigkeit, 2^N Kennlinien-Einträge über eine Kalibration zu bestimmen, macht dieses Verfahren aus Zeit- und Kostengründen für die Praxis nahezu unbrauchbar. Eine Lösungsmöglichkeit besteht darin, nur einige ausgewählte Einträge im Kennlinien-Speicher über eine Kalibration zu bestimmen, während die restlichen Einträge mit Hilfe eines externen Meßwertrechners über entsprechende Approximationsverfahren ermittelt werden können. Somit kann zwar der zur Kalibration benötigte Zeitaufwand reduziert werden, dennoch bleibt das Problem des hohen Speicherbedarfs S_{eTv} bestehen. Vom Rechenaufwand her ist das einfache Tabellenverfahren optimal, da für die Bestimmung des Ausgangswertes y_A nur ein Speicherzugriff notwendig ist und keine zusätzlichen Berechnungen von Funktionswerten erfolgen müssen. Für die analoge Darstellung des Ausgangswertes y_A ist zusätzlich ein D/A-Wandler notwendig, der mindestens die minimal erzielte Auflösung SNR_{min} am Ausgang y_A des Kennlinien-Speicher aufweisen muß.

Der hohe Speicherbedarf provoziert jedoch die Suche nach anderen Architekturen, die die Anforderungen bzgl. der benötigten Speichertiefe für den Kennlinien-Speicher drastisch reduzieren. Hierzu muß einfach die Anzahl n der Einträge im Kennlinien-Speicher reduziert werden, indem nicht mehr zu jedem möglichen Ausgangswert y_{AD} des N-bit A/D-Wandlers ein korrespondierender Eintrag in Kennlinien-Speicher abgelegt wird ($y_{AD} \neq x_{KS}$). Die dann fehlenden Einträge müssen anhand der noch vorhandenen Einträge über die zuvor vorgestellten Approximationsverfahren aus Kapitel 3.2 berechnet werden.

Rechnergestützte Verfahren:

Eine unmittelbar auf der Hand liegende Lösungsmöglichkeit ist dabei das rechnergestützte Verfahren [50,51]. Bei dem in **Bild 3.11** gezeigten Verfahren wird wie bereits beim einfachen Tabellenverfahren ein N-bit A/D-Wandler zur Digitalisierung des Sensorsignals $y_{S,I} = x \in I[a, b]$ benötigt.

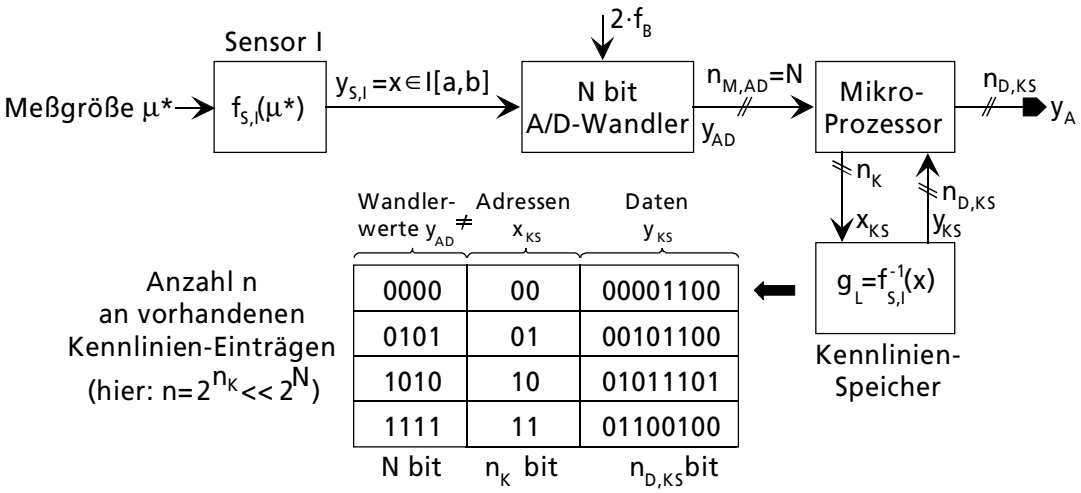


Bild 3.11 Realisierung mit Mikroprozessor oder Recheneinheit (ALU)

Die digitalisierte Information des Sensorsignals y_{AD} am Ausgang des A/D-Wandlers wird einem Mikroprozessor oder einer arithmetisch logischen Recheneinheit (ALU) zugeführt. Der Kennlinien-Speicher enthält im Gegensatz zum einfachen Tabellenverfahren eine stark reduzierte Anzahl n an Einträgen mit $n=2^{n_K}<<2^N$. Die fehlenden Ausgangswerte, die zwischen den noch vorhandenen Einträgen liegen, werden jetzt mit Hilfe der vorhandene Rechenleistung des Mikroprozessors über entsprechend geeignete Approximationsverfahren berechnet.

Bei dem rechnergestützten Verfahren tritt ähnlich wie beim einfachen Tabellenverfahren ein Quantisierungsfehler ε_Q auf, der durch die Digitalisierung des Sensorsignals hervorgerufen wird. Ebenso resultiert aus der endlichen Darstellungswortbreite $n_{D,KS}$ des Kennlinien-Speichers der zuvor behandelte Rundungsfehler ε_T. Da hier die fehlenden Einträge im Kennlinien-Speicher durch ein geeignetes Approximationsverfahren berechnet werden, tritt zusätzlich zum Quantisierungs- und Rundungsfehler auch ein sog. Approximationsfehler ε_I in Erscheinung. Geht man wieder von der Unkorreliertheit der einzelnen Fehlerquellen aus, so resultiert die gesamte auftretende Rauschleistung $P_{\varepsilon,ges}$:

$$P_{\varepsilon,ges} = P_{Q,max} + P_{T,max} + P_{I,max} \tag{3.48}$$

durch eine einfache Addition der maximal auftretenden Rauschleistungsbeiträge $P_{Q,max}$, $P_{T,max}$, und $P_{I,max}$, wobei Gleichung (3.41) als Grundlage zur Berechnung des minimalen SNR_{min} am Ausgang y_A dient. Die maximalen Rauschleistungsbeiträge des Quantisierungs- und Rundungsfehlers ergeben sich wie zuvor beim einfachen Tabellenverfahren zu:

$$P_{Q,max} = \frac{(b-a)^2}{12\cdot\left(2^N-1\right)^2}\cdot\left(\max_{\xi\in[a,b]}\frac{\partial f_{S,I}^{-1}(x)}{\partial x}\right)^2 = \frac{(b-a)^2}{12\cdot\left(2^N-1\right)^2}\cdot m_{max}{}^2 \tag{3.49}$$

und:

$$P_{T,max} = \frac{(b-a)^2}{12\cdot\left(2^{n_{D,KS}}-1\right)^2}. \tag{3.50}$$

Von den einzelnen Rauschleistungsbeiträgen her ist derjenige, der durch den Interpolationsfehler verursacht wird, am schwierigsten zu bestimmen, da zur Berechnung eine Reihe von Vorkenntnissen erforderlich sind. Um den Interpolationsfehler $\varepsilon_I(x)$ theoretisch exakt zu bestimmen, muß der Verlauf der benötigten Linearisierungskennlinie, das verwendete Verfahren und der Grad der Interpolationspolynome bekannt sein. Der maximale Rauschleistungsanteil $P_{I,max}$, der vom Interpolationsfehler $\varepsilon_I(x)$ herrührt, berechnet sich gemäß der nachfolgenden Gleichung zu:

$$P_{I,max} = \frac{1}{b-a}\int_{a-b/2}^{b-a/2}\varepsilon_I(x)^2\,dx \tag{3.51}$$

und ist je nach Verlauf der Linearisierungsfunktion $f_{S,I}^{-1}(x)$ nicht immer durch einen einfachen Ausdruck darstellbar. Die Interpolationsfehler $\varepsilon_I(x)$, die sich für die gebräuchlichsten Interpolationsverfahren ergeben, sind der Tabelle B.1 aus Anhang B zu entnehmen.

Wird beispielsweise die Linearisierungsfunktion über eine stückweise lineare Polynominterpolation nachgebildet, so gilt für den Interpolationsfehler $\varepsilon_I(x)$:

$$\left|\varepsilon_I(x)\right| \le \frac{1}{8}\cdot M_2 \cdot \left(\frac{b-a}{2^{n_K}-1}\right)^2 \quad \text{mit: } M_2 = \max_{\xi\in[a,b]}\left|f''^{-1}_{S,I}(\xi)\right|. \tag{3.52}$$

Bei einer bekannten Linearisierungsfunktion der Form $f_{S,I}^{-1}(x)=c_0+c_1\cdot x+c_2\cdot x^2$ berechnet sich der Interpolationsfehler $\varepsilon_I(x)$ mit Hilfe von Gleichung (3.52) zu:

$$\left|\varepsilon_I(x)\right| \le \frac{c_2\cdot(b-a)^2}{4\cdot\left(2^{n_K}-1\right)^2}. \tag{3.53}$$

Der Interpolationsfehler wird im vorliegenden Beispiel mit zunehmender Adresswortbreite n_K des Kennlinien-Speichers, d.h. mit einer steigenden Anzahl n an Kennlinien-Einträgen kleiner und steigt mit zunehmender Größe des quadratischen Anteils c_2 der Linearisierungsfunktion an. Soll der Interpolationsfehler klein gehalten werden, ohne die Anzahl an Kennlinien-Einträgen zu erhöhen, so muß die Ordnung der Interpolationsfunktion erhöht werden. Der Rauschleistungsbeitrag $P_{I,max}$, der durch den Interpolationsfehler maximal verursacht werden kann, beläuft sich bei einer stückweisen, linearen Interpolation und einer quadratischen Linearisierungsfunktion gemäß der Gleichung (3.51) und (3.53) auf:

$$P_{I,max} = \frac{c_2^{\,2}\cdot(b-a)^4}{16\cdot\left(2^{n_K}-1\right)^4}. \tag{3.54}$$

Beim rechnergestützten Verfahren können ebenso wie beim einfachen Tabellenverfahren die einzelnen maximalen Rauschleistungsbeiträge $P_{Q,max}$, $P_{T,max}$ und $P_{I,max}$ über unterschiedliche Parameter unabhängig voneinander eingestellt werden. $P_{Q,max}$ wird von der Meßauflösung N des verwendeten A/D-Wandlers und der ersten Ableitung der Linearisierungsfunktion $f_{S,I}^{-1}(x)$ beeinflußt, während $P_{T,max}$ von der endlichen Darstellungswortbreite $n_{D,KS}$ des Kennlinien-Speichers abhängt. In $P_{I,max}$ geht immer die Adresswortbreite n_K bzw. die Anzahl $n=2^{n_K}$ an Kennlinien-Einträgen, sowie das Interpolationsverfahren und der Verlauf der Linearisierungskennlinie ein. Die Parameter N, $n_{D,KS}$ und n_K können einfach bestimmt werden, indem die einzelnen Rauschleistungsbeiträge $P_{Q,max}$, $P_{T,max}$ und $P_{I,max}$ vom Betrag her ungefähr gleich groß dimensioniert werden, und jeweils ein Drittel der gesamten zulässigen Rauschleistung $P_{\varepsilon,ges}$ bei minimal vorgegebener Auflösung betragen:

$$P_{Q,max} \approx P_{T,max} \approx P_{I,max} \approx \frac{P_{\varepsilon,ges}}{3}. \tag{3.55}$$

Die maximale Darstellungswortbreite $n_{D,\mu P}$ am Ausgang y_A des rechnergestützten Verfahrens ergibt sich aus der minimal vorgegebenen Auflösung SNR_{min}:

$$n_{D,\mu P} = \frac{SNR_{min}}{20\cdot\log(2)}. \tag{3.56}$$

Der Speicherbedarf beim rechnergestützten Verfahren $S_{\mu P}$ kann jedoch im Gegensatz zu einfachen Tabellenverfahren drastisch reduziert werden, da jetzt aufgrund verfügbarer Rechenleistung die zur Korrektur fehlenden Einträge über entsprechend geeignete Approximationsverfahren aus der stark reduzierten Anzahl $n = 2^{n_K} << 2^N$ an Einträgen im Kennlinien-Speicher berechnet werden können:

$$S_{\mu P} = 2^{n_K} \cdot n_{D,KS}\ \text{bit} = n \cdot n_{D,KS}\ \text{bit} \overset{!}{<<} S_{eTv}\,. \tag{3.57}$$

Hierin ist jedoch nicht der notwendige Speicherbedarf für das Abspeichern des Mikroprogramms berücksichtigt, in dem die Vorschriften für die Berechnung der fehlenden Einträge im Kennlinien-Speicher festgelegt sind. Da der Speicherbedarf für das Mikroprogramm je nach implementierten Approximationsverfahren unterschiedlich groß ausfällt, kann dieser nicht formelmäßig beschrieben werden.

Besitzt der Sensor neben einer Nichtlinearität bzgl. der Meßgröße μ^* eine sog. Querempfindlichkeit gegenüber einer zusätzlichen Störgröße λ^*, die nicht Gegenstand der eigentlichen Meßaufgabe ist, so kann diese häufig in der Sensorik auftretende, mehrdimensionale Problemstellung ebenfalls mit dem rechnergestützten Verfahren aus **Bild 3.12** gelöst werden.

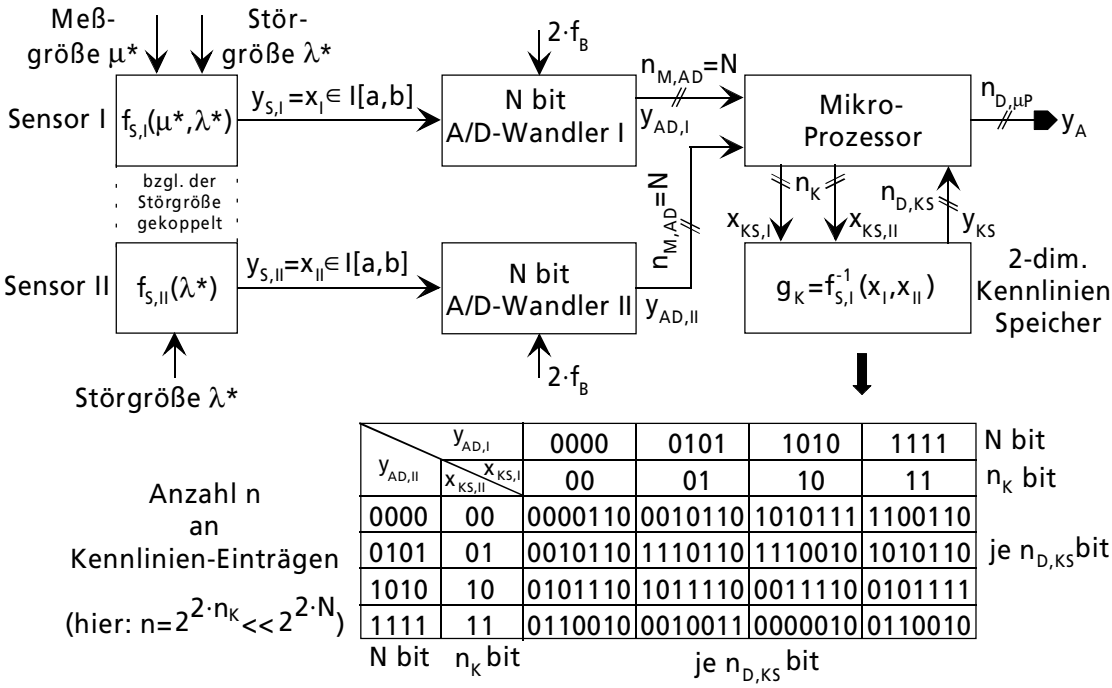


Bild 3.12 Erweiterung des rechnergestützten Verfahrens auf mehrdimensionale Problemstellungen

Hierzu wird die auftretende Störgröße mit Hilfe eines zweiten Sensors aufgenommen und über einen zusätzlichen, zweiten N-bit A/D-Wandler mit einer Meßauflösung $n_{M,AD}$ von N bit digitalisiert. Somit erhält der Mikroprozessor neben dem digitalisierten Meßsignal $y_{S,I}$ auch Informationen über das digitalisierte Störsignal $y_{S,II}$. Die notwendigen Daten zur Linearisierung

und zur Kompensation der Störgröße werden in einem 2-dimensionalen Kennlinien-Speicher abgelegt. Ähnlich wie bei der Linearisierung wird nicht zu jedem möglichen Meßwertepaar ($y_{AD,I}$, $y_{AD,II}$) ein digitaler Korrekturwert in den Speicher abgelegt, sondern wiederum eine stark reduzierte Anzahl $n=2^{2\cdot n_K}$. Nicht vorhandene, jedoch benötigte Korrekturdaten werden über ein geeignetes Approximationsverfahren bereitgestellt. Sollen die korrigierten Meßwerte am Ausgang y_A analog dargestellt werden, so kann ein eventuell im Mikroprozessor enthaltener D/A-Wandler verwendet werden. Die Auflösung des analogen Ausganges entspricht dann maximal der Auflösung des im Mikroprozessors integrierten D/A-Wandlers.

Prinzipiell können mit dem rechnergestützten Verfahren alle im Kapitel 3.2 angesprochenen Approximationsverfahren umgesetzt werden. Nachteilig sind jedoch die zusätzlichen Kosten und der hohe Platzbedarf für den benötigten Mikroprozessor, dessen Leistungsfähigkeit für einfache Approximationsaufgaben nur zu einem geringen Teil ausgenutzt wird. Bei komplizierteren Approximationsaufgaben kann der Rechenaufwand so groß werden, daß die Berechnung des korrigierten Meßwertes innerhalb eines zur Verfügung stehenden Zeitintervalls nicht mehr erfolgen kann, wodurch die Bandbreite des Sensors begrenzt wird [59, 60].

Sollen die Vorteile des rechnergestützten Verfahrens auf Mikroprozessor-Basis erhalten bleiben, die dadurch entstehenden Nachteile jedoch vermieden werden, so kommt das nachfolgend vorgestellte Verfahren in Betracht. Dieses neuartige Verfahren nutzt die interpolativen Eigenschaften von überabgetasteten A/D-Wandlern aus, die in der Fachliteratur häufig als ΣΔ-Modulatoren bezeichnet werden. Zur grundlegenden Funktionsweise und den charakteristischen Eigenschaften sowie den allgemein notwendigen Begriffsdefinitionen eines ΣΔ-Modulators sei auf Anhang C dieser Arbeit verwiesen.

3.3.3 Modifiziertes Tabellenverfahren unter Verwendung von ΣΔ-Modulatoren

Da Sensorsignale im allgemeinen langsam veränderlich und bandbegrenzt sind, können diese schneller als nach dem Nyquistkriterium gefordert abgetastet werden. Diese Geschwindigkeitsreserve kann zum einen dazu verwendet werden, um eine Interpolation durchzuführen und zum anderen, um die Auflösung bzw. die Meßgenauigkeit des Sensorsignals zu erhöhen. Beim modifizierten Tabellenverfahren [52,55] handelt es sich um eine Abwandlung des einfachen Tabellenverfahren. Der Weg vom einfachen zum modifizierten Tabellenverfahren ist in dem nachfolgenden **Bild 3.13** anschaulich dargestellt. In einem ersten Schritt wird der konventionelle A/D-Wandler aus dem einfachen Tabellenverfahren durch einen überabgetasteten A/D-Wandler ausgetauscht. Dieser setzt sich aus einem ΣΔ-Modulator M.ter Ordnung und einem digitalen Dezimator zusammen. Der ΣΔ-Modulator tastet dabei das bandbegrenzte Sensorsignal $y_{S,I}$ mit einer sog. **O**ver**s**ampling-**R**ate OSR $=f_C/2\cdot f_B$ ab. Hierbei bedeutet f_C die Abtastfrequenz des ΣΔ-Modulators und f_B die Bandbegrenzung des Sensorsignals.

Da die Wortbreite am Ausgang des Dezimators jedoch mit der hohen Meßauflösung $n_{M,\Sigma\Delta}$ des überabgetasteten A/D-Wandlers korrespondiert [61]:

$$n_{M,\Sigma\Delta} = \frac{10\cdot\log\left(\frac{P_{sig}}{(b-a)^2/12}\right)+10\cdot(2\cdot M+1)\cdot\log(OSR)-10\cdot\log\left(\frac{\pi^{2\cdot M}}{2\cdot M+1}\right)}{20\cdot\log(2)}, \tag{3.58}$$

besteht zunächst noch kein Vorteil gegenüber dem einfachen Tabellenverfahren.

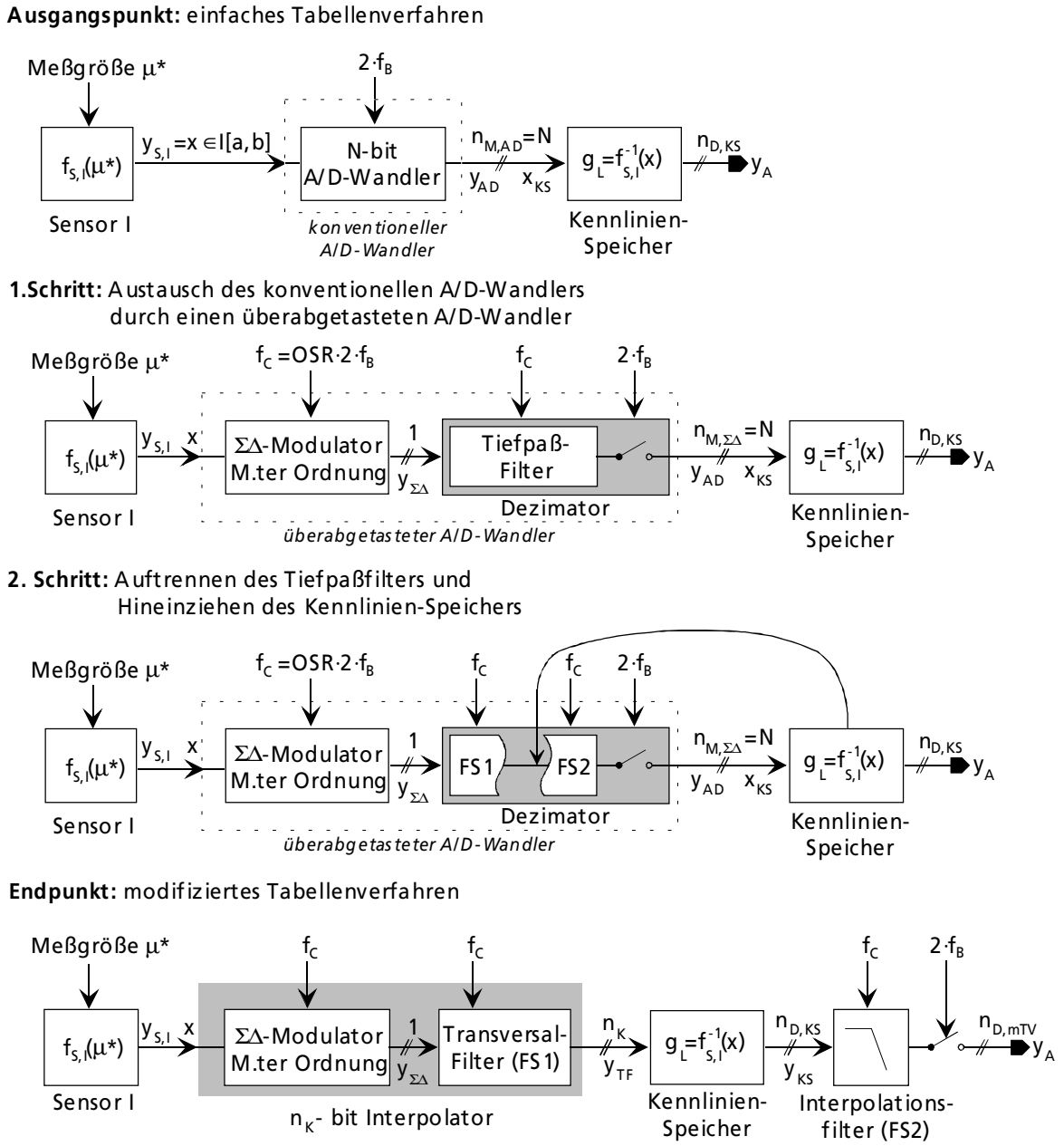


Bild 3.13 Vom einfachen zum modifizierten Tabellenverfahren

Wird in einem zweiten Schritt das im Dezimator enthaltene Tiefpaßfilter in zwei Filterstufen FS1 und FS2 aufgetrennt, und der Kennlinien-Speicher zwischen die beiden entstandenen Filterstufen des Tiefpaßfilters gezogen, so kann je nach Architektur der ersten Filterstufe FS1 die

Adressierung des Kennlinien-Speichers mit einer geringen Wortbreite n_K, dafür aber mit der vollen Abstastfrequenz f_c erfolgen, ohne die ursprünglich hohe Meßauflösung $n_{M,\Sigma\Delta}$ des überabgetasteten A/D-Wandlers zu zerstören. Für die erste Filterstufe FS1 wird ein Transversalfilter auf FIR-Basis, für die Filterstufe FS2 ein sog. Interpolationsfilter mit Tiefpaßcharakter verwendet, das eine Eckfrequenz besitzt, die mit der Bandbreite f_B des Sensorsignals korrespondiert. Der Begriff Interpolationsfilter rührt dabei von der Betrachtungsweise im Amplitudenbereich her, da aus n_K Werten des Kennlinien-Speichers $n_{D,mTV}$ Werte mit $n_K << n_{D,mTV}$ erzeugt werden. Für die klassische Betrachtungsweise im Zeitbereich würde dagegen dieses Filter als Dezimationsfilter bezeichnet werden. Da wir jedoch lediglich an einer Interpolation im Amplitudenbereich interessiert sind, kann der noch vorhandene Abtaster, der zur Reduzierung bzw. Dezimation der hohen Taktfrequenz f_c dient, für diese Anwendung entfallen.

Da der Kennlinien-Speicher nun mit einem n_K bit breiten Wort addressiert wird, kann der Speicherbedarf S_{mTv} - ähnlich wie beim rechnergestützten Verfahren - im Vergleich zum einfachen Tabellenverfahren drastisch reduziert werden:

$$S_{mTv} = 2^{n_K} \cdot n_{D,KS}\ \text{bit} = n \cdot n_{D,KS}\ \text{bit} = \overset{!}{<<} S_{eTv}\,. \tag{3.59}$$

Die genaue Funktionsweise des modifizierten Tabellenverfahrens soll anhand **Bild 3.14** erläutert werden. Das mit f_B bandbegrenzte Sensorsignal $y_{S,I}$ wird dabei, wie bereits angesprochen, mit einem überabgetasteten ΣΔ-Modulator M.ter Ordnung digitalisiert. Die Ordnung M des ΣΔ-Modulators ist durch die Ordnung des darin enthaltenen Schleifenfilters festgelegt (siehe dazu Anhang C). Wird als Quantisierer ein Komparator verwendet, so ergibt sich am Ausgang $y_{\Sigma\Delta}$ des ΣΔ-Modulators ein binärer, pulshäufigkeitsmodulierter Bitstrom, der im Durchlaßbereich des implementierten Schleifenfilters eine hochaufgelöste(!), digitale Kopie des bandbegrenzten Sensorsignals $y_{S,I}$ darstellt. Grund dafür ist, daß das durch die Digitalisierung des Sensorsignals verursachte Quantisierungsrauschen aufgrund der Rauschübertragungsfunktion des im ΣΔ-Modulators implemetierten Schleifenfilters mit M·20dB/Dekade zur halben Taktfrequenz $f_C/2$ hin verschoben wird. Dieses Verhalten kann deutlich am zugehörigen Spektrum des betrachteten Bildes erkannt werden. Da der Kennlinien-Speicher nicht unmittelbar mit dem binären und pulshäufigkeitsmodulierten Datenstrom des Ausgangssignals $y_{\Sigma\Delta}$ vom ΣΔ-Modulator angesteuert werden kann, wird über ein nachfolgendes Transversal-Filter ein n_K bit breites Wort erzeugt, das zur Adressierung des nachfolgenden Kennlinien-Speichers dient. Die Wortbreite n_K des Transversalfilters kann dabei über die verwendete Anzahl $n=2^{n_K}-1$ an Verzögerungsgliedern eingestellt werden. Beim Transversalfilter handelt es sich um ein FIR-Filter, dessen Amplitudengang eine sin(x)/x- bzw. sinc-Charakteristik aufweist. Die unzureichende Filtereigenschaft der ersten Filterstufe FS1, die an dieser Stelle für die Unterdrückung des Quantisierungsrauschens im Sperrbereich des verwendeten Schleifenfilters gewollt ist, bewirkt am Ausgang y_{TF} des Transversalfilters eine sich ständig mit der Abtastfrequenz f_c des ΣΔ-Modulators ändernde Adresse. Diese Adresse repräsentiert im Durchlaßbereich aufgrund der

Überabtastung innerhalb eines gleitenden Zeitfensters ebenfalls eine hochgenaue Darstellung des Sensorsignals $y_{S,I}$. Das sich ständig ändernde Adresswort greift nun schließlich auf die im Kennlinien-Speicher abgelegten Daten mit einer endlichen Darstellungswortbreite $n_{D,KS}$ zu, die die sog. Stützstellen der benötigten Linearisierungsfunktion (hier: $g_L=f_{S,I}^{-1}$) darstellen. Diese Operation hat eine Veränderung der spektralen Anteile im ursprünglichen Eingangsspektrum zur Folge. Die Veränderung wird im Frequenzspektrum durch einen „gezackten" Verlauf im Durchlaßbereich angedeutet und stellt die Korrektur der nichtidealen Sensoreigenschaft - hier die der nichtlinearen Sensorkennlinie - dar.

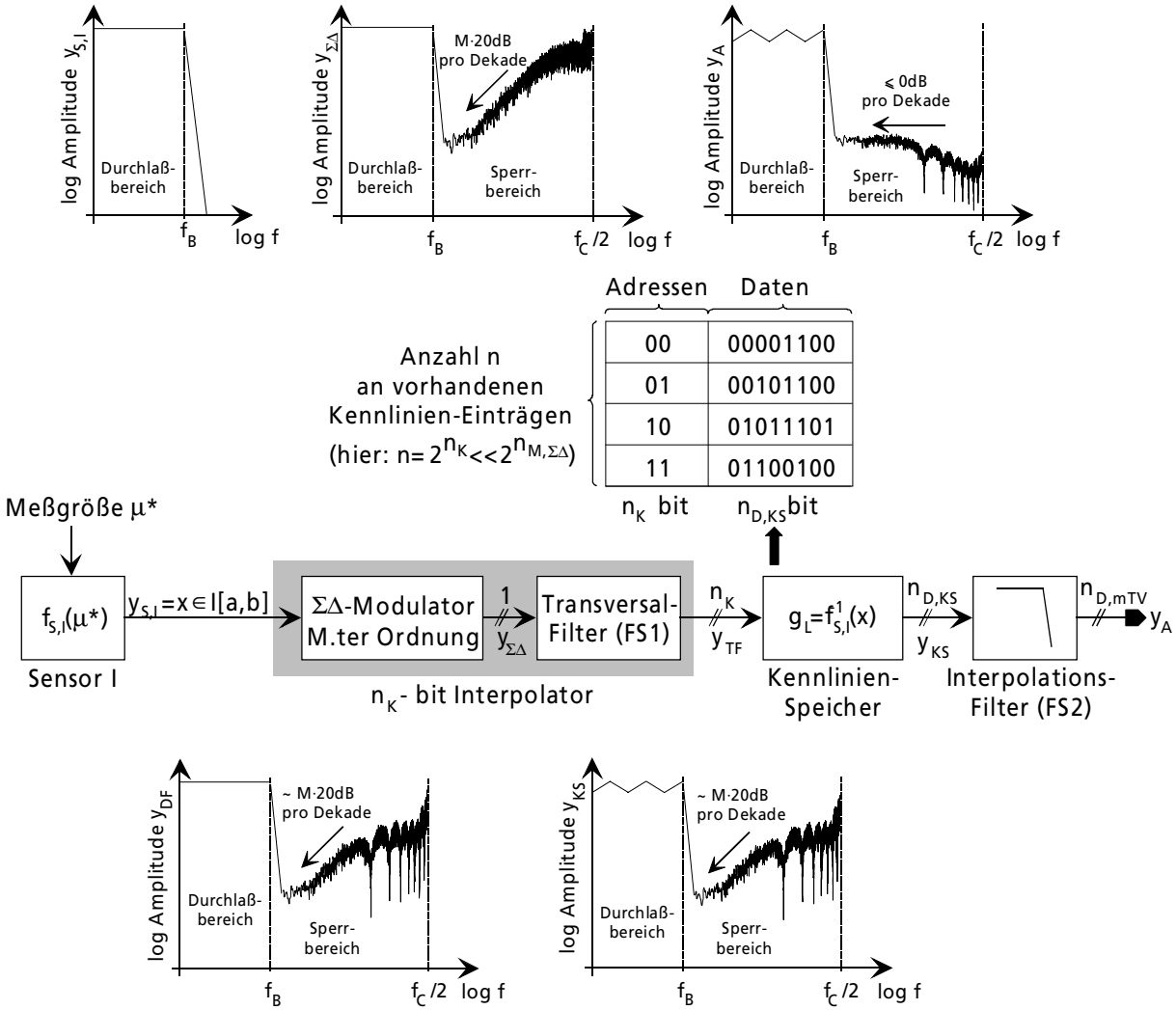


Bild 3.14 modifiziertes Tabellenverfahren für die Approximation von Kennlinien

Damit sich letztendlich ein mittlerer Durchschnitt innerhalb einer der Bandbreite f_B entsprechenden Zeit einstellt, müssen die mit der hohen Abtastfrequenz f_C aus dem Kennlinien-Speicher anfallenden Werte einer ausreichenden Tiefpaßfilterung unterzogen werden. Ausreichend heißt, daß das im Sperrbereich mit M·20dB/Dekade zur halben Taktfrequenz $f_C/2$ hin ansteigende Quantisierungsrauschen im Spektrum des Ausgangssignals y_A nicht mehr ansteigt. Die Aufgabe der Tiefpaßfilterung übernimmt dabei die zuvor angesprochene zweite Filterstufe

FS2, die als Interpolationsfilter fungiert. Dadurch wird gleichzeitig beim Abtasten mit einer niedrigeren Taktfrequenz verhindert, daß das zuvor in den Sperrbereich verschobene Quantisierungsrauschen wieder in den Durchlaßbereich zurückgefalten wird und sich dadurch die Auflösung am Ausgang y_A drastisch verschlechtert. Da nun Funktions- bzw. Korrekturwerte zwischen den vorhandenen Einträgen des Kennlinien-Speichers ermittelt werden können, entspricht das resultierende Systemverhalten einer Interpolation.

Bevor wir auf das interpolative Verhalten von ΣΔ-Modulatoren M.ter Ordnung intensiver eingehen soll, wie bei den beiden zuvor behandelten Verfahren, eine Vorschrift für die Dimensionierung der freien Systemparameter angegeben werden. Hierzu gehen wir wieder von einer minimal vorgegebenen Auflösung SNR_{min} aus, die sich am Ausgang y_A des modifizierten Tabellenverfahrens über den kompletten Eingangsbereich $x \in I[a, b]$ einstellen soll. Die minimal, erzielbare Auflösung SNR_{min}, die sich gemäß der Gleichung (3.41) am Ausgang y_A des modifizierten Tabellenverfahrens ergibt, wird ähnlich wie beim rechnergestützten Verfahren vom Quantisierungs-, Rundungs-, und Interpolationsfehler beeinflußt. Die gesamte, auftretende Rauschleistung:

$$P_{\varepsilon,ges} = P_{Q,max} + P_{T,max} + P_{I,max} \tag{3.60}$$

setzt sich unter der Voraussetzung, daß die Fehlerquellen nicht miteinander korreliert sind, aus einer einfachen Addition der maximal auftretenden Rauschleistungsbeiträge $P_{Q,max}$, $P_{T,max}$ und $P_{I,max}$ zusammen. Wird im überabgetasteten ΣΔ-Modulator als Quantisierer ein Komparator verwendet, und besitzt das im ΣΔ-Modulator M.ter Ordnung verwendete Schleifenfilter eine Rauschübertragungsfunktion der Form $(1-z^{-1})^M$, so kann der maximale Rauschleistungsbeitrag $P_{Q,max}$, der durch den Quantisierungsfehler ε_Q am Ausgang y_A verursacht wird, angegeben werden zu:

$$\begin{aligned} P_{Q,max} &= \frac{(b-a)^2}{12} \cdot \frac{\pi^{2\cdot M} \cdot (n-1)^2}{2 \cdot (M+1)} \cdot \left(\frac{2 \cdot f_B}{f_C}\right)^{2\cdot(M+1)} \cdot \left(\max_{\xi \in [a,\,b]} \frac{\partial f_{S,I}^{-1}(x)}{\partial x}\right)^2 \\ &= \frac{(b-a)^2}{12} \cdot \frac{\pi^{2\cdot M}}{2 \cdot (M+1)} \cdot \frac{(2^{n_K}-1)^2}{OSR^{2\cdot(M+1)}} \cdot m_{max}{}^2 \end{aligned} \tag{3.61}$$

Die Größe des Quantisierungsrauschens wird von der **O**ver**s**ampling-**R**ate OSR, der Ordnung M des ΣΔ-Modulators, der Wortbreite n_K des Transversalfilters und zuletzt von der Steigung m_{max} der zur Linearisierung benötigten Korrekturfunktion $f_{S,I}^{-1}(x)$ beeinflußt. Weiter tritt wie auch schon beim einfachen Tabellenverfahren und rechnergestützten Verfahren ein Fehler auf, der durch die endliche Darstellungswortbreite $n_{D,KS}$ im Kennlinien-Speicher hervorgerufen wird. Der dadurch maximal verursachte Rauschleistungsbeitrag $P_{T,max}$ bestimmt sich wie bei den beiden zuvor behandelten Verfahren zu:

$$P_{T,max} = \frac{(b-a)^2}{12 \cdot \left(2^{n_{D,KS}} - 1\right)^2}. \tag{3.62}$$

Gemäß Gleichung (3.60) fehlt zur gesamten und zugleich auflösungsbegrenzenden Rauschleistung $P_{\varepsilon,ges}$ nur noch der maximal auftretende Rauschleistungsbeitrag $P_{I,max}$:

$$P_{I,max} = \frac{1}{b-a} \int_{a-b/2}^{b-a/2} \varepsilon_I(x)^2 dx \,, \tag{3.63}$$

der aufgrund der stark reduzierten Anzahl n an Kennlinien-Einträgen und der unmittelbar daraus resultierenden Notwendigkeit einer Interpolation hervorgerufen wird. Eine genaue Abschätzung des Interpolationsfehlers $\varepsilon_I(x)$ kann nur dann gefunden werden, wenn das angewandte Interpolationsverfahrens, der Grad der verwendeten Interpolationspolynome sowie der Verlauf der benötigten Linearisierungsfunktion $f_{S,I}^{-1}(x)$ oder genauer die Ableitungen der Linearisierungsfunktion bekannt sind. Fehlerabschätzungen zu den unterschiedlichsten aber gebräuchlichsten Interpolationsverfahren können aus der Tabelle B.1 des Anhang B entnommen werden. Die Vorgehensweise zur Berechnung der freien Systemparameter (M, OSR, n_K, $n_{D,KS}$) des modifizierten Tabellenverfahrens erfolgt analog zum rechnergestützten Verfahren. Hierbei werden die maximal auftretenden Rauschbeiträge $P_{Q,max}$, $P_{T,max}$ und $P_{I,max}$, die durch den Quantisierungs-, Rundungs-, und Interpolationsfehler verursacht werden, vom Betrag her ungefähr gleich groß und jeweils auf ein Drittel der gesamten zulässigen Rauschleistung bei minimal vorgegebener Auflösung SNR_{min} dimensioniert:

$$P_{Q,max} \approx P_{T,max} \approx P_{I,max} \approx \frac{P_{\varepsilon,ges}}{3} \,. \tag{3.64}$$

Die Darstellungswortbreite $n_{D,mTv}$ am Ausgang y_A des modifizierten Tabellenverfahrens hängt von der minimal vorgegebenen Auflösung SNR_{min} ab:

$$n_{D,mTv} = \frac{SNR_{min}}{20 \cdot \log(2)} \,. \tag{3.65}$$

Gegenstand des nachfolgenden Abschnitts ist die Untersuchung des Interpolationsverhaltens von ΣΔ-Modulatoren M.ter Ordnung. Im Rahmen der Untersuchungen werden dabei ΣΔ-Modulatoren erster bis dritter Ordnung betrachtet. Aus dem resultierenden Interpolationsverhalten soll eine eindeutige Zuordnung zu einem der in Kapitel 3.2.2 vorgestellten Interpolationsverfahren erfolgen. Zur Untersuchung des Interpolationsverhaltens wird die im **Bild 3.15** dargestellte Anordnung verwendet. Zum Untersuchungsobjekt der Anordnung gehört der ΣΔ-Modulator M.ter Ordnung sowie die erste Filterstufe FS1 in Form eines Transversalfilters, die zusammen für die Adressierung der im Kennlinien-Speicher abgelegten Daten verantwortlich sind.

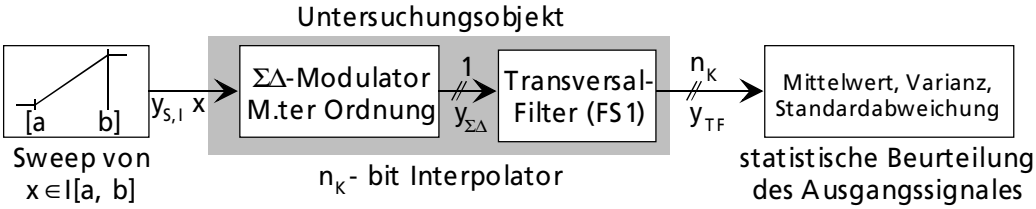


Bild 3.15 Anordnung zur Untersuchung des Interpolationsverhaltens von ΣΔ-Modulatoren M.ter Ordnung

Soll der Kennlinien-Speicher $n=2^{n_K}$ Einträge besitzen, so müssen aus dem binären, pulshäufigkeitsmodulierten Ausgangssignal des ΣΔ-Modulators M.ter Ordnung n Adressworte von 0 bis n-1 erzeugt werden. Hierfür wird das im **Bild 3.16** gezeigte Transversalfilter mit n-1 Verzögerungsgliedern verwendet, das eine große Ähnlichkeit mit dem aus der Meßtechnik bekannten Mittelwertfilter besitzt [64].

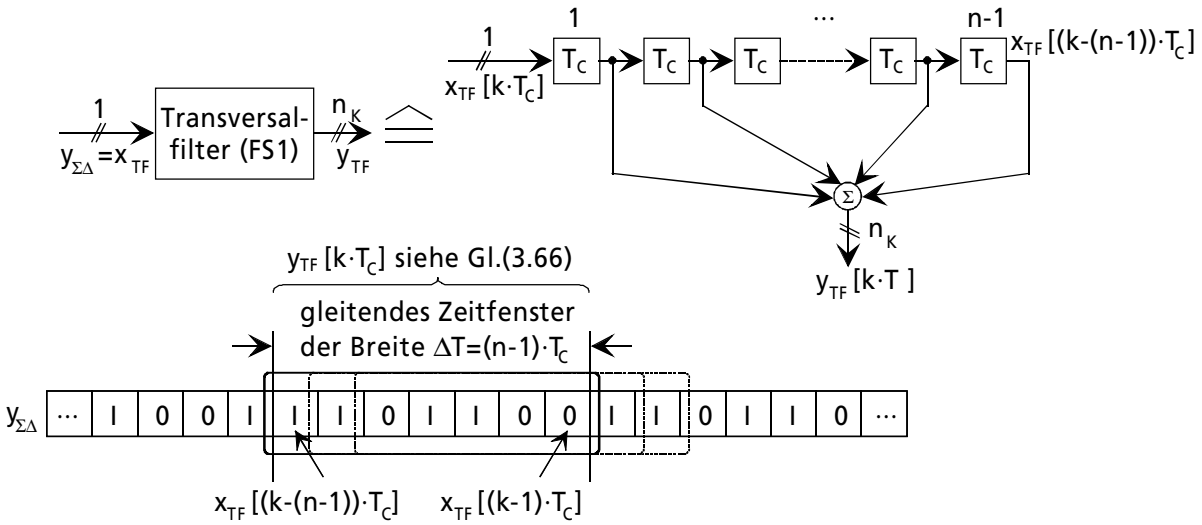


Bild 3.16 Struktur der ersten Filterstufe FS1 in Form eines Transversalfilters

Die gezeigte Filterstufe FS1 registriert dabei zu jedem Abtastzeitpunkt des ΣΔ-Modulators innerhalb eines gleitenden Zeitfensters die Anzahl der auftretenden Einsen. Die Breite $\Delta T=(n-1)\cdot T_C$ des gleitenden Zeitfensters wird dabei über die Anzahl n-1 an Verzögerungsgliedern festgelegt. Zum Abtastzeitpunkt $t=k\cdot T_C$ ergibt sich somit das Ausgangssignal des Transversalfilters zu:

$$y_{TF}[k\cdot T_C]=\sum_{i=1}^{n-1} x_{TF}[(k-i)\cdot T_C] \tag{3.66}$$

Zum Zeitpunkt $t=k\cdot T_C$ kann gemäß Gleichung (3.66) nur dann die untere Adresse Null auftreten, wenn alle n-1 verzögerten Modulatorausgangswerte $y_{ΣΔ}$ Null gewesen waren. Analog dazu kann zu diesem Zeitpunkt die obere Adresse n-1 nur dann auftreten, wenn der binäre Ausgang $y_{ΣΔ}$ des Modulators mindestens (n-1)-mal hintereinander eine Eins geliefert hatte.

Wird nun für jedes Sensorsignal $y_{S,I}$ bzw. für jeden Eingangswert x des ΣΔ-Modulators M.ter Ordnung innerhalb des maximal erlaubten Eingangsbereiches $x \in I[a, b]$ die Häufigkeit aller vorkommenden Adressworte y_{TF} am Ausgang des Transversalfilters protokolliert, so ergibt sich für jede Adresse eine sogenannte Verteilungsfunktion, die die Auftrittswahrscheinlichkeit der im Kennlinien-Speicher abgelegten Daten beschreibt. Über die Form der resultierenden Verteilungsfunktionen kann letztendlich auf das Interpolationsverhalten geschlossen werden.

Beginnen wir nun mit der Untersuchung eines ΣΔ-Modulator erster Ordnung gemäß **Bild 3.17**. Beim Entwurf des Schleifenfilters existieren aufgrund der niedrigen Modulator-Ordnung keine großartigen Freiheitsgrade. Für das Schleifenfilter kommen lediglich „Forward-Euler" und „Backward-Euler"-Integratoren gemäß Anhang C in Betracht [66].

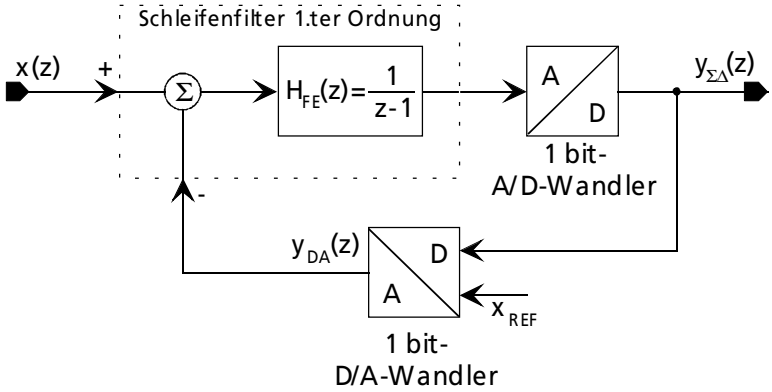


Bild 3.17 ΣΔ-Modulator 1.ter Ordnung

Bei diesem System handelt es sich, wie auch bei den zwei nachfolgenden, um einen nicht-linearen, abgetasteten Regelkreis. Die Nichtlinearitäten der Systeme werden jeweils durch die Verwendung des 1bit-A/D-Wandlers (Komparators) hervorgerufen. Eine exakte deterministische Analyse ist dementsprechend schwierig und derzeitig nur bis maximal zur Ordnung M=2 möglich. Interessierte Leser werden auf entsprechend geeignete Literatur verwiesen [65, 66]. Für eine exakte Analyse des Interpolationsverhaltens wird das System aus diesem Grund über einen Satz von entsprechenden Differenzengleichungen beschrieben, die über numerische Methoden gelöst werden und letztendlich Rückschlüsse auf das transiente Verhalten und den daraus resultierenden Langzeiteigenschaften zulassen.

Wird für jeden Eingangswert x innerhalb des Eingangsintervalles [a, b] des ΣΔ-Modulators die Häufigkeit der vorkommenden Adressworte y_{TF} aufgenommen, so ergeben sich die in **Bild 3.18** dargestellten Verteilungsfunktionen für die Zugriffshäufigkeit auf die im Kennlinien-Speicher abgelegten Daten bzw. die Auftrittswahrscheinlichkeit der Kennlinien-Adressen y_{TF}. Das gezeigte Interpolationsverhalten ist äußerst interessant, da alle inneren Verteilungs-funktionen des ΣΔ-Modulators erster Ordnung gleich geartet sind und lediglich gegeneinander um den Abstand Δx verschoben sind.

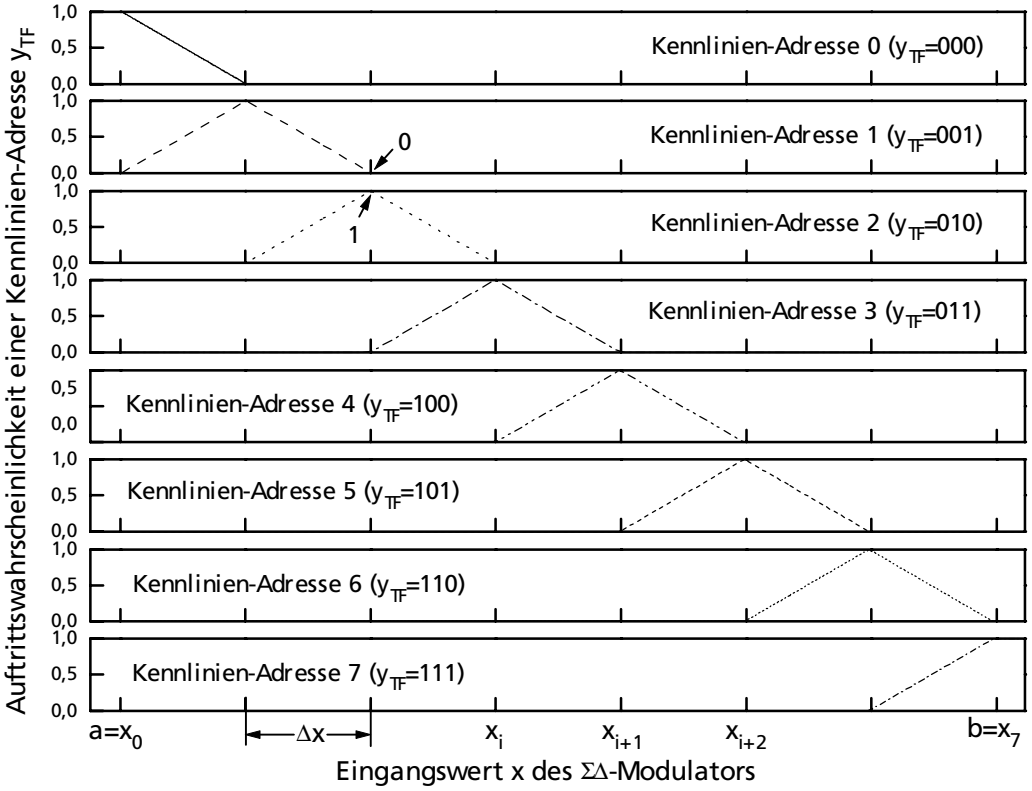


Bild 3.18 Verteilungsfunktionen für die Auftrittswahrscheinlichkeit einer Kennlinien-Adresse y_{TF} bei der Verwendung eines ΣΔ-Modulators 1.ter Ordnung (n=8)

Es bilden sich genau n=8 Verteilungsfunktionen aus, da hier im vorliegenden Beispiel n-1=7 Verzögerungsglieder in dem Transversalfilter verwendet wurden. Sollen beispielsweise 16 Einträge im Kennlinien-Speicher angesprochen werden, so muß einfach die Anzahl der Verzögerungsglieder von 7 auf 15 erhöht werden. Die einzelnen Verteilungsfunktionen sind nur innerhalb von lokal begrenzten Teilintervallen ungleich null, stückweise linear und positiv. Treten Werte am Eingang des ΣΔ-Modulators auf, die außerhalb des Approximationsintervalls [a,b] liegen, so werden alle auftretenden Adressworte, die unterhalb sowie oberhalb des gültigen Adressraums des Kennlinien-Speichers liegen, durch eine eingebaute Begrenzung im Transversalfilter auf die unterste bzw. oberste Adresse abgebildet. Hierdurch wird verhindert, daß jemals Adressen auftreten können, die außerhalb des gültigen Adressraums des Kennlinien-Speichers liegen. Die Verteilungsfunktionen sind stetig, jedoch nicht stetig differenzierbar. Aufgrund dieser Feststellungen wird bei der Verwendung eines ΣΔ-Modulators erster Ordnung ein stückweises, lineares Interpolationsverhalten erzielt. Dieses Interpolationsverhalten läßt sich somit über lineare Basisfunktion $B^2(x)$ nachbilden (siehe dazu Kapitel 3.2.2).

Erhöhen wir nun die Ordnung M des Schleifenfilters auf zwei, so ergibt sich der in **Bild 3.19** gezeigte ΣΔ-Modulator 2.ter Ordnung. Im Gegensatz zum Modulator 1.ter Ordnung ist schon etwas mehr Freiheit beim Design des Schleifenfilters gegeben. Es können sowohl „Forward-Euler" als auch „Backward-Euler" Integratoren gemischt sowie ausschließlich eingesetzt werden. Der Faktor γ dient dabei zur Einstellung der Stabilität des ΣΔ-Modulators 2.ter Ord-

nung. Mit diesem Faktor können die Polstellen der Rauschübertragungsfunktion $H_{NTF}(z)$ (allg. Definition ist im Anhang C dieser Arbeit nachzuschlagen) innerhalb des Einheitskreises gezielt plaziert werden.

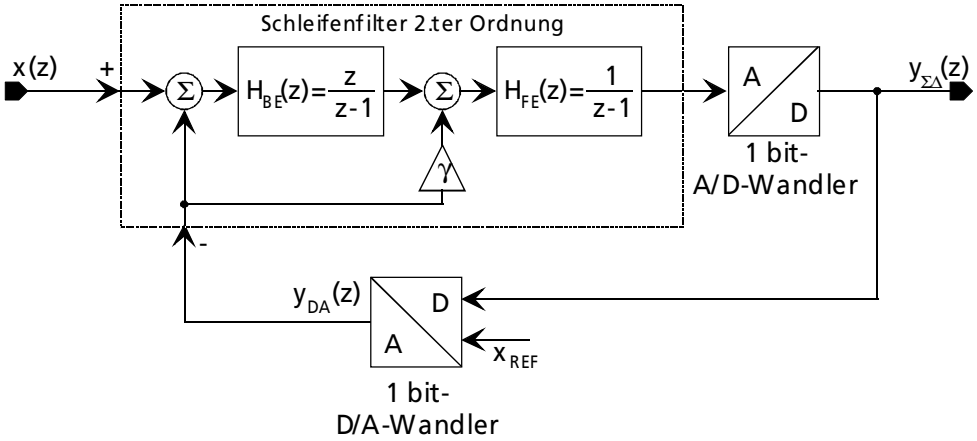


Bild 3.19 ΣΔ-Modulator 2.ter Ordnung

Wird nun wieder für jeden Eingangswert x des ΣΔ-Modulators 2.ter Ordnung die Häufigkeit der vorkommenden Adressworte y_{TF} aufgenommen, so ergeben sich die in **Bild 3.20** dargestellten Verteilungsfunktionen für die Zugriffshäufigkeit auf die im Kennlinien-Speicher abgelegten Daten bzw. die Auftrittswahrscheinlichkeit der Kennlinien-Adressen y_{TF}.

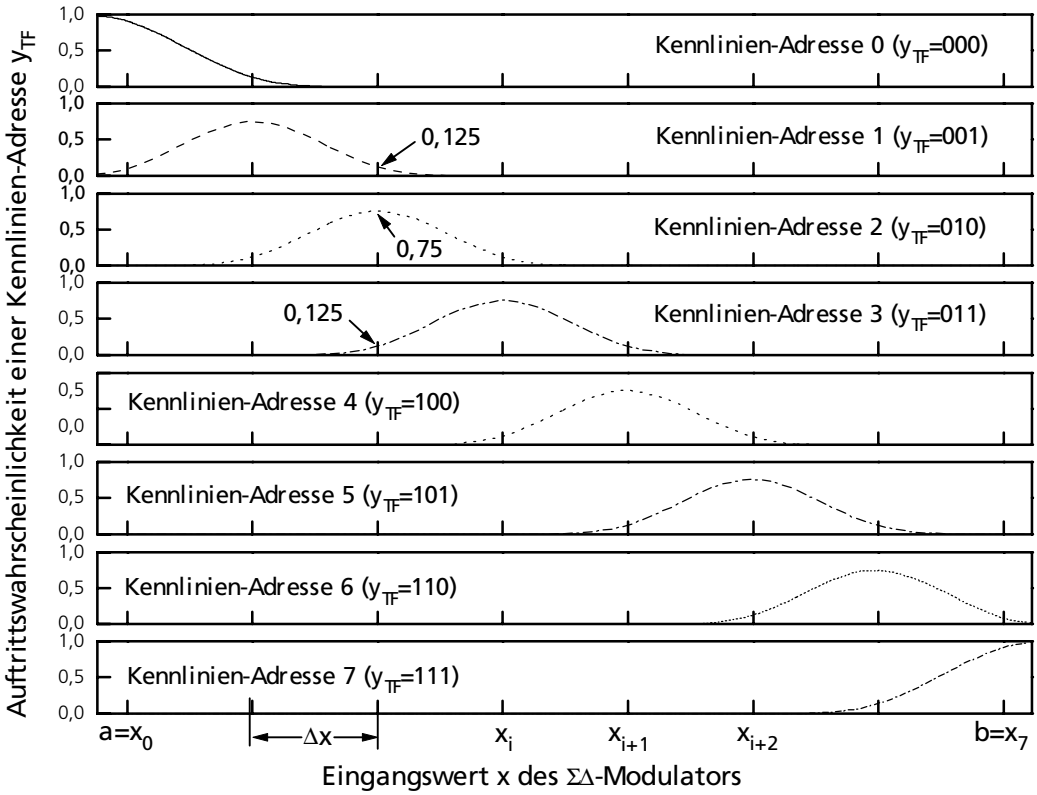


Bild 3.20 Verteilungsfunktionen für die Auftrittswahrscheinlichkeit einer Kennlinien-Adresse y_{TF} bei der Verwendung eines ΣΔ-Modulators 2.ter Ordnung (γ=0,75 und n=8)

Ähnlich wie beim ΣΔ-Modulator 1.ter Ordnung bilden sich acht um Δx gegeneinander verschobene Verteilungsfunktionen aus, da die erste Dezimationsstufe mit sieben Verzögerungsgliedern unverändert geblieben ist. Auch hier erkennt man, daß die Verteilungsfunktionen an den äußeren Approximationsgrenzen a und b anders verlaufen als im Inneren des Approximationsintervalls. Dies liegt an der bereits zuvor erwähnten Begrenzung innerhalb der 1.ten Dezimationsstufe. Der Verlauf dieser Verteilungsfunktionen bzw. die Auftrittswahrscheinlichkeit der größten und kleinsten Kennlinien-Adresse setzt sich aus einer Summation von weiter über die Approximationsgrenzen hinaus fortgesetzten inneren Verteilungsfunktionen zusammen. Sehr interessant ist jedoch die Tatsache, daß sich im Gegensatz zum ΣΔ-Modulator erster Ordnung die Form der Verteilungsfunktionen für das Auftreten einer Kennlinien-Adresse verändert hat. Die inneren Verteilungsfunktionen sind innerhalb von lokal begrenzten Teilintervallen ungleich null, positiv und bei entsprechender Wahl des Koeffizienten γ stückweise quadratisch. Die Verteilungsfunktionen sind dadurch zweimal stetig und einmal stetig differenzierbar. Aufgrund dieser Feststellungen wird bei der Verwendung eines ΣΔ-Modulators 2.ter Ordnung ein stückweises, quadratisches Interpolationsverhalten erzielt. Dieses Interpolationsverhalten läßt sich dementsprechend über quadratische Basisfunktion $B^3(x)$ nachbilden (siehe dazu Kapitel 3.2.2).

Intensive Untersuchungen am ΣΔ-Modulator zweiter Ordnung ergeben, daß bei einer Veränderung des Koeffizienten γ die Form der Verteilungsfunktionen beeinflußt werden kann. Diese Ergebnisse sind im nachfolgenden **Bild 3.21** gezeigt. Hierzu werden die resultierenden Verteilungsfunktionen sowie die Signal- und Rauschübertragungsfunktionen $H_{STF}(z)$ und $H_{NTF}(z)$ vergleichend gegenübergestellt, deren allg. Definitionen im Anhang C zu finden sind.

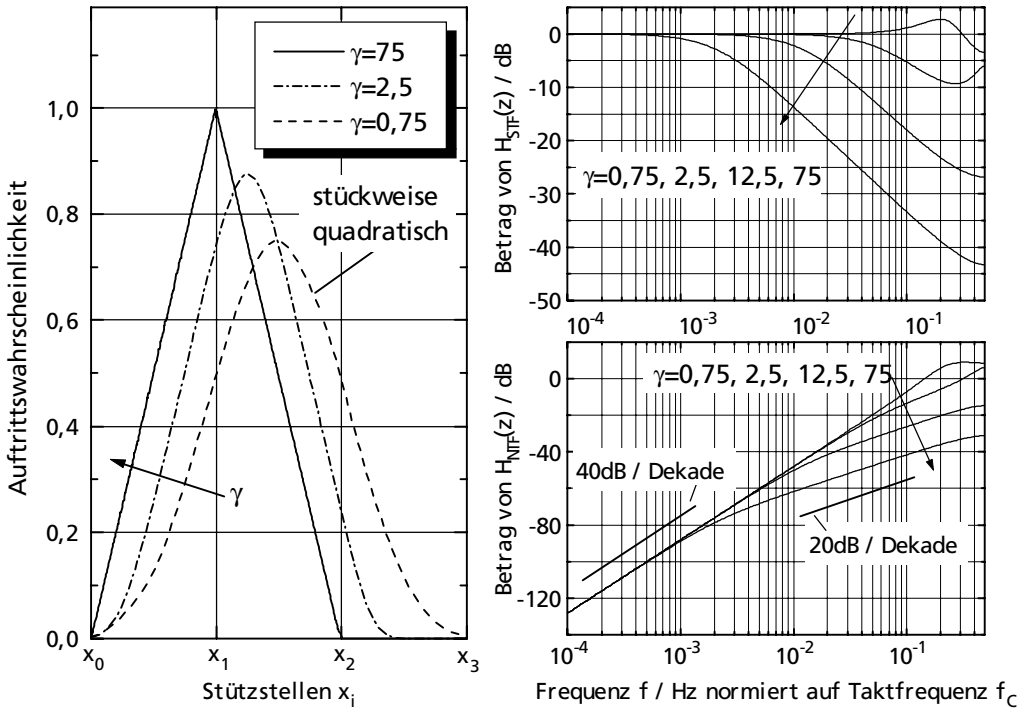


Bild 3.21 Interpolationsverhalten eines ΣΔ-Modulators 2.ter Ordnung in Abhängigkeit vom Faktor γ

Erhöht man den Koeffizienten γ, so wird verständlicherweise der Einfluß der ersten Integratorstufe zunehmend abgeschwächt und die Verteilungsfunktionen nehmen die Form an, wie sie bei einem $\Sigma\Delta$-Modulators erster Ordnung auftreten. Schaut man sich parallel dazu die Rauschübertragungsfunktionen H_{NTF}´s an, so erkennt man ebenfalls, daß im Bereich der halben Abtastfrequenz das zweifach differenzierende Verhalten zunehmend in ein einfach differenzierendes Verhalten übergeht. Inwieweit das geänderte Rauschübertragungsverhalten ausgehend von der halben Abtastfrequenz $f_C/2$ zu niedrigeren Frequenzen hin eine Veränderung der Verteilungsfunktionen bewirkt, ist abhängig von der Filtertiefe bzw. Fensterbreite der verwendeten ersten Dezimationsstufe. Es stellt sich nun die Frage, ob sich durch Erniedrigung von γ nicht auch Verteilungsfunktionen erzielen lassen, die stückweise kubisch sind. Prinzipiell kann man durch die Erniedrigung des Faktors γ die Rauschleistung nahe der halben Abtastfrequenz weiter erhöhen, jedoch wird dadurch der $\Sigma\Delta$-Modulator 2.ter Ordnung zunehmend instabil.

Untersuchungen des Interpolationsverhaltens und entsprechende Stabilitätsbetrachtungen mittels Wurzelortskurven (WOK) ergeben, daß kein stabiler $\Sigma\Delta$-Modulator 2.ter Ordnung entworfen werden kann, der Verteilungsfunktionen mit einen stückweise kubischen Verlauf besitzt. Um die Rauschleistung im Sperrbereich nahe der halben Abtastfrequenz $f_C/2$ weiter zu erhöhen ohne an Stabilität zu verlieren, liegt es nahe die Ordnung M des Schleifenfilters weiter zu erhöhen. Daraus resultiert ein $\Sigma\Delta$-Modulator 3.ter Ordnung, dessen Blockdiagramm in dem nachfolgenden **Bild 3.22** gezeigt ist.

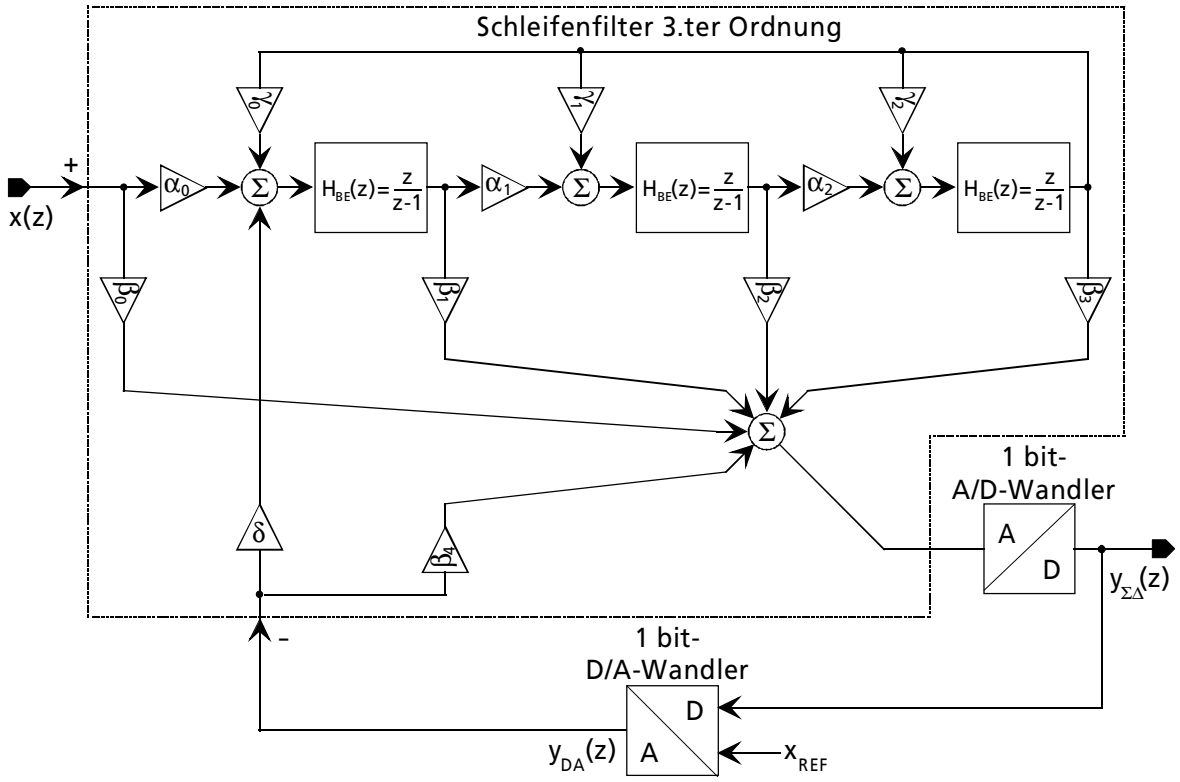


Bild 3.22 $\Sigma\Delta$-Modulator 3.ter Ordnung

Das in dem ΣΔ-Modulator verwendete Schleifenfilter besteht aus drei in Reihe kaskadierten „Backward-Euler"-Integratoren. Das Eingangssignal x und die drei Ausgänge der „Backward-Euler"-Integratoren werden mit den Koeffizienten β_0-β_3 gewichtet und anschließend auf einen 1bit-A/D-Wandler (Komparator) geführt. Der Ausgang des letzten Integrators wird über die Koeffizienten γ_0-γ_2 auf die Eingänge der Integratoren zurückgekoppelt. Hiermit können die Nullstellen der Rauschübertragungsfunktion $H_{NTF}(z)$ derart verteilt werden, daß die Maxima der Rauschübertragungsfunktion im Durchlaßbereich des Schleifenfilters gleich hoch sind. Der Koeffizient β_4 koppelt den Komparatorausgang nochmals gewichtet auf seinen eigenen Eingang zurück. Mit der Einführung dieses Koeffizienten wird ein zusätzlicher Freiheitsgrad im Nennerpolynom der Signal- und Rauschübertragungsfunktion erhalten, wodurch sich die Pole beliebig innerhalb des Einheitskreises der komplexen z-Ebene plazieren lassen. Dieser Faktor dient zur Stabilitätskontrolle und kann wie der Faktor γ beim ΣΔ-Modulator 2.ter Ordnung zur Einstellung des Interpolationsverhaltens verwendet werden. Der Koeffizient α_0 skaliert das Eingangssignal bzw. den Eingang der ersten Integratorstufe, während die Koeffizienten α_1 und α_2 die Eingänge der nachfolgenden letzten beiden Integratoren gewichten. Hierdurch kann ebenfalls in gewissem Maße die Stabilität des Modulators beeinflußt werden, da durch die Skalierung verhindert werden kann, daß die Integratoreingänge in die Begrenzung laufen. Die Koeffizienten des ΣΔ-Modulators sind nach einer Dimensionierungsvorschrift von Hammerschmidt [101] so gewählt worden, daß sich ein stabiles Verhalten des Modulators einstellt. Durch die Veränderung des Koeffizienten β_4 kann letztendlich in gewissen Grenzen das gewünschte Interpolationsverhalten eingestellt werden. Für die Dimensionierung des Schleifenfilters bzw. der Bestimmung der freien Koeffizienten müssen wir eine obere Eckfrequenz für den Durchlaßbereich, sowie die Abtastfrequenz f_C vorgeben. Bei einer angenommenen oberen Eckfrequenz f_B von 1kHz und einer Abtastfrequenz f_C von 100kHz ergeben sich die Koeffizienten des ΣΔ-Modulators 3.ter Ordnung zu:

$$\alpha_0=\alpha_1=\alpha_2=0{,}5,\ \beta_0=0,\ \beta_1=2{,}4,\ \beta_2=2{,}1,\ \beta_3=0{,}8,\ \beta_4=-0{,}5,\ \gamma_0=\gamma_1=\gamma_2=0,\ \text{und}\ \delta=1,$$

wobei das Eingangs- sowie Rückkopplungssignal x und y_{DA} jeweils auf ±1 normiert sind. Verändert man den Koeffizienten β_4 von -0,5 auf -1, so kann das Verhalten der Rauschübertragungsfunktion nahe der halben Abtastfrequenz $f_C/2$ derart verändert werden, daß die Verteilungsfunktionen des Modulators ein stückweise kubisches Verhalten aufweisen.

Mit diesem Koeffizientensatz ergeben sich die in **Bild 3.23** gezeigten Verteilungsfunktionen. Da im Vergleich zu den vorhergehenden Untersuchungen zum Interpolationsverhalten von ΣΔ-Modulatoren erster und zweiter Ordnung keinerlei Änderungen an der ersten Dezimationsstufe vorgenommen worden sind, bilden sich auch hier wieder n=8 Verteilungsfunktionen aus, die um den Abstand Δx gegeneinander verschoben sind. Die Verteilungsfunktionen sind lokal definiert, innerhalb gewisser Teilintervalle von null verschieden, positiv und bei entsprechender Wahl des Koeffizientensatzes stückweise kubisch. Aus diesem Grund sind diese Verteilungsfunktionen dreimal stetig und demzufolge zweimal stetig differenzierbar.

Aufgrund dieser Feststellungen wird bei der Verwendung eines ΣΔ-Modulators 3.ter Ordnung ein stückweises, kubisches Interpolationsverhalten erzielt. Dieses Interpolationsverhalten läßt sich über kubische Basisfunktionen $B^4(x)$ nachbilden. Von allen zuvor untersuchten Modulatoren nimmt somit der ΣΔ-Modulator dritter Ordnung in dem modifizierten Tabellenverfahren gemäß **Bild 3.14** wie auch die kubische Interpolation in der numerischen Approximationstheorie aufgrund seiner hervorragenden Interpolationseigenschaften eine überaus wichtige Rolle ein.

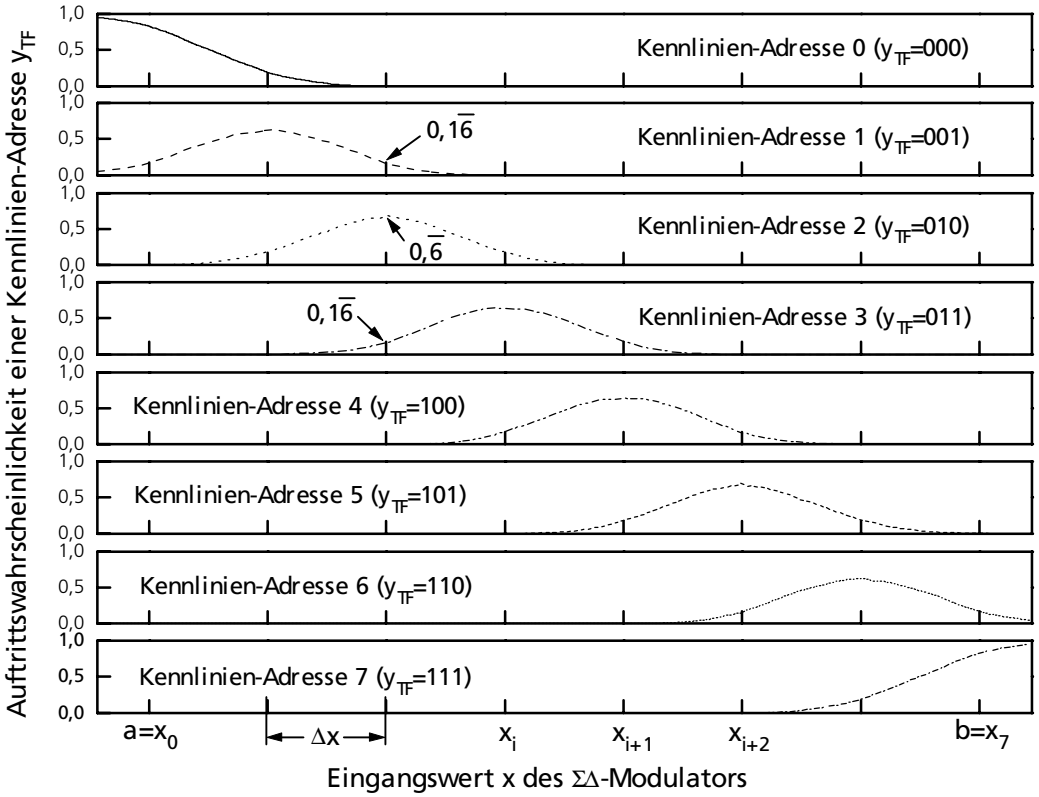


Bild 3.23 Verteilungsfunktionen für die Auftrittswahrscheinlichkeit einer Kennlinien-Adresse y_{TF} bei der Verwendung eines ΣΔ-Modulators 3.ter Ordnung (n=8)

Um die ausführlichen Untersuchungen zum Interpolationsverhalten von ΣΔ-Modulatoren unterschiedlicher Ordnung M abzuschließen, sind die resultierenden inneren Verteilungsfunktionen der Übersichtlichkeit halber in dem nachfolgenden **Bild 3.24** zusammengefaßt. Der unmittelbare Vergleich zeigt sehr deutlich, wie sich der Verlauf der Verteilungsfunktionen ändert, wenn man die Ordnung M des ΣΔ-Modulators, sprich die des verwendeten Schleifenfilters, erhöht. Ein zusätzlicher Vergleich mit den polynomialen Basisfunktionen $B^r(x)$ zeigt, daß der Grad r der Basisfunktionen mit der Ordnung M der ΣΔ-Modulatoren korrespondiert. Demzufolge kann beim modifizierten Tabellenverfahren durch die Verwendung eines ΣΔ-Modulators erster bis dritter Ordnung das Spektrum der stückweise linearen, quadratischen und kubischen Interpolation abgedeckt werden.

Die zunehmend stetige Differenzierbarkeit der Basis- bzw. Verteilungsfunktionen schlägt sich in einem zunehmend glatteren Verlauf der approximierten Kennlinie nieder. So werden beispielsweise bei der kubischen Interpolation die Funktionswerte mit minimaler Gesamtkrümmung untereinander verbunden.

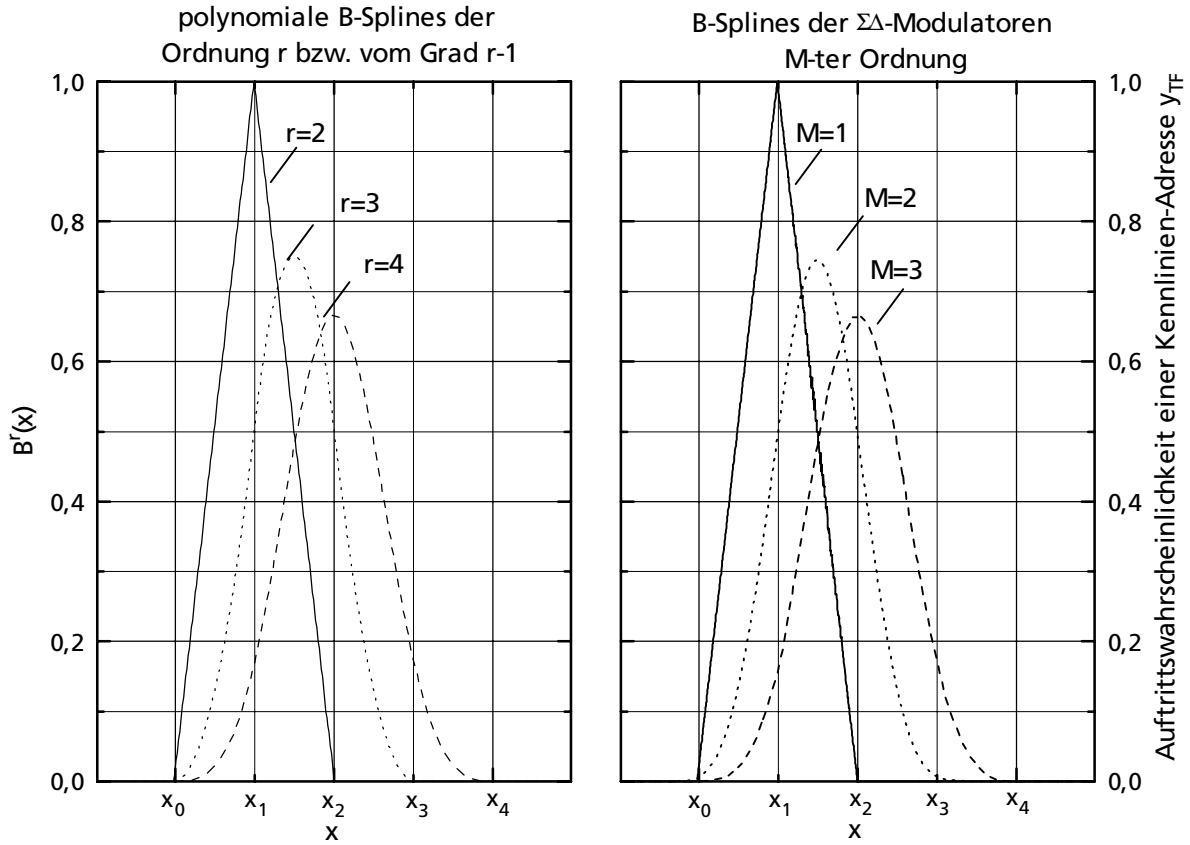


Bild 3.24 Vergleich: Basisfunktionen des ΣΔ-Modulators M.ter Ordnung und polynomiale Basisfunktionen $B^r(x)$ der Ordnung r

Mit den zuvor gewonnen Erkenntnissen über das Interpolationsverhalten von ΣΔ-Modulatoren unterschiedlicher Ordnung M soll der eigentliche Interpolationsmechanismus anhand eines Beispiels aus dem nachfolgenden **Bild 3.25** nochmals kurz verdeutlicht werden [62]. Dafür soll die Ordnung M des ΣΔ-Modulators zunächst eins betragen. Beträgt das Eingangssignal x des Modulators beispielsweise -4/7, (d.h. liegt es genau zwischen zwei Einträgen im Kennlinien-Speicher), so springt das mit der Abtastfrequenz f_c des ΣΔ-Modulators wechselnde Adresssignal y_{TF} des Transversalfilters mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils 50% zwischen den Adressen eins und zwei hin und her. Diese Folge von Adresswerten wird in unserem Beispiel über die im Kennlinien-Speicher abgelegte Funktionalität in eine Zahlenfolge von Vierzigen und Fünfzigen umgewandelt, die am Ausgang y_{KS} des Kennlinien-Speichers erscheint. Für das gewollte Hin- und Herspringen der Adressen ist die noch vorhandene Rauschleistung am Ausgang des Transversalfilters verantwortlich. Da immer nur zwischen maximal zwei Adressen hin- und hergesprungen wird, handelt es sich hier eindeutig um eine stückweise lineare Interpolation.

Der resultierende Korrekturwert von 45, der genau in der Mitte auf der linearen Verbindung zwischen den zwei angesprungenen Einträgen im Kennlinien-Speicher liegt, wird durch die zweite Filterstufe FS2, einem Interpolationsfilter mit Tiefpaßcharakter, erzwungen.

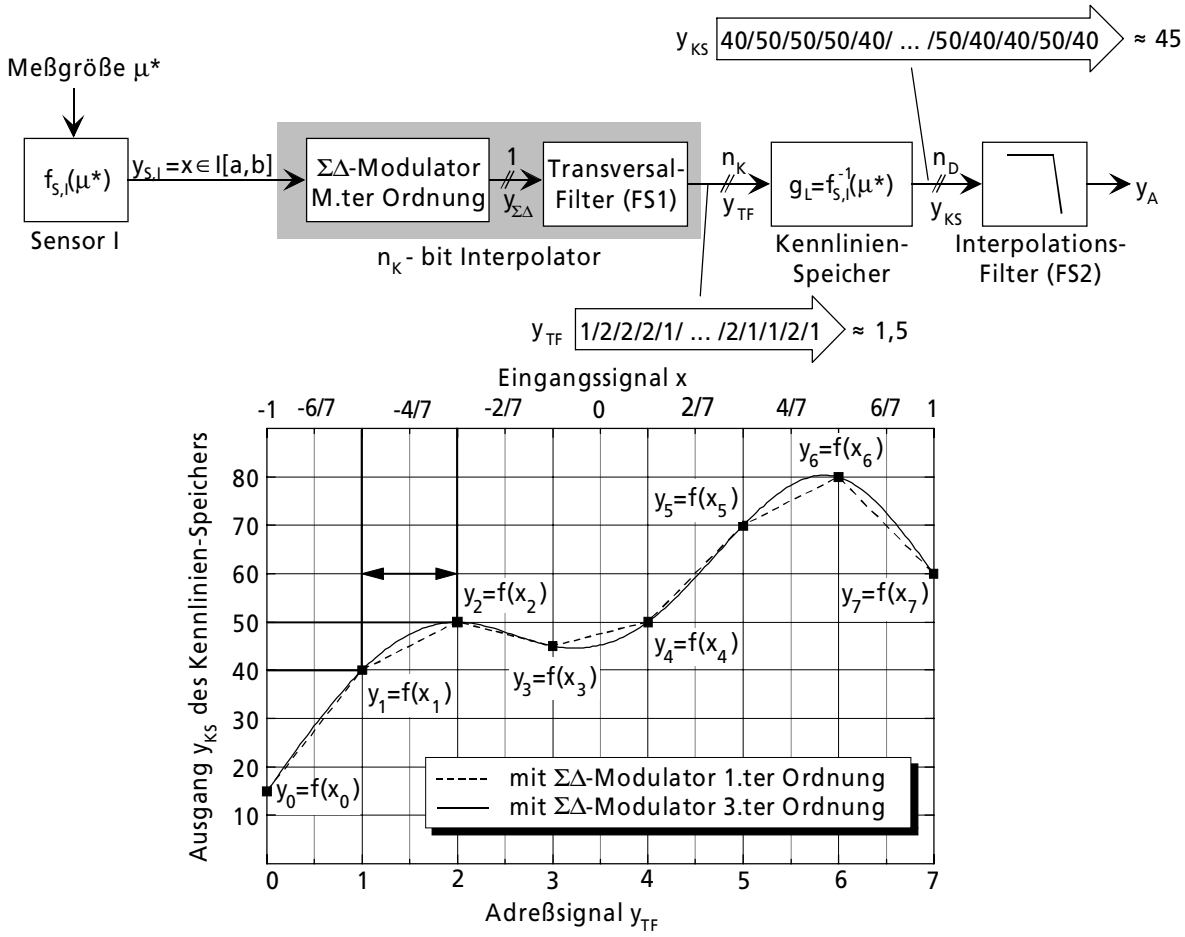


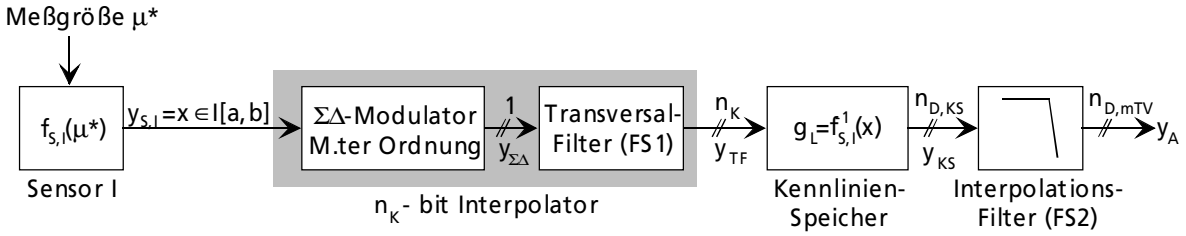
Bild 3.25 Interpolationsmechanismus

Untersuchungen nach Candy [63] zeigen, daß für eine erfolgreiche Unterdrückung des Quantisierungsrauschens die Ordnung des Transversal- und Interpolationsfilters in Summe mindestens M+1 betragen sollte. Da es sich beim Transversalfilter um ein Filter erster Ordnung mit Tiefpaßcharakter handelt, muß die Ordnung des Interpolationsfilters folglich mit der Ordnung M des verwendeten ΣΔ-Modulators übereinstimmen. Bei erfolgreicher Unterdrückung steigt die Leistung des Quantisierungsrauschens im Sperrbereich nicht mehr über der Frequenz f an, so daß am Ausgang des Interpolationsfilters das interpolierte Signal vorliegt, das nicht ständig mit der Taktfrequenz f_C zwischen den Einträgen des Kennlinien-Speichers hin und herspringt. Dieses Signal kann zudem mit einer niedrigeren Taktfrequenz f_B weiterverarbeitet werden, die der maximalen Bandbreite f_B des Sensorsignals $y_{S,I}$ entspricht, ohne die Auflösung am Ausgang y_A durch die Unterabtastung zu zerstören. Soll die interpolierte Linearisierungsfunktion $f_{S,I}^{-1}(x)$ stetig differenzierbar sein, so können die Einträge im Kennlinien-Speicher nicht mehr linear untereinander verbunden werden.

Verwendet man einen ΣΔ-Modulator 3.ter Ordnung mit kubischen Interpolationsverhalten, so können die Einträge im Kennlinien-Speicher über eine Kurve mit minimaler Gesamtkrümmung untereinander verbunden werden. Außerdem kann im Gegensatz zur Verwendung eines ΣΔ-Modulators 1.ter Ordnung die Anzahl n der Einträge im Kennlinien-Speicher weiter reduziert werden, ohne den resultierenden Interpolationsfehler $\varepsilon_i(x)$ signifikant zu erhöhen.

Wie beim rechnergestützten Verfahren kann mit dem modifizierten Tabellenverfahren neben der Linearisierung auch eine nichtlineare Kompensation von unerwünschten Störgrößen oder eine Kombination aus beiden erfolgen. Das nachfolgende **Bild 3.26** zeigt die Realisierung der zwei verschiedenen Anwendungsfälle. Fall a), der bereits zuvor in Bild 3.14 gezeigt und ausführlich behandelt wurde, kann für die Linearisierung eines Sensors verwendet werden, dessen Ausgangssignal $y_{S,I}$ sich aufgrund des ausgenutzten Meßprinzips nichtlinear verhält. Soll der Systemausgang y_A analog dargestellt werden, so kann der digitale Tiefpaßfilter FS2 durch einen D/A-Wandler und einer anschließend analogen Tiefpaßfilterung ersetzt werden.

a) Linearisierung:



b) Korrektur einer Querempfindlichkeit:

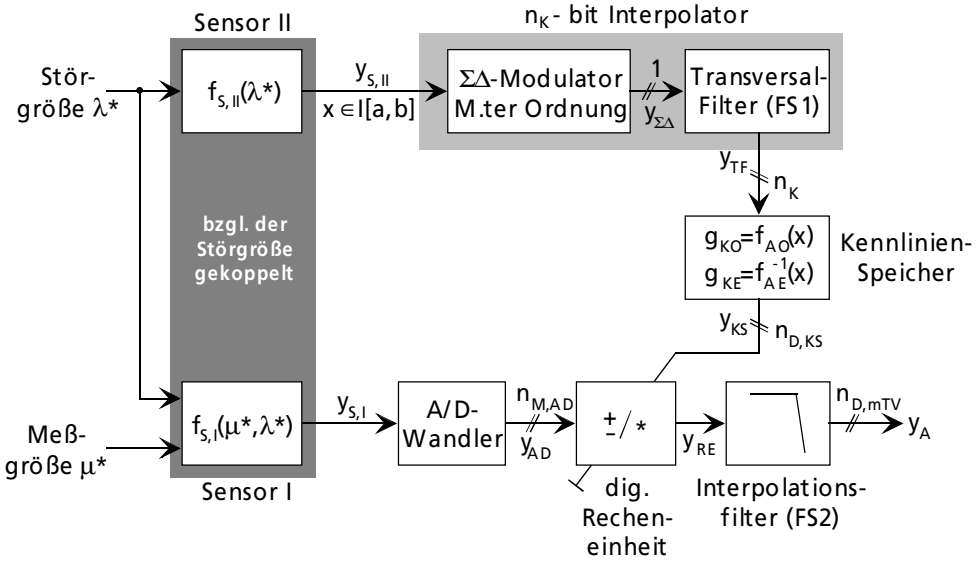


Bild 3.26 Linearisierung und Korrektur einer Querempfindlichkeit mit Hilfe des modifizierten Tabellenverfahrens auf der Basis von ΣΔ-Modulatoren

Fall b) zeigt dagegen ein Konzept zur Korrektur einer vorhandenen Querempfindlichkeit gegenüber einer auftretenden Störgröße λ*. Hierzu wird lediglich zwischen dem Kennlinien-Speicher

und dem zur Interpolation notwendigen Tiefpaßfilter FS2 aus Fall a) eine einfache digitale Recheneinheit zur Addition und Multiplikation geschaltet, die das auf die Meß- und Störgröße empfindlich reagierende Signal $y_{S,I}$ verarbeitet. Da die Recheneinheit nur digitale Signale verarbeiten kann, muß das Sensorsignal $y_{S,I}$ mit einem zusätzlichen A/D-Wandler digitalisiert werden. Hierfür kann sowohl ein konventioneller A/D-Wandler oder ein überabgetasteter A/D-Wandler Verwendung finden. Dabei wird die vorhandene Querempfindlichkeit gegenüber der Störgröße über die im Kennlinien-Speicher befindlichen Einträge korrigiert. Der benötigte Speicherplatz im Kennlinien-Speicher für die Korrekturfunktionen g_L zur Linearisierung bzw. g_{KO} und g_{KE} zur Kompensation einer störgrößenabhängigen Offset- und Empfindlichkeitsdrift liegen in der gleichen Größenordnung wie beim zuvor behandelten rechnergestützten Verfahren. Allerdings wird hier, im Gegensatz zum rechnergestützten Verfahren, kein zusätzlicher Programmspeicher für das Ablegen von notwendigen Approximationsroutinen benötigt, so daß sich der Speicherbedarf mit dem modifizierten Tabellenverfahren weiter reduzieren läßt. Im Allgemeinen reicht je nach Nichtlinearität der notwendigen Korrekturfunktionen eine Anzahl n von 2-16 Kennlinien-Einträgen mit jeweils einer Darstellungswortbreite $n_{D,KS}$ zwischen 6 und 12 bit aus, um die auftretenden, nichtidealen Eigenschaften vieler auf dem Markt erhältlicher Sensoren zu korrigieren.

Soll im vorliegenden Fall der Ausgang y_A analog dargestellt werden, so kann hinter dem digitalen Tiefpaßfilter FS2 ein D/A-Wandler mit einer entsprechenden Auflösung $n_{D,mTv}$ verwendet werden. Diese Methode ist nicht besonders auflösungsfördernd, da das ursprünglich analoge Sensorsignal $y_{S,I}$ zur Korrektur digitalisiert werden muß, bevor es wieder in eine Analogdarstellung umgewandelt wird. Eine viel elegantere Methode besteht jedoch darin den A/D-Wandler und die digitale Recheneinheit durch einen analogen Signalpfad zu ersetzen, der über eine digitale Nullpunkts- und Verstärkungseinstellung programmierbar bleibt. Die Realisierung eines solchen Systems ist Gegenstand des nachfolgenden Kapitel 4.

3.3.4 Gegenüberstellung der vorgestellten Approximationsverfahren

Zum Abschluß dieses Kapitels sind der Übersichtlichkeit halber die zuvor vorgestellten Hardwarekonzepte zur Approximation einer Kennlinie in der nachfolgenden **Tabelle 3.3** anhand einiger wichtiger Beurteilungskriterien vergleichend gegenübergestellt. Erinnern wir uns an den Anfang des Kapitels 3.3 zurück, so kristallisierte sich schon frühzeitig bei der Darstellung des einfachen Tabellenverfahrens heraus, daß die benötigte Anzahl n an Tabellen-Einträgen bzw. der unmittelbar damit verbundene Speicherbedarf für die Nachbildung einer Kennlinie unakzeptabel hoch war. Da zudem die Notwendigkeit bestand, die hohe Anzahl an Tabellen-Einträgen über eine Kalibration zu bestimmen, war dieses Verfahren aus Zeit- und Kostengründen für die Praxis nahezu ungeeignet.

Diese unbefriedigende Sachlage provozierte die Suche nach alternativen Konzepten, mit denen der Speicherbedarf und der Kalibrationsaufwand drastisch reduziert werden konnte. Eine unmittelbar auf der Hand liegende, zweite Lösung war ein rechnergestütztes Verfahren unter der Verwendung eines Mikroprozessors. Es mußte nicht mehr zu jedem Eingangswert ein korrespondierender Ausgangswert in einer Tabelle abgelegt werden, sondern nur noch eine stark reduzierte Anzahl. Werte zwischen den vorhandenen Tabellen-Einträgen konnten jetzt mit Hilfe der vorhandenen Rechenleistung des Mikroprozessors über unterschiedliche Methoden der numerischen Approximationstheorie berechnet werden.

Tabelle 3.3 Gegenüberstellung der verschiedenen Hardwarekonzepte

Verfahren / Beurteilungs-kriterium	einfaches Tabellenverfahren		rechnergestütztes Verfahren		modifiziertes Tabellenverfahren mit ΣΔ-Modulatoren	
Speicherbedarf S	hoch $S = 2^{n_{M,AD}} \cdot n_{D,KS}$ bit [2]	--	mittel [1] $S = 2^{n_K} \cdot n_{D,KS}$ bit [2]	+/-	niedrig $S = 2^{n_K} \cdot n_{D,KS}$ bit [2]	++
Kalibrations-aufwand	hoch	--	niedrig	++	niedrig	++
Realisierbare Methoden:	Linearisierung und / oder Störgrößen-kompensation	++	Linearisierung und / oder Störgrößen-kompensation	++	Linearisierung und / oder Störgrößen-kompensation	++
Software & Rechenaufwand	niedrig	++	mittel bis hoch [3]	--	niedrig	++
Hardware-aufwand	niedrig	++	hoch	--	niedrig	++
Geschwindigkeit	hoch	++	niedrig	--	mittel	+/-
Implementierung möglicher Interpolations-verfahren	nicht möglich	--	gerade, lineare, quadratische und kubische Interpolation	++	lineare, quadratische und kubische Interpolation	++
Änderung des Interpolations-verfahren	nicht möglich	--	durch Software	++	durch Hardware (Veränderung der Modulator-Ordnung M)	+/-

[1] Bedarf für Programmspeicher mit berücksichtigt; [2] $n_K << n_{M,AD}$; [3] je nach Approximationsverfahren

Dieses Verfahren stellte schon eine recht deutliche Verbesserung zum einfachen Tabellenverfahren dar, dennoch durften die noch vorhandenen Nachteile nicht übersehen werden. Hierzu gehörten zum einen der überdurchschnittlich große Hardwareaufwand und zum anderen die geringe Geschwindigkeit mit der die Zwischenwerte aus den vorhanden Tabellen-Einträgen berechnet werden konnten. Ebenso reduzierte sich der Speicherbedarf nicht in dem gewünschten Maße, da für die implementierten Approximationsroutinen zur Berechnung der Zwischenwerte ebenfalls Speicher belegt wurde.

Letztendlich wurde ein modifiziertes Tabellenverfahren auf der Basis von überabgetasteten $\Sigma\Delta$-Modulatoren vorgestellt, mit dem die Vorteile der beiden zuvor vorgestellten Verfahren erhalten blieben, die dadurch entstehenden Nachteile jedoch weitgehend vermieden werden konnten. Dieses modifizierte Tabellenverfahren wurde vom einfachen Tabellenverfahren abgeleitet. Hierzu wurde einfach der konventionelle A/D-Wandler durch einen $\Sigma\Delta$-Modulator mit nachfolgendem Dezimator ersetzt. Um die interpolative Eigenschaft des Wandlers auszunutzen, mußte das Tiefpaßfilter des Dezimators in zwei Teile aufgetrennt und die Tabelle bzw. der Kennlinien-Speicher zwischen die beiden entstandenen Filterstufen FS1 und FS2 gezogen werden. Ein Blick auf Tabelle 3.3 zeigt deutlich, daß dieses Konzept die zuvor angesprochenen Schwächen des rechnergestützten Verfahrens beseitigt. Mit diesem modifizierten Tabellenverfahren kann wie beim rechnergestützten Verfahren das Spektrum der linearen, quadratischen und kubischen Interpolation abgedeckt werden. Ein kleiner aber zu verschmerzender Nachteil ist, daß im Gegensatz zum rechnergestützten Verfahren das Interpolationsverhalten nicht über Software- sondern nur über Hardwaremodifikationen - genauer durch die Veränderung der Ordnung M des $\Sigma\Delta$-Modulators - verändert werden kann.

KAPITEL 4

Kennlinienbasierte Sensorsysteme zur Reduzierung nichtidealer Sensoreigenschaften

4.1 Einleitung

Der derzeitige Preisdruck für jegliche Art von Meßwertumformern ist auf dem heutigen Sensormarkt so groß wie nie zuvor. Um konkurenzfähig zu bleiben, müssen die Anbieter solcher Meßwertumformer immer leistungsfähigere Produkte bei einer gleichzeitigen Senkung der dafür entstehenden Kosten auf den Markt bringen. Die Anbieter solcher Produkte müssen sich somit die Frage stellen, wo überall im gesamten Produktionsablauf eines Meßwertumformers Kosten eingespart werden können. Die gesamten Kosten setzen sich aus den einmaligen Entwicklungskosten sowie den immer vorhandenen Material-, Montage-, Test-, und Kalibrationskosten zusammen. Ein Großteil dieser Kosten kann durch flexible, sensorspezifische Hardware und entsprechend effizienten bzw. auf die verwendete Hardware abgestimmten Kalibrationsstrategien drastisch reduziert werden. Die Rationalisierung der unumgänglichen Kalibrationsprozeduren, die sich nach der Herstellung bei nahezu allen Meßwertumformern anschließt, führt zu einer ebenfalls deutlichen Reduzierung der gesamten Produktionskosten bei einer gleichzeitigen Steigerung des Durchsatzes. Die zusätzlich auftretenden und nicht zu vernachlässigenden Montagekosten können in einem weiteren Schritt durch eine monolithische Integration von Sensor und benötigter Elektronik weiter gesenkt werden, wodurch gleichzeitig die Zuverlässigkeit und Störsicherheit des gesamten Meßwertumformers erhöht wird.

Als sensorspezifische Hardware kommen aufgrund ihrer hohen Flexibilität kennlinienbasierte Konzepte in Betracht. Im letzten Kapitel hat sich bei einer Gegenüberstellung der verschiedenen kennlinienbasierten Verfahren das modifizierte Tabellenverfahren unter der Verwendung von überabgetasteten $\Sigma\Delta$-Modulatoren als besonders vorteilhaft herausgestellt. Demzufolge soll im weiteren Verlauf des Kapitels ein kennlinienbasiertes Konzept vorgestellt werden, das für die bereits in Kapitel 3.1 vorgestellten Problemstellungen geeignet ist. Dieses Konzept soll zunächst einer Kompensation von Querempfindlichkeiten und einer Kalibration exemplarbedingter Fertigungsstreuungen genügen. Am Ende dieses Kapitels wird die Erweiterungsfähigkeit des überaus flexiblen Konzeptes kurz vorgestellt.

4.2 Konzept eines kennlinienbasierten Sensorsystems für die nichtlineare Kompensation von Querempfindlichkeiten

Unerwünschte Störgrößen beeinträchtigen häufig den physikalischen Meßeffekt eines Sensors derart, daß das Ergebnis der aufzunehmenden Meßgröße stark verfälscht wird. Um das Ergebnis der Meßaufgabe jedoch zu verbessern, muß diese sog. Querempfindlichkeit gegenüber den auftretenden Störgrößen verringert werden. Hierzu kann das bereits vorgestellte Konzept zur Korrektur einer Querempfindlichkeit aus Bild 3.26 des vorhergehenden dritten Kapitels verwendet werden, das die zusätzliche Information eines zweiten Sensor benutzt, um ein wesentlich genaueres und von Quereinflüssen befreites Ausgangssignal y_A zu erhalten [55-57]. Da das System jedoch anstatt eines digitalen einen analogen Ausgang y_A besitzen soll, werden der A/D-Wandler und die digitale Recheneinheit durch einen analogen Signalpfad mit einer digital programmierbaren Nullpunkts- und Verstärkungseinstellung gemäß **Bild 4.1** ausgetauscht. Das digitale Tiefpaßfilter FS2 wird zudem durch einen analogen Tiefpaßfilter derselben Ordnung M und Eckfrequenz f_B ersetzt. Die Information zur Nullpunkts- und Verstärkungseinstellung erfolgt lediglich über jeweils eine geringe Anzahl $n=2^{n_K}$ an Einträgen im Kennlinien-Speicher, da jeder Eintrag Kosten bei der Herstellung und der Ermittlung verursacht. Zur Korrektur benötigte Werte, die zwischen den Einträgen des Kennlinien-Speichers liegen, können über das zuvor behandelte interpolative Verhalten eines ΣΔ-Modulators M.ter Ordnung zur Verfügung gestellt werden. Diese Art der kennlinienbasierten Sensorsysteme besitzt den Vorteil einer hohen Flexibilität bezüglich der zu approximierenden Nichtidealität oder Querempfindlichkeit mit geringem zusätzlichen Hardwareaufwand und minimaler Kalibrationsdauer [58].

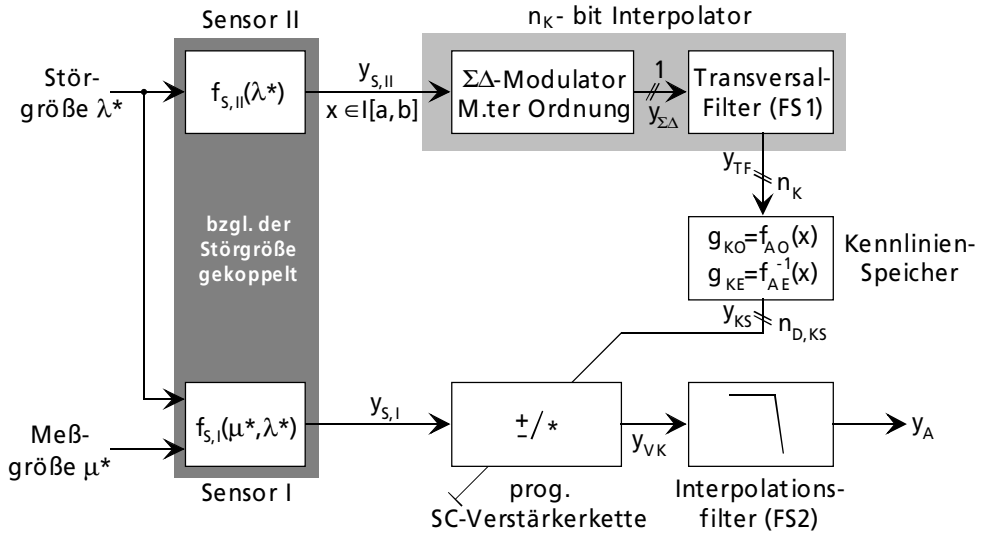


Bild 4.1 Konzept zur nichtlinearen Kompensation von Querempfindlichkeiten mit einem analogen Signalausgang y_A

Die Information $y_{S,I}$ des ersten Sensors, der für die Aufnahme der eigentlichen Meßgröße μ^* verantwortlich ist, wird aufgrund einer Querempfindlichkeit gegenüber einer vorhandenen Störgröße λ^* verfälscht. Um diesen Einfluß zu beseitigen wird eine zusätzliche Information $y_{S,II}$ über die Störgröße benötigt, die mit Hilfe eines zweiten Sensors aufgenommen wird. Beide Sensoren, Sensor I und Sensor II, sollten bzgl. der Störgröße eine enge Kopplung besitzen, damit die benötigte Information der Störgröße, die den physikalischen Meßeffekt beeinflußt, direkt vor Ort der eigentlichen Meßwertaufnahme erfaßt werden kann.

Die Störgrößeninformation $y_{S,II}$ wird über einen ΣΔ-Modulator M.ter Ordnung in ein binäres, pulshäufigkeitsmoduliertes Signal $y_{\Sigma\Delta}$ umgewandelt. Ein dem ΣΔ-Modulator nachgeschaltetes Transversalfilter erzeugt je nach Anzahl der Verzögerungsglieder ein n_K bit breites Ausgangswort y_{TF} zur Adressierung des Kennlinien-Speichers. Der Kennlinien-Speicher enthält je nach Wortbreite n_K des Transveralfilters 2^{n_K} Einträge, die äquidistant über den maximal zu kompensierenden Störsignalbereich $x \in I[a, b]$ verteilt sind. Die benötigte Anzahl n an Einträgen im Kennlinien-Speicher kann über das interpolierende Verhalten von ΣΔ-Modulatoren drastisch reduziert werden. Die Ordnung der Interpolation bzw. der Grad der lokal definierten Interpolationspolynome kann über die Ordnung M des ΣΔ-Modulators gezielt eingestellt werden. Aufgrund der hervorragenden Interpolationseigenschaften kubischer Interpolationspolynome werden neben den ΣΔ-Modulatoren erster Ordnung bevorzugt ΣΔ-Modulatoren dritter Ordnung verwendet. Bei der Verwendung des ΣΔ-Modulators dritter Ordnung können im Gegensatz zu einem Modulator erster Ordnung die zur Korrektur benötigten Funktionalitäten mit einer weiter reduzierten Anzahl an Einträgen im Kennlinien-Speicher nachgebildet werden, ohne eine signifikante Erhöhung des Approximationsfehlers $\varepsilon_i(x)$ zu erhalten. Der Kennlinien-Speicher konvertiert schließlich den Satz an Adressworten, der proportional zur Störgröße ist, in einen benötigten Satz an Korrekturfaktoren für die digitale Nullpunkts- und Verstärkungseinstellung des analogen Signalpfades. Der analoge Signalpfad wird realisiert durch eine zeitdiskrete **S**witched-**C**apacitor-Verstärkerkette, deren Nullpunkt und Verstärkung durch digital programmierbare Kapazitätsarrays unabhängig voneinander eingestellt werden kann. Sind die richtigen Einstellungen im Kennlinien-Speicher abgelegt, so sind die störgrößenabhängigen Nullpunkts- und Verstärkungsfaktoren für die SC-Verstärkerkette derart gewählt, daß sich das Ausgangssignal y_A von der Störgröße unabhängig verhält. Damit sich letztendlich ein mittlerer Nullpunkts- und Verstärkungsfaktor innerhalb einer der maximalen Sensor-Bandbreite f_B entsprechenden Zeit einstellt, wird der Ausgang y_{VK} der SC-Verstärkerkette mit Hilfe einer analogen und zeitkontinuierlichen Filterstufe FS2 ausreichend tiefpaßgefiltert. Diese Tiefpaßfilterung unterdrückt nicht nur die durch die Abtastung von $y_{S,I}$ hervorgerufenen Seitenbändern, sondern auch das durch die Digitalisierung von $y_{S,II}$ erzeugte Quantisierungsrauschen, dessen Leistung aufgrund der Rauschübertragungsfunktion $H_{NTF}(z)$ des ΣΔ-Modulators in den Sperrbereich $[f_B, f_C/2]$ verschoben wurde. Für die Tiefpaßfilterung wird hier ein aktives Filter mit verteilten RC-Elementen eingesetzt.

4.3 Systemkomponenten

Die nächsten Abschnitte beschäftigen sich mit den notwendigsten Systemkomponenten, die zur hardwaremäßigen Realisierung des zuvor in Bild 4.1 vorgestellten kennlinienbasierten Konzepts benötigt werden. Hierzu gehört sicherlich der ΣΔ-Modulator mit dessen Ordnung M die Auflösung $n_{D,mTv}$ am Systemausgang y_A beeinflußt und das Interpolationsverhalten gezielt eingestellt werden kann. Zu den wichtigsten Komponenten gehört auch die erste Filterstufe FS1 in Form eines Transveralfilters auf FIR-Basis zur Adressierung des Kennlinien-Speichers, die zum Ablegen der Kalibrationsdaten verwendeten Speicherzellen, die digital programmierbare SC-Verstärkerkette sowie das analoge Tiefpaßfilter mit verteilten RC-Elementen.

4.3.1 Sensor zur Aufnahme der Störgröße

Bei der Umformung nichtelektrischer Meßgrößen in elektrische Signale werden zumeist physikalische oder chemische Meßeffekte ausgenutzt, die von verschiedenen unerwünschten Einflußeffekten überlagert sind. Besonders bei der Messung von mechanischen Größen tritt häufig die Temperatur T als unerwünschte Einfluß- bzw. Störgröße auf. Aus diesem Grund werden in **Bild 4.2** zwei mögliche Realisierungsformen von häufig verwendeten Temperatursensoren gezeigt, die zur Aufnahme der Temperatureinflüsse geeignet sind. Dabei muß allerdings sichergestellt sein, daß diese Temperatursensoren die gleiche Temperatur besitzen wie die eigentlichen Sensoren, die zur Messung der nichtelektrischen Meßgrößen verwendet werden.

Bild 4.2 a) zeigt einen Temperatursensor, der das temperaturabhängige Verhalten der Flußspannungen U_F von Dioden bzw. die Basis-Emitter-Spannungen U_{BE} parasitärer Bipolartransistoren gemäß der nachfolgenden Gleichung ausnutzt:

$$U_F = U_{BE} = \frac{k \cdot T}{q} \cdot \ln\left(\frac{I_{ref}}{I_s}\right). \tag{4.1}$$

Wird die Differenz zweier solcher Spannungen gebildet, so kürzt sich die Abhängigkeit der Referenz- und Sättigungsströme I_{ref} und I_S, die beide von der Technologie und der Temperatur abhängig sind, aus der Ausgangsspannung U_{TS} des Temperatursensors heraus:

$$U_{TS} = \Delta U_{BE} = \frac{k \cdot T}{q} \cdot \ln(N) \tag{4.2}$$

Da sich der Sättigungsstrom I_S proportional zur Fläche A der Diode oder des Bipolartransistors verhält, bestimmt das geometrische Flächenverhältnis N zwischen den verwendeten Bauelementen die Empfindlichkeit S des Temperatursensors.

Darüber hinaus steigt die Ausgangsspannung U_{TS} mit zunehmender Temperatur linear an. Diese Art der Sensoren lassen sich zudem hervorragend monolithisch integrieren.

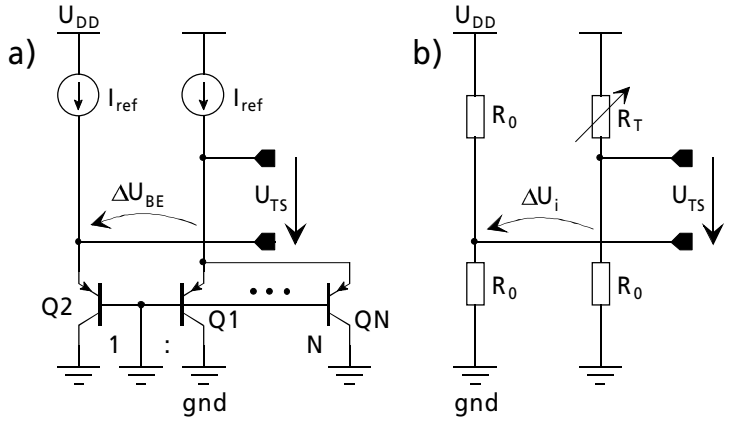


Bild 4.2 zwei mögliche Realisierungsformen eines Temperatursensors

Eine andere Realisierungsmöglichkeit ist in **Bild 4.2 b)** zu sehen, bei der vier Widerstände zu einer Wheatstone-Brücke verschaltet sind. Ist R_T der temperaturabhängige Widerstand, so berechnet sich die Ausgangsspannung des Temperatursensors zu:

$$U_{TS} = \Delta U_i = \frac{U_{DD}}{2} \cdot \frac{R_T - R_0}{R_T + R_0} \tag{4.3}$$

Der temperaturabhängige Widerstand R_T kann durch die folgende Gleichung:

$$R_T = R_0 + \Delta R = R_0 \cdot \left(1 + \alpha_R \cdot \left(T - T_0\right)\right) \tag{4.4}$$

beschrieben werden, wobei α_R den linearen Temperaturkoeffizienten des Widerstandes angibt. Da Dünnfilmwiderstände wie z.B. Gold oder Platin zwar integrierbar, aber nicht kompatibel in einem CMOS-Standard-Prozeß integrierbar sind [68], wird diese Lösung fast ausschließlich für externe Temperatursensoren eingesetzt.

4.3.2 ΣΔ-Modulatoren M.ter Ordnung

Für die Umwandlung des Störsignals λ^* in ein digitales, pulshäufigkeitsmoduliertes Signal wird ein ΣΔ-Modulator M.ter Ordnung verwendet. Dieses stark überabgetastete Signal stellt eine hochaufgelöste, digitale Kopie im Durchlaßbereich [0, f_B] des Störsignals λ^* dar. Neben der Digitalisierung werden die bereits in Kapitel 3.3.3 behandelten, interpolativen Eigenschaften von ΣΔ-Modulatoren ausgenutzt, um Werte zwischen den vorhandenen Einträgen im Kennlinien-Speicher mit einer Genauigkeit von $n_{D,mTv}$ bit des verwendeten ΣΔ-Modulators zu berechnen [61]. Als Interpolatoren kommen je nach Anforderungen der Abgleichgenauigkeit und Anzahl n der benötigten Einträge im Kennlinien-Speicher hauptsächlich ΣΔ-Modulatoren erster bis dritter Ordnung in Frage.

Auf die interpolativen Eigenschaften von ΣΔ-Modulatoren M.ter Ordnung wurde bereits ausführlich eingegangen, so daß hier an dieser Stelle auf das vorhergehende Kapitel 3 verwiesen wird. Dieser Abschnitt beschäftigt sich vielmehr mit der schaltungstechnischen Realisierung von ΣΔ-Modulatoren. Ein Ziel bei der Dimensionierung des ΣΔ-Modulators M.ter Ordnung ist die Minimierung der Rauschleistung in einem vorgegebenen Durchlaßbereich $[0, f_B]$, um eine möglichst hohe Auflösung des aufzunehmenden Störsignals $y_{S,II}$ zu erzielen. Hierzu können neben einer Erhöhung der Überabtastrate OSR (siehe Bild C.5 aus Anhang C), die Nullstellen der Rauschübertragungsfunktion $H_{NTF}(z)$ derart gewählt werden, daß die Rauschleistung im Durchlaßbereich möglichst stark unterdrückt wird. Ein weiteres Ziel ist die Einstellung eines gewünschten Interpolationsverhaltens. Für den Entwurf eines stabilen ΣΔ-Modulators mit gewissen Auflösungs- und Interpolationseigenschaften kann die nachfolgend aufgeführte Vorgehensweise [66, Seite 152-153] sehr hilfreich sein:

① Auswählen einer Modulatorarchitektur [66, 69], einer Modulatorordnung M und einer Filterfamilie für die Rauschübertragungsfunktion $H_{NTF}(z)$,

② Auswählen einer -3dB-Eckfrequenz f_B für den Durchlaßbereich und Skalierung der Signalübertragungsfunktion $H_{STF}(z)$,

③ Untersuchung der Stabilität und des Interpolationsverhaltens mittels WOK´en und statistischen Langzeitbetrachtungen auf numerischer Basis ,

④ Bei Instabilität des Modulators muß die Verstärkung der Rauschübertragungsfunktion $H_{NTF}(z)$ im Sperrbereich $[f_B, f_C/2]$ nahe der halben Abtastfrequenz $f_C/2$ reduziert werden,

⑤ Bei Stabilität des Modulators aber unzureichender Auflösung (SNR) muß die Verstärkung der Rauschübertragungsfunktion $H_{NTF}(z)$ im Sperrbereich $[f_B, f_C/2]$ erhöht werden.

Da sich die kubische Interpolation hervorragend für die Berechnung der Werte eignet, die zwischen den vorhandenen Einträgen im Kennlinien-Speicher liegen, soll im Nachfolgenden die Realisierung eines ΣΔ-Modulators vorgestellt werden, der dieses kubisches Interpolationsverhalten besitzt und im späteren Verlauf des Kapitels bei den Realisierungsbeispielen unter 4.4 Verwendung findet. Neben dieser Forderung soll der Modulator bis zu einer maximalen Signalfrequenz f_B von 1kHz eine Meßauflösung n_M von 12bit aufweisen. Der maximale Signalbereich [a, b] am Eingang x des Modulators, über dem die Anzahl der vorhandenen Kennlinien-Einträge äquidistant verteilt sind, soll ±125mV bei einer unipolaren Spannungsversorgung von 5V betragen.

Die Modulatorordnung M wird durch das zuvor geforderte kubische Interpolationsverhalten festgelegt. Demzufolge kommen nur Modulatoren dritter Ordnung in Betracht. Als Modulatorarchitektur wird die in Bild 3.22 des vorhergehenden Kapitels gezeigte Struktur verwendet. Da es sich hier, aufgrund der Verwendung eines 1bit A/D-Wandlers (Komparators), um einen

nichtlinearen Regelkreis handelt, muß der 1bit A/D-Wandler durch ein lineares Modell ersetzt werden, um den vorliegenden Regelkreis mit den Methoden der klassischen Systemtheorie genauer analysieren zu können. Hierzu wird das in **Bild 4.3 a)** gezeigte Modell verwendet. Die Linearisierung erfolgt über die Addition einer durch die Quantisierung verursachten Fehlersequenz q(z) zum Eingangssignal $x_q(z)$ des 1bit A/D-Wandlers, wobei die vorhandene Korrelation zwischen der Eingangs- und Fehlersequenz vernachlässigt wird (detailliertere Bemerkungen hierzu im Anhang C). Für spätere Stabilitätsuntersuchungen wird trotz der angenommenen Unkorrelation zwischen Eingangs- und Fehlersequenz zur Modellierung der Nichtlinearität ein signalabhängiger Verstärkungsfaktor g eingeführt. Der Verstärkungsfaktor g definiert sich über den Quotienten zwischen dem Ein- und Ausgang des 1bit-A/D-Wandlers. Vervollständigt wird das Modell letztendlich durch eine Zeitverzögerung um eine Taktphase, da in der später vorgestellten Schaltungsrealisierung des ΣΔ-Modulators ein zeitdiskreter SC-Komparator mit Offsetkompensation gemäß Anhang G verwendet wird.

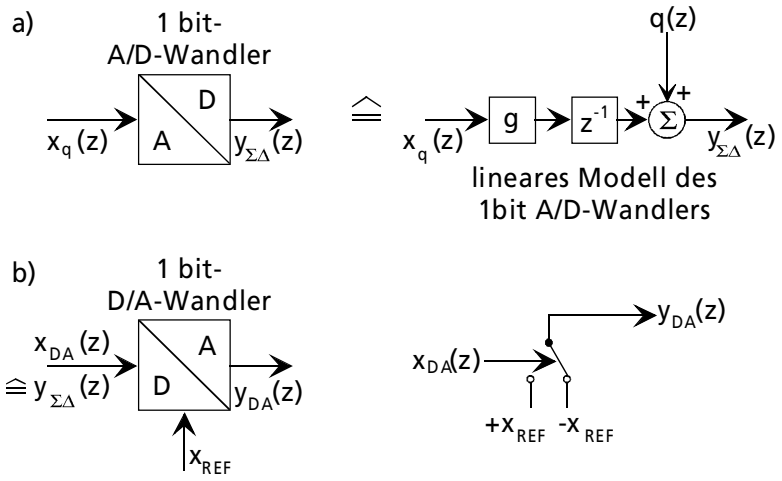


Bild 4.3 a) Modellierung des 1bit-A/D-Wandlers und
b) Modellierung des 1bit D/A-Wandlers aus Bild 3.22

Erst jetzt kann für den nichtlinearen Regelkreis eine Signal- und Rauschübertragungsfunktion $H_{STF}(z)$ und $H_{NTF}(z)$ berechnet werden, deren jeweilige Nennerpolynome identisch sind. Die genauen Übertragungsfunktionen können in [67] nachgeschlagen werden. Über das Zählerpolynom der Rauschübertragungsfunktion kann die Auflösung verbessert werden, indem die Nullstellen derart gezielt plaziert werden, daß die Maxima der Rauschübertragungsfunktion innerhalb des Durchlaßbereiches gleich hoch sind [70]. Für die Plazierung der Nullstellen innerhalb des Durchlaßbereiches wird häufig die Minimaleigenschaft von normierten Tschebyscheff-Polynomen [31, 41, 71] verwendet. Dadurch können die freien Koeffizienten α_0.. α_2 sowie γ_0..γ_2 bestimmt werden. Der Koeffizient α_0 bestimmt die Signalverstärkung für niedrige Frequenzen und kann jederzeit ohne Anpassung der anderen Koeffizienten verändert werden.

Der Koeffizient δ bestimmt sich aus der Forderung [72]:

$$\frac{\alpha_0 \cdot x}{\delta \cdot y_{DA}} \leq 0{,}7\,, \tag{4.5}$$

damit ein stabiler Betrieb des $\Sigma\Delta$-Modulator dritter Ordnung gewährleistet werden kann, wobei gemäß **Bild 4.3 b)** über eine frei wählbare Referenz x_{REF} die ungewichtete Größe des rückgekoppelten Ausgangssignals y_{DA} vom 1bit D/A-Wandler vorgegeben wird. Die restlichen Koeffizienten $\beta_1..\beta_4$ können jetzt entweder durch Vorgabe einer Filtercharakteristik oder durch eine empirische Vorgabe der Nullstellen für das identische Nennerpolynom der Signal- und Rauschübertragungsfunktion berechnet werden. Wird für die Erfüllung der Forderung nach Gleichung (4.5) der Faktor 0,5 gewählt, so ergibt sich für einen Eingangsspannungsbereich von ±125mV und einer Referenz x_{REF} von 5V der folgende Koeffizientensatz:

α_0=1; α_1=α_2=0,5; β_0=0; β_1=2,4; β_2=2,1; β_3=0,8; β_4=-1; γ_0=γ_1=γ_2=0; und δ=0,1.

Der resultierende Koeffizientensatz unterscheidet sich von dem aus Kapitel 3.3.3 nur in den Koeffizienten α_0 und δ. Diese Koeffizienten mußten angepaßt werden, da im Gegensatz zu Kapitel 3.3.3 keine auf ±1 normierten Eingangs- und Rückkopplungssignale verwendet wurden.

Für die Betrachtung der Stabilität wird das Verhalten der Rauschübertragungsfunktion $H_{NTF}(z)$ mit Hilfe des aus der Regelungstechnik bekannten Wurzelortskurven-Verfahrens [73, 74] untersucht. Da sowohl die Signal- als auch die Rauschübertragungsfunktion dieselben Polstellen besitzt, reicht es für eine Stabilitätsbetrachtung aus, die Nullstellen des identischen Nennerpolynoms zu untersuchen. Im allgemeinen ist der zeitdiskret realisierte $\Sigma\Delta$-Modulator stabil, wenn alle Wurzeln der Übertragungsfunktion innerhalb des Einheitskreises der komplexen z-Ebene liegen. **Bild 4.4 a)** gibt den Verlauf der Wurzelorte der Rauschübertragungsfunktion $H_{NTF}(z)$ wieder, wenn die Verstärkung g des Komparators variiert wird. Hierbei müssen zwei verschiedene Stabilitätszustände unterschieden werden: 1) Pole, die aufgrund einer steigenden Verstärkung g des Komparators den Einheitskreis verlassen, stellen Instabilitäten dar, die nur zeitweilig auftreten und für das Prinzip der Modulation verantwortlich sind. 2) Bei abnehmenden Verstärkungswerten g verringert sich die Häufigkeit mit der die Ausgänge der Integratoren ihr Vorzeichen wechseln. Dies führt zu erhöhten Amplitudenwerten an den Ausgängen der Integratoren, womit sich der Verstärkungsfaktor g weiter verringert, was unweigerlich zu einer zunehmenden und nicht abklingenden Instabilität des $\Sigma\Delta$-Modulators führt. Aufgrund der WOK wird das System demzufolge instabil, wenn die Verstärkung g den Wert von 0,1 unterschreitet.

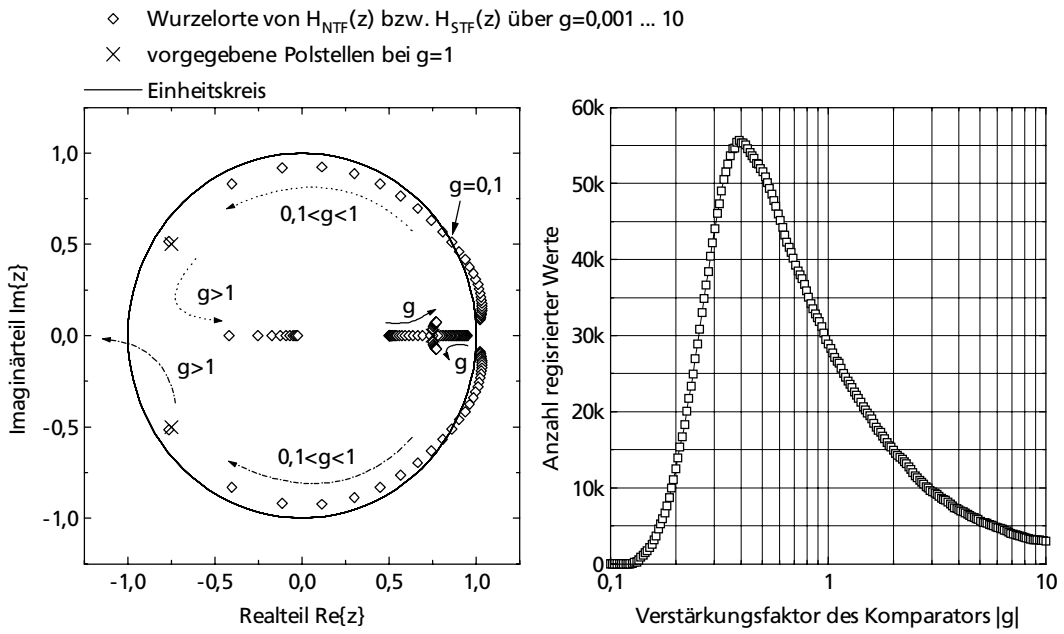


Bild 4.4 a) Wurzelortskurve (WOK) als Stabilitätskriterium

b) Langzeitstatistik der Komparatorverstärkung |g|

Eine in **Bild 4.4 b)** dargestellte Langzeitsimulation des ΣΔ-Modulators zeigt jedoch, daß die Verstärkung g des Komparators innerhalb seines zugelassenen Eingangsspannungsbereiches nie den kritischen Wert von 0,1 und kleiner annimmt. Somit kann der hier dimensionierte ΣΔ-Modulator 3.ter Ordnung als stabil angesehen werden, der zudem die gewünschte kubische Interpolationseigenschaft besitzt.

Die schaltungstechnische Realisierung des dimensionierten und aus Stabilitätsgesichtspunkten analysierten ΣΔ-Modulators 3.ter Ordnung ist in **Bild 4.5** gezeigt und entspricht genau der Modulatorarchitektur aus Bild 3.22. Die Integratoren sind zeitdiskret aufgebaut und aufgrund eines störunempfindlichen Schaltungsdesigns voll differentiell ausgelegt. Damit die Zeitverzögerung in der Gegenkopplung nicht zu groß wird, sind nichtinvertierende Integratoren - die häufig auch als sog. "Backward-Euler"-Integratoren bezeichnet werden - eingesetzt. Diese Integratoren besitzen zwischen der Abtastung und dem Zeitpunkt der Integration keine zeitliche Verzögerung. Die Signal- und Rauschübertragungsfunktionen eines solchen nichtinvertierenden Integrators sind in Anhang F dieser Arbeit analysiert. Um die Anforderungen an die verwendeten Operationsverstärker bzgl. der Leerlaufverstärkung A_{vo} und der Slew-Rate SR zu minimieren, wird in den SC-Integratoren das Prinzip des kapazitiven Rücksetzens verwendet. Dieses Prinzip funktioniert laut Untersuchungen aus Anhang F bei den Integratoren jedoch nur, solange die Haltekapazitäten C_{sh} viel größer als die Integrationskapazitäten C_r im Rückkopplungszweig sind. Damit der Offset bzw. das niederfrequente Rauschen der verwendeten Operationsverstärker nicht in jeder Taktphase integriert wird, ist eine Rauschunterdrückung nach dem Prinzip der korrelierten Doppelabtastung [75] verwendet worden.

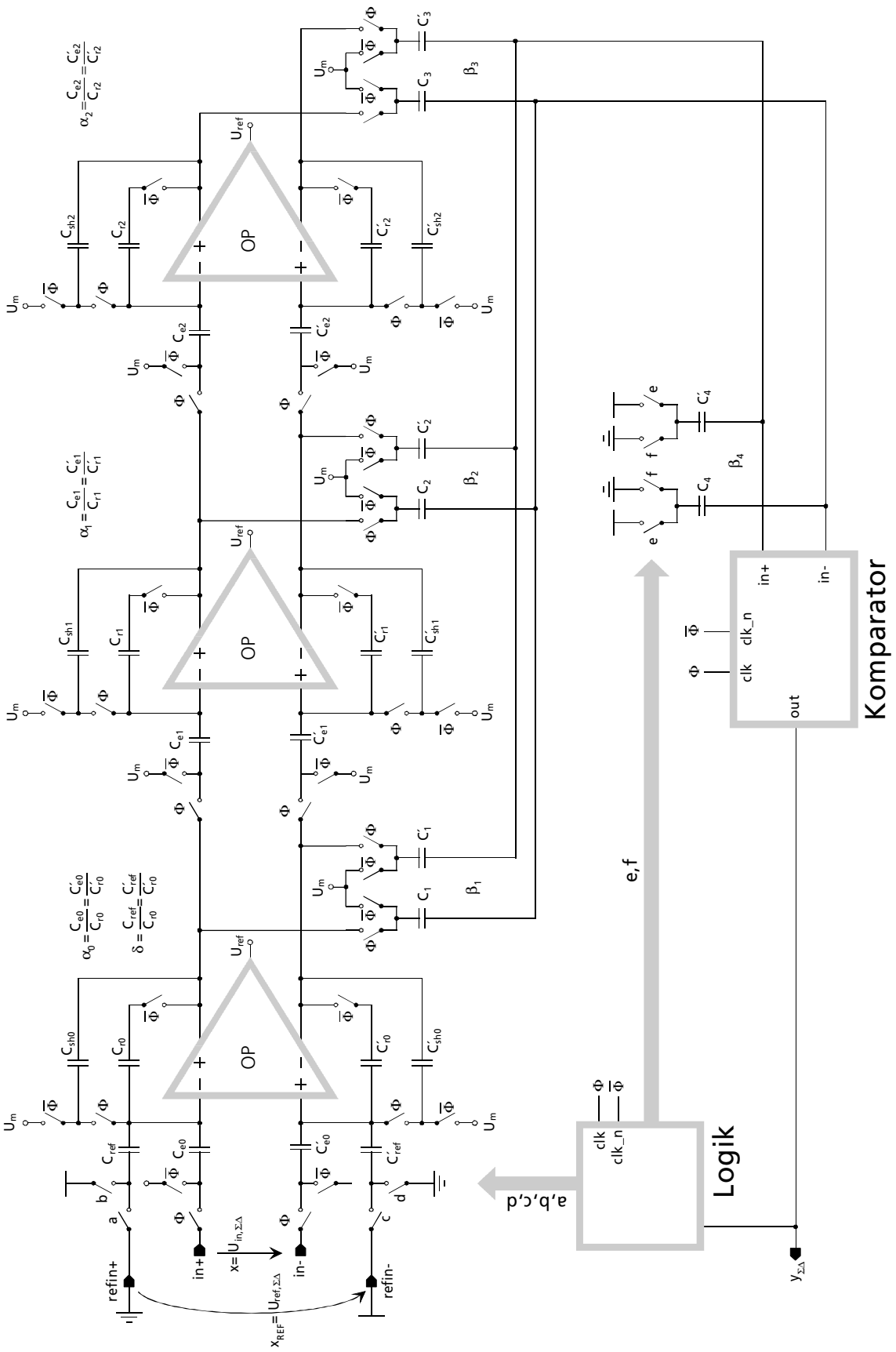


Bild 4.5 schaltungstechnische Realisierung eines ΣΔ-Modulators 3.ter Ordnung

Da es sich beim hier vorliegenden ΣΔ-Modulator um eine reine SC-Schaltung handelt, sind einstufige Operationsverstärker mit dynamischer Gleichtaktregelung gemäß Anhang D für den Einsatz prädistiniert. Die berechneten Koeffizienten $\alpha_0..\alpha_2$ setzen sich aus den Kapazitätsverhältnissen C_e / C_r bzw. C_e' / C_r' der einzelnen Integratorstufen zusammen. Die Koeffizienten $\beta_1..\beta_4$ werden lediglich aus den Verhältnissen zwischen den Kapazitäten C_1 - C_4 sowie C_1' - C_4' untereinander definiert. Da die Koeffizienten $\gamma_0..\gamma_2$ in der Dimensionierung zu Null bestimmt wurden, sind in dem Schaltbild auch keine dementsprechenden Kapazitäten für die Realisierung dieser Koeffizienten vorgesehen. Die mit den Koeffizienten $\beta_1..\beta_3$ gewichteten Integratorausgänge und der mit β_4 gewichtete Ausgang des ΣΔ-Modulators werden summiert auf einen Komparator gegeben. Die Signale a bis e zur Ansteuerung der Schalter für die Einstellung der Koeffizienten β_4 und δ werden mit Hilfe einer kombinatorischen Logik erzeugt. Als Eingangssignale stehen der Logik lediglich der Komparatorausgang und die nichtüberlappenden Taktsignale Φ und $\overline{\Phi}$ zur Verfügung. Um Aufwand, Verlustleistung und benötigte Fläche des Komparators bei gleichzeitig hoher Auflösung klein zu halten wird ein ebenfalls zeitdiskreter SC-Komparator verwendet, der in Anhang G dieser Arbeit beschrieben ist.

Abschließend ist das Spektrum des binären, pulshäufigkeitsmodulierten Datenstroms am Ausgang $y_{\Sigma\Delta}$ des realisierten ΣΔ-Modulators dritter Ordnung im nachfolgenden **Bild 4.6** gezeigt. Als Eingangssignal x wurde ein Sinus mit einer Frequenz f_{in} von 200Hz bei einer Abtastfrequenz f_C von 100kHz vorgegeben. Für die FFT wurde ein Datensatz von 32.768 Punkten verwendet, der zusätzlich wegen der endlichen Betrachtungslänge mit einem Hanning-Fenster gewichtet wurde. Für Eingangssignale bis zur maximal zulässigen Signalbandbreite f_B von 1kHz ergeben sich Auflösungen von mindestens 12bit.

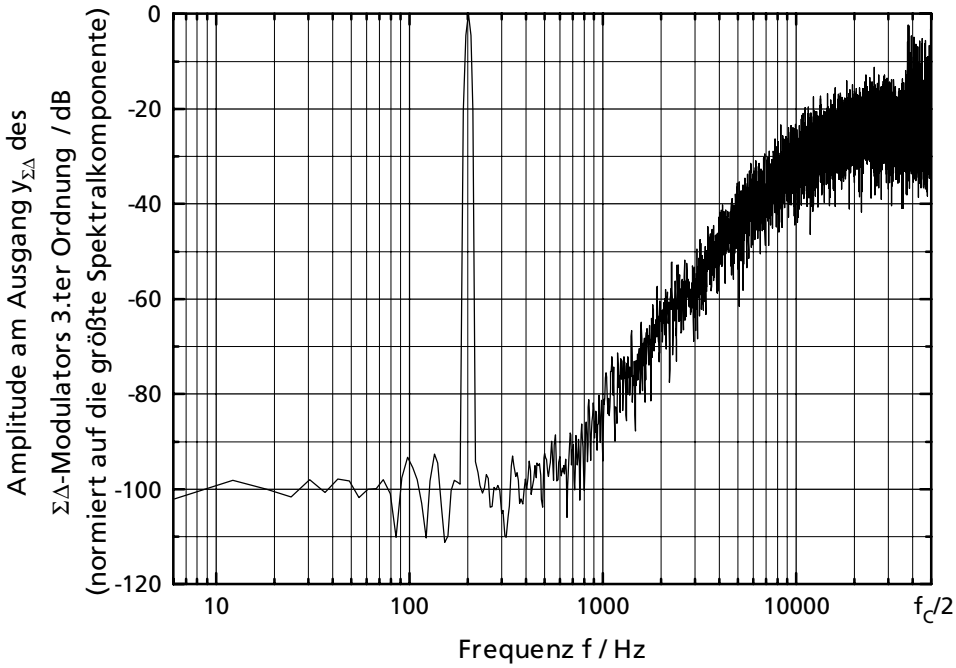


Bild 4.6 Simulation des Ausgangsspektrums (f_{in}=200Hz)

4.3.3 Adressgenerierung für Kennlinien-Speicher

Zur Adressierung des Kennlinien-Speichers muß, wie bereits im Kapitel 3.3.3 erwähnt, aus dem digitalen, pulshäufigkeitsmodulierten Ausgangssignal $y_{\Sigma\Delta}$ des zuvor behandelten ΣΔ-Modulators ein n_k bit breites Adresswort generiert werden, dessen Wortbreite mit der Anzahl $n=2^{n_K}$ der im Kennlinien-Speicher vorhandenen Einträge verknüpft ist. Für diese Aufgabe verwenden wir ein digitales Transveralfilter auf FIR-Basis, das in **Bild 4.7** abgebildet ist.

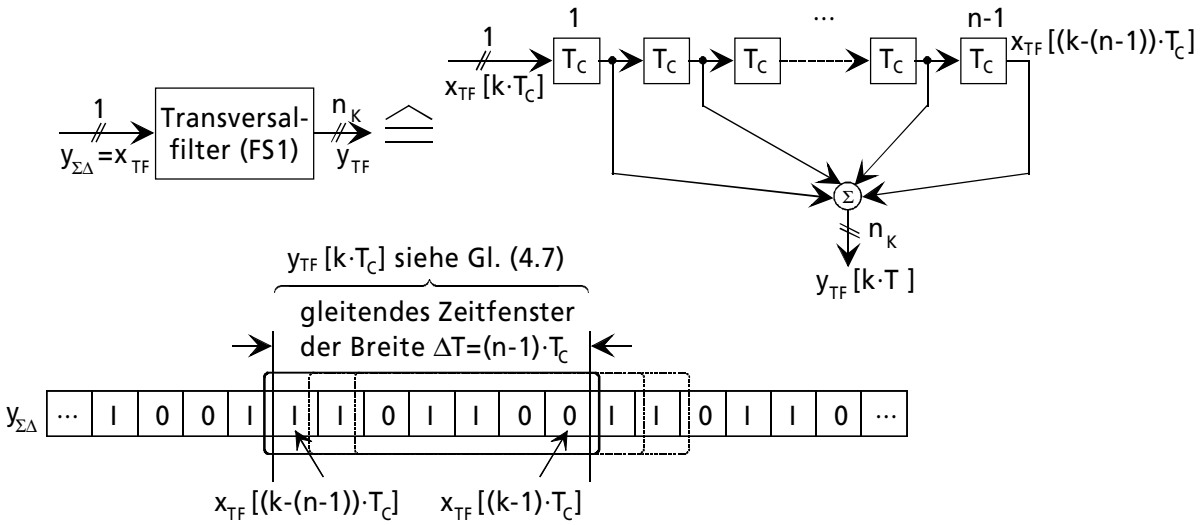


Bild 4.7 digitales Filter zur Adressgewinnung auf FIR-Basis

Zum Zeit $t=k\cdot T_C$ wird die Summe über n-1 zurückliegende Werte gebildet, d.h. das Ausgangssignal y_{TF} des in Bild 4.7 gezeigten Digitalfilters ist zur Zeit $t=k\cdot T_C$ gegeben durch:

$$y_{TF}(k\cdot T_C)=\sum_{i=1}^{n-1} x_{TF}\big((k-i)\cdot T_C\big) \tag{4.6}$$

Transformiert man die in Gleichung (4.6) dargestellte Rekursionsformel in den z-Bereich, so ergibt sich die Übertragungsfunktion $H_{TF}(z)$ des digitalen Filters gemäß der nachfolgenden Gleichung:

$$H_{TF}(z)=\frac{y_{TF}(z)}{x_{TF}(z)}=\sum_{i=1}^{n-1} z^{-i}\,, \tag{4.7}$$

die alternativ auch als eine gebrochen rationale Funktion von z ausgedrückt werden kann [64]. Hierzu wird die endliche Reihe aus Gleichung (4.7) durch die Differenz zweier unendlicher Reihen ausgedrückt:

$$H_{TF}(z)=\sum_{i=1}^{\infty} z^{-i}-\sum_{j=n}^{\infty} z^{-j} \tag{4.8}$$

Durch die Substitution der Laufindizes i und j durch i=k+1 und j=m+n sowie das gleichzeitige Herausziehen von z^{-1} können wir Gleichung (4.8) zu:

$$H_{TF}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} z^{-(k+1)} - \sum_{l=0}^{\infty} z^{-(l+n)} = z^{-1} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} z^{-k} - z^{-1} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} z^{-l} \tag{4.9}$$

umschreiben. Bei den Summen der Übertragungsfunktion $H_{TF}(z)$ aus Gleichung (4.9) handelt es sich um zwei geometrische Reihen, so daß sich durch Anwendung der Summenformel [76, 77] und einigen zusätzlichen Umformungen eine alternative Darstellung der Übertragungsfunktion in Form eines IIR-Filters finden läßt:

$$H_{TF}(z) = z^{-1} \cdot \frac{1}{1-z^{-1}} - z^{-n} \cdot \frac{1}{1-z^{-1}} = z^{-1} \cdot \frac{1-z^{-(n-1)}}{1-z^{-1}}. \tag{4.10}$$

Somit kann alternativ das Filter für die Adressgenerierung des Kennlinien-Speichers gemäß **Bild 4.8** realisiert werden.

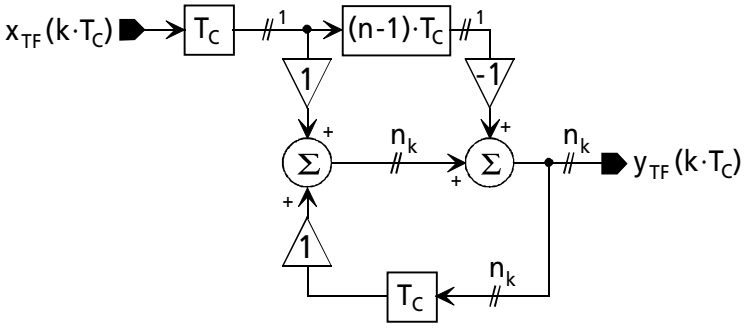


Bild 4.8 digitales Filter zur Adressgewinnung auf IIR-Basis

In der Praxis wird jedoch häufig die Realisierung ohne Rekursion gemäß dem Bild 4.7 vorgezogen. Die äquivalenten Übertragungsfunktionen aus den Gleichungen (4.7) und (4.10) besitzen eine einfache Polstelle und eine (n-2)-fache Nullstelle. Wird die Übertragungsfunktion auf dem Einheitskreis der komplexen z-Ebene ausgewertet, so ergibt sich der Frequenzgang $H_{TF}(e^{j\omega T_C})$ des Filters. Eine anschließende Betragsbildung ergibt den Amplitudengang:

$$\left|H_{TF}(f)\right| = (n-1) \cdot \left| \frac{\operatorname{sinc}\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot (n-1) \cdot T_C}{2}\right)}{\operatorname{sinc}\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot T_C}{2}\right)} \right| = \left| \frac{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot (n-1) \cdot T_C}{2}\right)}{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot T_C}{2}\right)} \right|, \tag{4.11}$$

der einen sinc bzw. sin(x)/x-förmigen Verlauf besitzt. Einziger Unterschied zum sinc-Filter nach Candy [63] ist die zusätzliche Verstärkung um den Faktor n-1. **Bild 4.9** zeigt einen beispielhaften Amplitudengang des Transversalfilters, mit dem 8 Kennlinien-Einträge adressiert werden können. Die Phase des Transversalfilters ist in diesem Bild nicht mit eingezeichnet, nimmt jedoch linear mit wachsender Frequenz f ab, da das vorliegende Filter eine symmetrische Impulsantwort besitzt.

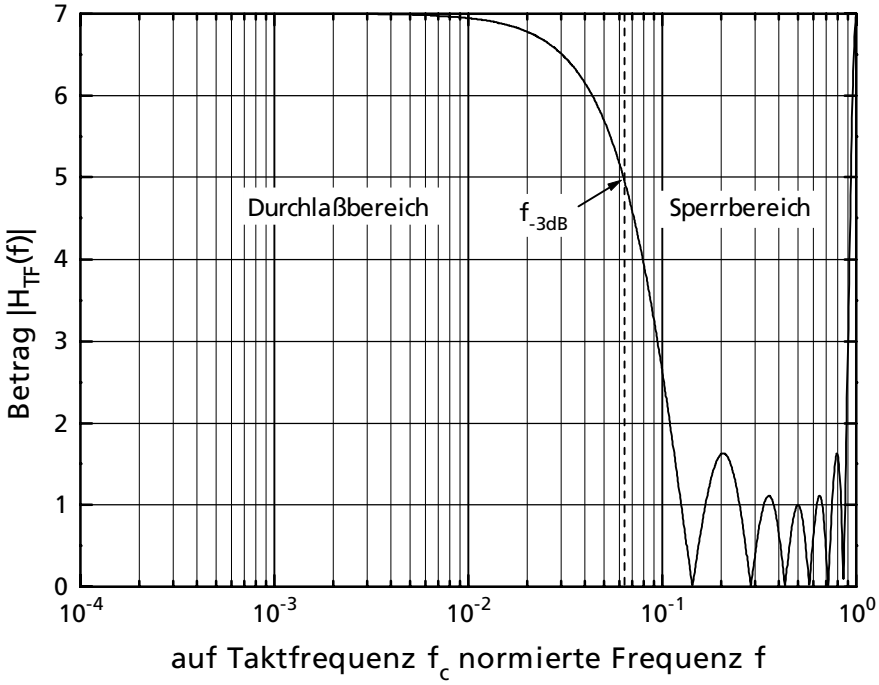


Bild 4.9 Betrag des Amplitudenganges von $|H_{TF}(f)|$

Die Frequenzen f_k, bei denen die Nullstellen des Amplitudenganges von $|H_{TF}(f)|$ liegen, können aus der Gleichung (4.11) direkt abgelesen werden:

$$f_k = k \cdot \frac{f_C}{n-1} \quad \forall\ k=1,2,..,n-2. \tag{4.12}$$

Das Filter besitzt Tiefpaßcharakter, da die Nebenmaxima des Amplitudengangs bei zunehmender Frequenz mit 1/f abnehmen. Entwickelt man Gleichung (4.11) in eine Reihe ($\sin(x) \approx x-1/6 \cdot x^3$ [77]), so kann für $n \geq 2$ die -3dB-Eckfrequenz f_{-3dB} des Transversalfilters folgendermaßen berechnet werden:

$$f_{-3dB}(n) \cong \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{6}{\pi^2} \cdot \frac{1}{(n-1)^2 - 1/\sqrt{2}}} \cdot f_C \tag{4.13}$$

Die Eckfrequenz des Transversalfilters nimmt umgekehrt proportional mit der Anzahl n-1 an verwendeten Verzögerungsgliedern ab. Sollte die Eckfrequenz durch die notwendige Anzahl an Verzögerungsgliedern kleiner als die maximale zu verarbeitende Signalfrequenz f_B werden, so kann sie durch eine erhöhte Taktfrequenz f_C wieder angehoben werden. Das Transversalfilter stellt keine wirksame Unterdrückung für das Quantisierungsrauschens dar, dessen Leistung aufgrund der Rauschübertragungsfunktion des ΣΔ-Modulators in den Sperrbereich $[f_B, f_C/2]$ verschoben wurde. An dieser Stelle ist Unterdrückung des Quantisierungsrauschens für den Interpolationsmechanismus sowieso unerwünscht, da es für das gewollte Hin- und Herspringen zwischen den Kennlinien-Einträgen verantwortlich ist. Das Transversalfilter dient an dieser Stelle lediglich zur Adressierung des Kennlinien-Speichers und legt über seine Wortbreite n_K gleichzeitig die Anzahl $n=2^{n_K}$ an verwendeten Kennlinien-Einträgen fest.

4.3.4 Nichtflüchtige Speicherung in kombinierten RAM/PROM-Zellen

Für die nichtflüchtige Speicherung der zur Kompensation benötigten Einträge im Kennlinien-Speicher wurden kombinierte RAM/PROM-Zellen [78] entwickelt. Während der Kalibration fungieren die Speicherzellen als RAM, in der die benötigten Einstellungen reversibel abgelegt und falls erforderlich korrigiert werden können. Nach Abschluß der Kalibration können die ermittelten Kalibrationsinformationen nichtreversibel im Speicherbaustein abgelegt werden, indem die RAM-Zellen durch einen Brennvorgang in ROM-Zellen umgewandelt werden. Als nichtflüchtige Speicherelemente können Fuses oder Antifuses in den unterschiedlichsten Realisierungen verwendet werden. Hier wurden sog. Antifuses in Form von Zener-Zap-Dioden als nichtflüchtige Speicherelemente verwendet, da sich diese ohne Erweiterungen in einem CMOS-Standard-Prozeß herstellen lassen.

Bild 4.10 a) zeigt eine kombinierte RAM/PROM-Speicherzelle. Im RAM-Betriebsmodus sind über eine logische null an PR und prog_spalte die Programmiertransistoren M7 und M7´ gesperrt, und es existiert über M3 und M3´ eine Verbindung zwischen den Antifuses und der RAM-Zelle, die aus zwei gegengekoppelten Invertern realisiert ist.

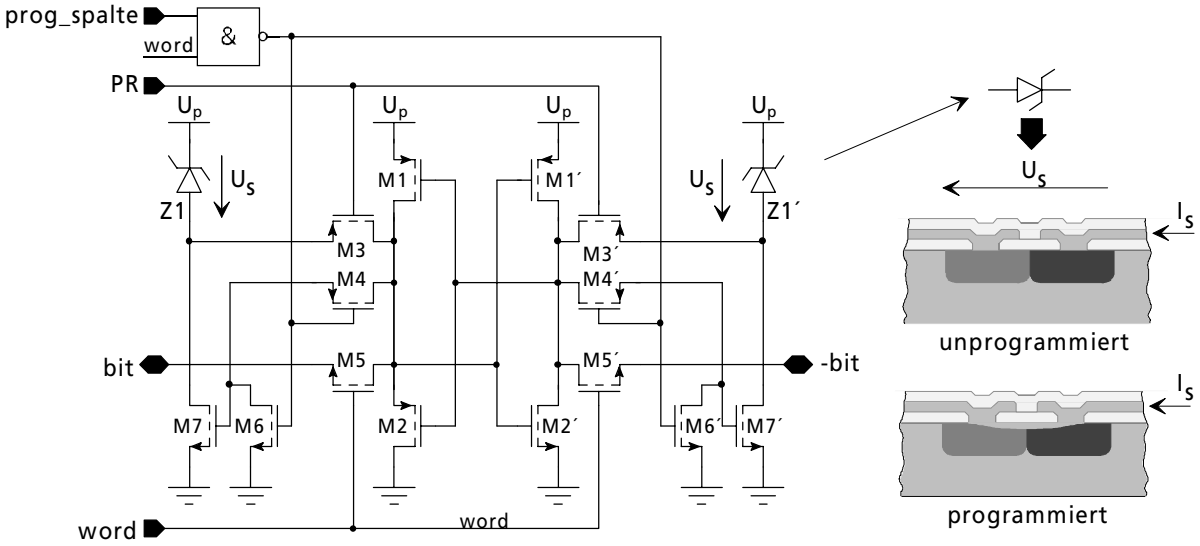


Bild 4.10 a) kombinierte RAM/PROM-Zelle mit Zener-Zap-Dioden
b) programmierte und unprogrammierte Zener-Zap-Diode im Querschnitt

Solange die Antifuses Z1 und Z1´ noch nicht fest programmiert sind, d.h. einen hochohmigen Widerstand darstellen, kann die Zelle reversibel über die bit- und -bit-Leitungen programmiert werden. Bei einem Array von Speicherzellen dient die word-Leitung zur Selektierung des gespeicherten Datenwortes an einer ausdekodierten Adresse.

Bei der Festprogrammierung wird die Betriebsspannung U_p von 5V auf 12V angehoben. Zur Erhaltung des Speicherinhaltes aller Zellen wird über eine logische eins an PR die Verbindung zwischen den RAM-Zellen und den Zener-Zap-Dioden über die Transistoren M3 und M3´ aufge-

trennt. Über die prog_spalte- und word-Leitung wird die Zelle ausgewählt, die programmiert werden soll. Durch eine logische eins an den Pins prog_spalte und word liegt das Gate von den Programmiertransistoren M7 und M7´ der ausgewählten Zelle auf dem Potential der Ausgänge der gegengekoppelten RAM-Inverter. Auf der Seite, auf der der Ausgang des RAM-Inverters logisch eins war, wird der Programmiertransistor geöffnet, so daß die Zener-Zap-Diode durchbricht und sich ein Kurzschluß zur Betriebsspannung U_p hin ausbildet. Sobald die Zener-Zap-Diode durchgebrochen ist, wird die Betriebsspannung wieder auf ihren ursprünglichen Wert von 5V zurückgenommen.

Gleichzeitig werden die Programmiertransistoren über eine logische null an prog_spalte gesperrt, und die Verbindung zwischen den Antifuses und der RAM-Zelle wird ebenfalls über eine logische null an PR wieder hergestellt. Nun zieht die kurzgeschlossene Zener-Zap-Diode den ihr zugeordneten Inverterausgang auf den logischen Pegel von eins und infolge der Mitkopplung den ihr gegenüberliegenden Inverterausgang auf den logischen Pegel von null. Die Zelle kann nun nicht mehr umprogrammiert werden, da sie nach versuchten Schreibaktionen immer wieder in den durch die kurzgeschlossene Zener-Zap-Diode bestimmten Zustand zurückfällt. **Bild 4.11** zeigt die Chipphotographie der zuvor beschriebenen kombinierten RAM/PROM-Speicherzelle.

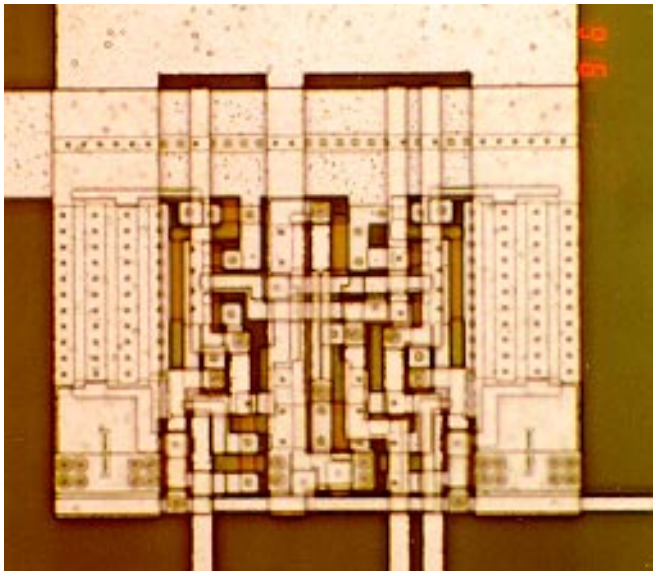


Bild 4.11 Chipphotographie der Speicherzelle

Bei den Zener-Zap-Dioden [79] handelt es sich um laterale pn-Dioden, die aus zwei aneinandergrenzenden und hochdotierten Implantationsgebieten geringer Schichtdicke bestehen. **Bild 4.10 b)** zeigt sowohl einen Querschnitt durch eine unprogrammierte als auch programmierte Diode.

Legt man eine hohe Spannung U_S in Sperrrichtung an die unprogrammierte Diode an, so steigt der Sperrstrom I_S stark an. Die kinetische Energie der Elektronen reißt jetzt Metallionen aus dem Kontaktlochgebiet heraus, die sich in dem pn-Übergang unter dem Oxid verteilen, solange bis sich eine leitende Verbindung zwischen den beiden Kontaktlöchern gebildet hat. Dieser Prozeß wird als Elektromigration bezeichnet. Normalerweise ist die Elektromigration ein unerwünschter Effekt, der hier jedoch zur Ausbildung einer leitenden Verbindung zwischen den Kontaktlöchern der Zener-Zap-Diode ausgenutzt wird.

Der Effekt der Elektromigration [80] kann über spezielle geometrische Layoutmaßnahmen der pn-Diode derart verstärkt werden, so daß sich die Lebensdauer [81] der Kontaktlöcher minimiert. Hat sich eine leitende Verbindung gemäß **Bild 4.10 b)** ausgebildet, so nimmt der Strom in Sperrrichtung abrupt zu, da der hohe Widerstand der Diode durch die entstandene Metallverbindung überbrückt wird.

Die in **Bild 4.12** dargestellten Meßergebnisse zeigen die Kennlinie einer unprogrammierten Zener-Zap-Diode und zum Vergleich dazu die Kennlinie einer programmierten Zener-Zap-Diode, deren Layoutgeometrie nach speziellen Kriterien optimiert wurde [78]. Das Einsetzen des Lawinendurchbruchs zeigt sich bei etwa 4,5V. Ab dieser Spannung steigt der Strom stark an und bricht schließlich beim Erreichen des Programmierstroms von 18,2mA die Spannung von 6,8V durch den eintretenden Kurzschluß zusammen. Die Diode verhält sich im programmierten Zustand wie ein niederohmiger Widerstand. Die Chipfläche der Diode beträgt 35,28µm².

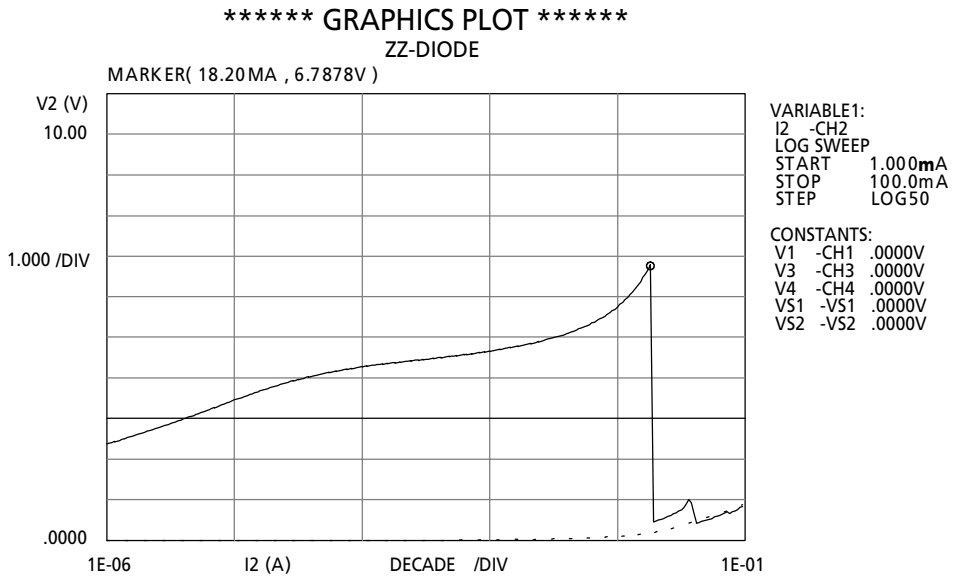


Bild 4.12 Kennlinie einer unprogrammierten und einer programmierten Zener-Zap-Diode

Zum Programmieren der in **Bild 4.10** beschriebenen Speicherzelle eignet sich der in **Bild 4.9** abgebildete Schreib-Lese-Verstärker. Bei einer Schreibaktion liegt die Steuerleitung schreiben/ lesen auf einer logischen eins.

Dabei werden die Datenleitungen bit- und -bit über S1 und S2 auf den Schreibverstärker freigeschaltet, dessen Inverter den am Dateneingang data_in anliegenden Wert über die bit- und -bit-Leitungen ins RAM transferieren. Diese Inverter besitzen jedoch eine viel größere Treiberfähigkeit als die mitgekoppelten Inverter der RAM-Zelle, um die vorliegenden Zustände ohne Probleme überschreiben zu können.

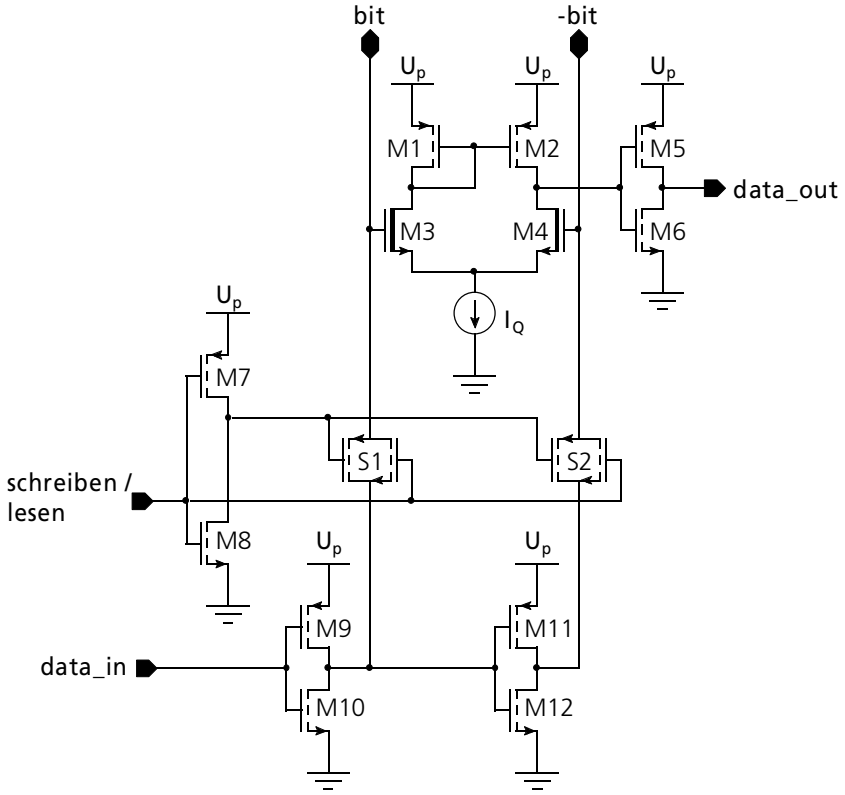


Bild 4.13 Schreib-Lese-Verstärker für Speicherzelle

Bei einer Leseaktion liegt die Steuerleitung schreiben/lesen auf einer logischen null, so daß die bit und -bit Leitungen von den Invertern des Schreibverstärkers entkoppelt sind. Ein einfacher Differenzverstärker bestehend aus M1-M4 dessen Eingänge auf den bit- und -bit-Leitungen liegen, liest den Inhalt der selektierten RAM- oder PROM-Zelle aus. Ein nachfolgender Inverter dient abschließend zur Pegelanpassung und Erhöhung der Treiberfähigkeit des Datenausgangs data_out.

4.3.5 Digital programmierbare SC-Verstärkerkette

Aufgabe des Abgleich ist es, sowohl bei Schwankungen der Sensorparameter als auch beim Einfluß von Störgrößen ein standardisiertes und von der Störgröße unabhängiges Ausgangssignal des Sensors sicherzustellen. Als Abgleichkriterium steht normalerweise nur das Ausgangssignal zur Verfügung, d. h. alle Änderungen der Einstellelemente sind darauf zu beziehen. Erschwerend kommt beim analogen Abgleich hinzu, daß die Einstellelemente nicht immer rückwirkungsfrei arbeiten. Um einen iterativen Abgleich zu vermeiden, müssen Schaltungen gefunden werden, die eine Einstellung vornehmen, ohne die bereits zuvor eingestellten Kennlinienparameter des Sensors zu verändern. Desweiteren sollten die eingestellten Kennlinienparameter in digitaler Form abspeicherbar sein. Häufige Anforderungen an die einstellbare Verstärkerkette sind:

- eine Nullpunktseinstellung,
- eine Einstellung der Grundverstärkung sowie
- ein störgrößenabhängiger Offset- und Empfindlichkeitsabgleich,

die alle von voneinander unabhängig veränderbar sein müssen. Aufgrund der Vielzahl von Aufgaben und der Forderung nach einer rückwirkungsfreien Einstellbarkeit, ohne die zuvor eingestellten Sensorparameter zu beeinflussen, wird eine Hintereinanderschaltung von mehreren SC-Verstärkern zu einer SC-Verstärkerkette verwendet. Ein weiterer Grund für die Kaskadierung von mehreren SC-Verstärkern ist, daß die nutzbare Bandbreite des verwendeten Operationsverstärkers mit zunehmender Gegenkopplung abnimmt, und das Einschwingverhalten auf den gewünschten Endwert bei zu kleiner Bandbreite nicht mehr gewährleistet werden kann. Eine einfache Faustformel für den maximalen Verstärkungsfaktor A_{max} einer SC-Verstärkerstufe ergibt sich in Abhängigkeit von dem Verstärkungs-Bandbreite-Produkt GBW des eingesetzten Operationsverstärkers und der verwendeten Taktfrequenz f_C des SC-Verstärkers zu:

$$A_{max} = \frac{GBW}{5 \cdot f_C} . \tag{4.14}$$

Bei einer Taktfrequenz von 250kHz und einem Verstärkungs-Bandbreite-Produkt der verwendeten Operationsverstärker von 20-30MHz sind somit Verstärkungen von maximal 16-24 pro SC-Verstärkerstufe zulässig. Eine einstellbare Grundverstärkung im Bereich von 10..1000, wie sie oft von den Sensoranwendern gefordert wird, wäre somit mit einer einzelnen SC-Verstärkerstufe nicht realisierbar. **Bild 4.14** zeigt eine dreistufige SC-Verstärkerkette, mit der alle zuvor gestellten Anforderungen erfüllt werden können. An die Eingänge in+ und in- der SC-Verstärkerkette wird die Ausgangsgröße $y_{S,I}$ bzw. die Ausgangsspannung $U_S(\mu^*,\lambda^*)$ des ersten Sensors I angeschlossen. Um eine rückwirkungsfreie bzw. nichtiterative Einstellung aller Sensorparameter zu gewährleisten, muß in der ersten SC-Verstärkerstufe der Abgleich des Nullpunkts und des störgrößenabhängigen Offsets erfolgen.

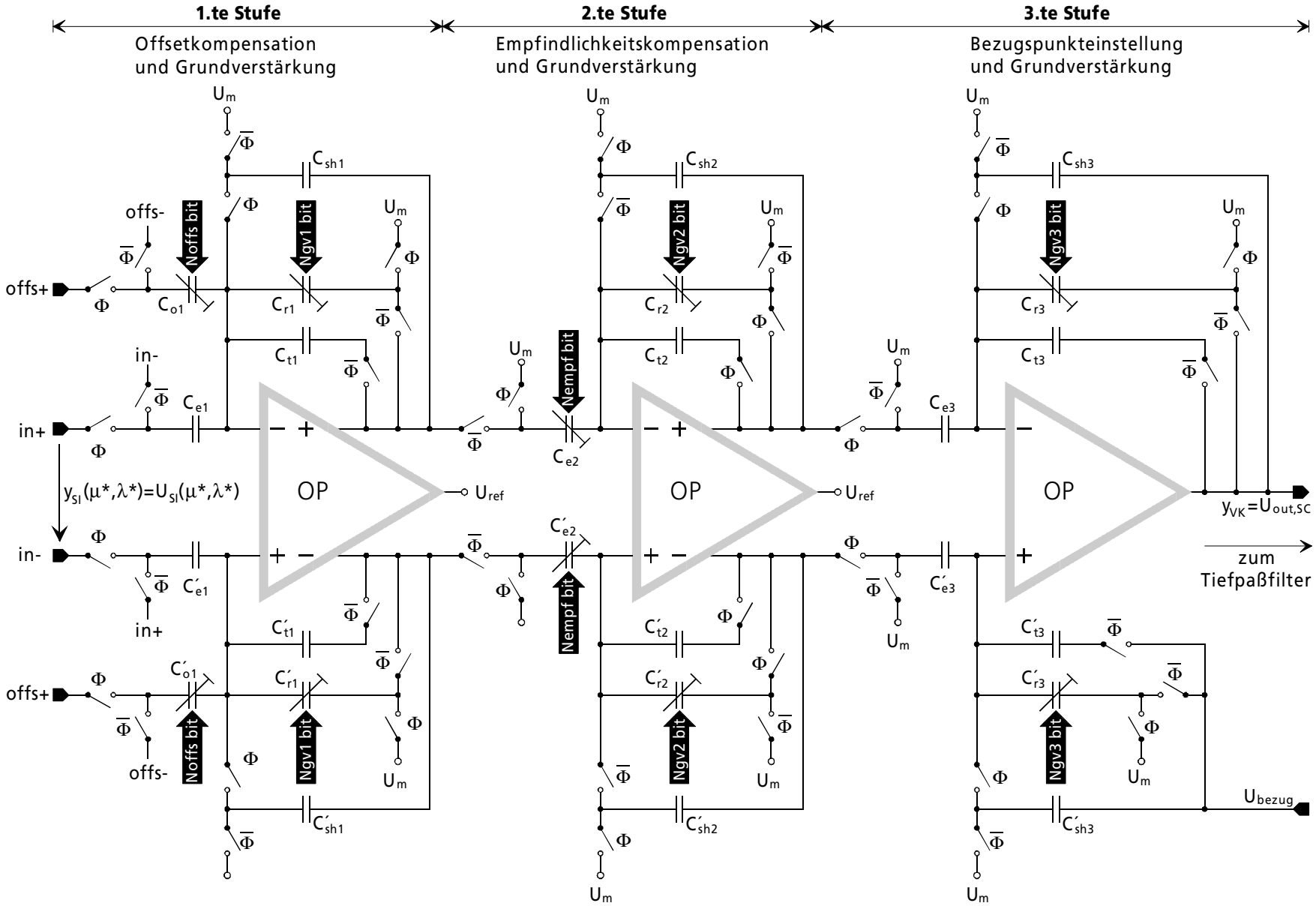


Bild 4.14 Schaltbild der digital programmierbaren SC-Verstärkerkette

Mit Hilfe einer sich anschließenden zweiten Stufe wird die störgrößenabhängige Empfindlichkeit abgeglichen. Da diese ersten beiden Stufen wegen einer größeren Störunempfindlichkeit einen differentiellen Signalpfad aufweisen, konvertiert die dritte und letzte SC-Verstärkerstufe das differentielle Signal in ein potentialbezogenes Signal. Als Bezugspunkt dient die Spannung U_{bezug}. Weiterhin kann in allen drei Verstärkerstufen eine Grundverstärkung eingestellt werden. Bei den Einstellelementen handelt es sich jeweils um binär gewichtete Kondensatorarrays, die über digitale Steuerleitungen (Noffs, Nempf, Ngv1..Ngv3) programmierbar sind.

Alle drei Verstärkerstufen arbeiten nach dem Prinzip des kapazitiven Rücksetzens zur Reduzierung der Anforderungen an die verwendeten Operationsverstärker bzgl. der Slew-Rate SR und der Leerlaufverstärkung A_{vo}, da der Verstärkungsfehler nur noch mit $1/A_{vo}^2$ in die Übertragungscharakteristik des SC-Verstärkers eingeht [82]. Weiterhin wird in jeder SC-Verstärkerstufe der Offset und das niederfrequente 1/f-Rauschen der Operationsverstärker durch das Prinzip der korrelierten Doppelabtastung maximal mit seiner eigenen Leerlaufverstärkung A_{vo} unterdrückt [83]. Stammen die Daten für die Einstellungen des programmierbaren Kondensatorarrays aus dem Kennlinien-Speicher, so erfolgt eine Modulation des zu verstärkenden Sensorsignals $U_{S,l}(\mu^*,\lambda^*)$ mit der störgrößenabhängigen Nichtlinearität der abgespeicherten Kennlinie. Wie bereits zuvor in Kapitel 3 gesehen, enthält der Ausgang der einzelnen SC-Verstärker Quantisierungsrauschen im Sperrbereich des im $\Sigma\Delta$-Modulators enthaltenen Schleifenfilters. Um die Leistung der in den Sperrbereich verschobenen Rauschanteile bereits am Ausgang des zur Modulation benutzten SC-Verstärkers zu unterdrücken, ist es außerordentlich sinnvoll, eine Bandbegrenzung oberhalb der maximal zulässigen Signalfrequenz f_{-3dB} in jede SC-Verstärkerstufe einzubauen (siehe dazu Anhang H). Für die Dimensionierung der Tiefpaßkapazität C_t einer SC-Verstärkerstufe kann bei Vorgabe der Rückkoppelkapazität C_r sowie der Takt- und Signalfrequenz f_C und f_{-3dB} die nachfolgende Gleichung verwendet werden:

$$C_t = C_r \cdot \frac{f_C - \pi \cdot f_{-3dB}}{2 \cdot \pi \cdot f_{-3dB}} . \tag{4.15}$$

Hierbei muß jedoch beachtet werden, daß die Haltekapazität C_{sh} der SC-Verstärkerstufe viel größer als die Tiefpaßkapazität C_t sein sollte, damit das gewünschte Verhalten des kapazitiven Rücksetzen nicht zerstört wird. Zusätzlich wird durch die vor der halben Taktfrequenz $f_C/2$ einsetzende Tiefpaßcharakteristik eine verbesserte Unterdrückung - speziell für die höherfrequenten Anteile - des Rauschleistungsdichtespektrums der verwendeten Operationsverstärker erzielt. Das noch am Ende der SC-Verstärkerkette im Ausgangsspektrum $U_{out,SC}$ verbliebene Quantisierungsrauschen wird über ein nachfolgendes, zeitkontinuierliches Tiefpaßfilter unterdrückt. Gleichzeitig wandelt das verwendete Filter das zeitdiskrete Ausgangssignal $U_{out,SC}$ in ein analoges Signal um. Hierzu können die nachfolgend beschriebenen analogen Dezimations- bzw. Glättungsfilter mit verteilten RC-Elementen verwendet werden.

4.3.6 Interpolationsfilter mit verteilten RC-Elementen

Da die Nullpunkts- und Verstärkungseinstellungen der digital programmierbaren SC-Verstärkerkette ständig mit der Abtastfrequenz f_C des ΣΔ-Modulators M.ter Ordnung umgeschaltet werden, ändert sich dementsprechend mit derselben Frequenz die Spannung am Ausgang y_{VK} gemäß ihrer realisierten Übertragungsfunktion. Damit sich jedoch am Systemausgang y_A eine mittlere Spannung innerhalb einer der Sensor-Bandbreite f_B entsprechenden Zeit einstellt, muß das ursprünglich im Sperrbereich $[f_B, f_C/2]$ mit M·20dB/Dekade ansteigende Quantisierungsrauschen derart unterdrückt werden, daß es über der Frequenz f nicht mehr ansteigen kann (siehe hierzu auch Bild 3.14, Spektrum am Ausgang y_A). Das für die ständige Änderung der Spannung zuständige Quantisierungsrauschen kann über einen sog. Interpolationsfilter mit Tiefpaßcharakter beseitigt werden. Zusätzlich müssen die aufgrund der Abtastung des Meßsignals $y_{S,I}$ entstandenen Seitenbänder von dem des korrigierten Basisbandes getrennt werden, um die ursprüngliche Meßwertinformation nicht zu verfälschen. Die Anforderungen an die Übertragungsfunktionen dieser Filter liegen somit auf der Hand. Zum einen wird ein möglichst flacher Verlauf im Durchlaßbereich $[0, f_B]$ gefordert, um die Meßwertinformation nicht unnötig zu verfälschen. Zum anderen muß das Quantisierungsrauschen im Sperrbereich $[f_B, f_C/2]$ derart unterdrückt bzw. gedämpft werden, daß es über der Frequenz f nicht mehr ansteigt. Basierend auf den Untersuchungsergebnissen von Candy [63] muß für eine erfolgreiche Unterdrückung des Quantisierungsrauschens die Ordnung M_{TP} des Tiefpaßfilters mindestens mit der Ordnung M des verwendeten ΣΔ-Modulators übereinstimmen. Reicht die Ordnung M_{TP} des Tiefpaßfilters nicht aus, um die Seitenbänder ausreichend zu unterdrücken, so muß die Ordnung des Filters weiter erhöht werden.

Eine häufig für diese Art von Filterstufen verwendete Struktur ist das sog. Sallen-Key-Tiefpaßfilter. Mit dieser Struktur können aktive Filter bis maximal dritter Ordnung mit nur einem einzigen Operationsverstärker aufgebaut werden [84]. Je nach Filterordnung M_{TP} fällt der Betrag der Übertragungsfunktion bei der Verwendung von konzentrierten Bauelementen hinter der -3dB-Eckfrequenz $f_{-3dB}=f_B$ mit M_{TP}·20dB pro Dekade ab. Extrem kleine Überabtastraten während der zeitdiskreten Signalverarbeitung können bei der anschließenden Filterung zu dem Problem führen, daß die Dämpfung nicht schnell genug ihren geforderten Endwert erreicht. Ein steilerer Abfall der Dämpfung kann durch die Verwendung von verteilten RC-Elementen erzielt werden, ohne dabei den Bedarf an Chipfläche zu erhöhen [85]. **Bild 4.15** zeigt einen Querschnitt der zuvor erwähnten RC-Komponente mit verteilten Elementen. Die Deckelelektrode besteht dabei aus einem meanderförmig strukturiertem Material aus Polysilizium, das über ein Dünnoxid von einer niederohmigen Gegenelektrode isoliert ist.

Die niederohmige Gegenelektrode wird über eine n^+-Implantation in einem p^--Substrat hergestellt, die zudem über die entstandene und in Sperrrichtung gepolte pn-Diode vom p^--Substrat isoliert ist.

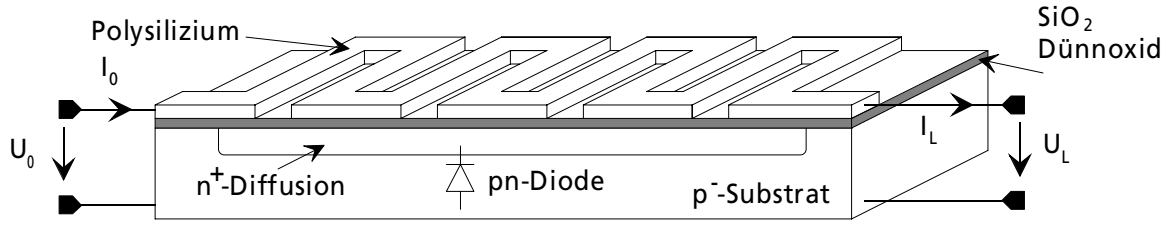


Bild 4.15 Querschnitt durch ein verteiltes RC-Element

Die Zusammenhänge zwischen den Spannungen bzw. den Strömen an den Ein- und Ausgängen eines verteilten RC-Elementes bestimmter Länge können über die Theorie homogener Leitungen berechnet werden [86]. Für die Kettenmatrix $\mathbf{K}_V$ eines verteilten RC-Elements der Länge L gilt folgender Zusammenhang:

$$\begin{pmatrix} U_0 \\ I_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(L \cdot k_2 \cdot \sqrt{s}) & \frac{k_1}{W \cdot \sqrt{s}} \cdot \sinh(L \cdot k_2 \cdot \sqrt{s}) \\ \frac{W \cdot \sqrt{s}}{k_1} \cdot \sinh(L \cdot k_2 \cdot \sqrt{s}) & \cosh(L \cdot k_2 \cdot \sqrt{s}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_L \\ I_L \end{pmatrix} = \mathbf{K}_V \cdot \begin{pmatrix} U_L \\ I_L \end{pmatrix} \tag{4.16}$$

mit den Technologiekonstanten $k_1 = \sqrt{R_{sq} / C'_{ox}}$ und $k_2 = \sqrt{R_{sq} \cdot C'_{ox}}$,

wobei s die komplexe Frequenz, R_{sq} der Squarewiderstand des meanderförmig strukturierten Deckelmaterials und C'_{ox} der flächenbezogene Kapazitätsbelag ist. Da der Designer auf die Technologiekonstanten k_1 und k_2 keinen Einfluß hat, können für das Einstellen benötigter Zeitkonstanten lediglich die Designparameter W und L des RC-Elementes verändert werden.

Auch für das konzentrierte RC-Element in **Bild 4.16** kann eine Kettenmatrix $\mathbf{K}_k$ angegeben werden, die die Zusammenhänge zwischen den Spannungen und Strömen an den Ein- und Ausgängen gemäß folgender Gleichung beschreibt:

$$\begin{pmatrix} U_0 \\ I_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + s \cdot R \cdot C & R \\ s \cdot C & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_L \\ I_L \end{pmatrix} = \mathbf{K}_k \cdot \begin{pmatrix} U_L \\ I_L \end{pmatrix} \tag{4.17}$$

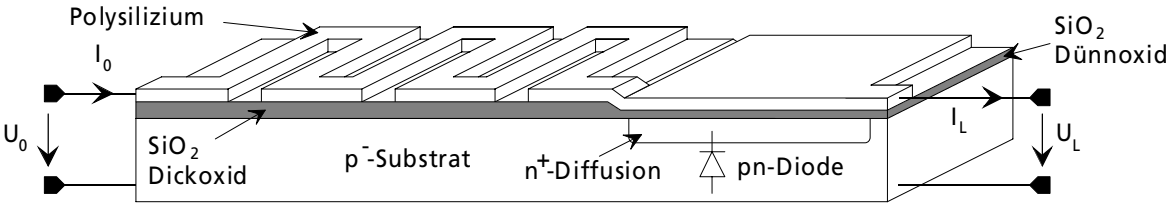


Bild 4.16 Querschnitt durch ein konzentriertes RC-Element

Die Kettenmatrizen der Gleichungen (4.16) und (4.17) können für die Bestimmung der Übertragungsfunktion $H_v(s)$ des verteilten und $H_k(s)$ des konzentrierten RC-Elementes herangezogen werden. Der Kettenparameter K_{11} steht dabei für die reziproke Leerlauf-Spannungs-Übertragungsfunktion:

$$H_v(s) = \left.\frac{U_L}{U_0}\right|_{I_L=0} = \frac{1}{K_{11}} = \frac{1}{\cosh(\sqrt{\tau_V \cdot s})}; \quad H_k(s) = \left.\frac{U_L}{U_0}\right|_{I_L=0} = \frac{1}{K_{11}} = \frac{1}{1+\tau_k \cdot s} \tag{4.18}$$

Ein Vergleich der Übertragungsfunktion eines verteilten RC-Elementes mit einem RC-Glied aus konzentrierten Bauelementen ergibt, daß die Zeitkonstante $\tau_v = L^2 \cdot R_{sq} \cdot C'_{ox}$ des verteilten Bauelementes, die sich aus der Lage des ersten dominanten Pols ergibt, um den Faktor $\pi^2/4$ größer ist als die Zeitkonstante $\tau_k = R \cdot C$ bei Verwendung eines RC-Gliedes mit konzentrierten Bauelementen [85, 87]. Aufgrund der hyperbolischen Cosinus-Funktion im Nenner der Übertragungsfunktion besitzt das verteilte RC-Element im Gegensatz zum konzentrierten RC-Glied unendlich viele Polstellen, wodurch die Dämpfung mit zunehmender Frequenz stark ansteigt. Somit eignen sich diese verteilten RC-Elemente für den Einsatz in Filtern, dessen Dämpfung im Sperrbereich sehr stark ansteigen muß, um eine große Selektivität zwischen dem Basisband und den Seitenbändern zu erzielen [87].

Da im weiteren Verlauf dieses Kapitels bei den Realisierungsbeispielen (Kapitel 4.4) aufgrund ihrer hervorragenden Interpolationseigenschaften ausschließlich ΣΔ-Modulatoren 3.ter Ordnung zum Einsatz kommen, soll im nachfolgenden die Realisierung eines Interpolationsfilter 3.ter Ordnung mit einer Sallen-Key-Struktur gemäß **Bild 4.17** vorgestellt werden.

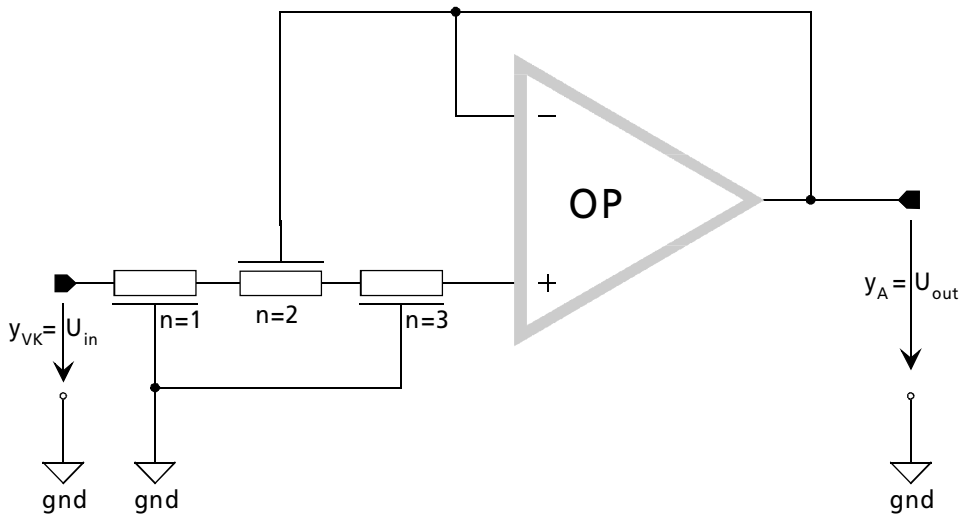


Bild 4.17 Interpolationsfilter 3.ter Ordnung in Sallen-Key-Struktur

Unmittelbar zwischen Eingang U_{in} des Filters und dem nichtinvertierenden Eingang des Operationsverstärkers sind drei verteilte RC-Elemente in Reihe geschaltet, deren Längen je nach Filtercharakteristik und Eckfrequenz unterschiedlich lang sein können. Bei zwei der verteilten RC-Elemente sind die kapazitiven Abgriffe direkt niederohmig mit Masse verbunden. Bei einem

der verteilten RC-Elemente ist der kapazitive Abgriff jedoch mit dem Ausgang U_{out} des Filters verbunden. Die Übertragungsfunktion $H_{LPF}(s)$ des verteilten RC-Tiefpaßfilters ergibt sich zu:

$$H_{LPF}(s) = \frac{1}{B_1 \cdot \left[C_2 \cdot (A_3 - 1) + A_2 \cdot C_3\right] + A_1 \cdot \left[A_2 \cdot (A_3 - 1) + B_2 \cdot C_3 + 1\right]} \tag{4.19}$$

mit: $A_n = \cosh\left(l_n \cdot k_2 \cdot \sqrt{s}\right)$, $B_n = \frac{-k_1}{w_n \cdot \sqrt{s}} \sinh\left(l_n \cdot k_2 \cdot \sqrt{s}\right)$ und: $C_n = \frac{-w_n \cdot \sqrt{s}}{k_1} \sinh\left(l_n \cdot k_2 \cdot \sqrt{s}\right)$ (4.20)

Üblicherweise wird beim klassischen Polynom-Filterentwurf der Nenner der erhaltenen Übertragungsfunktion mit einem charakteristischen Polynom P(s):

$$P(s) = \prod_i \left(1 + a_i \cdot \left(\frac{s}{2\pi f_g}\right) + b_i \cdot \left(\frac{s}{2\pi f_g}\right)^2\right) \tag{4.21}$$

verglichen. Die Koeffizienten dieses Polynoms sind für verschiedene Ordnungen und unterschiedliche Filtercharakteristiken aus speziellen Tabellenwerken der Literatur [88] zu entnehmen. Bedingt durch die hyperbolischen Funktionen in der resultierenden Übertragungsfunktion $H_{LPF}(s)$ des verteilten Filters ist es jedoch unmöglich eine gewünschte Filtercharakteristik (z.B. Bessel, Butterworth oder Tschebyscheff) mit der zuvor beschriebenen Methode gezielt einzustellen. Um jedoch die klassische Methode weiterhin anwenden zu können, wird das verteilte RC-Element für Dimensionierungszwecke zeitweilig durch eine T-Ersatzschaltung aus konzentrierten RC-Elementen ersetzt. Die konzentrierten Elemente R und C benutzen dabei dieselben Designparameter W und L wie die verteilten RC-Elemente. Damit sich jedoch beim Austauschen der konzentrierten Elemente durch ihre verteilten Elemente die gewünschte Filtercharakteristik im Durchlaßbereich unterhalb der -3dB-Eckfrequenz einstellt, müssen modifizierte Koeffizienten [89] laut der nachfolgenden **Tabelle 4.1** verwendet werden.

Tabelle 4.1 modifizierte Koeffizienten zur Berechnung verteilter Tiefpaßfilter 3.ter Ordnung

Filter Charakteristik	Koeffizient a_1	Koeffizient b_1	Koeffizient a_2	Koeffizient b_2
Aperiodisch	0,839	0,000	0,951	0,386
Bessel	1,092	0,000	1,078	0,810
Butterworth	1,371	0,000	1,257	1,666
Tschebyscheff (0,5dB)	2,332	0,000	1,096	2,072
Tschebyscheff (1dB)	2,669	0,000	1,046	2,100
Tschebyscheff (2dB)	3,307	0,000	0,970	2,126
Tschebyscheff (3dB)	3,899	0,000	0,918	2,135

Bild 4.18 zeigt die Übertragungsfunktion eines verteilten Tiefpaßfilters mit Butterworth-Charakteristik und einer -3dB-Eckfrequenz von 1kHz, das bei einem der später behandelten Realisierungsbeispielen aus Kapitel 4.4 verwendet wird. Zum Vergleich dazu ist in dieses Bild ebenfalls die Übertragungsfunktion eines Tiefpaßfilters aus konzentrierten Elementen mit einer identischen Eckfrequenz eingezeichnet. Zusätzlich ist die Zielfunktion 1/P(s) für die Dimensionierung des verteilten Filters mit Hilfe von konzentrierten Elementen gezeigt, die durch das charakteristische Polynom P(s) und den modifizierten Koeffizienten aus der **Tabelle 4.1** beschrieben wird.

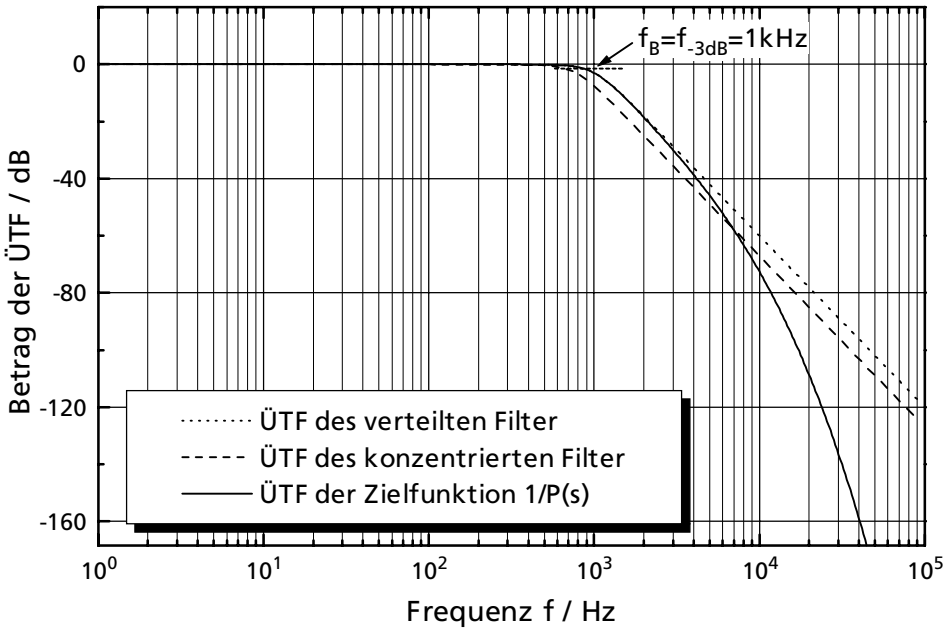


Bild 4.18 berechnete Übertragungsfunktion mit eingestellter Butterworth-Charakteristik

Beim Einsatz von verteilten RC-Elementen ist bei Filtern mit Butterworth-Charakteristik die erzielte Dämpfung im Sperrbereich bereits nach 1½ Dekaden hinter der -3dB-Eckfrequenz um 80dB größer, als beim Einsatz konzentrierter RC-Elemente. Filter mit verteilten RC-Elementen besitzen neben einem steileren Anstieg der Dämpfung im Sperrbereich zusätzlich eine größere Störsignalunterdrückung [85, 87]. Die beim konzentrierten Filter kapazitiv über das Substrat in die Widerstände eingekoppelten Störsignale werden hier durch den Abschirmungseffekt der unmittelbar darunterliegenden und niederohmig mit Masse verbundenen n^+-Elektrode vermindert. Zudem wird das Übersprechen zwischen unmittelbar benachbarten Widerstandsbahnen der meanderförmig strukturierten Deckelektrode des verteiltes RC-Elements über eine bessere Feldverteilung reduziert. Lediglich die n^+-Elektrode des mittleren auf den Ausgang zurückgekoppelten RC-Elements ist nicht direkt niederohmig mit Masse verbunden. Als Widerstand nach Masse liegt noch der Ausgangswiderstand des verwendeten Operationsverstärkers. Für eine möglichst geringe Störeinkopplung sollte aus diesem Grund der Ausgang so niederohmig wie möglich ausgelegt sein.

4.3.7 Reduzierung der Chipfläche bei Systemen mit hohen Genauigkeitsanforderungen

Da die Einstellelemente der digital programmierbaren SC-Verstärkerkette in Kapitel 4.3.5 aus binär gewichteten Kondensatorarrays bestehen, verdoppelt sich der Flächenbedarf bei jeder Erhöhung der Einstellgenauigkeit um ein bit. Infolge dessen verdoppelt sich mit jedem zusätzlichen bit die maximale kapazitive Belastung der verwendeten Operationsverstärker. Da einstufige Operationsverstärker zum Einsatz kommen, nimmt durch die zunehmende kapazitive Belastung das Verstärkungs-Bandbreite-Produkt GBW ab und die Anforderungen an die Anstiegsgeschwindigkeit SR nehmen zu. Für Einstellgenauigkeiten größer als 8bit reduziert man daher die Wortbreite n_D der aus dem Kennlinien-Speicher stammenden Daten über eine digitale Pulshäufigkeitsmodulation gemäß dem nachfolgenden **Bild 4.19**. Damit beim Reduzieren der Wortbreite keine großen Fehler innerhalb der Sensorsignalbandbreite auftreten, können hier wieder Rauschformungsverfahren - wie beispielsweise die ΣΔ-Modulation - Anwendung finden. Nach der digitalen ΣΔ-Modulation der Kennliniendaten steht ein n_{RD} bit breites Wort mit $n_{RD} < n_{D,KS}$ für die Einstellung der programmierbaren SC-Verstärkerkette zur Verfügung, ohne an Einstellgenauigkeit zu verlieren.

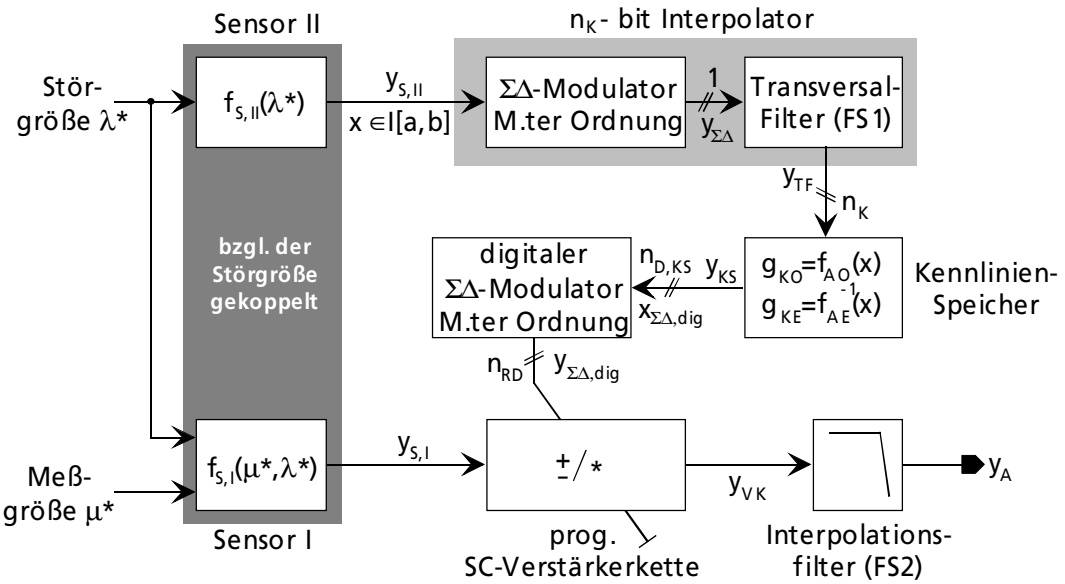


Bild 4.19 Einsatz von digitalen ΣΔ-Modulatoren zur Reduzierung der Datenwortbreite für die Einstellung der digital programmierbaren SC-Verstärkerkette

Die Realisierung eines digitalen ΣΔ-Modulators kann unmittelbar aus der bekannten Struktur eines analogen ΣΔ-Modulators abgeleitet werden. Eine allgemein übliche Form eines digitalen ΣΔ-Modulators ist in **Bild 4.20 a)** zu sehen [66]. Der Modulator besteht aus einem digitalen Schleifenfilter und einem digitalen Quantisierer, der das Auskoppeln von den höchstwertigsten bits n_{RD} übernimmt.

Die Differenz zwischen dem rückgekoppelten n_{RD} bit breiten Ausgang $y_{\Sigma\Delta,dig}$ und dem $n_{D,KS}$ bit breiten Eingang $x_{\Sigma\Delta,dig}$ gelangt über das digitale Schleifenfilter auf den Eingang x_q des digitalen Quantisierers.

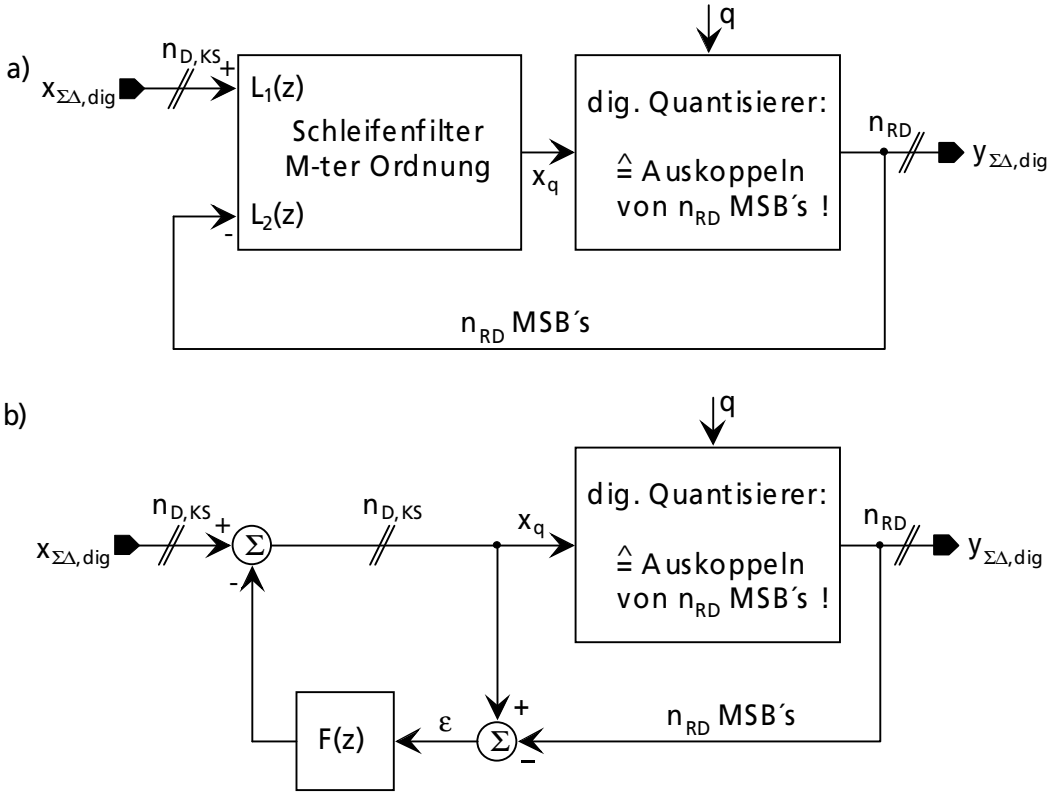


Bild 4.20 a) allg. übliche Struktur eines digitalen ΣΔ-Modulators M.ter Ordnung
b) alternative Struktur eines digitalen ΣΔ-Modulators M.ter Ordnung

Die Signal- und Rauschübertragungsfunktionen $H_{STF}(z)$ und $H_{NTF}(z)$ des digitalen ΣΔ-Modulators ergeben sich entsprechend dem analogen Modulator zu:

$$H_{STF}(z) = \frac{L_1(z)}{1+L_2(z)} \tag{4.22}$$

und:

$$H_{NTF}(z) = \frac{1}{1+L_2(z)}\,. \tag{4.23}$$

Für diese Art des digitalen ΣΔ-Modulators sind ähnlich wie beim analogen ΣΔ-Modulator die unterschiedlichsten Realisierungsformen denkbar. Einige dieser Realisierungsformen sind in [66] nachzulesen. Eine alternative Struktur, die besonders bei Modulatoren höherer Ordnung M eine einfachere Realisierung zuläßt, ist schematisch in **Bild 4.20 b)** gezeigt. Bei dieser Struktur wird anstelle der Ausganges $y_{\Sigma\Delta,dig}$, der Fehler ε zwischen dem Ein- und Ausgang des digitalen Quantisierers über ein digitales Filter F(z) M.ter Ordnung auf den Eingang $x_{\Sigma\Delta,dig}$ zurückgekoppelt.

Eine Analyse im z- Bereich ergibt für den Ausgang $y_{\Sigma\Delta,dig}(z)$ des Modulators:

$$\begin{aligned} y_{\Sigma\Delta,dig}(z) &= x_{\Sigma\Delta,dig}(z) + (1 - F(z)) \cdot q(z) \\ &= x_{\Sigma\Delta,dig}(z) \cdot H_{STF}(z) + H_{NTF}(z) \cdot q(z) \end{aligned} . \tag{4.24}$$

Die Signal- und Rauschübertragungsfunktionen ergeben sich somit zu:

$$H_{STF}(z) = 1 \tag{4.25}$$

und:

$$H_{NTF}(z) = 1 - F(z) . \tag{4.26}$$

Interessant zu bemerken, daß sich bereits im einfachsten Fall einer Verzögerung mit $F(z)=z^{-1}$ eine Rauschunterdrückung erster Ordnung mit 20dB/Dekade ergibt. **Bild 4.21** zeigt einen digitalen ΣΔ-Modulator, der auf dem zuvor beschriebenen Prinzip basiert. In dem gezeigten Beispiel wird ein 11 bit breites Eingangswort auf eine Wortbreite von 6 bit reduziert. Das zurückgekoppelte Fehlersignal ε wird durch eine einfache Verzögerung der 5LSB´s erzielt, die nach dem Auskoppeln der höchstwertigsten bit übrig bleiben. Um einen Überlauf des Addierers zu vermeiden muß entweder der gültige Eingangsbereich von $x_{\Sigma\Delta,dig}$ begrenzt werden, oder die interne Verarbeitungswortbreite erhöht werden.

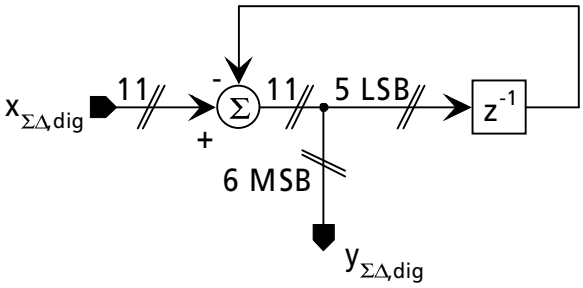


Bild 4.21 digitaler ΣΔ-Modulator 1.ter Ordnung (11bit → 6bit)

Erhöht man die Ordnung M der Filterfunktion F(z), so wird im Durchlaßbereich des Filters vermehrt Rauschleistung unterdrückt, was unweigerlich zu einer Erhöhung der Auflösung führt. Wird als Übertragungsfunktion des digitalen Filters:

$$F(z) = \left(1 - z^{-1}\right)^3 \tag{4.27}$$

verwendet, kann ein ΣΔ-Modulator dritter Ordnung nach **Bild 4.22** mit einer Rauschunterdrückung von 60dB/Dekade realisiert werden. Die Koeffizienten des verwendeten FIR-Filters ergeben sich zu -3, 3 und -1. Da intern nur mit der maximalen Eingangswortbreite von 11bit gerechnet wird, muß der Eingangssignalbereich im hier vorliegenden Beispiel auf 224..1824 begrenzt werden, um einen Überlauf des Addierers zu vermeiden. Um Aliasingeffekte zu vermeiden, wird der digitale ΣΔ-Modulator mit einer Taktfrequenz f_C betrieben, die identisch mit der Zugriffsfrequenz auf den Kennlinien-Speichers ist.

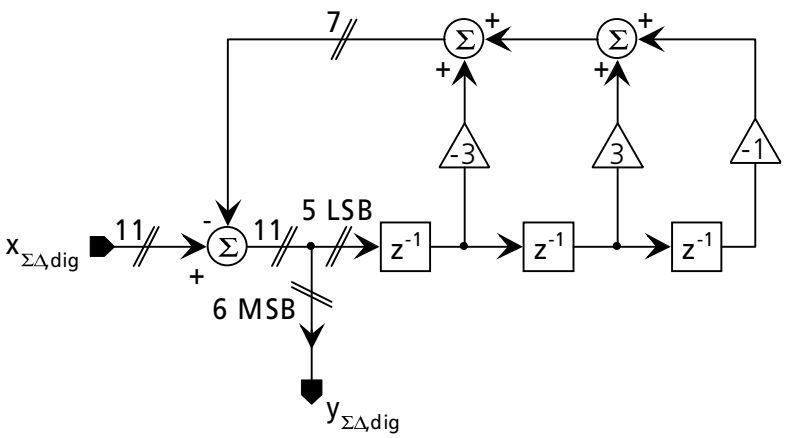


Bild 4.22 digitaler ΣΔ-Modulator 3.ter Ordnung (11bit → 6bit)

Bild 4.23 zeigt die Spektren des Ein- und Ausgangssignals $x_{\Sigma\Delta,dig}$ und $y_{\Sigma\Delta,dig}$ des digitalen ΣΔ-Modulators, der mit einer Taktfrequenz f_C von 100kHz betrieben wurde. Als Eingangssignal wurde ein 11 bit digitalisierter Sinus mit einer Frequenz von 200Hz verwendet. Die Verzerrungen im Spektrum des Eingangssignals $x_{\Sigma\Delta,dig}$ sind auf die Digitalisierung zurückzuführen. Deutlich zu erkennen ist, daß das 6 bit breite Ausgangssignal $y_{\Sigma\Delta,dig}$ bis zu einer Frequenz f von ungefähr 1kHz mit der Auflösung des Eingangssignal $x_{\Sigma\Delta,dig}$ übereinstimmt. Ab dieser Frequenz steigt das Rauschens mit den für die Rauschübertragungsfunktion H_{NTF} eines digitalen ΣΔ-Modulators 3.ter Ordnung typischen 60dB/Dekade an.

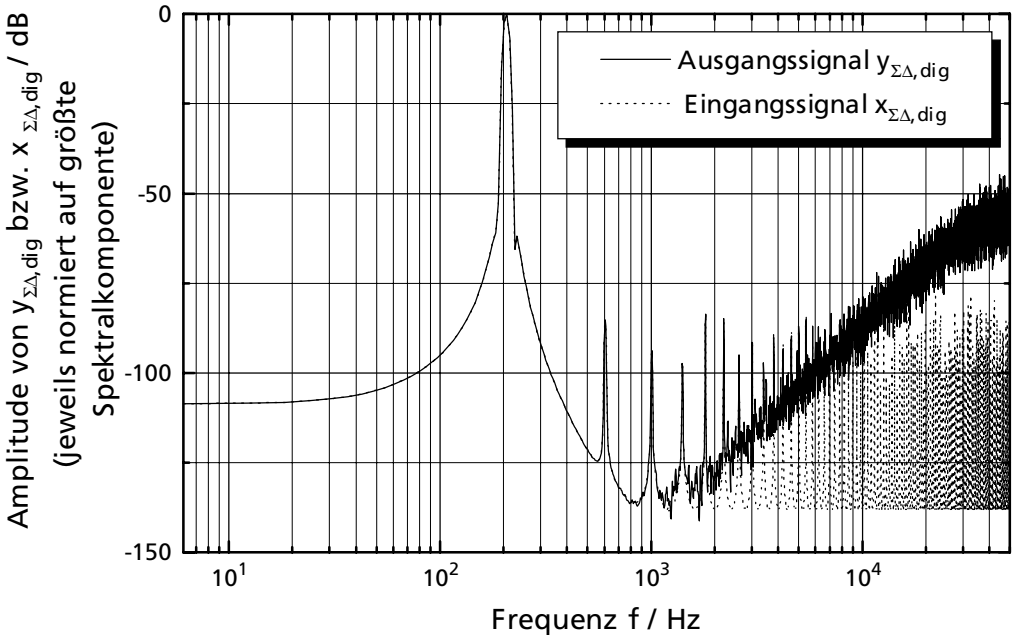


Bild 4.23 Spektrum des digitalen ΣΔ-Modulators dritter Ordnung

4.4 Realisierungsbeispiele

Basierend auf dem allgemein beschriebenen Systemkonzept aus Kapitel 4.2 wurden mehrere Sensorsysteme sowohl auf monolithischer als auch hybrider Basis realisiert. Bei den zu kompensierenden Einfluß- bzw. Störgrößen handelt es sich fast ausschließlich um die Temperatur T. Als erstes wird ein monolithisch, integrierter Druckumformer auf piezoresistiver Basis vorgestellt [55, 58]. Abschließend wird ein Auslese-IC für resistive Sensoren vorgestellt, mit dem der Aufbau hybrider Meßumformer möglich ist.

Monolithisch integrierter Druckmeßumformer auf piezoresistiver Basis

Die Architektur des monolithisch integrierten Druckmeßumformers auf piezoresistiver Basis, dessen Signalverarbeitungskonzept im Rahmen eines BMBF-Projekts [90] entwickelt wurde, ist in **Bild 4.24** gezeigt. Der Drucksensor besteht gemäß Kapitel 2.3.1 aus einer dünnen monokristallinen Siliziummembran, in deren Oberfläche durch Ionenimplantation vier piezoresistive Widerstände integriert und zu einer Wheatstone´schen Meßbrücke verschaltet sind. Bei konstanter Versorgungsspannung der Meßbrücke ist demnach die Brückenspannung $U_{BR}(p,T)$ proportional zur Meßgröße p, die zudem noch von der Störgröße T beeinflußt wird. Da uns aber nur die reine Druckinformation p interessiert, müssen wir den störenden Temperatureinfluß beseitigen. Hierzu wird ein zweiter Sensor verwendet, der uns Angaben über die aktuell anliegende Temperatur zur Verfügung stellt.

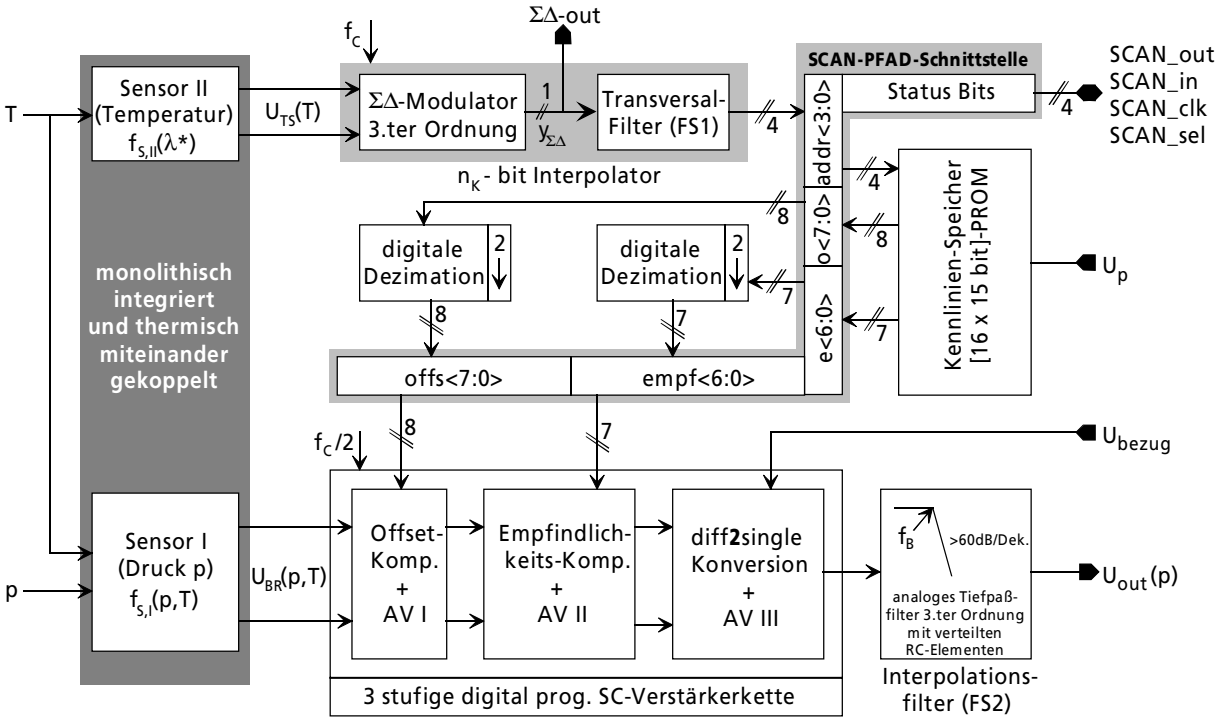


Bild 4.24 monolithisch integrierter Druckmeßumformer

Aufgrund der hervorragenden Eignung für die monolithische Integration in einer CMOS-Technologie wurde hierfür der bereits in Kapitel 4.3.1 vorgestellte Temperatursensor verwendet, der das temperaturabhängige Verhalten parasitärer Bipolartransistoren ausnutzt. Um eine möglichst gute thermische Kopplung zwischen dem Temperatursensor und der piezoresistiven Druckmeßbrücke zur gewährleisten, werden die beiden Sensoren auf dem Chip unmittelbar nebeneinander plaziert. Das Ausgangssignal $U_{TS}(T)$ des Temperatursensors wird einem $\Sigma\Delta$-Modulator 3.ter Ordnung zugeführt, der einen digitalen pulshäufigkeitsmodulierten und zur aktuellen Temperatur T proportionalen Bitstrom liefert. Dieser Bitstrom, der eine überabgetastete Kopie des Temperatursignals im Basisband darstellt, wird über das nachfolgende Transversalfilter in ein 4 bit breites Wort konvertiert, das zur Adressierung des Kennlinien-Speichers dient. Der Kennlinien-Speicher enthält somit jeweils 16 Einträge - für den Abgleich der temperaturabhängigen Offset- und Empfindlichkeitsdrift - die äquidistant über den maximal zu kompensierenden Temperaturbereich von -40°C bis +120°C verteilt sind. Mit den 16 Einträgen in dem Kennlinien-Speicher wird eine hohe Flexibilität bzgl. der Kompensation von stark nichtlinearen Temperaturabhängigkeiten ermöglicht. **Bild 4.25** gibt die Auftrittswahrscheinlichkeiten der möglichen Kennlinien-Adressen in Abhängigkeit von der Temperatur T in Form sog. Verteilungsfunktionen wieder [55]. Abgesehen von den beiden äußersten besitzen alle inneren Verteilungsfunktionen dieselben Verläufe, die lediglich um den Abstand ΔT zweier benachbarter Kennlinien-Adressen gegeneinander verschoben sind. Da der $\Sigma\Delta$-Modulator ein Schleifenfilter 3.ter Ordnung enthält, lassen sich die Verteilungsfunktionen gemäß Kapitel 3.3.3 durch stückweise kubische Funktionen beschreiben.

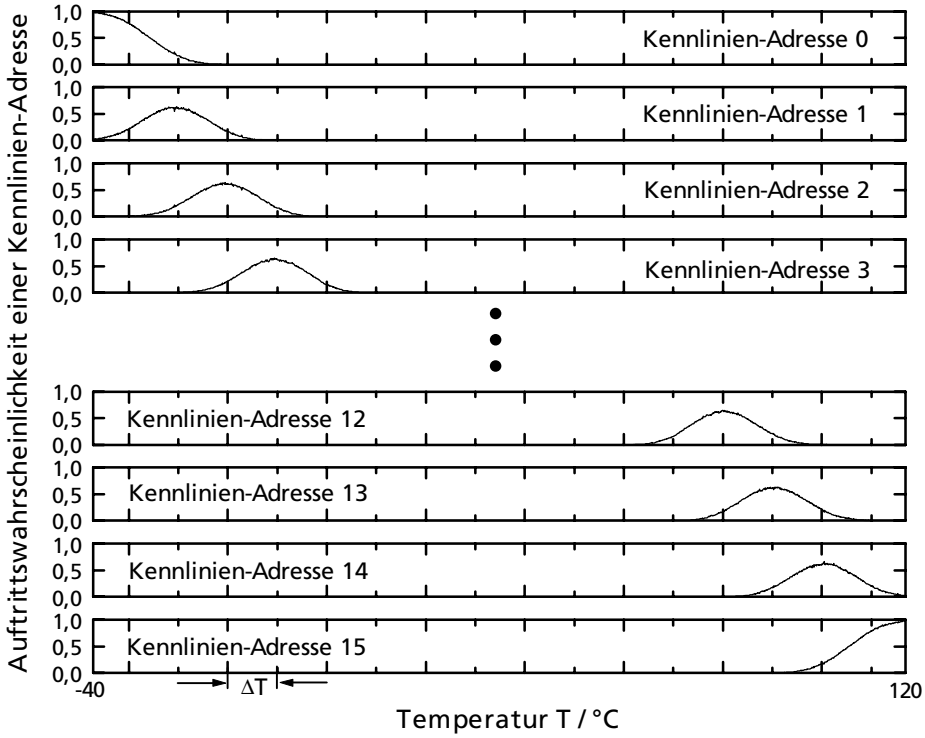


Bild 4.25 Auftrittswahrscheinlichkeit der Kennlinien-Adressen über der Temperatur T

Die Einträge in dem Kennlinien-Speicher können über das Anlegen einer Programmierspannung U_p dauerhaft fixiert werden. Als Festspeichermedium dienen Antifuses in Form von Zener-Zap-Dioden, die auch bei hohen Betriebstemperaturen ihre Informationen zuverlässig behalten. Alternative Speichermedien für den Kennlinien-Speicher sind Metall-Fuses oder EEPROM-Strukturen. Vor der Festprogrammierung kann der Kennlinien-Speicher als wiederbeschreibbares Speichermedium benutzt werden.

Da die Daten am Ausgang des Kennlinien-Speichers mit der Taktfrequenz des ΣΔ-Modulators auftreten, die nachfolgend digital programmierbare SC-Verstärkerkette aber nur mit der halben Taktfrequenz des ΣΔ-Modulators arbeitet, müssen die Daten um den Faktor 2 dezimiert werden um auftretende Aliasingeffekte zu vermeiden.

Die bei einer Temperatur T mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit auftretenden Adresswerte werden über den Kennlinien-Speicher in einen Satz von entsprechenden Kompensationswerten konvertiert, die zur Einstellung der digital programmierbaren SC-Verstärkerkette verwendet werden. Ist die richtige Charakteristik zur Kompensation der unerwünschten Temperaturabhängigkeit im Kennlinien-Speicher abgelegt, so wird die Ausgangsspannung U_{out} über eine Offset- und Verstärkungseinstellung der digital programmierbaren SC-Verstärkerkette derart korrigiert, daß sie nahezu unabhängig von der Temperatur T ist. Für die Korrektur der temperaturabhängigen Offset- und Empfindlichkeitsdrift besitzt die digital programmierbare SC-Verstärkerkette 256 bzw. 127 verschiedene Einstellmöglichkeiten.

Aufgrund der hohen Überabtastung des ΣΔ-Modulators erfolgen die Einstellungen an der digital programmierbaren SC-Verstärkerkette mit einer Frequenz, die viel größer als die maximal auftretende Signalfrequenz der Sensoren ist. Damit sich letztendlich am Ausgang der Verstärkerkette ein mittlerer Durchschnitt für den Offset- und Verstärkungsfaktor innerhalb einer der Bandbreite f_B entsprechenden Zeit einstellt, müssen die Ausgangswerte der SC-Verstärkerkette am besten mit der maximalen Eckfrequenz f_B des Sensorsignals tiefpaßgefiltert werden. Zugleich wird über die Tiefpaßfilterung aus dem zeitdiskreten Signal am Ausgang des SC-Verstärkerkette ein analoges Ausgangssignal U_{out} zur Verfügung gestellt, dessen Spektrum frei vom Quantisierungsrauschen des verwendeten ΣΔ-Modulators ist. Die Tiefpaßfilterung erfolgt mit Hilfe eines verteilten RC-Filters, dessen Funktionsweise in Kapitel 4.3.6 ausführlich erläutert wurde. Da nach Candy [63] für eine wirksame Unterdrückung des Quantisierungsrauschen die Ordnung des Interpolationsfilters mit Tiefpaßcharakter um eins höher sein soll als die Ordnung des verwendeten ΣΔ-Modulators, wurde hier ein Tiefpaßfilter 3.ter Ordnung verwendet, da mit dem Transversalfilter zur Adressgenerierung bereits eine Filterung erster Ordnung erfolgt ist.

Der piezoresistive Druckmeßumformer verfügt letztendlich noch über eine serielle SCAN-Pfad-Schnittstelle, die als Test- und Kalibrierinterface genutzt wird. Die serielle Schnittstelle besteht aus den 4 Signalen SCAN_sel, SCAN_clk, SCAN_in und SCAN_out, die starke Ähnlichkeit mit dem bekannten SPI-Interface aufweist.

Mit Hilfe dieser Schnittstelle können alle Systemkomponenten getestet und die Kalibrierdaten in den Kennlinien-Speicher übertragen werden.

Bild 4.26 zeigt die Chipphotographie des monolithisch integrierten, piezoresistiven Druckmeßumformers, der auf der Basis eines 2µm Standard CMOS n-Wannen Prozeß des Fraunhofer-Instituts für Mikroelektronische Schaltungen und Systeme in Duisburg gefertigt wurde. An den fertig abgeschlossenen CMOS-Prozeß ist ein zusätzlicher Prozeßschritt zur rückseitigen Strukturierung der Sensormembran notwendig, der von der TU Berlin durchgeführt wurde. Die gesamte Chipfläche beträgt 34mm² wovon 1mm² auf das Sensorelement entfällt.

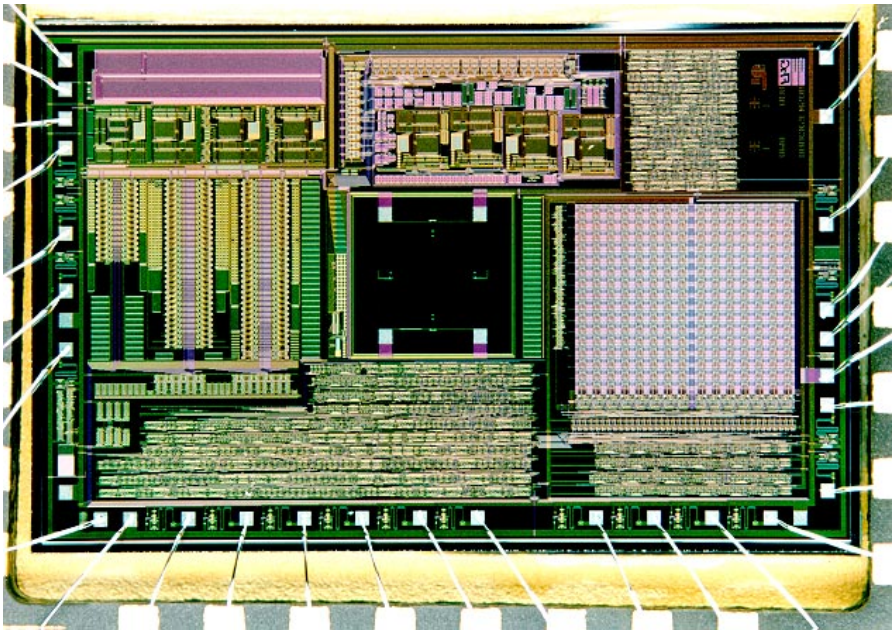


Bild 4.26 Chipphotographie des monolithisch integrierten Druckmeßumformers

Da es jedoch Probleme mit der Festprogrammierbarkeit des Kennlinien-Speichers gab, die auf die zusätzlich notwendigen Schritte im CMOS-Prozeß zurückzuführen waren, wurde die Elektronik neu aufgelegt. Da die Technologie des Fraunhofer-Instituts zu diesem Zeitpunkt bereits von einer 4"- auf eine 6"-Linie umgerüstet worden war, konnten nur noch 6"-Scheiben zur Verfügung gestellt werden, die von der TU Berlin zum damaligen Zeitpunkt nicht von der Rückseite bearbeitet werden konnten. Aus diesem Grund wurden alle nachfolgenden Messungen nicht an der monolithisch integrierten Version, sondern an der neu aufgelegten Elektronik mit einem externen 2bar Relativ-Drucksensor durchgeführt.

Bild 4.27 zeigt die Messung der Temperaturabhängigkeit des Drucksensors vor und unmittelbar nach der Kalibration bei halbem Nenndruck $p_N/2$. Die Nichtlinearität der Temperaturabhängigkeit vor der Kalibration zeigte vor der Kalibration quadratisches Verhalten. Ein Vergleich der beiden Kurven ergibt nach erfolgter Kalibration eine Verbesserung des Temperaturkoeffizienten von 1315ppm/K auf 86ppm/K.

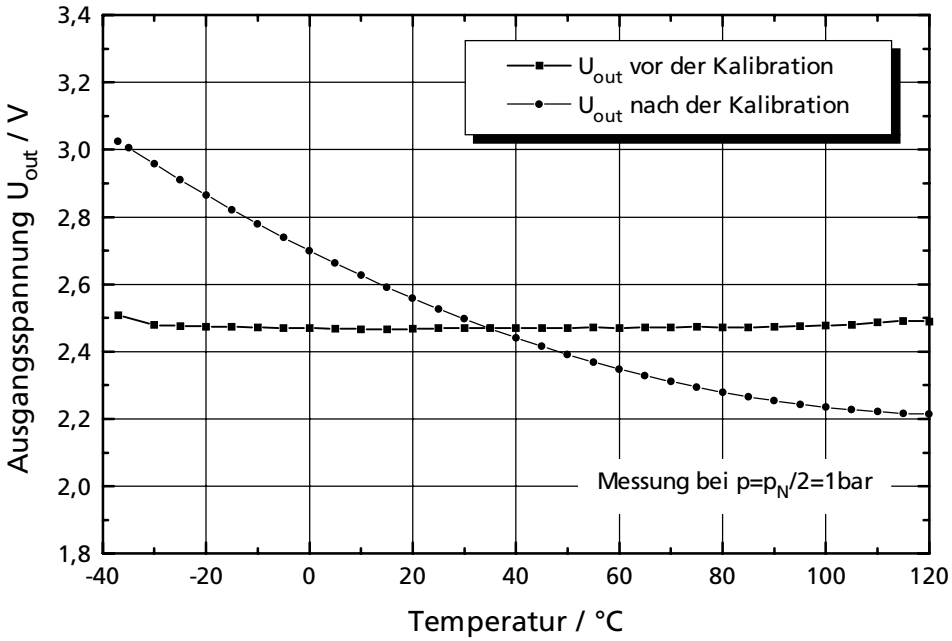


Bild 4.27 Temperaturabhängigkeit vor und nach der Kalibration

In der nachfolgenden **Tabelle 4.2** sind die Daten der Druckmeßumformers mit dem externen 2bar-Relativ-Drucksensors zusammengestellt.

Tabelle 4.2 Daten des piezoresistiven Druckmeßumformers

Parameter	Wert
Betriebsspannung U_{DD}	5V
Leistungsverbrauch PW @ U_{DD}=5V	25mW
Systemtakt f_C	250 kHz
max. Ausgangsspanne FSO [1)]	$0{,}9 \cdot U_{DD}$
Systembandbreite f_{-3dB}	6 kHz
Klirrfaktor bei: $0{,}1 \cdot V_{pp}$ / $1 \cdot V_{pp}$ / $4 \cdot V_{pp}$	67dB / 52dB / 41dB
Signal-Rauschleistungs-Verhältnis SNR	10 bit
Betriebsspannungsunterdrückung PSRR	78 dB
Temperatur Koeffizient [2)]: vor der Kalibration nach der Kalibration	 1315 ppm/K 86 ppm/K
Anzahl der Stützstellen / Interpolationsverhalten	16 / stückweise kubisch
Chipfläche (in 2µm Standard-CMOS-Prozeß)	34 mm²
[1)] Für $R_L > 2{,}25$ kΩ und $C_L < 10$ nF [2)] Gemessener Temperaturbereich: -40°C - +120°C	

Universales Sensor-Auslese-IC für den Aufbau hybrider Meßwertumformer

Im Rahmen der Realisierungsbeispiele soll abschließend ein universales Sensor-Auslese-IC vorgestellt werden, mit dem der Aufbau hybrider Meßwertumformer möglich ist. Zum einen besitzt das universale Sensor-Auslese-IC aus **Bild 4.28** die Möglichkeit eine externe, resistive Meßbrücke (Sensor I) anzuschließen, deren Ausgangsspannung $U_{BR,I}$ neben der Meßgröße μ^* von einer Störgröße λ^* beeinflußt wird. Um die Selektivität des Sensors gegenüber der Meßgröße zu erhöhen, muß der Einfluß der Störgröße verringert werden. Das bereits zuvor vorgestellte Konzept auf Kennlinienbasis wird hierbei wieder für die nichtlineare Kompensation der Störgröße verwendet. Die Ausgangsspannung $U_{BR,II}(\lambda^*)$ einer zweiten, externen Meßbrücke (Sensor II) gibt eine Information über die aktuell vorherrschenden Störgröße an und kann ebenfalls an das universale Sensor-Auslese-IC angeschlossen werden. Beide externen Sensoren sollten dabei eine möglichst enge Kopplung besitzen, da die zu eliminierende Störgröße idealerweise direkt vor Ort der eigentlichen Meßwertaufnahme erfolgen soll.

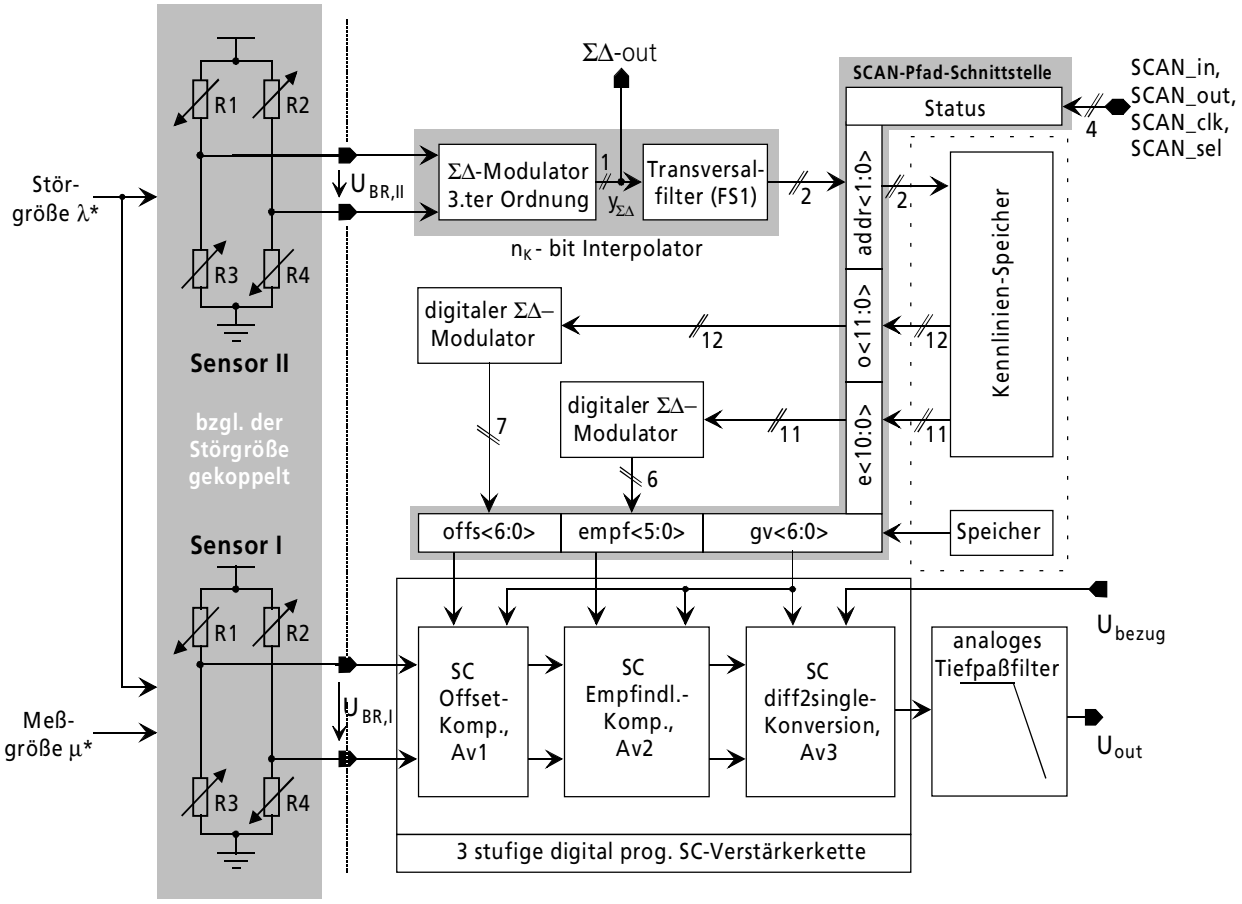


Bild 4.28 univerales Sensor-Auslese-IC für den Aufbau hybrider Meßwertumformer

Die Ausgangsspannung $U_{BR,I}$ des Sensors I wird über eine dreistufige, digital programmierbare SC-Verstärkerkette verarbeitet. Die erste und zweite Verstärkerstufe sind zur Verringerung der Störempfindlichkeit wie bereits im vorherigen Beispiel in Differenzpfadtechnik ausgelegt.

Der Übergang in ein potentialbezogenes Signal erfolgt erst in der dritten und zugleich letzten Verstärkerstufe, wo der Signalhub bereits so hoch ist, das eine genügend hohe Störsicherheit gewährleistet werden kann. Die Eingangsspannung $U_{BR,I}$ der SC-Verstärkerkette kann über eine digital programmierbare Gundverstärkung auf den maximalen Ausgangshub FSO angehoben werden, sofern die Meßbrücke bei einer Versorgungsspannung U_{DD} von 5V, Spannungen zwischen 40 und 300mV bei maximal anliegender Meßgröße μ^* liefert. Somit kann eine Vielzahl von Sensoren mit den unterschiedlichsten Sensorempfindlichkeiten verwendet werden. Zur Korrektur der störgrößenabhängigen Offset- und Empfindlichkeitsdrift der Meßbrücke (Sensor I) werden 4096 bzw. 2048 verschiedene Einstellungen zur Verfügung gestellt. Aufgrund des großen Programmierbereichs werden diese Datenworte über digitale $\Sigma\Delta$-Modulatoren in 7 bzw. 6bit breite pulshäufigkeitsmodulierte Datenworte umgesetzt, die dann letztendlich zur Steuerung programmierbarer Kondensatorarrays verwendet werden, um den Offset und die Empfindlichkeit einzustellen. Das IC verfügt über eine serielle Schnittstelle in Form eines SCAN-Pfades mit der die Abgleichdaten in einem kombinierte RAM/PROM-Speicher reversibel abgelegt werden können. Erst nach Abschluß der Kalibration können die im Speicher abgelegten Daten über das Anlegen einer Programmierspannung nichtreversibel fixiert werden. **Bild 4.29** zeigt eine Chipphotographie des realisierten Systems. Dieses System wurde in einem 1,2µm n-Wannen CMOS Standard Prozeß des Fraunhofer-Institut für Mikroelektronische Schaltungen und Systeme in Duisburg gefertigt. Die gesamte Chipfläche beträgt 20mm².

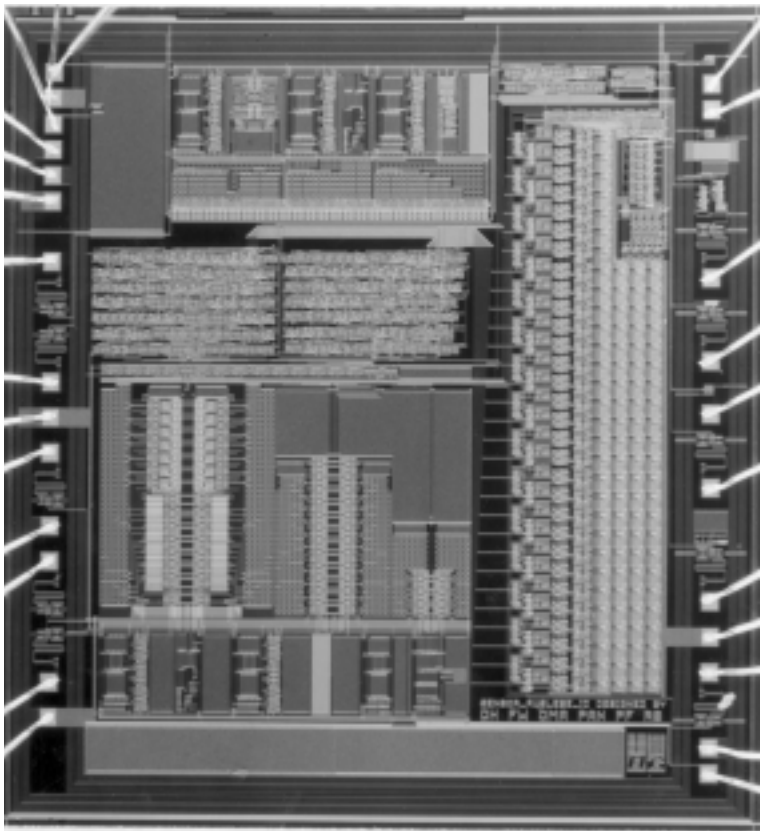


Bild 4.29 Chipphotographie des Sensor-Auslese-IC´s

In der nachfolgenden **Tabelle 4.3** sind die Daten des universalen Sensor-Auslese-IC´s aufgeführt. Das IC kann mit einer Versorgungsspannung zwischen 5 Volt und 8 Volt betrieben werden. Bei einer Versorgungsspannung von 5 Volt nimmt das IC weniger als 2mA auf, so daß der Realisierung einer 4-20mA Stromschnittstelle keine Probleme bereitet. Bei einer resistiven Belastung R_L des analogen Ausgangs mit mehr als 50kΩ sowie einer kapazitiven Last C_L von weniger als 1nF ist ein Ausgangshub (FSO) von maximal 90% der Versorgungsspannung U_{DD} gewährleistet. Das IC verwendet einen internen on-Chip RC-Oszillator mit einer Frequenz f_C von 100kHz. Die Gleichtakt- und Betriebsspannungsunterdrückungen CMRR und PSRR nehmen mit Werten von jeweils mehr als 60dB überaus akzeptable Werte an. Der Nullpunkt und die Ausgangsspanne können bei einem fest definierten Bezugspunkt λ_0 der Störgröße mit einer Genauigkeit von ±0,125%FSO abgeglichen werden. Die Abgleichgenauigkeit über dem gesamten Störsignalbereich $\Delta\lambda=\lambda_{min}..\lambda_{max}$ beträgt weniger als 1%FSO. Für die Approximation der Kennlinie zur Kompensation der unerwünschten Störgröße stehen 4 Stützstellen zur Verfügung.

Tabelle 4.3 Daten des universalen Sensor-Auslese-IC´s

Parameter	Wert
Versorgungsspannung U_{DD}	5-8V
max. Stromaufnahme I_{max} @ U_{DD}=5V	≤ 2mA
max. Ausgangsspanne FSO [1)]	$0{,}9 \cdot U_{DD}$
Taktfrequenz f_C	100kHz ± 20%
Gleichtaktunterdrückung CMRR	≥ 60dB
Betriebsspannungsunterdrückung PSRR	≥ 60dB
Abgleichgenauigkeit @ $\lambda=\lambda_0$ [2)]: Nullpunkt Ausgangsspanne FSO	 $0{,}1 \cdot U_{DD}$ ± 0,125%FSO $0{,}9 \cdot U_{DD}$ ± 0,125%FSO
Abgleichgenauigkeit über $\lambda_{min}...\lambda_{max}$ [3)]: Nullpunkt Ausgangsspanne FSO	 ≤ 1%FSO ≤ 1%FSO
Anzahl der Stützstellen / Interpolationsverhalten	4 / stückweise kubisch
Chipfläche (1,2µm CMOS)	20 mm²

[1)] für $R_L \geq 50$ kΩ und $C_L \leq 1$ nF
[2)] $\lambda_0 \equiv$ Bezugspunkt für Störsignal λ^*
[3)] $\lambda_{min}...\lambda_{max} \equiv$ kompensierter Störsignalbereich

Mit diesem universalen Sensor-Auslese-IC wurde ein kompletter Druckmeßumformer aufgebaut, der eine Meßungenauigkeit von weniger als 1% aufweist und in **Bild 4.30** abgebildet ist. Da eine piezoresistive Meßbrücke für die Aufnahme der Druckinformation verwendet wird, muß eine Korrektur der temperaturabhängigen Kenndaten erfolgen, um in die zuvor angesprochene Genauigkeitsklasse zu gelangen. Eine zusätzliche Linearisierung der Druckkennlinie ist nicht erforderlich, da die verwendete Meßbrücke mit einer Nichtlinearität von weniger als 0,2% weit genug unterhalb der geforderten Genauigkeitsklasse liegt. Durch die geringe Stromaufnahme des universalen Sensor-Auslese-IC´s von weniger als 2mA kann neben einem Spannungsausgang mit einigen wenigen diskreten Zusatzkomponenten ein Meßumformer mit einer 4-20mA-Schnittstelle aufgebaut werden.

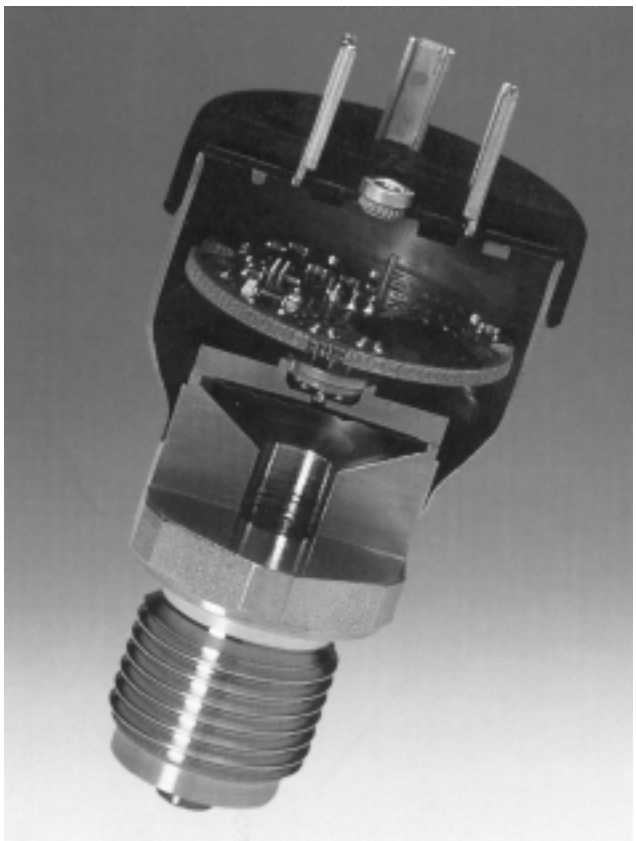


Bild 4.30 komplett aufgebauter Druckmeßumformer

Aus dem Gesichtspunkt einer hohen Medienverträglichkeit gegenüber aggressiven Meßmedien wird eine metallische Trennmembran zwischen dem Meßmedium und dem piezoresistiven Drucksensor verwendet. Zur Druckübertragung zwischen der Trenn- und Sensormembran des piezoresistiven Drucksensors wird derzeitig Silikonöl eingesetzt. Der mit der Trennmembran geschützte Sensor befindet sich in einem metallischen Edelstahlgehäuse mit Gewindeanschluß. Der für die Temperaturkompensation notwendige Temperatursensor ist mit dem Edelstahlgehäuse, in dem der piezoresistive Drucksensor montiert ist, thermisch gekoppelt.

4.5 Erweiterungsfähigkeiten des vorliegenden Sensorkonzepts

Das in Kapitel 4.3 vorgestellte kennlinienbasierte Konzept und auch die darauf beruhenden Realisierungsbeispiele aus Kapitel 4.4 sind nur für die Kompensation einer Querempfindlichkeit gegenüber einer Störgröße ausgelegt gewesen. Dieser Abschnitt soll anhand eines Beispiels kurz verdeutlichen, wie einfach das System auf andere Problemstellungen aus der Sensorsignalverarbeitung angepaßt werden kann. So besteht zum Beispiel bei einigen Drucksensoren, die Notwendigkeit, neben einer Querempfindlichkeit gegenüber einer Störgröße (zumeist gegenüber der Temperatur T) auch nichtlineare Effekte in der Druckcharakteristik zu beseitigen. Sind zusätzlich die auftretenden Druck- und Temperatureffekte nicht voneinander separierbar, d.h. können die nichtidealen Effekte nicht durch zwei getrennte Kennlinien korrigiert werden, so muß ein zweidimensionales Kennfeld verwendet werden [91].

Wie auch schon bei der Definition einer Kennlinie muß die Anzahl der Einträge im zweidimensionalen Kennfeld-Speicher niedrig gehalten werden. Fehlende Werte im Kennfeld-Speicher müssen jetzt über eine zweidimensionale Interpolation zur Verfügung gestellt werden. Hierzu wird das kennlinienbasierte Sensorkonzept durch einen zusätzlichen, zweiten ΣΔ-Modulator mit nachgeschaltetem Transversalfilter gemäß dem nachfolgendem **Bild 4.31** erweitert. Einer der ΣΔ-Modulatoren erhält wie auch zuvor das Signal des Temperatursensors y_{TS}. Der zusätzlich hinzugekommene ΣΔ-Modulator erhält das Ausgangssignal y_A des Drucksensors, das von seinen Temperatureinflüssen und seiner nichtlinearen Druckcharakteristik befreit werden soll.

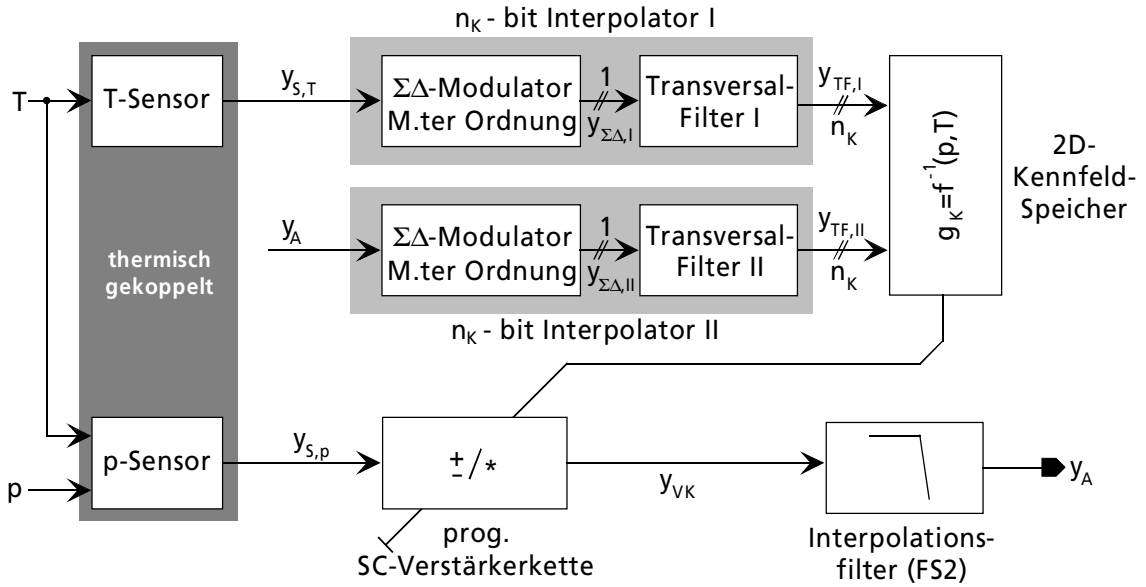


Bild 4.31 Erweiterung des Systems zur Linearisierung der Meßgröße und zur gleichzeitigen Kompensation einer Störgröße

Die beiden ΣΔ-Modulatoren wandeln das Signal $y_{S,T}$ des Temperatursensors und das Ausgangssignal y_A des kompletten Drucksensorsystems in zwei binäre pulshäufigkeitsmodulierte Datenstöme $y_{\Sigma\Delta,I}$ und $y_{\Sigma\Delta,II}$. Werden diese beiden Signale über jeweils ein Transversalfilter auf FIR-Basis gefiltert, so erhält man folglich zwei Adresssignale $y_{TF,I}$ und $y_{TF,II}$. Werden ΣΔ-Modulatoren 1.ter Ordnung verwendet, so springt gemäß den Ergebnissen zum Interpolationsverhalten aus Kapitel 3.3.3 jedes dieser Adresssignale mit der Abtastfrequenz f_C der ΣΔ-Modulatoren zwischen jeweils zwei benachbarten Kennfeld-Einträgen hin und her. Das mit der Taktfrequenz f_C gewollte Hin- und Herspringen zwischen den Kennfeld-Einträgen liegt an der noch vorhandenen Rauschleistung im Sperrbereich nahe der halben Abtastfrequenz $f_C/2$. Im Kennfeld-Speicher sind entsprechende Verstärkungswerte für die nachfolgend digital programmierbare SC-Verstärkerkette zur Korrektur der Nichtlinearität und Temperaturabhängigkeit abgelegt. Die Korrekturwerte verändern ebenfalls mit der Taktfrequenz f_C die Verstärkung der digital programmierbaren SC-Verstärkerkette, so daß sich am Ausgang y_{VK} ein zeitdiskretes Signal ergibt, das ständig seinen Wert ändert. Erst eine abschließende Filterung mittels eines zeitkontinuierlichen, analogen Tiefpaßes ermittelt den Ausgangswert y_A, der im allgemeinen einer Korrektur mit einem nicht im Kennfeld vorhandenen stattdessen aber mit einem daraus interpoliertem Korrekturwert entspricht.

Die zuvor beschriebene Interpolation entspricht einer zweidimensionalen Interpolation in einen 2D-Kennfeld-Speicher. Zur Verdeutlichung dieses zweidimensionalen Interpolationsprozesses soll das nachfolgende **Bild 4.32** betrachtet werden. Am einfachsten kann das Interpolationsverhalten anhand eines Zahlenbeispiels erläutert werden. Dafür soll die Ordnung M des ΣΔ-Modulators zunächst eins betragen. Liegt an den beiden Sensoren eine Temperatur T_x und ein Druck p_x an, so befindet man sich im vorliegenden Beispiel genau zwischen zwei Einträgen des Kennfeld-Speichers. Somit springen die Ausgangssignale $y_{TF,I}$ und $y_{TF,II}$ des ersten und zweiten Transversalfilters zwischen den Adressen 3 und 4 sowie zwischen den Adressen 8 und 9 mit jeweils einer Wahrscheinlichkeit von 50% hin und her.

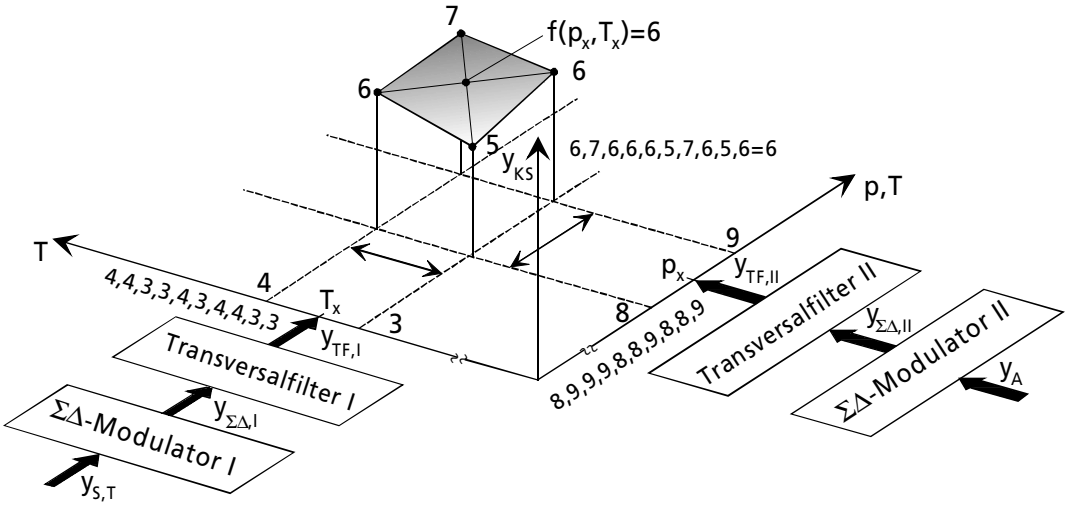


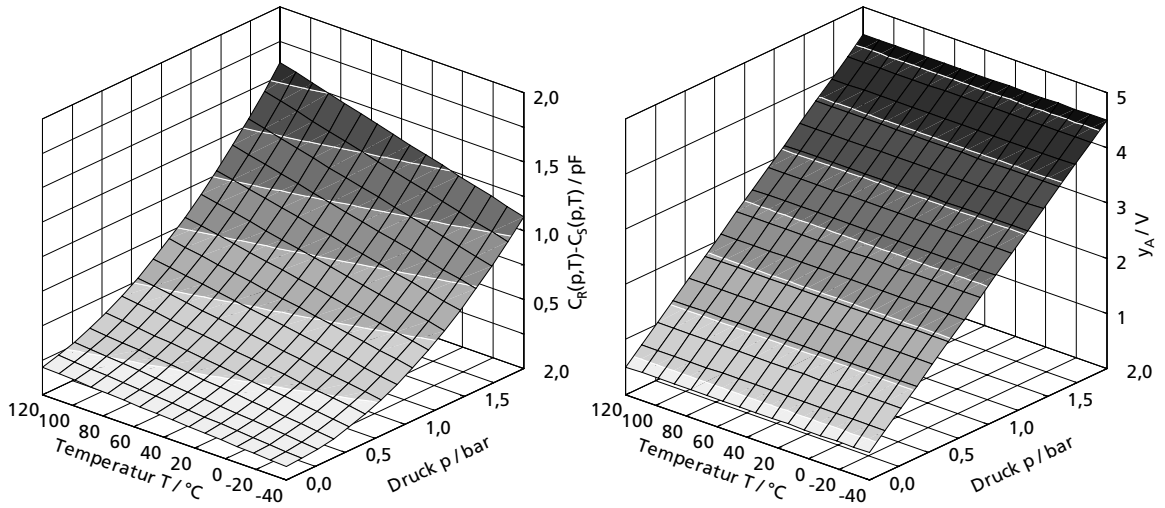
Bild 4.32 Prinzip der zweidimensionalen Interpolation mit ΣΔ-Modulatoren

Diese Kombinationen von Adresswerten sprechen maximal vier Einträge aus dem Kennfeld-Speicher an. Eine Adresskombination von 3 und 8 spricht beispielsweise den Wert 5 aus dem Kennfeld-Speicher an, während bei einer anderen Adresskombination von 4 und 9 aus den Kennfeld-Speicher der Wert 7 ausgegeben wird. Diese zwei Folgen der unterschiedlichen Adresssignale $y_{TF,I}$ und $y_{TF,II}$ werden über die im Kennfeld abgespeicherte Funktionalität in eine Folge von Fünfen, Sechsen und Siebenen umgewandelt. Da dieser Vorgang mit der Taktfrequenz f_C der ΣΔ-Modulatoren erfolgt, die Signalbandbreite der Sensoren jedoch viel geringer ist, ergibt sich innerhalb einer der Bandbreite der Sensoren entsprechenden Zeit ein mittlerer Wert von 6. Approximiert man den Zwischenwert an den Punkten p_x und T_x über eine durch die Kennfeld-Einträge aufgespannte und im allgemeinen bilineare Fläche, so ergibt sich ebenfalls der zuvor bestimmte Zwischenwert. Der zuvor beschriebene Approximationsprozeß mit zwei ΣΔ-Modulatoren erster Ordnung entspricht somit einer bilinearen, zweidimensionalen Interpolation. Bei der Verwendung von ΣΔ-Modulatoren höherer Ordnung kann die Anzahl der Einträge im Kennfeld-Speicher weiter reduziert werden, ohne den Interpolationsfehler zu erhöhen. Bedingt durch die zunehmende stetige Differenzierbarkeit der zweidimensionalen Interpolationsfunktionen resultiert zudem bei ΣΔ-Modulatoren höherer Ordnung ein glatterer Verlauf der approximierten Flächen aus den zur Verfügung stehenden Kennfeld-Daten.

Zum Abschluß dieses Kapitels soll die Funktionsweise des in **Bild 4.31** gezeigten Sensorkonzepts zur Linearisierung einer nichtlinearen Druckcharakteristik und gleichzeitigen Kompensation einer Querempfindlichkeit demonstriert werden. Für die Korrektur der nichtidealen Effekte stehen im vorliegenden Beispiel 16x16 Einträge im 2D-Kennfeld-Speicher zur Verfügung. Zur Aufnahme der Meßgröße verwenden wir einen kapazitiven Drucksensor, dessen Druck- und der Temperaturverhalten in **Bild 4.33 a)** zu sehen ist. Wie aus dieser Übertragungscharakteristik zu entnehmen, besitzt der Drucksensor aufgrund eines in die Kapazitätsänderung umgekehrt proportional eingehenden Elektrodenabstandes eine sehr starke Nichtlinearität gegenüber dem Druck. **Bild 4.33 b)** zeigt dagegen das Zielverhalten am Sensorausgang y_A, dessen Spannung zum einen bei einer Veränderung der Temperatur konstant bleibt, zum anderen die Spannung mit zunehmenden Druck von 0,5-4,5V linear ansteigt. Das Verhalten am Ausgang y_A ohne jegliche Korrekturmaßnahmen bis auf eine Anpassung an den maximalen Ausgangshub von 4V ist in **Bild 4.33 c)** wiedergegeben. Der absolute Fehler zwischen dem Spannungsverlauf am Ausgang y_A ohne Korrekturmaßnahmen und dem Zielverhalten zeigt **Bild 4.33 d)**. Der maximale Fehler beläuft sich hierbei auf bis zu über 25%. Korrigiert man die nichtidealen Druck- und Temperatureffekte über entsprechend geeignete Korrekturwerte im Kennfeld-Speicher, so ergibt sich gemäß **Bild 4.33 e)** ein Spannungsverlauf am Ausgang y_A, der dem Zielverhalten sehr nahe kommt. Der absolute Fehler aus **Bild 4.33 f)** verdeutlicht, daß trotz der stark ausgeprägten, nichtidealen Druck- und Temperatureffekte des Drucksensors das Verhalten am Ausgang y_A mit einer Genauigkeit von mehr als ±0.05% mit dem in **Bild 4.33 b)** gezeigten Zielverhalten übereinstimmt.

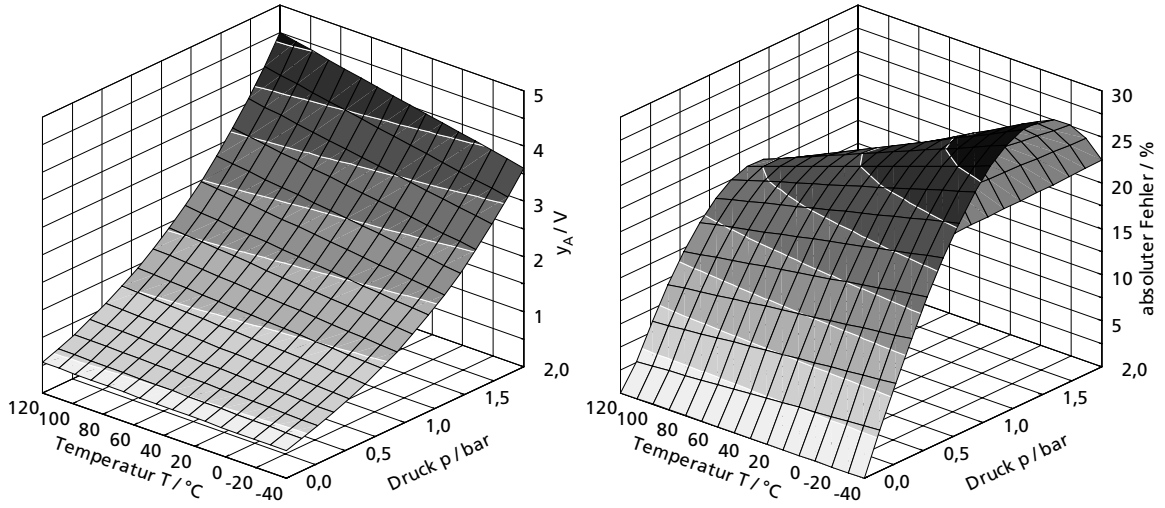
a) Übertragungscharakteristik des verwendeten kapazitiven Drucksensors

b) vorgegebenes Zielverhalten am Ausgang y_A



c) Verhalten am Ausgang y_A ohne Korrekturmaßnahmen

d) absoluter Fehler ohne Korrekturmaßnahmen



e) Verhalten am Ausgang y_A mit Korrekturmaßnahmen

f) absoluter Fehler mit Korrekturmaßnahmen

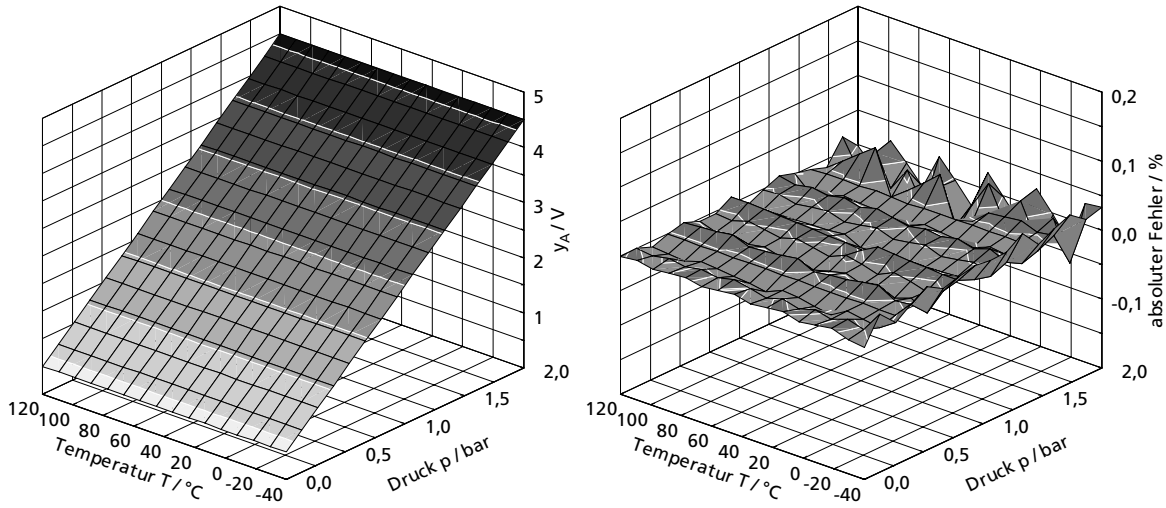


Bild 4.33 a)-f) Verifizierung des Sensorkonzept zur Linearisierung und gleichzeitigen Kompensation einer Querempfindlichkeit

KAPITEL 5

Kalibration kennlinienbasierter Sensorsysteme

5.1 Automatisierte Kalibration

Damit man anhand des Ausgangssignals eines Meßwertumformers eine zuverlässige Aussage über die aktuell anliegende Meßgröße erhält, muß der Meßwertumformer nach seiner Herstellung einer sogenannten Kalibration seiner Sensorparameter bzgl. Nullpunkt und Endwert unterzogen werden. Im Rahmen dieser Kalibration müssen zudem eventuell vorhandene Querempfindlichkeiten beispielsweise gegenüber der Temperatur beseitigt werden, damit das Ausgangssignal von diesen Störgrößen nicht unnötig verfälscht wird. Sofern all diese Einstellungen während der Kalibration manuell erfolgen, nehmen sie viel Zeit- und Personalkapazität in Anspruch, wodurch sich die Produktionskosten überproportional mit der geforderten Gesamtgenauigkeit der Meßwertumformer erhöhen. Um diesen Beitrag zu den Produktionskosten zu minimieren, steht in diesem Kapitel die Entwicklung einer effizienten Kalibrationshard- und software sowie den dazugehörigen Kalibrationsstrategien im Vordergrund. Gegenstand dieses Kapitels ist demzufolge ein Kalibrationsmeßplatz für eine automatisierte Bestimmung der notwendigen Sensorparameter. Aus dem Gesichtspunkt einer industriellen Serienfertigung muß der Kalibrationsmeßplatz in der Lage sein eine größere Anzahl von Meßwertumformern innerhalb eines laufenden Kalibrationsprozesses mit minimaler Zeit abzugleichen. Dies erfordert sowohl parallele bzw. multiplexfähige Kalibrationshardware als auch nichtiterative Abgleichstrategien.

5.2 Systemkonzept eines automatisierten Kalibrationsmeßplatzes für Druckmeßumformer

Im Rahmen dieses Abschnitts soll ein Systemkonzept für einen Kalibrationsmeßplatz vorgestellt werden, der für den automatisierten Abgleich von Druckmeßumformern geeignet ist. Ebenso wie beim Entwurf des kennlinienbasierten Sensorsystems wird hier auf eine hohe Anpassungsfähigkeit geachtet, damit der Kalibrationsmeßplatz wie schon das Sensorsystem durch geringfügige Änderungen für den Abgleich anderer Meßwertumformer geeignet ist. **Bild 5.1** zeigt den Aufbau eines automatisierten Meßplatzes, der eine effiziente Kalibration und Temperaturkompensation von einer größeren Stückzahl an Druckmeßumformern erlaubt.

Bei den hier im vorliegenden Beispiel zu kalibrierenden Druckmeßumformern handelt es sich um hybrid aufgebaute Sensorsysteme gemäß Bild 4.35, in denen das universal verwendbare Sensor-Auslese-IC aus Kapitel 4.4 mit den technischen Daten aus Tabelle 4.3 verwendet wird.

Der Kalibrationsmeßplatz besteht zum einen aus einem Steuer-PC, der die zeitliche Vorgabe von Druck- und Temperaturprofilen übernimmt. Auf dem Steuer-PC wird zudem ein graphisches User-Interface als Bedieneroberfläche zur Konfiguration der Kalibrationsparameter bereitgestellt. Die Druckvorgabe erfolgt über elektrisch ansteuerbare Schalt- und Proportionalventile, die über eine PC-Einsteckkarte mit 6 analogen Ausgängen sowie 24 digitalen Ein- und Ausgänge eingestellt werden können. Die Drucksteuerung wird von außen über einen Kompressor oder eine Gasflasche mit Druckluft versorgt.

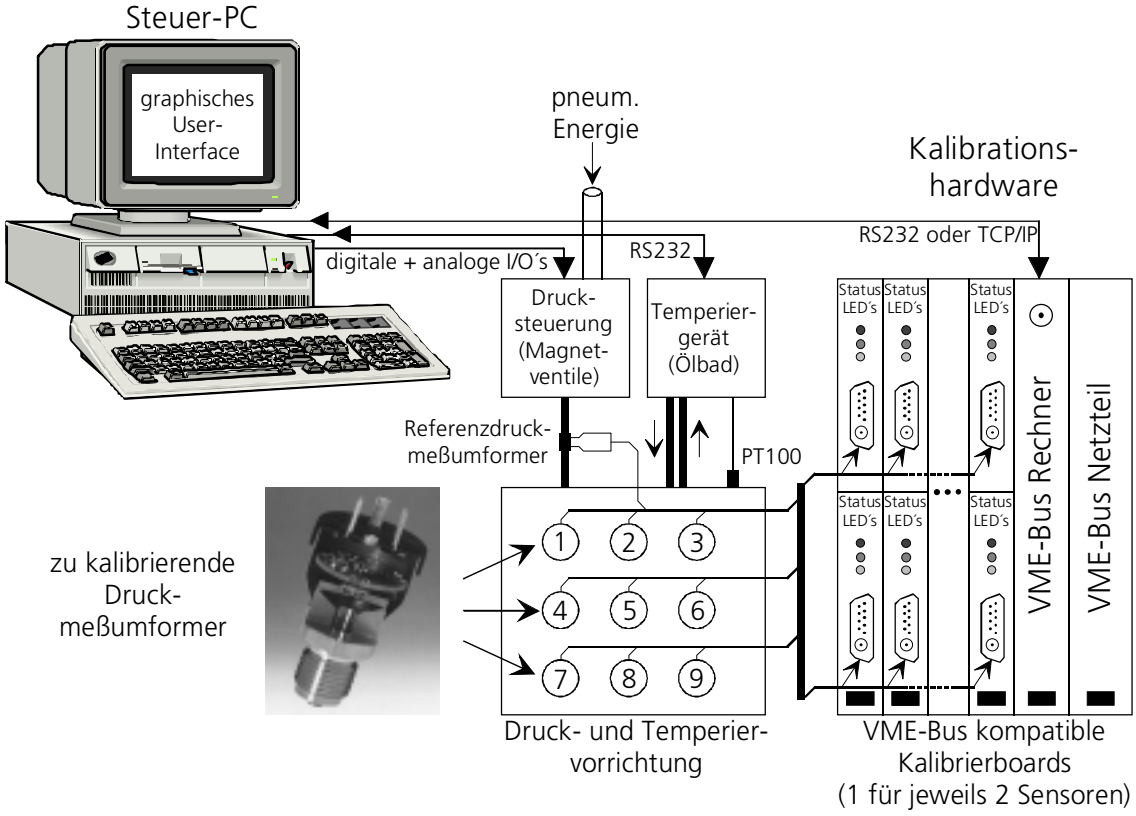


Bild 5.1 automatisierter Meßplatz zur Kalibration von Druckmeßumformern

Die zu kalibrierenden Druckmeßumformer werden in einer entsprechenden Vorrichtung eingeschraubt, so daß jeder Prüfling dem aus der Drucksteuerung erzeugten Druck ausgesetzt ist. Diesen Druck sehen nicht nur die Prüflinge, sondern auch ein hochgenauer Referenzdruckmeßumformer, der einen entsprechenden Sollwert für den Abgleich der Prüflinge vorgibt. Die komplette Druckvorrichtung befindet sich zudem auf einer Platte, die über ein kommerziell erworbenes Temperiergerät erwärmt oder abgekühlt werden kann. Die Kommunikation zwischen dem Steuer-PC sowie dem Temperiergerät erfolgt über eine serielle RS232-Schnittstelle.

Weiterhin besteht der Kalibrationmeßplatz aus einem kommerziell erworbenen VME-Bus-Rechner, der eine 32bit-CPU aus der 68000-Familie mit einem nach Industriestandard genormten Prozessorbus besitzt. Dieser sog. VME-Bus wird häufig in der industriellen Meßtechnik verwendet und wird hier mit einem 16bit breiten Daten- und 24bit breiten Adressbus betrieben. Der VME-Bus-Rechner besitzt zudem eine serielle RS232-Schnittstelle für Diagnosezwecke und ist für die Übertragung von Daten und Befehlen über einen Ethernet-Anschluß mit der Netzwerk-Karte des Steuer-PC´s verbunden. Auf dem VME-Bus-Rechner läuft eine modulare Kalibrationssoftware auf Basis eines Multi-Tasking-Betriebssystems (Vx-Works) ab.

Um den Informationsaustausch mit dem übergeordneten VME-Bus-Rechner zu gewährleisten, dienen je nach Anzahl der zu kalibrierenden Druckmeßumformer ein bis mehrere identische Kalibrierboards mit einen Standard VME-Bus-Interface. Jedes der Kalibrierboards erlaubt den Anschluß von jeweils zwei Druckmeßumformern mit einer digitalen Kalibrationsschnittstelle und unterschiedlichen analogen Schnittstellen, die zum Austausch von Meß- und Kalibrationsinformationen dienen. Die digitale Schnittstelle der Meßwertumformer ist als eine serielle SPI-Bus kompatible SCAN-Pfad-Schnittstelle ausgelegt, über die Kalibrationsinformationen ausgetauscht werden können. Die analoge Schnittstelle kann in Form eines Strom- oder Spannungsausganges in einer Zwei- oder Dreileiter-Ausführung ausgelegt sein[1]. Die Kalibrierboards sind Einsteckkarten in Doppel-Europa-Extended-Format und bestehen hauptsächlich aus einer analogen Schnittstellenanpassung, einem 16bit A/D-Wandler zur Digitalisierung der analogen Meßwertinformationen, einem VME-Bus-Interface zur Anpassung an den standardisierten Prozessorbus und einem digitalen IIR-Filter inkl. einer Taktrückgewinnung (PLL) zur Stützstellendetektion. Sie unterscheiden sich lediglich durch eine individuell über DIP-Schalter einstellbare Kartenadresse, damit der VME-Bus-Rechner bei Bedarf die Einsteckkarten gezielt ansprechen kann.

Die Spannungsversorgung der einzelnen Einsteckkarten übernimmt ein VME-Bus-Netzteil, das einfach parallel zu den anderen Einsteckkarten in ein Standard-VME-Bus-Gehäuse montiert wird. Diese Versorgungsspannungen werden auf den Kalibrierboards über DC/DC-Wandler galvanisch getrennt zur Verfügung gestellt. Die auf den Kalibrierboards benötigten Betriebsspannungen werden aus der galvanisch getrennten Versorgung über Linearregler und Filterschaltungen weiter aufbereitet.

[1] Typische Ausführungen sind 4..20mA (Zweileiter), 0..20mA (Dreileiter), 0,5..4,5V (Dreileiter), 1..6V (Dreileiter) und 0..10V (Dreileiter) - Schnittstellen.

5.3 Ablauf der Kalibrationsprozedur

Nach der Beschreibung der Kalibrationshardware wird in den nachfolgenden Abschnitten auf den Ablauf der Kalibration vom Anfang bis zum Ende detailliert eingegangen. Am Anfang steht die Bestückung der Anlage mit den zu kalibrierenden Druckmeßumformern sowie die Konfiguration der Kalibrationsparameter an. Alle nachfolgenden Schritte der Kalibration laufen vollautomatisch ab. Zu diesen Schritten zählt neben einer temperaturunabhängigen Nullpunkts- und Endwerteinstellung die Korrektur der temperaturabhängigen Drifteffekte. Da die Drifteffekte über geeignete Einträge im Kennlinien-Speicher korrigiert werden, müssen beim kontinuierlichen Durchfahren eines Temperaturprofils die Zeitpunkte über eine spezielle Hardware detektiert werden, an denen jeweils die Einträge im Kennlinien-Speicher ermittelt werden müssen. Auf die Hardware zur Detektion einer Stützstelle bzw. zur Ermittlung eines Kennlinien-Eintrages wird an geeigneter Stelle ausführlich eingegangen. Am Ende der Kalibration werden je nach Speichermedium die zuvor bestimmten Einstellungen reversibel oder nichtreversibel im Speicher abgelegt. Abschließend wird für jeden Druckmeßumformer ein zur Fabrikationsnummer korrespondierendes Kalibrierprotokoll erstellt, in dem die ermittelten Sensorkennwerte zusammen mit den Ergebnissen aus vorhergehenden Kontrollmessungen abgelegt werden.

5.3.1 Konfiguration der Kalibrierparameter

Zu Anfang der Kalibration werden über das graphische User-Interface des Steuer-PC benutzergeführt wichtige Punkte zur Konfiguration der Kalibration abgefragt. Beim Start des Kalibrationsprogramms wird der Benutzer aufgefordert, den für den Druckmeßumformer gewünschten Meßbereich (z.B. 0..1bar) und die Art des elektrischen Ausgangs (z.B. 4..20mA) aus vorgegebenen Menüpunkten auszuwählen. Danach muß der Benutzer die Druckmeßumformer in die Vorrichtung schrauben und gegebenenfalls freie Plätze durch Blindstopfen ersetzen. Zudem müssen alle vorhandenen Druckmeßumformer mit den Schnittstellenkabeln der Kalibrierboards verbunden werden. Nach der Bestätigung dieses Vorgangs wird ein Dichtigkeitstest der Druckvorrichtung sowie eine Anwesenheitsdetektion der Druckmeßumformer über die digitale SCAN-Pfad-Schnittstelle durchgeführt. Spätestens jetzt muß der Benutzer die bereits auf den Druckmeßumformern eingravierten Fabrikationsnummern an den entsprechend belegten Meßplätzen eingeben, um eine eindeutige Zuordnung zu den am Ende der Kalibration erstellten Protokollen zu gewährleisten. Nach der Bestätigung der eingegebenen Fabrikationsnummern durch den Benutzer läuft die Kalibration vollautomatisch bis zum Ende durch, es sei denn es treten Fehler auf, die aus Sicherheitsgründen zum Abbruch der Kalibration führen.

5.3.2 Kurzübersicht über kompletten Kalibrationszyklus

Bevor jeder automatisierte Kalibrationsschritt detailliert beschrieben wird, soll in diesem Abschnitt eine kurze Übersicht über die Reihenfolge der notwendigen Kalibrationsschritte gegeben werden. Dazu sei das nachfolgende **Bild 5.2** betrachtet, in dem der zeitliche Ablauf der notwendigen Kalibrationsschritte graphisch dargestellt ist. Als erstes erfolgt ein Offset- bzw. Nullpunktsabgleich bei Nulldruck $p=p_0$ und konstanter Temperatur $T=T_0$ um nachfolgend mit der Grundverstärkung die Empfindlichkeit bzw. die Meßspanne des Druckmeßumformer bei Nenndruck p_N und $T=T_0$ an den maximal gewünschten Endwert anzupassen.

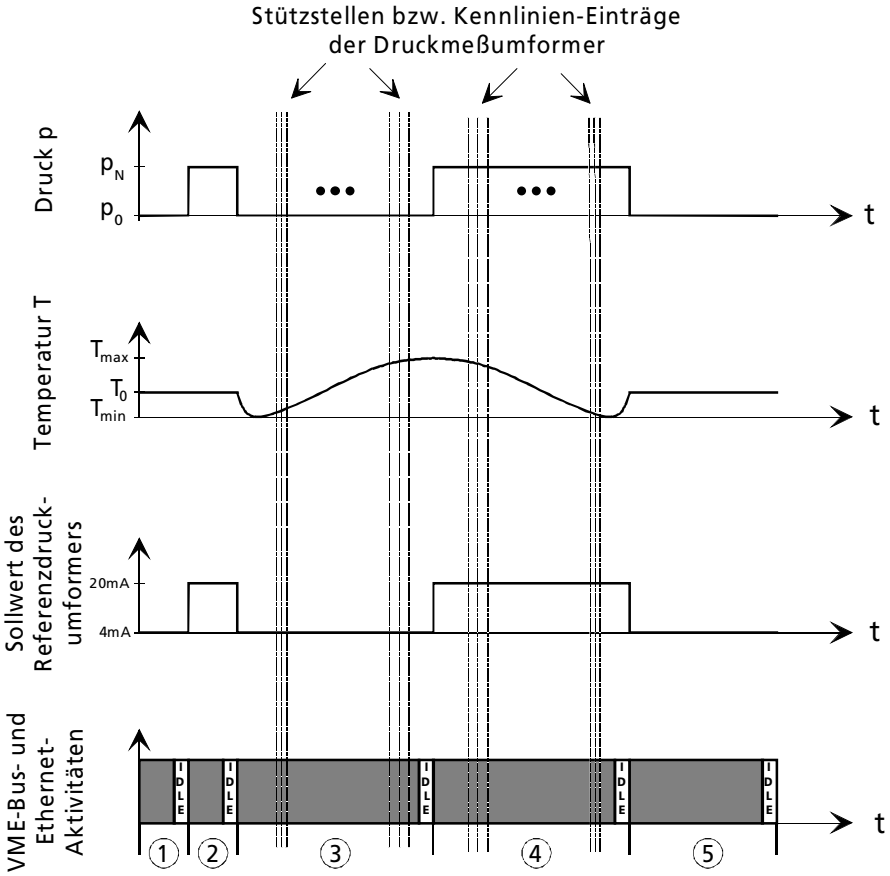


Bild 5.2 Übersicht der automatisierten Kalibrationsschritte

Erst nach diesen beiden Schritten wird die Temperatur kontinuierlich hochgefahren. Beim Erreichen einer Stützstelle bzw. eines Kennlinien-Eintrages wird von der Kalibrationshardware ein Abgleichvorgang für die Einstellung des temperaturabhängigen Offsets bzw. Nullpunktes eingeleitet, um den Wert an der entsprechend aktuellen Stützstelle einzustellen. Sind alle Stützstellen aller Druckmeßumformer bzgl. des Nullpunkts eingestellt, so wird die Temperatur wieder heruntergefahren. Bei dem Herunterfahren der Temperatur werden alle Stützstellen in umgekehrter Reihenfolge durchlaufen und für den Abgleich der Empfindlichkeit bzw. des Endwertes eingestellt.

Die einzelnen Einstellvorgänge dauern nur wenige ms, so daß die gesamte Kalibrationszeit durch die Geschwindigkeit für das Hochheizen und Herunterkühlen begrenzt wird. Limitierender Faktor ist hierbei die Trägheit bzw. die Wärmekapazität der gesamten Temperiervorrichtung. Nach den temperaturabhängigen Einstellvorgängen werden bei Raumtemperatur $T=T_0$ Kontrollmessungen bei Nulldruck $p=p_0$ sowie bei halbem und maximalem Nenndruck $p=p_N/2$ und $p=p_N$ durchgeführt. Diese Meßwerte werden zusammen mit den ermittelten Einstellungen in einem Kalibrierprotokoll abgelegt, das über die zu Anfang der Kalibration eingegebenen Fabrikationsnummer dem entsprechenden Druckmeßumformer zugeordnet ist. Im nachfolgenden sind alle Schritte des Abgleichvorgangs der Übersichtlichkeit halber nochmals stichpunktartig aufgeführt:

① Offset- bzw. Nullpunktsabgleich bei Nulldruck $p=p_0$ und konstanter Temperatur $T=T_0$,

② Empfindlichkeits- bzw. Endwertabgleich bei Nenndruck $p=p_N$ und konstanter Temperatur $T=T_0$,

③ Temperaturabhängige Offset- bzw. Nullpunktskorrektur bei Nulldruck $p=p_0$ über dem maximal vorgegebenen Temperaturbereich von $[T_{min}..T_{max}]$,

④ Temperaturabhängige Empfindlichkeits- bzw. Endwertskorrektur bei Nenndruck $p=p_N$ über dem maximal vorgegebenen Temperaturbereich von $[T_{min}..T_{max}]$ und

⑤ abschließende Kontrollmessungen bei p_0, $p_N/2$ und p_N , Festprogrammierung der ermittelten Einstellungen sowie das Auslesen der Protokolle aller kalibrierten Druckmeßumformer.

5.3.3 Nullpunkt- und Endwertabgleich

Bei den temperaturunabhängigen Einstellungen, die mit ① und ② in **Bild 5.2** gekennzeichnet sind, werden der Nullpunkt und der Endwert, bzw. daraus resultierend die Meßspanne des Druckmeßumformers, bei konstanter Temperatur $T=T_0$ - zumeist Raumtemperatur - justiert. Bei einem Druckmeßumformer mit einer 4..20mA-Zweileiter-Schnittstelle wird der Nullpunkt auf 4mA, der Endwert auf 20mA Gesamtstromverbrauch abgeglichen. Bevor jedoch die Einstellung des Endwertes auf 20mA erfolgen kann, muß der Nullpunkt bei Nulldruck $p=p_0$ auf 4mA Gesamtstromverbrauch abgeglichen werden, damit der Offset später bei maximalem Nenndruck $p=p_N$ nicht verstärkt in den Endwert eingehen kann. Der Abgleich des Offset kann optimal nur bei maximaler Grundverstärkung der programmierbaren SC-Verstärkerkette erfolgen. Bei Relativdrucksensoren entspricht der Nulldruck dem aktuellen Umgebungsdruck, während bei Absolutdrucksensoren der Nulldruck nur mit Hilfe einer Vakuumpumpe hergestellt werden kann. Da im Gegensatz zur Empfindlichkeitskompensation keine Grobeinstellung für den Offsetabgleich bei $T=T_0$ vorgesehen ist, erfolgt diese zunächst über gleichwertige Einträge in dem eigens für die temperaturabhängige Offsetkompensation reservierten Kennlinien-Speicher.

Die Ermittlung der benötigten Einstellung erfolgt über eine sukzessive Approximation. Dafür wird zu Beginn das Datenwort für die Einstellung des Offsets auf Null gesetzt. Anschließend wird das MSB auf eins gesetzt. Nachdem das geänderte Datenwort an die entsprechenden Stellen über die digitale SCAN-Pfad-Schnittstelle in den Kennlinien-Speicher des Druckmeßumformers geschrieben worden ist, wird über einen einfachen Vergleich der jeweils digitalisierten Signale geprüft, ob das Ausgangssignal des zu kalibrierenden Druckmeßumformers kleiner als das Ausgangssignal des Referenzdruckmeßumformers ist. Ist dies der Fall, so bleibt das MSB des Datenwortes gesetzt; andernfalls wird es wieder auf Null zurückgesetzt. Damit ist das MSB bestimmt. Dieser Vorgang wird anschließend für jedes weitere bit wiederholt, bis zum Schluß auch das LSB feststeht. Auf diese Weise steht das benötigte Datenwort zur Kompensation des Offsets innerhalb von nur wenigen Durchläufen fest.

Nachdem der Offset bzw. der Nullpunkt abgeglichen ist, kann die Empfindlichkeit bzw. der Endwert bei maximalen Nenndruck $p=p_N$ und konstanter Temperatur $T=T_0$ über die Grundverstärkung abgeglichen werden. Hierfür stehen dem universal verwendbaren Sensor-Auslese-IC insgesamt 7bit zur Verfügung, die auf die ersten beiden Stufen der digital programmierbaren SC-Verstärkerkette aufgeteilt sind. Damit die Grundverstärkung vom Rauschen her optimal gewählt wird, muß nach Möglichkeit in der ersten der drei hintereinander kaskadierten SC-Verstärkerstufen die maximal mögliche Verstärkung eingestellt werden.

5.3.4 Korrektur temperaturabhängiger Drifteffekte

Nachdem der Nullpunkt und der Endwert aller Druckmeßumformer bestimmt ist, leitet der Steuer-PC die Korrektur der temperaturabhängigen Nullpunkts- und Endwertsdrift ein. Hierzu wird ein Temperaturprofil vom Steuer-PC vorgegeben, dessen zeitlicher Verlauf durch entsprechende Parameter des Temperiergerätes in einer Init-Datei vorgegeben werden kann. In dieser Init-Datei wird zudem die minimal und maximal auftretende Temperatur T_{min} und T_{max} der Heizvorrichtung sowie alle Toleranz- und Genauigkeitsgrenzen für die Steuerung der Druck- und Temperaturprofile vorgegeben.

Da mehrere Einträge des Kennlinien-Speichers für eine erfolgreiche Korrektur der temperaturabhängigen Drifteffekte notwendig sind, muß für eine vollautomatisierte Kalibration beim kontinuierlichen Durchfahren des vorgegebenen Temperaturprofils der VME-Bus-Rechner die Information erhalten, wann eine Stützstelle erreicht ist bzw. wann die Ermittlung eines Kennlinien-Eintrages erfolgen kann. Diese Information ermittelt ein sogenannter Stützstellendetektor, der nicht nur über einen Interrupt mitteilt, wann welche Stützstelle oder welcher Kennlinien-Eintrag beim kontinuierlichen Durchfahren der Temperatur T erreicht ist, sondern auch wie weit man von dieser Stützstelle entfernt ist. Aus diesem Grund wird im nachfolgenden auf den Stützstellendetektor eingegangen, der einen überaus wichtigen Teil der externen Kalibrationshardware darstellt.

Hierzu sei zunächst das nachfolgende **Bild 5.3** betrachtet. Das interne, im IC befindliche Transversalfilter ist für die Adressierung des Kennlinien-Speichers verantwortlich. Da sich die Adressworte des Transversalfilters aufgrund der im Sperrbereich des ΣΔ-Modulators vorhandenen Rauschleistung mit der Taktfrequenz f_C ständig ändern, weiß man nicht, zu welchem Zeitpunkt ein Einstellvorgang eingeleitet werden muß. Hierzu wird der Stützstellendetektor verwendet, der genau wie das interne Transversalfilter das Ausgangssignal y_{AD} des ΣΔ-Modulators als Eingangssignal erhält. Der Stützstellendetektor besteht aus einer digitalen Taktrückgewinnung (PLL) und einem externen Digitalfilter.

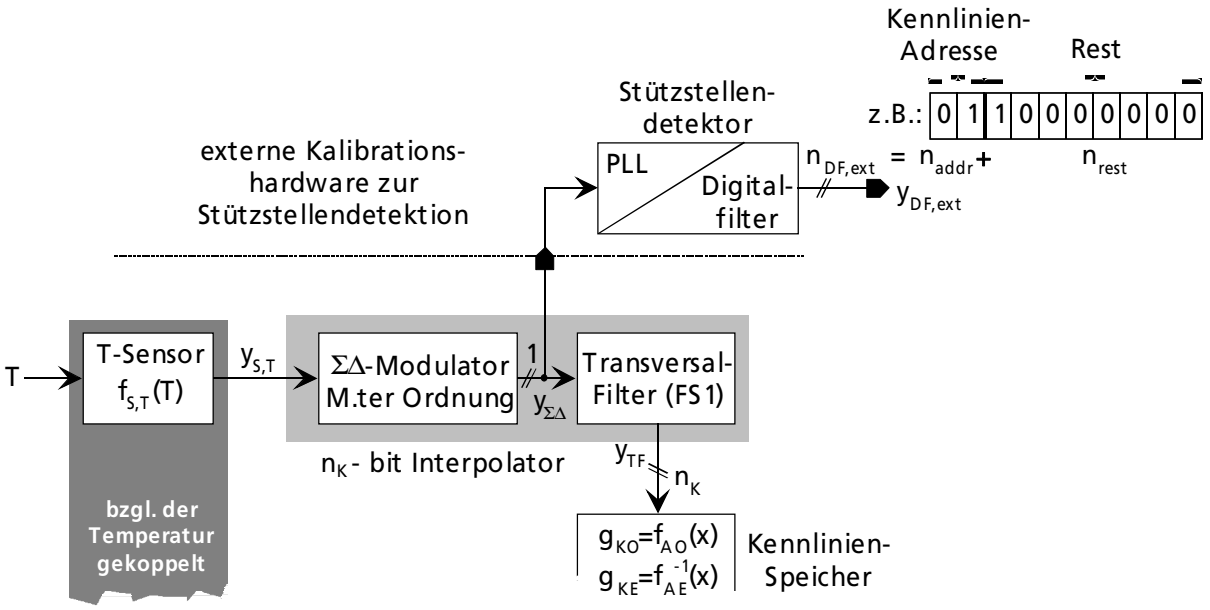


Bild 5.3 Stützstellendetektion

Mit der Taktrückgewinnung wird die Taktfrequenz f_C aus dem binären und pulshäufigkeitsmodulierten Ausgangssignal des ΣΔ-Modulators zurückgewonnen, mit der dann das nachfolgende externe Digitalfilter zur Stützstellendetektion getaktet wird. Da im Gegensatz zum Transversalfilter, das externe Digitalfilter aufgrund einer wesentlich geringer gewählten Eckfrequenz die Rauschleistung im Sperrbereich absenkt, resultiert ein wesentlich ruhigeres Ausgangssignal. Damit kann die Wortbreite $n_{DF,ext}$ am Ausgang $y_{DF,ext}$ des externen Digitalfilters aufgespreizt werden. Damit beispielsweise ein 10bit breites Datenwort am Ausgang $y_{DF,ext}$ des externen Digitalfilters bis auf das letzte Bit ruhig steht, muß der Rauschboden im Sperrbereich auf mindestens 60dB abgesenkt werden. Je nach Anzahl n der vorhandenen Kennlinien-Einträge geben die oberen bits ($n_{addr}=\log(n=2^{n_K})/\log(2)$) des aufgespreizten Datenwortes $y_{DF,ext}$ die aktuelle Kennlinien-Adresse an, während die restlichen bits ($n_{rest}=n_{DF,ext}-n_{addr}$) den Abstand zur aktuell angegebenen Adresse angeben.

Für die zuvor angesprochene Taktrückgewinnung wird eine digitale Phasenregelschleife PLL (im engl. **P**hase **L**ocked **L**oop) gemäß **Bild 5.4** verwendet [92]. Die komplette Regelschleife besteht aus einem Phasendetektor, einem Schleifenfilter und einem digital kontrollierten Oszillator. Der Phasendetektor besteht aus einem einfachen EXOR-Gatter und vergleicht die Phasenlage des zurückgewonnenen Taktsignals y_{PLL} mit der des Eingangssignals x_{PD}. Dieses Eingangssignal des Phasendetektors wird über einen vorgeschalteten Flankendetektor generiert, indem das pulshäufigkeitsmodulierte Ausgangssignal $y_{\Sigma\Delta}$ des $\Sigma\Delta$-Modulators differenziert und anschließend gleichgerichtet wird. Der arithmetische Mittelwert der Regelabweichung am Ausgang y_{PD} des Phasendetektors gibt ein Maß für den Phasenfehler φ_e an. Ist dieser arithmetische Mittelwert der Regelabweichung null, so existiert kein Phasenfehler (φ_e=0).

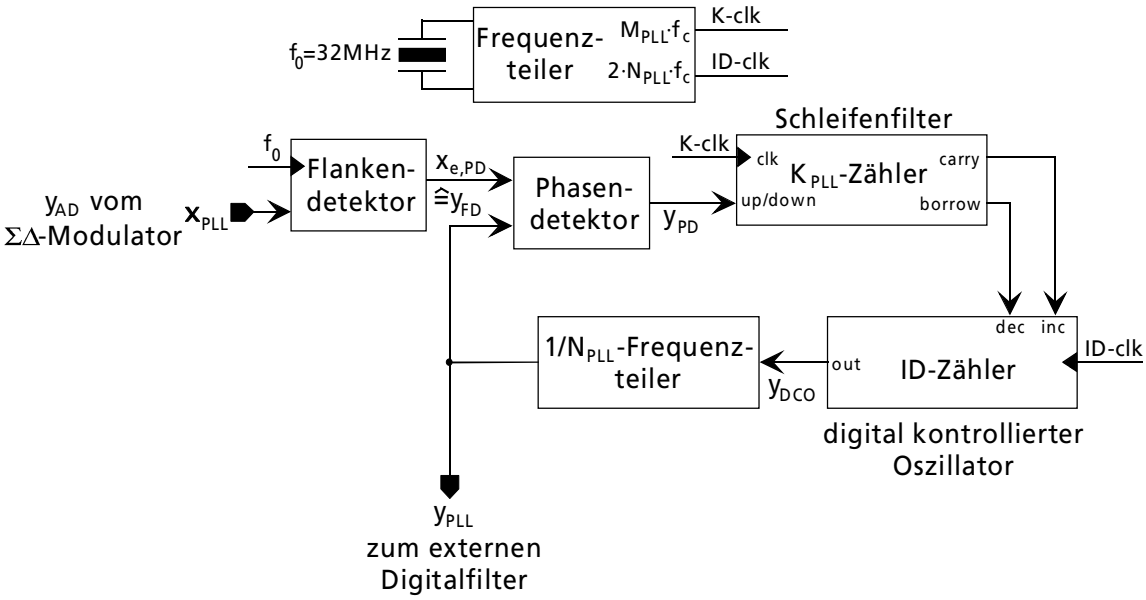


Bild 5.4 Taktrückgewinnung mittels einer digitalen Phasenregelschleife (PLL)

Die Regelabweichung wird auf das nachfolgende Schleifenfilter gegeben, das aus zwei Aufwärtszählern besteht, deren maximale Zählerstände jeweils den Wert K_{PLL} annehmen können. Das Ausgangssignal des Phasendetektors bestimmt, welcher der beiden Zähler aktiv ist und mit dem anliegenden Takt $M_{PLL}\cdot f_C$ aufwärtsgezählt wird. Jeweils das MSB der beiden Zähler wird als Ausgangssignal des Schleifenfilters benutzt. Die Ausgänge werden demzufolge dann logisch eins, wenn der Zählerstand größer oder kleiner als $K_{PLL}/2$ ist. Liegt kein Phasenfehler vor, so wird genau ein sog. carry- und ein borrow-Signal an den Ausgängen des Schleifenfilters erzeugt, während bei einem Phasenfehler von ungleich null mehrere carry und borrow-Signale erzeugt werden, da das Steuersignal des Phasendetektors asymmetrisch ist. Diese Ausgangssignale des Schleifenfilters vergrößern oder verkleinern letztendlich die Eingangsfrequenz $2\cdot N_{PLL}\cdot f_C$ am digitalen Oszillator solange, bis der Phasenfehler φ_e minimal wird, d.h. die Frequenz am Ausgang des 1/N-Frequenzteilers der Frequenz des pulshäufigkeitsmodulierten Ausgangsignals des $\Sigma\Delta$-Modulators entspricht.

Da die Taktfrequenz f_C des Sensor-Auslese-IC´s mit einen on-chip RC-Oszillator erzeugt wird, kann diese Frequenz ihren Absolutwert aufgrund von Technologieschwankungen um ±20% variieren. Der Haltebereich Δf_H der zuvor beschriebenen digitalen Phasenregelschleife, innerhalb dessen ein Einrasten auf die Eingangsfrequenz f_C möglich ist, kann gemäß der nachfolgenden Gleichung angegeben werden zu:

$$\Delta f_H = \pm \frac{M_{PLL} \cdot f_c}{2 \cdot K_{PLL} \cdot N_{PLL}}. \tag{5.1}$$

Wählt man M_{PLL}=16, N_{PLL}=8 und K_{PLL}=4 so ergibt sich bei einer eingestellten Taktfrequenz f_C von 100kHz ein Haltebereich Δf_H von ±25kHz. Mit der zurückgewonnenen Frequenz, die am Ausgang y_{PLL} der digitalen Phasenregelschleife zur Verfügung steht, wird das nachfolgende externe Digitalfilter zur Stützstellendetektion aus **Bild 5.5** getaktet. Das externe Digitalfilter besteht dabei aus zwei kaskadierten Filterstufen. Die erste Filterstufe entspricht einem FIR-Filter, das genau wie das bereits im IC vorhandene Transversalfilter eine sin(x)/x-förmige Übertragungscharakteristik besitzt, während als zweite Filterstufe ein IIR-Filter verwendet wird.

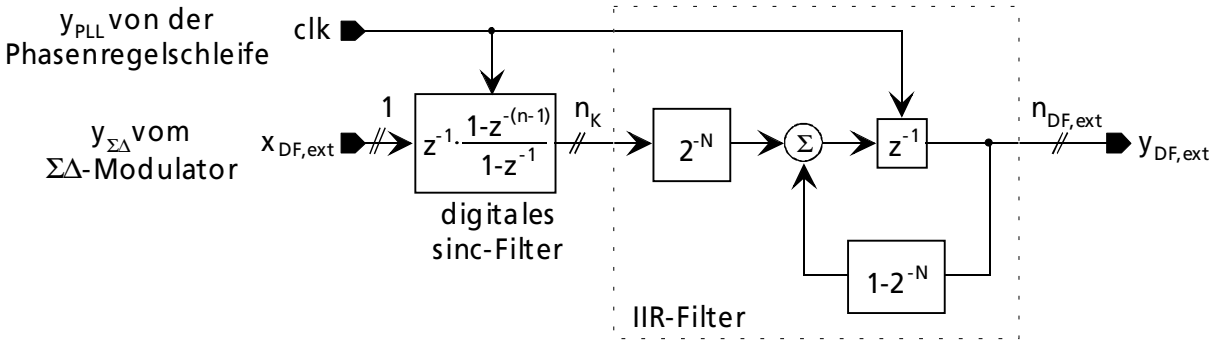


Bild 5.5 Aufbau des externen Digitalfilters zur Stützstellendetektion

Die Übertragungsfunktion $H_{DF,ext}(z)$ des externen Digitalfilters zur Stützstellendetektion ergibt sich gemäß Bild 5.5 zu:

$$H_{DF,ext}(z) = \frac{y_{DF,ext}(z)}{x_{DF,ext}(z)} = \frac{a_1}{z - b_1} \cdot z^{-1} \cdot \frac{1 - z^{-(n-1)}}{1 - z^{-1}} \tag{5.2}$$

mit den Koeffizienten: $a_1 = 2^{-N}$ und $b_1 = 1 - 2^{-N}$. (5.3)

Setzt man den Betrag der Übertragungsfunktion gleich $n/\sqrt{2}$, so ergibt sich die -3dB-Eckfrequenz f_{-3dB} des externen Digitalfilters unter der Bedingung $f_{-3dB} << f_C$ nach einigen Umformungen zu:

$$f_{-3dB}(N) \cong \frac{f_C}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{2^{-N}}{2^N - 1}}. \tag{5.4}$$

Die Eckfrequenz wird dabei nur durch den in den Koeffizienten a_1 und b_1 der zweiten Filterstufe vorkommenden Faktor N bestimmt. Die Anzahl n der in der ersten Filterstufe verwendeten Verzögerungsglieder geht dabei nicht in die Eckfrequenz des externen Digitalfilters zur Stützstellendetektion ein.

Die Funktionsweise des Stützstellendetektors kann anhand des nachfolgenden **Bild 5.6** verdeutlicht werden. Hierzu sind zum einen die resultierenden Verteilungsfunktionen am Ausgangs des ΣΔ-Modulators über der Temperatur T aufgetragen. Zum anderen ist in diesem Bild der Verlauf des nach Adresse und Rest aufgespaltenen Datenwortes am Ausgang des externen Digitalfilters zur Stützstellendetektion dargestellt. Die Adresse gibt an, wo der ermittelte Korrekturwert in den Kennlinien-Speicher geschrieben werden muß, wobei der Rest angibt, wie weit man sich von der aktuellen Adresse entfernt befindet. Der pulshäufigkeitsmodulierte Bitstrom am Ausgang des ΣΔ-Modulators wurde in dem gezeigten Beispiel mit dem externen Digitalfilter derart stark gefiltert ($N=10 \Rightarrow f_{-3dB} \sim 15{,}55Hz$), daß ein 10bit breites Wort zur Verfügung steht, welches bei konstant anliegender Temperatur T bis auf das LSB stabil am Ausgang des externen Digitalfilters zur Stützstellendetektion anliegt.

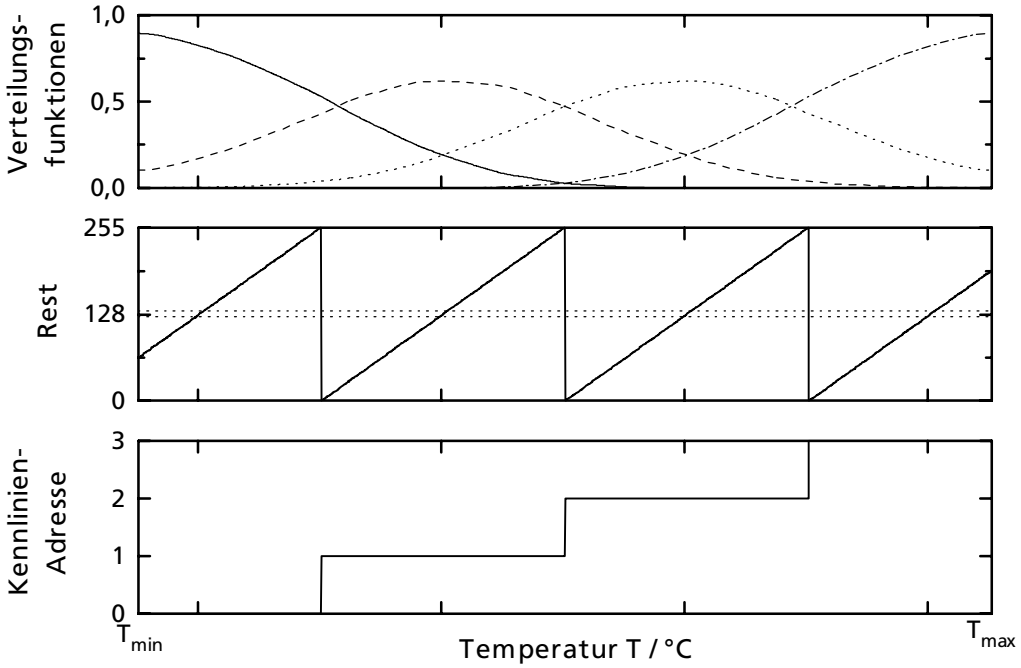


Bild 5.6 Stützstellenverteilung mit dem nach Adresse und Rest aufgespaltenen Datenwort des externen Digitalfilters zur Stützstellendetektion

Damit nicht unmittelbar nach der Detektion einer Stützstelle die Adressinformation wechselt, sondern diese solange am Ausgang des externen Digitalfilters anliegt, wie man sich näher an der angezeigten als an einer benachbarten Stützstelle befindet, wird auf das Datenwort am Ausgang $y_{DF,ext}$ des Digitalfilters nach Bild 5.5 lediglich ein konstanter Offset von $2^{n_{rest}}/2$ hinzuaddiert.

Bei 4 vorhandenen Kennlinien-Einträgen wird demzufolge eine Stützstelle genau dann erkannt, wenn die restlich verbleibenden 8bits am Ausgang des Stützstellendetektors den Wert 128±1 anzeigen. In einem solchen Fall löst der Stützstellendetektor ein Interrupt für den VME-Bus-Rechner aus. Nachfolgend ermittelt der VME-Bus-Rechner, welche der Druckmeßumformer einen Interrupt ausgelöst haben. Für diese Druckmeßumformer wird unmittelbar danach ein Kalibrationsvorgang eingeleitet, der den benötigten Korrekturwert an dieser Stelle derart ermittelt, daß das Ausgangssignal des Druckmeßumformers mit dem Wert des Referenzdrucksensors übereinstimmt. Der ermittelte Korrekturwert wird über die ebenfalls vom Stützstellendetektor verfügbare Adressinformation in den Kennlinien-Speicher geschrieben. Bei dieser Vorgehensweise kann die Temperatur zeitkontinuierlich verändert werden - es entfällt das sonst zeitaufwendige Anfahren und Einregeln von vorgegebenen Temperaturpunkten. Zudem ermöglicht die automatische Erkennung, mehrere Druckmeßumformer gleichzeitig zu kalibrieren, deren Stützstellen bzw. Kennlinien-Einträge nicht bei identischen Temperaturen erreicht werden. Aus diesem Grund werden keine abgeglichen Temperatursensoren zur Bereitstellung der Störgrößeninformation benötigt.

Nach der Vorstellung der notwendigen Kalibrationshardware zur Detektion von Stützstellen kommen wir zurück zum Abgleich der temperaturabhängigen Drifteffekte. Als erstes leitet der Steuer-PC den Offset- bzw. Nullpunktsabgleich gemäß Punkt ③ aus **Bild 5.2** ein. Hierzu wird der Nulldruck $p=p_0$ eingestellt und die Temperiervorrichtung von Raumtemperatur T_0 auf eine minimale Temperatur T_{min} abgekühlt. Beim Erreichen von $T=T_{min}$ wird ein Abgleich des Nullpunkts auf 4mA für alle Druckmeßumformer durchgeführt. Über diesen und den bereits zuvor bestimmten Korrekturwert bei $T=T_0$ kann mit einer jeweils zusätzlichen Information des Stützstellendetektors eine Initialisierung des entsprechenden Bereiches im Kennlinien-Speicher erfolgen, der zur Korrektur der temperaturabhängigen Offset- bzw. Nullpunktsdrift notwendig ist. Der Vorgang der Initialisierung ist anhand eines Beispiels in dem nachfolgenden **Bild 5.7** verdeutlicht. Die Initialisierung basiert dabei auf einer linearen Schätzung, die aus den zwei bereits zuvor ermittelten Korrekturwerten bei $T=T_{min}$ und $T=T_0$ hervorgeht. Da diese bereits ermittelten Korrekturwerte nicht unmittelbar an Stützstellen liegen, muß zusätzlich die Information des Stützstellendetektors ausgewertet werden, um herauszufinden, wie weit man bei $T=T_{min}$ und $T=T_0$ von einer Stützstelle entfernt liegt, damit darüber auf die Korrekturwerte unmittelbar an den Stützstellen zurückgeschlossen werden kann. Nach der Initialisierung des Kennlinien-Speichers bei $T=T_{min}$ veranlaßt der Steuer-PC das kontinuierliche Aufheizen der Temperiervorrichtung auf $T=T_{max}$. Beim Aufheizen wird nun über den Stützstellendetektor an jeder überstrichenen Stützstelle des Druckmeßumformers ein Interrupt für den übergeordneten VME-Bus-Rechner ausgelöst. Der Rechner ermittelt, welcher der Druckmeßumformer eine Stützstelle erreicht hat, und leitet für Interrupt einen Kalibrationsvorgang zur Bestimmung eines geeigneten Korrekturwertes ein.

Der Korrekturwert an der entsprechenden Stützstelle muß aufgrund der bereits erfolgten Initialisierung nur noch um wenige Zähler verändert werden, damit der Ausgangswert des Druckmeßumformers mit dem vorgegebenen Wert des Referenzdruckmeßumformers übereinstimmt.

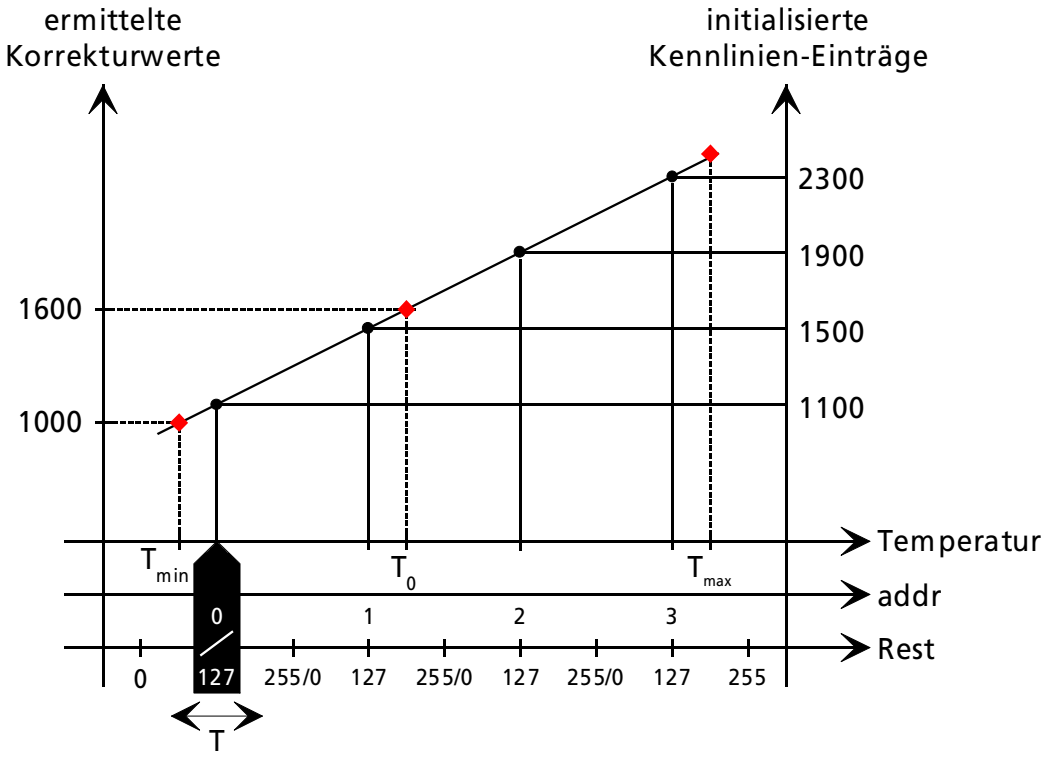


Bild 5.7 Initialisierung des Kennlinien-Speichers bei $T=T_{min}$ und $T=T_{max}$

Hat die Temperiervorrichtung die maximale Temperatur T_{max} erreicht, so leitet der Steuer-PC die Korrektur der temperaturabhängigen Endwertsdrift gemäß Punkt ④ aus **Bild 5.2** ein. Dazu wird der Druck p auf den maximalen Nenndruck p_N erhöht. Jetzt wird für jeden Druckmeßumformer sein Endwert auf 20mA eingestellt. Mit den bei $T=T_{max}$ und $T=T_0$ ermittelten Korrekturwerten und den zusätzlichen Informationen des Stützstellendetektors kann jetzt der Bereich des Kennlinien-Speicher initialisiert werden, der für die Korrektur der temperaturabhängigen Empfindlichkeits- bzw. Meßspannendrift verantwortlich ist. Nach erfolgter Initialisierung bei $T=T_{max}$ sorgt der Steuer-PC dafür, daß die Temperiervorrichtung wieder kontinuierlich bis auf $T=T_{min}$ abgekühlt wird. Beim Abkühlvorgang der Temperiervorrichtung treten wiederum Stützstellen, jetzt jedoch in umgekehrter Reihenfolge auf. Bei jeder detektierten Stützstelle müssen die entspechenden Kennlinien-Einträge aufgrund der vorhergehenden Initialisierung nur um wenige Zähler korrigiert werden. Das nachfolgende **Bild 5.8** zeigt die Kennlinien-Entwicklung für die Korrektur der Offset- und Empfindlichkeitsdrift während eines kompletten Kalibrationszyklus angefangen von der Initialisierung bis zum Erreichen der letzten Stützstelle.

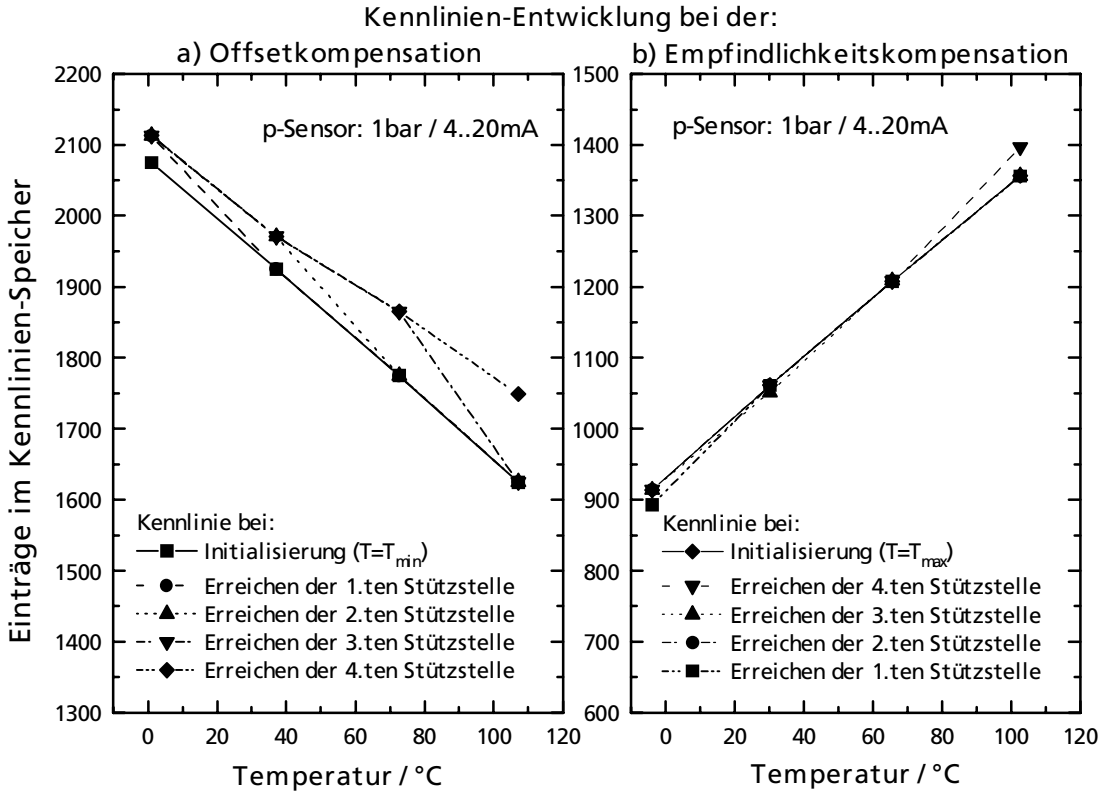


Bild 5.8 Kennlinien-Entwicklung während der Kalibration

Verfolgt man die Kennlinien-Entwicklung, so zeigt sich, daß die Initialisierung einen brauchbaren Trend der letztendlich ermittelten Kennlinien-Werte bereits vor der eigentlichen Einstellung der Stützstellen angibt. Alle Korrekturwerte an den Stützstellen werden wie auch schon zuvor bei den temperaturunabhängigen Einstellungen über eine sukzessive Approximation eingestellt. Für die Einstellung eines Korrekturwertes werden aufgrund der vorhandenen Einstellgenauigkeit für den Offset 12 und für die Empfindlichkeit 11 Durchläufe benötigt. Kann der Ausgangswert des Druckmeßumformers über die zur Verfügung stehenden Korrekturwerte nicht an den Wert des Referenzdruckumformers angenähert werden, so wird der Druckmeßumformer als defekt gekennzeichnet. Druckmeßumformer, bei denen während einer kompletten Temperaturfahrt die inneren zwei Stützstellen nicht auftreten, werden ebenfalls als defekt gekennzeichnet.

5.3.5 Abschließende Aktionen am Ende der Kalibration

Nachdem die minimale Temperatur $T=T_{min}$ erreicht ist, werden alle ermittelten Einstellungen in den Kennlinien-Speicher fest einprogrammiert, indem die RAM-Zellen durch Anti-Fuses (Zener-Zap-Dioden) verriegelt werden. Für abschließende Kontrollmessungen wird die Temperatur T wieder auf Raumtemperatur $T=T_0$ hochgefahren.

Die Kontrollmessungen erfolgen bei Nulldruck p_0, halbem und maximalem Nenndruck p_N. Mit diesen Meßergebnissen zusammen werden die ermittelten Einstellungen in ein Kalibrier-Protokoll abgelegt, mit dem über die zu Beginn der Kalibration eingegebenen Fabrikationsnummern eine eindeutige Zuordnung zu den Druckmeßumformer erfolgen kann. Die Kalibrier-Protokolle der verschiedenen Druckmeßumformer werden über die Ethernet-Verbindung auf dem Steuer-PC in einem Excel-Format abgelegt.

5.4 Vorstellung von Kalibrationsergebnissen

Um die Funktionsweise der entwickelten Kalibrationsanlage zu demonstrieren, wurden mehrere Druckmeßumformer mit der Anlage gleichzeitig abgeglichen. Die Druckmeßumformer besitzen eine analoge 4..20mA Zweileiter-Schnittstelle und sollten auf einen Meßbereich von 0..1bar (relativ zum Umgebungsdruck) kalibriert werden. Nach erfolgreicher Kalibration wurden die Druckmeßumformer in einem Temperaturschrank über einem Bereich von -20°C bis +120°C charakterisiert. Hierbei wurden der Nullpunkt NP, der Endwert EW und die Meßspanne MSP sowie die Temperaturdrift des Nullpunktes NPD20 und der Meßspanne MSP20, jeweils bezogen auf 20°C, aufgenommen. Die Meßergebnisse sind in dem nachfolgenden **Bild 5.9** gezeigt. Innerhalb des zu kompensierenden Temperaturbereichs von 0°C bis 100°C sind überaus zufriedenstellende Ergebnisse erzielt worden.

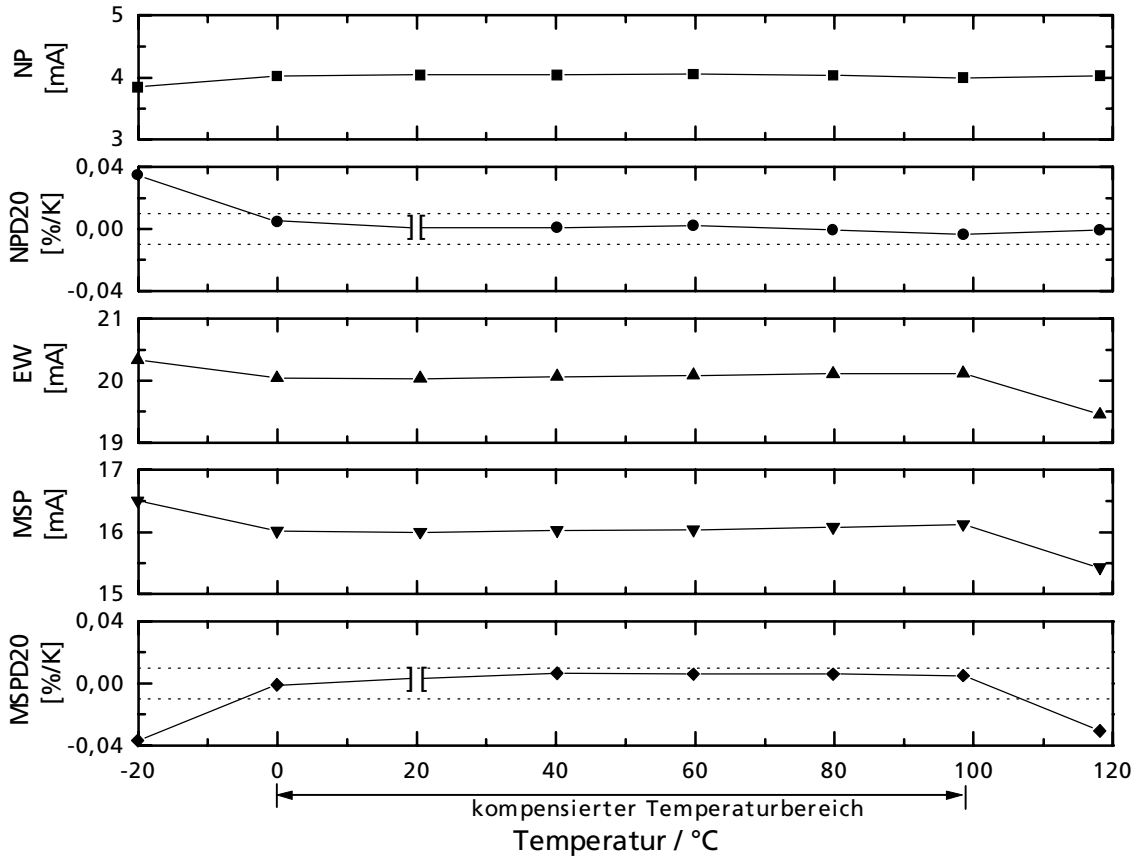


Bild 5.9 Charakterisierung eines abgeglichenen Druckmeßumformers (0..1bar, relativ, 4..20mA)

Der Nullpunkt NP und der Endwert EW konnten bei 20°C mit der geforderten Genauigkeit von ±0.5% auf 4mA bzw. 20mA eingestellt werden. Die Temperaturdrift des Nullpunktes NPD20 und der Meßspanne MSP20 bezogen auf 20°C konnte auf weniger als 0.01%/K bzw. 100ppm/K reduziert werden. Hieraus resultiert ein gesamter Fehler von weniger als 1% über den gesamten Temperaturbereich von 0°C bis 100°C (siehe dazu die im Bild 5.9 eingezeichneten Toleranzbänder). Außerhalb des kompensierten Temperaturbereiches nimmt der Fehler der charakteristischen Größen NP, EW, MSP, NPD20 und MSP20 des Druckmeßumformers stark zu.

Diese Tatsache ist einfach dadurch zu erklären, daß der Temperatursensor innerhalb des kompensierten Temperaturbereiches eine Ausgangsspannung liefert, die auf den maximalen Spannungsbereich des Temperatureingangs am universalen Sensor-Auslese-IC angepaßt ist. Soll ein größerer Temperaturbereich kompensiert werden, so muß lediglich die Empfindlichkeit des Temperatursensors erniedrigt werden. Um die erzielte Kompensationsgenauigkeit bei einem nichtlineraren Temperaturverhalten der verwendeten Meßzelle beizubehalten, muß dann allerdings die Anzahl der Stützstellen erhöht werden.

KAPITEL 6

Zusammenfassung und Ausblick

Die Anbieter von Meßwertumformern aller Art müssen bei der derzeitigen und auch zukünftigen Situation des Sensormarktes die auftretenden Kosten im gesamten Produktionsablauf niedrig halten um konkurrenzfähig zu bleiben. Trotz sinkender Kosten muß aber die Qualität der Produkte steigen, die sich beispielsweise durch eine erhöhte Meßgenauigkeit und Selektivität gegenüber unerwünschten Stör- und Einflußgrößen auszeichnet. Da die Meßwertumformer zudem Material- und Exemplarstreuungen unterliegen, ist ein Abgleich der Sensorparameter einfach unerläßlich. Hauptsächlicher Gegenstand der hier vorliegenden Dissertation war die Minimierung der dabei anfallenden Kosten. Hierzu wurde ein neuartiges, kennlinienbasiertes Sensorsystem entwickelt, das für die Reduzierung der nichtidealen Sensoreigenschaften geeignet ist. Aber erst in Kombination mit einer voll automatisierten und diskret aufgebauten Abgleichhardware sowie den erforderlichen Strategien zum nichtiterativen Abgleich der notwendigen Sensorparameter können die anfallenden Kosten der Meßwertumformer auf ein akzeptables Maß reduziert werden.

In einem ersten Schritt wurde ein allgemeines Fehlermodell für die Beschreibung nichtidealer Eigenschaften von Sensoren vorgestellt. Aufgrund der Vielfalt an Sensoren wurden die auftretenden, nichtidealen Eigenschaften sowie der Aufbau und die Funktionsweise derzeit üblicher Silizium-Drucksensoren näher untersucht. Die Gruppe der Drucksensoren wurde bewußt ausgewählt, da diesen Sensoren das größte, weltweite Umsatzvolumen auf dem Sensormarkt bis weit über das Jahr 2002 hinaus prognostiziert wird.

Ergebnis dieser Untersuchungen war, daß zur Reduzierung der nichtidealen Eigenschaften teilweise nichtlineare Kennlinien benötigt werden. Die gedankliche Ausweitung dieser Untersuchungen auf andere Bereiche der Sensorik bestätigte immer wieder die Notwendigkeit von nichtlinearen Kennlinien. Da die zur Korrektur benötigte Kennlinie im vorhinein nicht bekannt ist, muß der Verlauf flexibel einstellbar sein. Ebenso mußte aus Kostengründen der dafür benötigte Speicherbedarf und Kalibrationsaufwand gering sein, so daß der Verlauf der zur Korrektur notwendigen Kennlinie über einige wenige Punkte festgelegt werden muß. Für die Berechnung von Zwischenwerten baten sich Interpolations- oder Regressionsverfahren aus der numerischen Approximationstheorie an. Neben den klassischen Interpolationsverfahren nach Lagrange oder Newton kamen aber für die hardwaremäßige Realisierung die moderneren Interpolationsverfahren wie beispielsweise die stückweise Polynom- oder Spline-Interpolation in Betracht.

Zu den herkömmlichen Hardware-Konzepten für die Implementierung nichtlinearer Approximationsverfahren wurde ein einfaches Tabellenverfahren und ein rechnergestütztes Verfahren vorgestellt. Ausgehend von den Vor- und Nachteilen, die einfache Tabellenverfahren und rechnergestützte Verfahren besitzen, wurde ein modifiziertes Tabellenverfahren auf der Basis von überabgetasteten ΣΔ-Modulatoren entwickelt. Untersuchungen zum Interpolationsverhalten des modifizierten Tabellenverfahrens ergaben, daß sich identische Basisfunktionen ausbilden, die jeweils um den Stützstellenabstand Δx gegeneinander verschoben sind. Die Form der Basisfunktionen kann über die Ordnung und die Koeffizienten des im ΣΔ-Modulator verwendeten Schleifenfilters modifiziert werden. Mit ΣΔ-Modulatoren erster bis dritter Ordnung ergeben sich Basisfunktionen, mit denen das Spektrum der stückweisen, linearen, quadratischen und kubischen Interpolation abdeckt werden konnte. Eine besondere Stellung nimmt dabei der ΣΔ-Modulator dritter Ordnung ein, da er aufgrund der stückweise, kubischen Interpolationseigenschaft die besondere Minimaleigenschaft besitzt, die wenigen zur Verfügung stehenden Stützwerte der zu approximierenden Kennlinie mit einer minimalen Gesamtkrümmung untereinander zu verbinden.

Basierend auf diesem Interpolationskonzept wurde in einem weiteren Kapitel ein kennlinienbasiertes Sensorsystem zur Reduzierung von Querempfindlichkeiten vorgestellt, in dem zusätzlich die dafür benötigten Systemkomponenten beschrieben wurden. Das Sensorsystem besitzt digitale Abgleichelemente, mit denen sich unabhängig voneinander der Nullpunkt, die Empfindlichkeit sowie die notwendige Kennlinien-Charakteristik zur Reduzierung der unerwünschten Querempfindlichkeit einstellen läßt. Für die Verifizierung des kennlinienbasierten Konzepts sind Silizium-Drucksensoren auf piezoresistiver Basis verwendet worden, da diese eine starke, jedoch unerwünschte Querempfindlichkeit bzgl. der Temperatur aufweisen. Messungen an einem monolithisch integrierten und hybrid aufgebauten Drucksensor bestätigen die Funktionsweise der Temperaturkompensation. Beim hybrid aufgebauten Drucksensor konnte die Einstellung des Nullpunkts und der Empfindlichkeit bei 20°C auf ±0,5% genau abgeglichen werden. Die Temperaturdrift des Nullpunkts und der Empfindlichkeit kann bereits mit 4 Kennlinien-Einträgen über einem Temperaturbereich von 0-100°C auf unter 0,01%/K (≡100ppm/K) reduziert werden. Ähnliche Ergebnisse wurden bei dem monolithisch integrierten Drucksensor erzielt. Hier konnte die temperaturabhängige Drift des Nullpunkts und der Empfindlichkeit über einem Temperaturbereich von -40 bis +120°C mit 16 Kennlinien-Einträgen von 1350ppm/K auf unter 86ppm/K reduziert werden. Abschließend wurde das vorliegende Konzept durch geringfügige Modifikationen auf eine Linearisierung der Meßgröße erweitert. Diese Erweiterungsfähigkeit demonstriert die überaus hohe Flexibilität des vorliegenden Sensor-Konzepts.

Bei der Ermittlung der Sensorparameter sind für jeden Sensor exemplarbedingte Einstellungen notwendig, die sich an den Herstellungsprozeß anschließen. Da diese Einstellmaßnahmen bekanntlich sehr personal- und somit auch sehr kostenintensiv sind, konnte die Einstellung der notwendigen Sensorparameter nicht mehr manuell erfolgen.

An dieser Stelle war eine Rationalisierung der Einstellmaßnahmen unumgänglich. Aus diesem Grund wurde eine voll automatisierte Kalibrationshardware entwickelt, die es zudem erlaubt, mehrere Sensoren gleichzeitig abzugleichen, um zusätzlich den Durchsatz zu erhöhen. Neben der Kalibrationshardware sind effiziente Abgleichalgorithmen für die Optimierung der notwendigen Einstellungen entwickelt worden.

Mit der vorliegenden Hardware und den entwickelten Abgleichalgorithmen zur automatisierten Kalibration, liegt die Vision eines selbstkalibrierenden Sensorsystems gemäß **Bild 6.1** sehr nahe, da das Übertragungsverhalten des Sensorsystems jederzeit über die variable Kennlinien-Charakteristik verändert werden kann. Ein selbstkalibrierender Drucksensor würde beispielsweise während des Betriebs die vorhandene Temperaturabhängigkeit selbständig ohne die Vorgabe von verschiedenen Temperaturen reduzieren. Lediglich ein Abgleich des Nullpunktes und des Endwertes mit geeichten Meßgrößen p_0 und p_N bei einer typischen Betriebstemperatur T_0 ist notwendig und wird auch in Zukunft immer erforderlich bleiben.

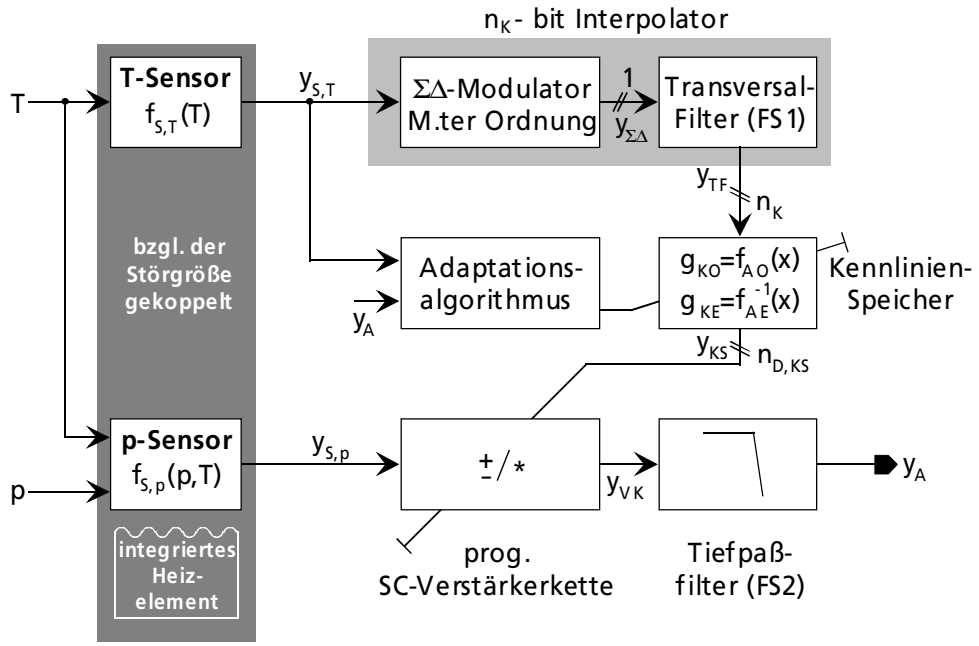


Bild 6.1 Konzept eines selbstkalibrierenden Drucksensorsystems

Die selbständige Adaption der Kennlinien-Charakteristik erfolgt durch die Auswertung und Minimierung der Korrelation zwischen dem Ausgangssignal $y_{S,T}$ des Temperatursensors und dem Signal am Ausgang y_A des Drucksensorsystems. Die bestehende Korrelation kann entweder über eine statistische Langzeitauswertung oder über eine überlagerte Temperaturschwankung untersucht werden. Die überlagerten Temperaturschwankungen können durch ein auf dem Drucksensor integriertes Heizelement hervorgerufen werden. Besteht eine Korrelation zwischen dem Ausgangssignal y_A und dem Temperatursignal $y_{S,T}$, so wird die Kennlinien-Charakteristik solange verändert, bis das Ausgangssignal des Drucksensors nahezu unabhängig von der Temperatur ist.

Die Genauigkeit bei einer Betriebstemperatur hängt von der jeweiligen Zeitdauer ab, in der sich das Sensorsystem während der gesamten Betriebsdauer befunden hat. Die angelernten Parameter der Kennlinie können über EEPROM-Speicherzellen auch bei abgeschalteter Versorgungsspannung erhalten bleiben. Zum Entwurf des selbstkalibrierenden Drucksensorsystems gehören zudem ausführliche Konvergenzuntersuchungen unterschiedlicher Lernverfahren zur Bestimmung der notwendigen Kennlinien-Informationen.

Ein weiteres in der Zukunft zu lösendes Problem ist die sog. Eigensicherheit von Sensorsystemen [93], die vor allem in lebenserhaltenden Sensorsystemen von sehr großer Bedeutung ist. Wie schon bei der Kalibration von Sensorsystemen muß ebenfalls aus Kostengründen die konventionelle Auffassung, unter allen Umständen die komplette Leistungsfähigkeit des Systems zu erhalten, in Frage gestellt werden. Man steht also vor der Entscheidung, ob eine reduzierte Systemleistung toleriert werden kann, solange die Sicherheit, d.h. die Nichtgefährdung von Menschen und der Umwelt garantiert bleibt.

Anhang

A Modifizierte MOS Level1-Modellgleichungen

Die Schwellenspannung U_T eines MOS-Transistors:

$$U_T = U_{FB} + \Phi_S + \gamma \cdot sarg \tag{A.1}$$

berechnet sich aus der Flachbandspannung U_{FB}, dem Oberflächenpotential Φ_S, der Substrateffektkonstanten γ und einem sog. Sagrationskoeffizienten *sarg* [95]. Die im Schwellenspannungsterm enthaltene Flachbandspannung U_{FB} :

$$U_{FB} = \Phi_{MS} - \frac{q \cdot N_{SS}}{C'_g} \tag{A.2}$$

setzt sich aus der Austrittsarbeit Φ_{MS} zwischen dem Gatematerial und dem Silizium-Substrat, der Oberflächenladungsdichte N_{SS} und der flächenbezogenen Gatekapazität C'_g zusammen. Mit dem Typ des Gatematerials tpg [A1] (**t**y**p**e of **g**ate), der zugehörigen Dotierstoffkonzentration N_{GATE} sowie der Angabe der Substratdotierung N_{SUB} kann die Austrittsarbeit Φ_{MS} gemäß der nachfolgenden Formel [20]:

$$\Phi_{MS} = U_{temp} \cdot \left(\ln\left(\frac{N_{SUB}}{n_i}\right) - tpg \cdot \ln\left(\frac{N_{GATE}}{n_i}\right)\right) \tag{A.3}$$

berechnet werden. Die in der Austrittsarbeit enthaltene Temperaturspannung:

$$U_{temp} = \frac{k \cdot T}{q} \tag{A.4}$$

setzt sich bekannterweise aus der Boltzmannkonstanten k, der Temperatur T und der Ladung q zusammen und beträgt ca. 26mV bei Raumtemperatur. Letztendlich beeinflußt die flächenbezogene Gatekapazität C'_g:

$$C'_g = \frac{\varepsilon}{d} \tag{A.5}$$

[A1] Typ des Gatematerials tpg:
1) tpg=+1 : Vorzeichen der Gatedotierung entgegengesetzt zur Substratdotierung
2) tpg=-1 : Vorzeichen der Gatedotierung gleich dem der Substratdotierung
3) tpg= 0 : Gatematerial aus Aluminium

den Ausdruck zur Berechnung der Flachbandspannung. Soll sowohl der Bereich der starken als auch schwachen Inversion berücksichtigt werden, so muß bei dem ebenfalls im Schwellenspannungsterm enthaltenen Oberflächenpotential Φ_S eine Unterscheidung getroffen werden:

$$\Phi_S = \begin{cases} 2 \cdot \Phi_F & \text{für starke Inversion} \\ 1{,}5 \cdot \Phi_F & \text{für schwache Inversion} \end{cases} . \tag{A.6}$$

Im Bereich der starken Inversion setzt sich das Oberflächenpotential Φ_S aus dem Zweifachen des Fermipotentials Φ_F zusammen. Dagegen ist im Bereich der schwachen Inversion das Oberflächenpotential um eine Hälfte des Fermipotentials reduziert. Das Fermipotential:

$$\Phi_F = U_{temp} \cdot \ln\left(\frac{N_{SUB}}{n_i}\right) \tag{A.7}$$

hängt von der Temperaturspannung U_{temp} sowie dem logarithmischen Verhältnis zwischen der Substratdotierung N_{SUB} und der intrinsischen Eigenleitungsdichte n_i ab. Der letzte Term in der Schwellenspannung U_T wird durch die Multiplikation der Substrateffektkonstanten:

$$\gamma = \frac{\sqrt{2 \cdot q \cdot \varepsilon_o \cdot \varepsilon_{Si} \cdot N_{SUB}}}{C'_g} \tag{A.8}$$

mit dem Sagrationskoeffizienten [95]:

$$sarg = \begin{cases} \sqrt{\Phi_S - U_{BS}} & \text{falls} \quad U_{BS} \le 0 \\ \dfrac{\sqrt{\Phi_S}}{1 + 0{,}5 \cdot \dfrac{U_{BS}}{\Phi_S} + 0{,}375 \cdot \dfrac{U_{BS}}{\Phi_S}} & \text{sonst} \end{cases} \tag{A.9}$$

gebildet. Je nach Vorzeichen der Substratvorspannung U_{BS} werden unterschiedliche Ausdrücke für den Sagrationskoeffizienten *sarg* gemäß der obigen Gleichung (A.8) verwendet. Die Schwellenspannung U_{T0} ohne Substratvorspannung ($U_{BS} \overset{!}{=} 0$) ergibt sich somit zu:

$$U_{T0} = \Phi_{MS} - \frac{q \cdot N_{SS}}{C'_g} + \Phi_S + \gamma \cdot \sqrt{\Phi_S} . \tag{A.10}$$

Über eine am MOS-Transistor angelegte Gate-Source-Spannung U_{GS} kann somit der Zustand der Kanalregion beeinflußt werden. Bis knapp unterhalb der Schwellenspannung U_T ist der Kanal an Ladungsträgern verarmt, mit zunehmender Spannung durchläuft er Zustände einer schwachen und starken Anreicherung, bzw. Inversion von Ladungsträgern. Die Spannung, bei welcher der Transistor den Übergang von der schwachen zur starken Inversion vollzieht, kann über eine sog. Einschaltspannung U_{ON} definiert werden, die sich aus der Schwellenspannung U_T, der Temperaturspannung U_{temp} und einem sog. Slope-Faktor n_s zusammensetzt:

$$U_{ON} = U_T + n_s \cdot U_{temp} . \tag{A.11}$$

Der sog. Slope-Faktor n_s:

$$n_s = 1 + \frac{q \cdot NFS + \frac{\gamma \cdot C_g'}{2 \cdot \sqrt{\Phi_S - U_{BS}}}}{C_g'} \tag{A.12}$$

stellt eine technologieabhängige Größe dar, die in der Regel zwischen 1.3 und 2 variiert und zudem noch über die Substratvorspannung U_{BS} beeinflußbar ist. Für Gate-Source-Spannungen oberhalb der Einschaltspannung U_{ON} (starke Inversion) kann für den Drainstrom I_{DS} im sog. Anlaufgebiet, das auch häufig als ***Triodengebiet*** bezeichnet wird, folgender Zusammenhang:

$$I_{DS} = \frac{B_0 \cdot \frac{W}{L} \cdot \left((U_{GS} - U_T) - \frac{U_{DS}}{2} \right) \cdot U_{DS} \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DS})}{(1 + \Theta \cdot (U_{GS} - U_T)) \cdot \left(1 + \frac{U_{DS}}{E_C \cdot L_{eff}} \right)} \tag{A.13}$$

angegeben werden, wobei B_0 die Leitfähigkeitskonstante angibt:

$$B_0 = \mu_0 \cdot C'_g, \tag{A.14}$$

die sich wiederum aus der Beweglichkeit μ_0 der Ladungsträger und der flächenbezogenen Gatekapazität C'_g zusammensetzt. Der Term $(1+\lambda \cdot U_{DS})$ berücksichtigt dabei den Effekt der Kanallängenmodulation und stellt eine empirische Korrektur des Ausgangsleitwertes $g_{ds} = \partial I_{DS}/\partial U_{DS}$ dar. Für die Genauigkeit der Stromberechnung ist zudem die Berücksichtigung der sog. Geschwindigkeitssättigung von enormer Wichtigkeit, da eine Vernachlässigung dieses Effekts bereits zu einer Abweichung des Absolutwertes im zweistelligen Prozentbereich führen kann. Da die Geschwindigkeit der beweglichen Ladungsträger im Kanal einem elektrischen Feld sowohl in longitudinaler als auch transversaler Richtung unterworfen sind, kann der Effekt der Geschwindigkeitssättigung durch die Reduktion einer Längsfeldbeweglichkeit μ_L:

$$\mu_L = \frac{\mu_0}{1 + \frac{U_{DS}}{E_C \cdot L_{eff}}} \tag{A.15}$$

und einer Querfeldbeweglichkeit μ_Q:

$$\mu_Q = \frac{\mu_0}{1 + \Theta \cdot (U_{GS} - U_T)} \tag{A.16}$$

beschrieben werden [95]. Dabei entspricht Θ dem Querfeldbeweglichkeitsreduktionsfaktor und E_C der kritischen Feldstärke:

$$E_C = \frac{v_{max}}{\mu_0}, \tag{A.17}$$

die sich aus der maximalen Geschwindigkeit v_{max} und der Beweglichkeit μ_0 der Ladungsträger berechnet.

Für kleine Drain-Source-Spannungen verhält sich der Transistor wie ein spannungsgesteuerter Widerstand. Erreicht die Drain-Source-Spannung im Kanal die sogenannte Sättigungsspannung U_{DSAT}, wird der Kanal abgeschnürt, so daß der Drainstrom I_{DS} bei Vernachlässigung der Kanallängenmodulation nahezu konstant bleibt. Mit der Abschnürbedingung:

$$\frac{\partial I_{DS}}{\partial U_{DS}} \overset{!}{=} 0 \tag{A.18}$$

ergibt sich die Sättigungsspannung zu [20]:

$$U_{DSAT} = \frac{U_{GS} - U_T}{\sqrt{K}} \tag{A.19}$$

mit:

$$K = \frac{1 + V_C + \sqrt{1 + 2 \cdot V_C}}{2} \quad \text{und:} \quad V_C = \frac{(U_{GS} - U_T) \cdot \mu_0}{v_{max} \cdot L_{eff}}. \tag{A.20}$$

Die Sättigungsspannung U_{DSAT}, die häufig auch als effektive Gate-Source-Spannung U_{geff} bezeichnet wird, definiert die Grenze zwischen dem zuvor erwähnten Triodengebiet und dem sich anschließendem ***Sättigungsgebiet***. Für den Strom oberhalb der Sättigungsspannung U_{DSAT} gilt:

$$I_{DS} = \frac{B_0 \cdot \frac{W}{L} \cdot \left((U_{GS} - U_T) - \frac{U_{DSAT}}{2} \right) \cdot U_{DSAT} \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DS})}{(1 + \Theta \cdot (U_{GS} - U_T)) \cdot \left(1 + \frac{U_{DSAT}}{E_C \cdot L_{eff}} \right)}. \tag{A.21}$$

In diesem Gebiet verhält sich der Transistor wie eine spannungsgesteuerte Stromquelle mit einem endlichen Ausgangsleitwert g_d.

Für Gate-Source-Spannungen unterhalb der zuvor angegebenen Einschaltspannung U_{ON} gemäß Gleichung (A.10) berechnet sich der Drainstrom [96]:

$$I_{DS} = I_{DSON} \cdot \exp\left(\frac{(U_{GS} - U_{ON})}{n_s \cdot U_{temp}} \right) \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{U_{DS}}{U_{temp}} \right) \right) \tag{A.22}$$

gemäß einer exponentiellen Charakteristik, die dem eines Bipolartransistors stark ähnelt. I_{DSON} ist dabei der Drainstrom in starker Inversion bei $U_{GS}=U_{ON}$. Bei Drain-Source-Spannungen U_{DS} im Bereich vom drei- bis vierfachen der Temperaturspannung U_{temp} geht der Drainstrom I_{DS} in Sättigung, da der Ausdruck $\exp(-U_{DS}/U_{temp})$ gegenüber eins vernachlässigbar klein wird.

B Konvergenzbetrachtungen unterschiedlicher Interpolationsverfahren

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit Konvergenzbetrachtungen unterschiedlicher Interpolationsverfahren. Betrachtet wird dabei sowohl das klassische Interpolationsverfahren nach Lagrange als auch ein moderneres Interpolationsverfahren mit stückweise definierten Polynomfunktionen, das für den Einsatz in der Praxis weitaus praktikabler ist.

Bevor wir uns jedoch mit den Fehlerabschätzungen der moderneren Interpolationsverfahren auseinander setzen, sei zunächst die klassische Interpolationsmethode nach Lagrange betrachtet. Hierbei interessiert uns, wie genau ein Langrange´sches Interpolationspolynom $P_m(x)$ vom Grad m eine Funktion f(x) aus einer vorgegebenen Anzahl von n Meßpunkten approximiert [33,36,37]. Der Grad m des Interpolationspolynoms $P_m(x)$ ist dabei m=n+1. Die Größe des Interpolationsfehlers läßt sich jedoch nur angeben, wenn die Funktion f(x) bekannt und (m+1)-mal stetig differenzierbar ist. Dazu betrachten wir den resultierenden Interpolationsfehler:

$$\varepsilon_I(x) = f(x) - P_m(x) \tag{B.1}$$

im gesamten Interpolationsintervall [a,b]. Nachfolgend definieren wir uns eine Hilfsfunktion F(x):

$$F(x) = \varepsilon_I(x) - c \cdot w(x)\,, \tag{B.2}$$

mit dem Knotenpolynom:

$$w(x) = \prod_{i=0}^{m=n-1} (x - x_i)\,. \tag{B.3}$$

Für festes x_f ergibt sich c zu einer konstanten Zahl:

$$c = \frac{\varepsilon_I(x_f)}{w(x_f)}\,. \tag{B.4}$$

Da die Interpolationsbedingung an den Stellen $x=x_i$ erfüllt ist, gilt:

$$F(x_i) = \varepsilon_I(x_i) - c \cdot w(x_i) = 0 \quad \forall \quad i=0,1,..,n-1 \tag{B.5}$$

und unter Berücksichtigung von Gleichung (B.4) an einer festen Stelle x_f:

$$F(x_f) = \varepsilon_I(x_f) - c \cdot w(x_f) = \varepsilon_I(x_f) - \frac{\varepsilon_I(x_f)}{L(x_f)} \cdot w(x_f) = 0\,. \tag{B.6}$$

Die Hilfsfunktion F(x) besitzt deshalb in [a,b] mindestens (m+2) verschiedene Nullstellen. Mit der Voraussetzung, daß die Funktion f(x) mindestens (m+1)-mal stetig differenzierbar ist, existiert nach dem Satz von Rolle eine Stelle $\xi \in [a,b]$, für die $F^{(m+1)}(\xi)=0$ gilt.

Da $P_m(x)$ ein Polynom m.ter Ordnung sowie das Knotenpolynom w(x) ein Polynom (m+1).ter Ordnung ist, folgt für die (m+1).te Ableitung der Hilfsfunktion F(x):

$$F^{(m+1)}(x) = f^{(m+1)}(x) - c \cdot (m+1)! \,. \tag{B.7}$$

Mit $F^{(m+1)}(\xi)=0$ ergibt sich:

$$F^{(m+1)}(\xi) = f^{(m+1)}(\xi) - c \cdot (m+1)! = 0 \,. \tag{B.8}$$

Löst man die obige Gleichung (B.8) nach c auf, so ergibt sich:

$$c = \frac{f^{(m+1)}(\xi)}{(m+1)!} \,. \tag{B.9}$$

Mit Hilfe von Gleichung (B.7) läßt sich der Interpolationsfehler an der Stelle x_f zu:

$$\varepsilon_I(x_f) = f(x_f) - P_n(x_f) = \frac{f^{(m+1)}(\xi)}{(m+1)!} \cdot w(x_f) \tag{B.10}$$

angeben. Mit Hilfe dieser Formel läßt sich sofort eine Schranke für den Interpolationsfehler $\varepsilon_I(x)$ angeben, falls sich der Betrag der (m+1).ten Ableitung von f(x) bzgl. des Interpolationsintervalls [a,b] leicht abschätzen läßt:

$$\varepsilon_I(x) = \left|f(x) - P_m(x)\right| \le \frac{\max\limits_{\xi\in[a,b]} f^{(m+1)}(\xi)}{(m+1)!} \cdot \left|w(x)\right| . \tag{B.11}$$

Kommen wir nun zu den moderneren Interpolationsverfahren, die für den Einsatz in der Praxis weitaus praktikabler sind. Hierzu zählt die stückweise Polynom- bzw. Spline-Interpolation. Aufgrund der hervorragenden Eigenschaften der kubischen Interpolation, sei der resultierende Interpolationsfehler:

$$\varepsilon_I(x) = f(x) - S_3(x) \tag{B.12}$$

betrachtet, der zwischen einer Funktion $f(x) \in C^4[a,b]$ und der stückweise kubischen Polynom- bzw. Spline-Interpolierenden $S_3(x)$ auftritt. Das Interpolationsintervall $I[a,b] \subseteq \mathbb{R}$ ist dabei in einzelne Teilintervalle bzgl. der Zerlegung $Z_n:=\{a=x_0 < x_1 < \ldots < x_{n-1}=b\}$ unterteilt. Aufgrund der Interpolationsbedingung $S_3(x_i)=0$ gilt folglich für den Interpolationsfehler $\varepsilon_I(x) \in C^3[a,b]$:

$$\varepsilon_I(x_i) = 0 \;\; \forall \;\; i=0,1,..,n-1. \tag{B.13}$$

Nach dem Satz von Rolle existieren genau (n-1) Stellen ξ_i, für die die Ableitung $\varepsilon_I'(x)$ der Fehlerfunktion verschwindet:

$$\varepsilon_I'(\xi_i) = 0 \;\; \forall \;\; i=1,2,..,n-1. \tag{B.14}$$

Werden zudem die vollständigen Randbedingungen aus Gleichung (3.28) zugrunde gelegt, so gilt zusätzlich:

$$\varepsilon_I'(a = x_0) = \varepsilon_I'(b = x_{n-1}) = 0\,. \tag{B.15}$$

Um nun eine Beziehung zwischen dem Fehler $\varepsilon_I(x)$ und der zu approximierenden Funktion f(x) herzustellen, bilden wir das innere Produkt $\langle f''(x),\varepsilon_I''(x)\rangle$. Da sich nach zweimaliger Ableitung der Gleichung (B.12) $f''(x)=S_3''(x)+\varepsilon_I''(x)$ ergibt, kann das innere Produkt $\langle f''(x),\varepsilon_I''(x)\rangle$ auch geschrieben werden als:

$$\begin{aligned}\left\langle f''(x), \varepsilon_I''(x)\right\rangle &= \left\langle S_3''(x) + \varepsilon_I''(x), \varepsilon_I''(x)\right\rangle \\ &= \left\langle S_3''(x), \varepsilon_I''(x)\right\rangle + \left\langle \varepsilon_I''(x), \varepsilon_I''(x)\right\rangle\end{aligned}\,. \tag{B.16}$$

Partielle Integration des inneren Produkts $\langle S_3''(x),\varepsilon_I''(x)\rangle$ ergibt:

$$\begin{aligned}\left\langle S_3''(x), \varepsilon_I''(x)\right\rangle &= \int_a^b S_3''(x)\cdot\varepsilon_I''(x)dx = \sum_{i=1}^{n-1}\int_{x_{i-1}}^{x_i} S_3''(x)\cdot\varepsilon_I''(x)dx \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} S_3''(x)\cdot\varepsilon_I'(x)\Big|_{x_{i-1}}^{x_i} - \sum_{i=1}^{n-1} S_3''(x)\cdot\varepsilon_I(x)\Big|_{x_{i-1}}^{x_i} + \sum_{i=1}^{n-1}\int_{x_{i-1}}^{x_i} S_3^{(4)}(x)\cdot\varepsilon_I(x)dx\,, \\ &= 0\end{aligned} \tag{B.17}$$

da alle drei Summen den Wert Null annehmen. Die erste Summe verschwindet wegen der Stetigkeit von $S_3''(x)\cdot\varepsilon_I'(x)$ sowie den geltenden Eigenschaften gemäß Gleichung (B.15), die sich aus den vollständigen Randbedingungen für die Ableitung $\varepsilon_I'(x)$ der Fehlerfunktion ergeben. Die zweite Summe verschwindet ebenfalls, da die kubische Spline-Interpolierende $S_3(x)$ die Interpolationsbedingung erfüllt, d.h. exakt durch die Stützstellen x_i verlaufen muß, und somit der resultierende Interpolationsfehler $\varepsilon_I(x_i)=0\ \forall\ i=0,1,..,n-1$ wird. Die dritte und letzte Summe verschwindet in gleicher Weise, da $S_3(x)$ auf den Teilintervallen $[x_{i-1},x_i]\ \forall\ i=0,1,..,n-1$ maximal ein Polynom dritten Grades sein kann und somit die vierte Ableitung $S_3^{(4)}(x)=0$ ist. Gleichung (B.16) ergibt in Kombination mit dem Ergebnis der Gleichung (B.17) die sog. erste Integral-Relation:

$$\left\langle f''(x), \varepsilon_I''(x)\right\rangle = \left\|\varepsilon_I''(x)\right\|_2^2\,. \tag{B.18}$$

Wird nun der Ausdruck des inneren Produkts $\langle f''(x),\varepsilon_I''(x)\rangle$ aus Gleichung (B.18) wiederum partiell integriert, so ergibt sich entsprechend den Überlegungen zur Gleichung (B.17):

$$\left\langle f''(x), \varepsilon_I''(x)\right\rangle = \left\langle f^{(4)}(x), \varepsilon_I(x)\right\rangle\,, \tag{B.19}$$

woraus sich mit Hilfe der Gleichung (B.18) die zweite Integral-Relation ableiten läßt:

$$\left\langle f^{(4)}(x), \varepsilon_I(x)\right\rangle = \left\|\varepsilon_I''(x)\right\|_2^2\,. \tag{B.20}$$

Die Anwendung der Schwarz´schen Ungleichung auf die Gleichung (B.20) liefert uns:

$$\left\|\varepsilon_I''(x)\right\|_2^2 \le \left\|\varepsilon_I(x)\right\|_2 \cdot \left\|f^{(4)}(x)\right\|_2 . \tag{B.21}$$

Den noch fehlenden Zusammenhang zwischen der Fehlerfunktion $\varepsilon_I(x)$ und dessen ersten beiden Ableitungen $\varepsilon_I'(x)$ sowie $\varepsilon_I''(x)$ erhält man durch die zweimalige Anwendung der Friedrichs´schen Ungleichung [31] auf die Fehlerfunktion $\varepsilon_I(x)$:

$$\left\|\varepsilon_I(x)\right\|_2 \le \frac{\Delta x}{\pi} \cdot \left\|\varepsilon_I'(x)\right\|_2 \tag{B.22}$$

und

$$\left\|\varepsilon_I'(x)\right\|_2 \le 2 \cdot \frac{\Delta x}{\pi} \cdot \left\|\varepsilon_I''(x)\right\|_2 , \tag{B.23}$$

wobei:

$$\Delta x = \frac{b-a}{n-1} \tag{B.24}$$

den Stützstellenabstand bzw. die äquidistante Breite eines Teilintervalles $[x_{i-1}, x_i]$ angibt. Benutzen wir Gleichung (B.22) und (B.23), so ergibt sich ausgehend von Gleichung (B.21) der mittlere quadratische Fehler für die zweite Ableitung des Fehlerterms $\|\varepsilon''(x)\|_2$:

$$\begin{aligned}
&\left\|\varepsilon''(x)\right\|_2^2 \le \left\|\varepsilon(x)\right\|_2 \cdot \left\|f^{(4)}(x)\right\|_2 \\
&\overset{\text{Gl.(B.22)}}{\Rightarrow} \left\|\varepsilon''(x)\right\|_2^2 \le \frac{\Delta x}{\pi} \cdot \left\|\varepsilon'(x)\right\|_2 \cdot \left\|f^{(4)}(x)\right\|_2 \\
&\overset{\text{Gl.(B.23)}}{\Rightarrow} \left\|\varepsilon''(x)\right\|_2^2 \le 2 \cdot \left(\frac{\Delta x}{\pi}\right)^2 \cdot \left\|\varepsilon''(x)\right\|_2 \cdot \left\|f^{(4)}(x)\right\|_2 \\
&\Rightarrow \left\|\varepsilon''(x)\right\|_2 \le 2 \cdot \left(\frac{\Delta x}{\pi}\right)^2 \cdot \left\|f^{(4)}(x)\right\|_2
\end{aligned} . \tag{B.25}$$

Setzt man Gleichung (B.22) und (B.23) nochmals in Gleichung (B.25) ein, so ergeben sich die Abschätzungen für den quadratischen Fehler des resultierenden Interpolationsfehlers $\varepsilon_I(x)$ sowie dessen erster und zweiter Ableitung $\varepsilon_I'(x)$ und $\varepsilon_I''(x)$:

$$\begin{aligned}
&\left\|\varepsilon_I''(x)\right\|_2 \le 2 \cdot \left(\frac{\Delta x}{\pi}\right)^2 \cdot \left\|f^{(4)}(x)\right\|_2 \\
&\overset{\text{Gl.(B.23)}}{\Rightarrow} \left\|\varepsilon_I'(x)\right\|_2 \le 4 \cdot \left(\frac{\Delta x}{\pi}\right)^3 \cdot \left\|f^{(4)}(x)\right\|_2 \\
&\overset{\text{Gl.(B.22)}}{\Rightarrow} \left\|\varepsilon_I(x)\right\|_2 \le 4 \cdot \left(\frac{\Delta x}{\pi}\right)^4 \cdot \left\|f^{(4)}(x)\right\|_2
\end{aligned} . \tag{B.26}$$

Unter schärferen Bedingungen kann sogar die punktweise Konvergenz $\|\varepsilon_I(x)\|_\infty$ gezeigt werden.

Abschätzungen für den resultierenden Interpolationsfehler $\varepsilon_I(x)$ sind je nach Art und Ordnung des angewendeten Interpolationsverfahren in der nachfolgenden **Tabelle B.1** der Übersichtlichkeit halber gegenübergestellt.

Zu beachten ist dabei jedoch die Norm, nach dem der jeweilige Interpolationsfehler $\varepsilon_I(x)$ abgeschätzt worden ist. Wird die L_2-Norm verwendet, so sagt die Abschätzung nur etwas über den mittleren quadratischen Interpolationsfehler $\|\varepsilon_I(x)\|_2$ aus, dagegen nichts über den maximalen punktweisen Fehler. Soll dagegen die punktweise Konvergenz gezeigt werden, so muß die L_∞-Norm zur Berechnung des Interpolationsfehler $\varepsilon_I(x)$ verwendet werden.

Tabelle B.1 Fehlerabschätzungen für unterschiedliche Interpolationsverfahren

Interpolationsfehler $\varepsilon_I(x)$ / Interpolationsverfahren	linear	quadratisch	kubisch
klassische Interpolation (nach Lagrange)	$\le \frac{\max\limits_{\xi\in[a,b]} f''(\xi)}{2!} \cdot \lvert w(x)\rvert$ *)	$\le \frac{\max\limits_{\xi\in[a,b]} f'''(\xi)}{3!} \cdot \lvert w(x)\rvert$ *)	$\le \frac{\max\limits_{\xi\in[a,b]} f^{(4)}(\xi)}{4!} \cdot \lvert w(x)\rvert$ *)
moderne Interpolation (stückweise Polynom- bzw. Spline-Interpolation)	$\le \left(\frac{\Delta x}{\pi}\right)^2 \cdot f''(x)$ **)	/	$\le 4 \cdot \left(\frac{\Delta x}{\pi}\right)^4 \cdot f^{(4)}(x)$ **)

*) $\varepsilon(x)$ gemäß der L_∞-Norm, **) $\varepsilon(x)$ gemäß der L_2-Norm

C Grundlegende Funktionsweise und charakteristische Eigenschaften eines ΣΔ-Modulators

Bild C.1 zeigt ein allgemeingültiges Blockdiagramm für einen ΣΔ-Modulator. Der Modulator ist ein nichtlinearer Regelkreis, der in einen linearen Block (Schleifenfilter) und einen nichtlinearen Block (Quantisierer) zerlegt werden kann. Die Ordnung des Schleifenfilters bestimmt gleichzeitig die Ordnung des ΣΔ-Modulators. Das Schleifenfilter kann sowohl zeitkontinuierlich als auch zeitdiskret aufgebaut sein. Häufig wird jedoch die zeitdiskrete Lösung bevorzugt verwendet, da im Gegensatz zur zeitkontinuierlichen Lösung die Lage der Pol- und Nullstellen exakt über ein Verhältnis(!) von Kapazitäten eingestellt werden kann. Somit können die gewünschten Filtereigenschaften ohne aufwendiges Lasertrimmen von integrierten Widerständen in einer CMOS-Technologie erzielt werden. Weitere Vor- und Nachteile für die zeitdiskrete sowie die zeitkontinuierliche Lösung sind in [66, S.168ff] nachzulesen.

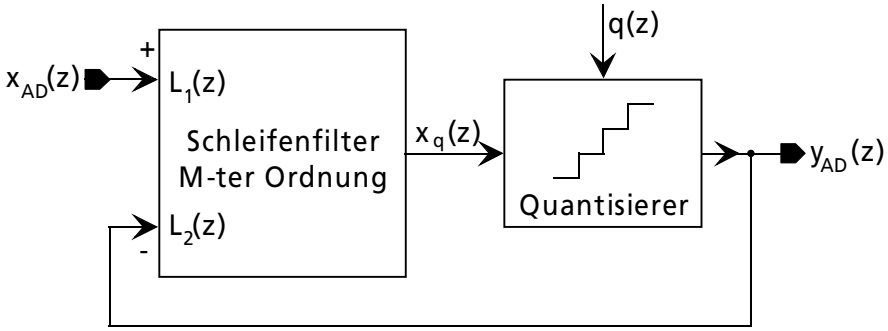


Bild C.1 Architektur eines ΣΔ-Modulators M.ter Ordnung

Der Ausgang des Schleifenfilters, bzw. der Eingang $x_q(z)$ des Quantisierers kann durch:

$$x_q(z) = L_1(z) \cdot x_{AD}(z) - L_2(z) \cdot y_{AD}(z) \tag{C.1}$$

beschrieben werden. Aufgrund der Tatsache, daß es sich beim ΣΔ-Modulator um einen nichtlinearen Regelkreis handelt, wir aber die Analysemethoden der linearen Systemtheorie verwenden wollen, muß eine Linearisierung des Quantisierers erfolgen. Im ersten Schritt wird der Quantisierer durch eine einfache Addition eines Fehlersignals q(z) zum Nutzsignal $x_q(z)$ ersetzt. Damit ist die Nichtlinearität jedoch noch nicht eliminiert, sondern nur auf den Fehlereingang verschoben worden. Da üblicherweise eine Korrelation zwischen dem Fehlersignal q(z) und dem Eingangssignal $x_{AD}(z)$ des ΣΔ-Modulators existiert, besteht die eigentliche Linearisierung erst darin, gewisse Bedingungen an das Eingangssignal zu stellen [98], so daß die Korrelation zwischen der Fehler- und Signalsequenz zu vernachlässigen ist. Um die Analyse einfach zu halten wird davon ausgegangen, daß die Fehlersequenz, die durch die Quantisierung entsteht, als ein eigenständiges Signal betrachtet werden kann, dessen Eigenschaften der einer weißen Rauschquelle entsprechen.

Aus diesem Grunde wird q(z) häufig auch als Quantisierungsrauschen bezeichnet. Definiert man nun q(z) aus der Differenz zwischen dem Eingang $x_q(z)$ und dem Ausgang $y_{AD}(z)$ des Quantisierers:

$$q(z) = y_{AD}(z) - x_q(z)\,, \tag{C.2}$$

so kann das Ausgangssignal $y_{AD}(z)$ des Modulators durch eine häufig in der Literatur gefundene Schreibweise [66]:

$$y_{AD}(z) = \frac{L_1(z)}{1+L_2(z)} \cdot x_{AD}(z) + \frac{1}{1+L_2(z)} \cdot q(z) = H_{STF}(z) \cdot x_{AD}(z) + H_{NTF}(z) \cdot q(z)\,. \tag{C.3}$$

ausgedrückt werden. $H_{STF}(z)$ und $H_{NTF}(z)$ sind infolgedessen die Signal- und Rauschübertragungsfunktionen des vorliegenden ΣΔ-Modulators. Solange die Nullstellen von $H_{STF}(z)$ nicht mit den Polstellen des gemeinsamen Nennerpolynoms $1\text{-}L_2(z)$ übereinstimmen, besitzt die Rausch- und Signalübertragungsfunktion dieselben Polstellen. Aus diesem Grund reicht es im allgemeinen für eine Stabilitätsbetrachtung aus, die Nullstellen des Nennerpolynoms von $H_{NTF}(z)$ zu untersuchen. Mit Hilfe der Übertragungsfunktionen $H_{NTF}(z)$ und $H_{STF}(z)$ kann der funktionale Zusammenhang der Schleifenfilter:

$$L_1(z) = \frac{H_{STF}(z)}{H_{NTF}(z)} \quad \text{und} \quad L_2(z) = \frac{H_{NTF}(z) - 1}{H_{NTF}(z)} \tag{C.4}$$

abgeleitet werden. Für tiefpaßbegrenzte Eingangssignale $x_{AD}(z)$ des Modulators werden als Schleifenfilter häufig kaskadierte Integratoren verwendet, die je nach Ordnung ein oder mehrere Pole im Durchlaßbereich besitzen. Die Integratoren besitzen im interessierenden Durchlaßbereich eine hohe Verstärkung, die für die Unterdrückung des Quantisierungsrauschens q(z) verantwortlich sind. Besitzen die Eingangssignale keinen Gleichanteil, können ebenso Bandpässe als Schleifenfilter eingesetzt werden. Für die Integratoren kommen sog. „Forward"- und „Backward-Euler"-Integratoren aus **Bild C.2** in Frage. Wie der Name schon sagt, besitzen die „Forward-Euler"-Integratoren eine Verzögerung im Vorwärtszweig, die „Backward-Euler"-Integratoren eine Verzögerung im Rückwärtszweig [99].

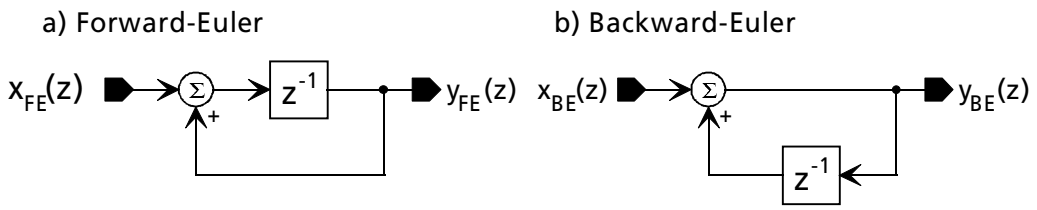


Bild C.2 „Forward-Euler"- und „Backward-Euler"-Integratoren

Die Übertragungsfunktionen des „Forward-Euler"-Integrators $H_{FE}(z)$ und des „Backward-Euler"-Integrators $H_{BE}(z)$ ergeben sich im z-Bereich zu:

$$H_{FE}(z) = \frac{y_{FE}(z)}{x_{FE}(z)} = \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} = \frac{1}{z-1} \quad \text{und:} \quad H_{BE}(z) = \frac{y_{BE}(z)}{x_{BE}(z)} = \frac{1}{1-z^{-1}} = \frac{z}{z-1}. \tag{C.5}$$

Wird beispielsweise für einen ΣΔ-Modulator erster Ordnung (M=1) ein sog. „Forward-Euler"-Integrator mit $L_1(z) = H_{FE}(z) = -L_2(z)$ und ein Komparator als Quantisierer verwendet, so ergibt sich die Signal- und Rauschübertragungsfunktion gemäß Gleichung (C.3) zu:

$$H_{STF}(z) = z^{-1} \text{ und } H_{NTF}(z) = \left(1-z^{-1}\right)^1. \tag{C.6}$$

Bei der Verwendung eines „Backward-Euler"-Integrators ergibt sich:

$$H_{STF}(z) = \frac{1}{2-z^{-1}} = \frac{1}{D(z)} \text{ und } H_{NTF}(z) = \frac{1-z^{-1}}{2-z^{-1}} = \frac{\left(1-z^{-1}\right)^1}{D(z)}. \tag{C.7}$$

In dem nachfolgenden **Bild C.3** sind die Auswirkungen bei der Verwendung der unterschiedlichen Integratortypen graphisch verdeutlicht.

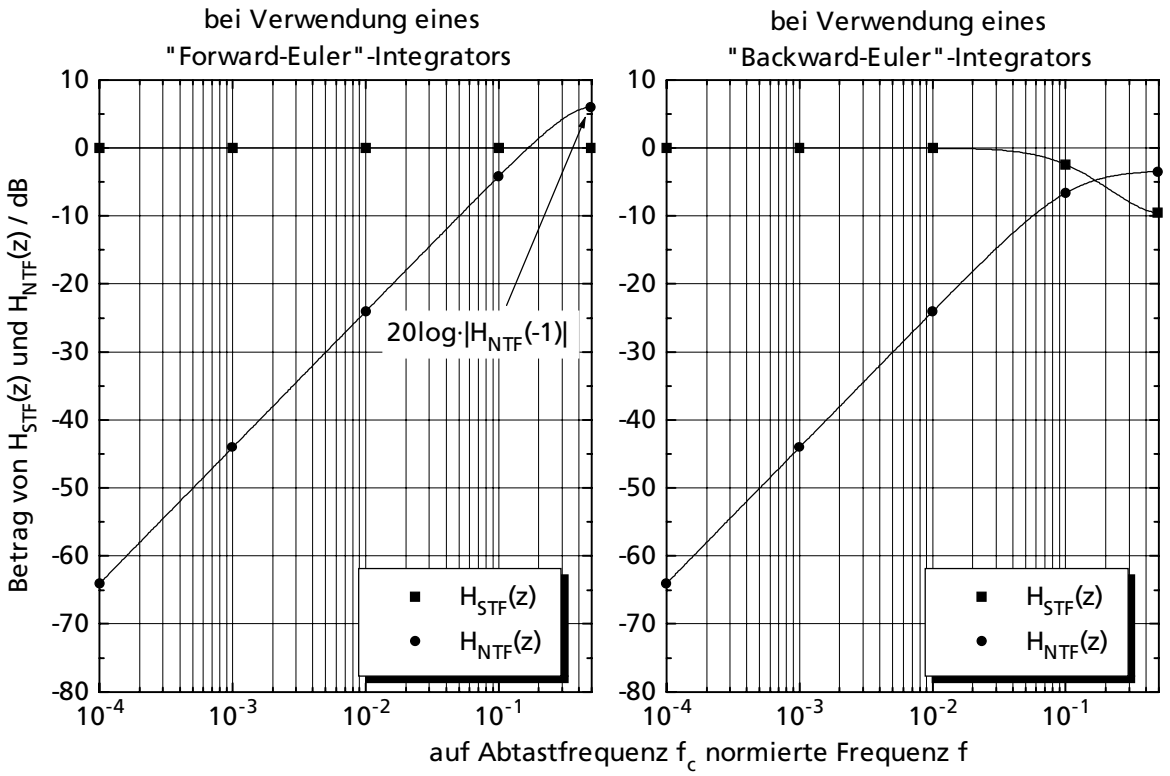


Bild C.3 Signal- und Rauschübertragungsfunktionen eines ΣΔ-Modulators 1.ter Ordnung bei Verwendung eines „Forward-Euler"- und „Backward-Euler"-Integrators

Bei der Verwendung eines „Forward-Euler"-Integrators verläuft die Signalübertragungsfunktion $H_{STF}(z)$ flach über dem gesamten Frequenzbereich bis einschließlich zur halben Abtastfrequenz $f_c/2$. Die Rauschübertragungsfunktion $H_{NTF}(z)$ weist ein differenzierendes Verhalten auf, das in der Literatur häufig auch als sog. „Noise-Shaping" bezeichnet wird. Der Betrag der Rauschübertragungsfunktion sinkt unterhalb der halben Abtastfrequenz mit 20dB/Dekade und unterdrückt somit zunehmend zu abnehmenden Frequenzen hin das als „weiß" angenommene Quantisierungsrauschen q(z). Bei der Verwendung eines „Backward-Euler"-Integrators erfährt das Eingangssignal $x_{AD}(z)$ des Modulators eine Bandbegrenzung, die durch die Nullstellen der Übertragungsfunktion D(z) hervorgerufen werden. Diese Funktion D(z) ist ebenfalls für die Abschwächung der maximalen Verstärkung $|H_{NTF}(-1)|=2^M$ der Rauschübertragungsfunktion nahe der halben Abtastfrequenz verantwortlich. Die zuvor beschriebene „Noise-Shaping"-Eigenschaft bleibt jedoch ebenso wie bei der Verwendung eines „Forward-Euler"-Integrators erhalten.

Eine Untersuchung der unterschiedlichsten Modulatorarchitekturen höherer Ordnung M führt auf zwei immer wieder auftretende Rauschübertragungsfunktionen [66]:

der Form a):
$$H_{NTF}(z) = \left(1 - z^{-1}\right)^M \tag{C.8}$$

und der Form b):
$$H_{NTF}(z) = \frac{\left(1 - z^{-1}\right)^M}{D(z)}. \tag{C.9}$$

Diese Funktionen weisen Hochpaßcharakter auf, deren Beträge unterhalb der halben Abtastfrequenz $f_c/2$ mit M·20dB/Dekade absinken. Speziell bei Modulatoren höherer Ordnung mit M>2 treten jedoch bei der Verwendung von den sehr einfachen H_{NTF}´s der Form a) Stabilitätsprobleme auf, da die maximal auftretende Verstärkung $|H_{NTF}(-1)|=2^M$ mit zunehmender Ordnung M immer größer wird. Da das Signal am Eingang $x_q(z)$ des Komparators durch:

$$x_q(z) = H_{STF}(z) \cdot x_{AD}(z) + \left[H_{NTF}(z) - 1\right] \cdot q(z) \tag{C.10}$$

definiert ist, können die auftretenden Amplituden am Komparatoreingang sehr groß werden, wenn die Verstärkung der Rauschübertragungsfunktion $H_{NTF}(z)$ groß ist. Mit zunehmender Amplitude am Eingang des Komparators wird die Schleifenverstärkung g des Regelkreises immer kleiner. Wird die Schleifenverstärkung g zu gering, kann es zu Instabilitäten im Regelkreis kommen. Um die Stabilität, bzw. die Stabilitätsprobleme des nichtlinearen Regelkreises mit den Methoden der linearen Systemtheorie (z.B. mit Hilfe der Wurzelortskurven) genauer zu untersuchen, wird der Komparator durch ein lineares Element ersetzt. Hierzu wird ein Verstärker mit signalabhängigen Verstärkungsfaktor g verwendet. Der Verstärkungsfaktor g definiert sich über den Quotienten zwischen dem Aus- und Eingang des Komparators. Da dieser ausgangsseitig nur zwei Werte (±1) annehmen kann, besitzt der Verstärkungsfaktor, wie in dem nachfolgenden **Bild C.4** gezeigt, hyperbelartigen Charakter.

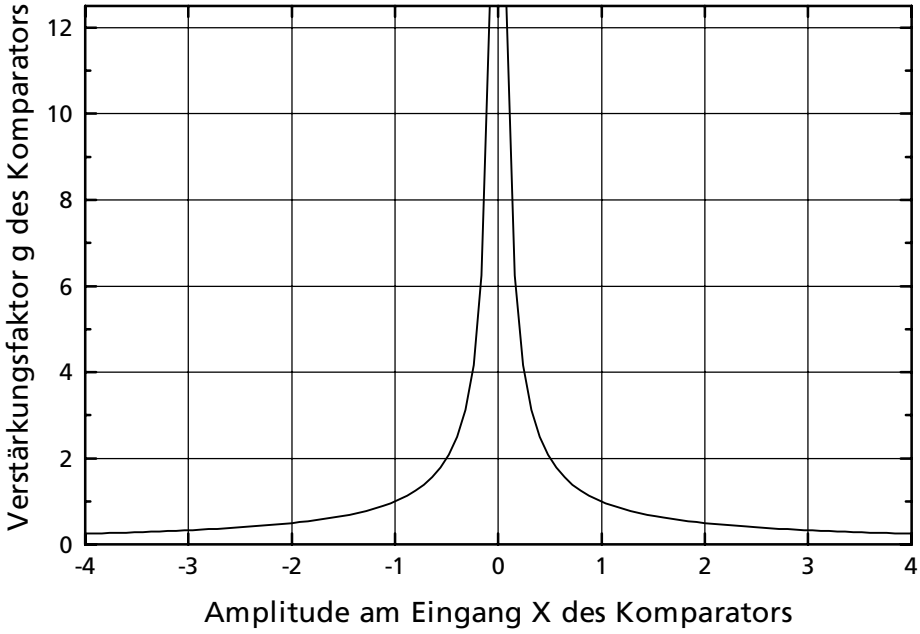


Bild C.4 Verstärkungsfaktor g eines Komparators

Bei kleinen Signalamplituden am Eingang des Komparators resultiert eine große Schleifenverstärkung g des Regelkreises. Im Gegensatz dazu nimmt g bei steigenden Signalamplituden am Eingang des Komparators mit einer 1/x-Charakteristik ab.

Geht man von der Rauschübertragungsfunktion mit rein differenzierenden Charakter gemäß der Form a) aus, und wird ein Komparator als Quantisierer verwendet, so kann eine allgemeingültige Formel für den Signal-Rausch-Abstand SNR eines ΣΔ-Modulators M.ter Ordnung angegeben werden [61]:

$$\mathrm{SNR} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_{sig}}{P_q}\right) + (2 \cdot M + 1) \cdot 10 \cdot \log\left(\frac{f_c}{2 \cdot f_B}\right) - 10 \cdot \log\left(\frac{\pi^{2 \cdot M}}{2 \cdot M + 1}\right). \qquad (C.11)$$

Hierin gibt f_c die Abtastfrequenz und f_B die Bandbreite des Eingangssignals x_{AD} an. Die Geschwindigkeitsreserve, die laut dem Nyquistkriterium und der Überabtastung vorhanden ist, wird häufig als sog. Oversampling-Rate $\mathrm{OSR}=f_c/2 \cdot f_B$ bezeichnet. P_{sig} und P_q geben die Rauschleistungen des Eingangssignals x_{AD} sowie des Quantisierungsfehlers q an. Legt man für das Eingangssignal x_{AD} ein sinusförmiges Signal mit einer Amplitude A zugrunde, so ergibt sich für die Leistung $P_{sig}=A^2/2$. Die Leistung P_q des als weiß angenommenen Quantisierungsfehlers q hängt dabei von der Quantisierungsstufenhöhe Δ ab, und es ergibt sich [100]:

$$P_q = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{\Delta^2}{12}. \qquad (C.12)$$

Stellt man den Signal-Rausch-Abstand SNR graphisch über der Oversampling-Rate OSR dar, so ergibt sich das nachfolgend gezeigte **Bild C.5**. Aus dieser Grafik läßt sich entnehmen, daß mit zunehmender Ordnung M des ΣΔ-Modulators bei gleichzeitig konstant bleibender OSR größere Signal-Rausch-Abstände SNR´s erzielt werden können. Ebenso kann durch die Erhöhung der Modulator-Ordnung M bei konstanter SNR die Oversampling-Rate OSR reduziert werden.

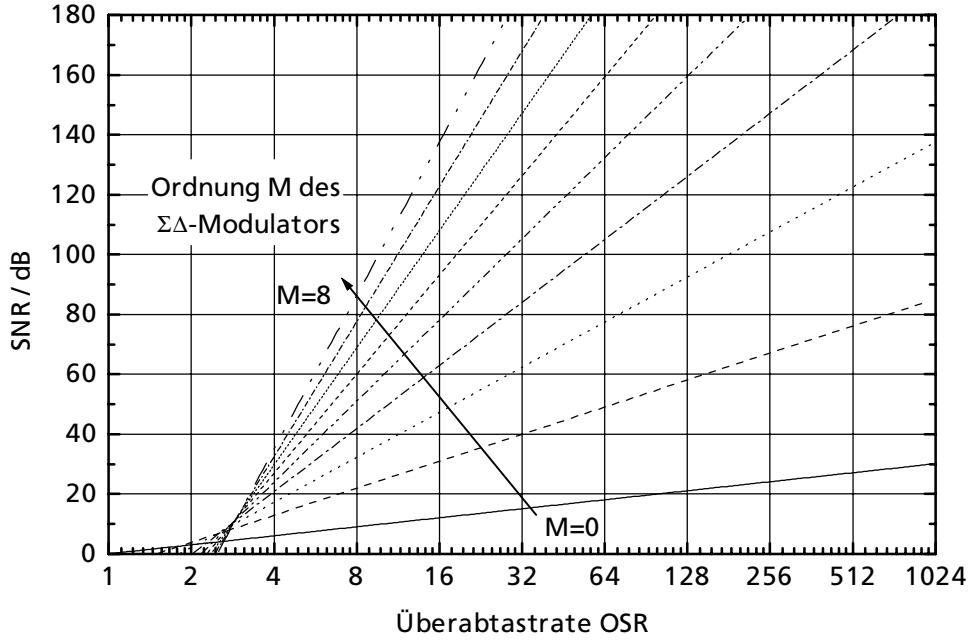


Bild C.5 Signal-Rausch-Abstand SNR über der Überabtastrate OSR für H_{NTF}´s der Form $(1-z^{-1})^M$

ΣΔ-Modulatoren mit den Rauschübertragungsfunktionen der Form a) sind für M>2 aus den zuvor beschriebenen Gründen nur sehr schwer stabil zu halten. Diese rein differenzierenden H_{NTF}´s der Ordnung M>2 können nur noch über eine Kaskadierung mehrerer ΣΔ-Modulatoren der Ordnung M≤2 realisiert werden. Diese Art der Modulatoren werden in der Literatur als sog. MASH-Wandler (Multi Stage Noise Shaper) bezeichnet. Nicht kaskadierte Wandler höherer Ordnung (M>2) müssen durch eine andere Maßnahme stabil gehalten werden. Nun kommen Modulatoren mit den bereits erwähnten H_{NTF}´s der Form b) in Betracht. Bei diesen Übertragungsfunktionen handelt es sich wiederum um H_{NTF}´s der Form $(1-z^{-1})^M$, jedoch kann über eine zusätzliche Funktion D(z) die Verstärkung nahe der halben Abtastfrequenz $f_c/2$ kontrolliert eingestellt werden.

D Einstufige Operationsverstärker

Charakteristisch für einstufige Verstärker ist eine Eingangsstufe mit niedriger Verstärkung und eine sich anschließende hochverstärkende, hochohmige Ausgangsstufe [101]. Die niedrige Verstärkung der Eingangsstufe wird durch die Belastung mit dem niederohmigen Eingangswiderstand der Kaskodentransistoren M5 und M5´ des in **Bild D.1** gezeigten Operationsverstärkers erzielt. Bei der in der Abbildung verwendeten Architektur handelt es sich um einen differentiellen Operationsverstärker mit gefalteter Kaskode. Um den maximalen Ausgangshub zu gewährleisten, muß die Gleichtaktkomponente am Ausgang des Operationsverstärkers kontrolliert werden [102]. Wird der Operationsverstärker in einer zeitdiskreten Signalverarbeitungsschaltung eingesetzt, kann die Gleichtaktregelung ebenfalls zeitdiskret, d.h. dynamisch erfolgen [103]. Beim Einsatz in zeitkontinuierlichen Signalverarbeitungsschaltungen muß die Gleichtaktregelung durch eine ebenfalls zeitkontinuierliche Gleichtaktregelung ersetzt werden [101-104].

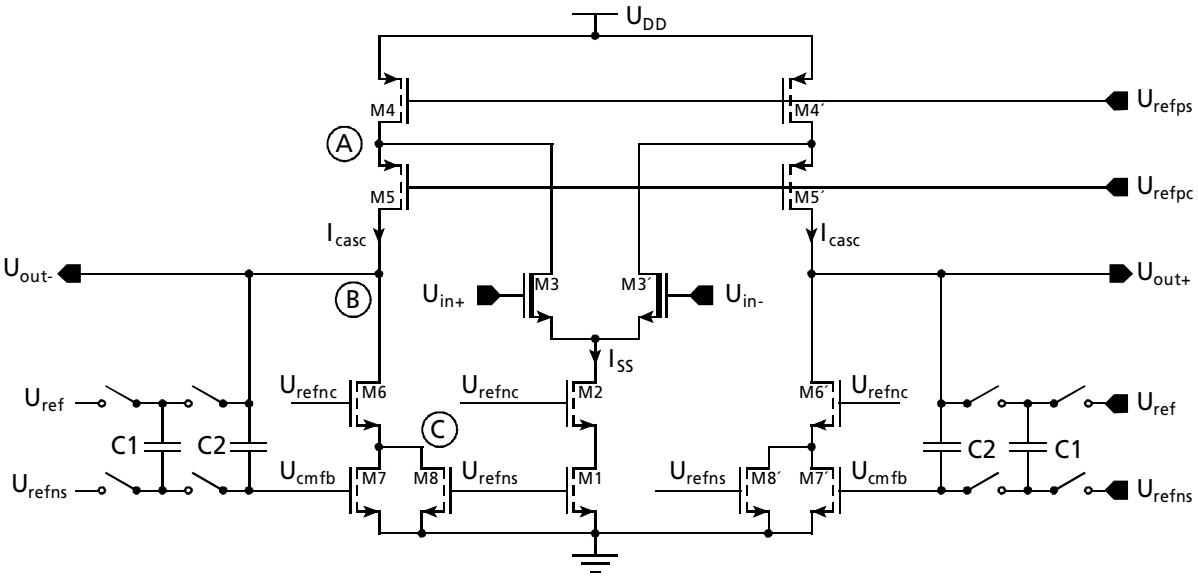


Bild D.1 differentieller Operationsverstärker mit dynamischer Gleichtaktregelung

Das Frequenzverhalten des in **Bild D.1** gezeigten Operationsverstärkers kann über ein entsprechendes Kleinsignalersatzschaltbild analysiert werden. Die kapazitive Belastung der Knoten A, B und C werden im folgenden mit C_{LA}, C_{LB} und C_{LC} abkürzend bezeichnet. Diese Kapazitäten setzen sich aus den einzelnen Bauelementkapazitäten und falls vorhanden den externen Lastkapazitäten zusammen.

Die Kleinsignalanalyse [105] ergibt für die Übertragungsfunktion H(s) unter der Annahme, daß die Steilheiten g_m der betrachteten Transistoren viel größer sind als die entsprechenden Ausgangsleitwerte g_d, folgenden Ausdruck:

$$H(s) = \frac{g_{m3} \cdot g_{m5} \cdot g_{m6} \cdot \left(1 + \frac{s \cdot C_{db5}}{g_{m5}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s \cdot (C_{LC} + C_{db6})}{g_{m6}}\right)}{P_1(s) + P_2(s)} \tag{D.1}$$

mit: $$P_1(s) = g_{d6} \cdot (g_{d7} + g_{d8}) \cdot g_{m5} \cdot \left(1 + \frac{s \cdot C_{db6}}{g_{d6}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s \cdot C_{LC}}{g_{d7} + g_{d8}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s \cdot (C_{LA} + C_{db5})}{g_{m5}}\right) \tag{D.2}$$

und: $$P_2(s) = g_{din} \cdot g_{d5} \cdot g_{m6} \cdot \left(1 + \frac{s \cdot C_{LA}}{g_{din}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s \cdot C_{LC}}{g_{m6}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s \cdot (C_{LB} + C_{db5})}{g_{d5}}\right). \tag{D.3}$$

Die Leerlaufverstärkung A_{vo} ergibt sich aus Gleichung (D.1) für niedrige Frequenzen zu:

$$A_{vo} = \frac{g_{m3}}{\frac{g_{d6} \cdot (g_{d7} + g_{d8})}{g_{m6}} + \frac{g_{d5} \cdot (g_{d3} + g_{d4})}{g_{m5}}} = g_{m3} \cdot r_{out}\,. \tag{D.4}$$

Die Leerlaufverstärkung A_{vo} bestimmt sich somit aus der Steilheit g_{m3} der Eingangstransistoren und dem hochohmigen Ausgangswiderstand r_{out}. Die Lage der Pol- und Nullstellen kann ebenfalls aus der berechneten Kleinsignal-Übertragungsfunktion H(s) gemäß Gleichung (D.1) berechnet werden. Der dominante Pol p_1 sitzt am Ausgang bedingt durch den hohen Ausgangswiderstand und der Kapazität C_{LB} am Knoten B, die von der Lastkapazität C_L und C_2 dominiert wird:

$$p_1 = -\frac{1}{r_{out} C_{LB}}\,. \tag{D.5}$$

Weiterhin ergeben sich zwei hochfrequente Polstellen:

$$p_2 = -\frac{g_{m5}}{C_{LA}} \text{ und } p_3 = -\frac{g_{m6}}{C_{LC}}\,. \tag{D.6}$$

Der Einfluß der Polstelle p_3 wird durch die erste der beiden existenten Nullstellen:

$$z_1 = -\frac{g_{m6}}{C_{LC}} \text{ und } z_2 = -\frac{g_{m5}}{C_{db5}} \tag{D.7}$$

kompensiert. Der verbleibende zweite Pol p_2, der somit die Phasenreserve bestimmt, ist stark von der Steilheit der Kaskodentransistoren M5 und M5´ sowie der parasitären Kapazität C_{LA} an dem Knoten A abhängig.

Das Verstärkungs-Bandbreite-Produkt GBW ist definiert als:

$$GBW = A_{vo} \cdot |p_1| = \frac{g_{m3}}{C_{LB}} \tag{D.8}$$

und dient als Designkriterium für die Lage des nichtdominaten Pols p_2. Bei vorgegebenem Verstärkungs-Bandbreite-Produkt GBW und Phasenreserve Φ_M gilt folgende Gleichung für die Lage der nichtdominanten Polstelle p_2:

$$|p_2| \geq GBW \cdot \tan(\phi_M)\,. \tag{D.9}$$

Neben den Designkriterien für die Dimensionierung der Leerlaufverstärkung A_{vo}, der Phasenreserve Φ_M und dem Verstärkungs-Bandbreite-Produkt GBW aus der Kleinsignalanalyse werden für die Einstellung des Großsignalverhaltens weitere Gleichungen benötigt. Diese Gleichungen, die das Großsignalverhalten beschreiben, sind zusammen mit den Kleinsignalgleichungen übersichtlich in der nachfolgenden **Tabelle D.1** dargestellt.

Tabelle D.1 Designgleichungen für Operationsverstärker nach **Bild D.1**

Leerlaufverstärkung A_{vo}	$A_{v0} = g_{m3} \cdot r_{out}$
Verstärkungs-Bandbreite-Produkt GBW	$GBW = \frac{g_{m3}}{C_{LB}}$
Phasenreserve Φ_M	$\Phi_M = \arctan\left(\frac{g_{m5}}{C_{LA} \cdot GBW}\right)$
Anstiegsgeschwindigkeit SR	$SR = \frac{I_{SS}}{2 \cdot C_{LB}}$
Ausgangshub OS	$\Delta U_{out}^{+} = \Delta U_{out}^{-} = U_{DD} - 2 \cdot U_{SAT,CM}$
Kaskodenstrom I_{casc}	$I_{casc} = GBW \cdot C_{LA} \cdot \tan(\Phi_M) \cdot \Delta U^{+}$
Leistungsverbrauch P_W	$P_W = 2 \cdot (I_{casc} + I_{SS}) \cdot U_{DD}$

E Zweistufige Operationsverstärker und ihre Kompensationsmethoden

Einstufige Operationsverstärker besitzen, wie bereits in Anhang D gezeigt, einen sehr hochohmigen Ausgang. Diese Verstärker sind somit nicht in der Lage niederohmige Lasten bis in den Bereich von einigen hundert Ohm zu treiben. Aus diesem Grund verwendet man für solche Anwendungen meist zweistufige Operationsverstärkerkonzepte mit einer niederohmigen zweiten Stufe. Solche Architekturen weisen beim einfachen Hintereinanderschalten der einzelnen Verstärkerstufen Polstellen auf, die im Frequenzbereich sehr nahe beieinander liegen, so daß kein stabiles Verhalten des Operationsverstärkers zu erwarten ist. Die Polstellen müssen mittels geeigneter Maßnahmen derart auseinander geschoben werden, daß eine genügend große Phasenreserve entsteht. Dieses Auseinanderschieben der Pole, oft auch als "pole-splitting" bezeichnet, kann auf unterschiedlichste Weise geschehen. Die üblichsten Methoden sind die Miller-, RC-, und Grounded-Gate-Frequenzkompensation. Nachteil bei diesen zweistufigen Verstärkern ist, daß mit zunehmender Lastkapazität C_L der Verstärker wieder an Phasenreserve, sprich Stabilität verliert.

Jede Verstärkerstufe wird im folgenden durch einen dominaten Pol und einer Verstärkung beschrieben. Somit kann das kleinsignalmäßige Verhalten kaskadierter Verstärkerstufen durch die nachfolgende Übertragungsfunktion H(s) beschrieben werden:

$$H(s) = \frac{A_{vo} \cdot \prod_{i=1}^{N} \left(1 - \frac{s}{z_i}\right)}{\prod_{j=1}^{M} \left(1 - \frac{s}{p_j}\right)}, \tag{E.1}$$

wobei N und M die Anzahl der vorhanden Pol- und Nullstellen und A_{vo} die Leerlaufverstärkung angibt. Mit Hilfe dieser Informationen können Aussagen über die Stabilität des Systems getroffen werden.

Bei der **Miller-Kompensation** wird die Kompensationskapazität C_C zwischen die Ausgänge der beiden Verstärkerstufen geschaltet, wodurch der Ausgang der ersten Verstärkerstufe eine virtuell mit der Verstärkung der zweiten Stufe vergrößerte Kapazität sieht. Mit Hilfe einer Kleinsignalanalyse der in **Bild E.1** gezeigten Schaltung können für den Entwurf und das Verständnis einige nützliche Zusammenhänge abgeleitet werden [106].

Die gesamte Leerlaufverstärkung A_{VO} bestimmt sich zu:

$$A_{vo} = g_{m1} \cdot R_1 \cdot g_{m2} \cdot (R_2 || R_L), \tag{E.2}$$

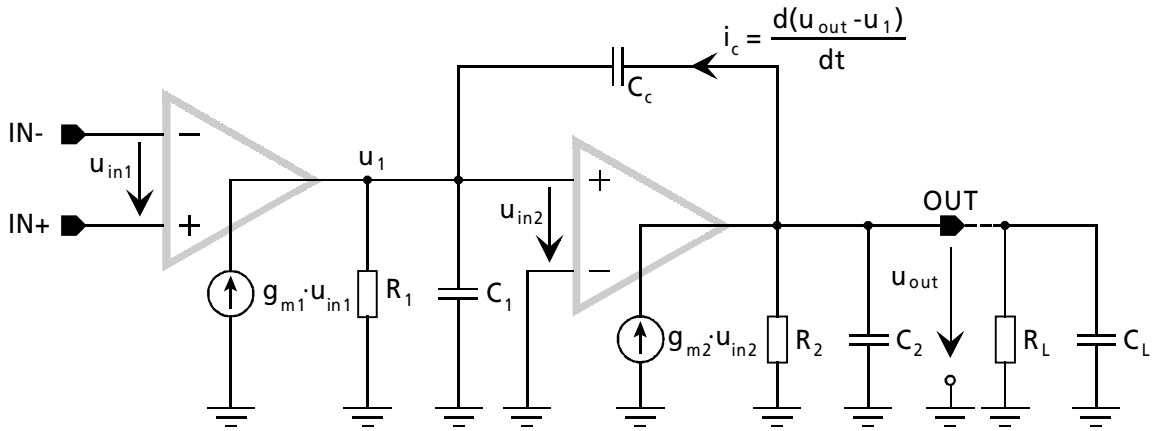


Bild E.1 Kleinsignal-ESB eines zweistufigen Verstärkers mit Miller-Kompensation

wobei sich zwei Polstellen:

$$p_1 \approx -\frac{1}{R_1 \cdot g_{m2} \cdot (R_2 || R_L) \cdot C_c} \quad \text{und} \quad p_2 \approx -\frac{g_{m2}}{C_2 + C_L} \tag{E.3}$$

ergeben. Zusätzlich tritt eine Nullstelle z_1 in der rechten Halbebene der komplexen s-Ebene auf, die sich nachteilig auf das Frequenzverhalten auswirkt, da sie eine Betragsanhebung und eine zusätzliche Phasenabsenkung verursacht:

$$z_1 \approx \frac{g_{m2}}{C_C}. \tag{E.4}$$

Die Lage der Nullstelle kann kontrolliert werden, wenn zu der Kompensationskapazität C_C ein Widerstand R_C in Reihe geschaltet wird. Die dann entstehende Nullstelle bestimmt sich zu:

$$z_1 \approx \frac{1}{C_C \cdot \left(\frac{1}{g_{m2}} - R_C \right)}. \tag{E.5}$$

Durch geeignete Wahl von R_C kann die Nullstelle entweder ins Unendliche oder in die rechte Halbebene geschoben werden. Diese Art der Kompensation wird in der Literatur häufig auch als **RC-Kompensation** bezeichnet. Das Verstärkungs-Bandbreite-Produkt GBW läßt sich über das Produkt des dominaten Pols p_1 und den Leerlaufverstärkungen $A_{vo1}=g_{m1} \cdot R_1$ und $A_{vo2}=g_{m2} \cdot (R_2 || R_L)$ berechnen zu:

$$GBW = A_{vo} \cdot |p_1| = \frac{A_{vo1} \cdot A_{vo2}}{R_1 \cdot g_{m2} \cdot (R_2 || R_L) \cdot C_C} = \frac{g_{m1}}{C_C}. \tag{E.6}$$

Für die Lage des nichtdominaten Pols p_2 kann folgende Beziehung aufgestellt werden:

$$|p_2| > GBW \cdot \tan(\phi_M)\,, \tag{E.7}$$

wobei dann für die Dimensionierung der Kompensationskapazität C_C folgende Beziehung erfüllt sein muß:

$$C_C \geq \frac{g_{m1}}{g_{m2}} \cdot C_2 \cdot \tan(\phi_M)\,. \tag{E.8}$$

Eine weitere übliche Methode ist die in **Bild E.2** gezeigte **Grounded-Gate-Kompensation** [107]. Wie die nachfolgenden Kleinsignaluntersuchungen ergeben, können im Vergleich zur Miller-Kompensation größere kapazitive Lasten an den Ausgang geschaltet werden ohne einen Verlust an Phasenreserve, bzw. Stabilität zu erleiden. Durch die Eliminierung des Vorwärtspfades zwischen den beiden Verstärkerstufen durch die Kompensationskapazität C_C kann im Vergleich zur Miller-Kompensation nicht nur die Nullstelle in der rechten komplexen s-Halbebene vermieden werden, sondern auch zusätzlich eine Verbesserung der Betriebsspannungsunterdrückung PSRR und des Rauschverhaltens erzielt werden [108]. Die Kleinsignalanalyse ergibt für die Leerlaufverstärkung A_{VO} keine Veränderung gegenüber der Miller-Kompensation.

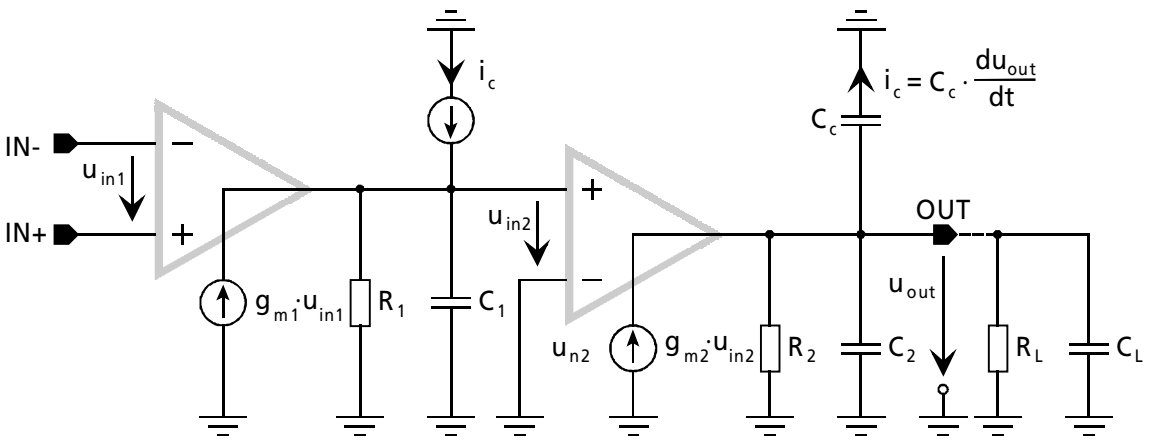


Bild E.2 Kleinsignal-ESB eines zweistufigen Operationsverstärkers mit „grounded-gate"-Kompensation

Unter Vernachlässigung der endlichen Steilheit g_{m3} des Kaskodentransistors, der für die Erzeugung der in **Bild E.2** benötigten virtuellen Masse benötigt wird, ergeben sich erneut die Lagen zweier Polstellen zu:

$$p_1 \approx -\frac{1}{R_1 \cdot g_{m2} \cdot (R_2 \| R_L) \cdot C_c} \quad \text{und} \quad p_2 \approx -\frac{g_{m2}}{(C_2 + C_L)} \cdot \frac{C_C}{C_1}\,. \tag{E.9}$$

Ein Vergleich mit den Polstellen der Miller-Kompensation aus Gleichung (E.3) ergibt, daß die Lage des Pols p_2 um den Faktor (C_C/C_1) größer ist. Aufgrund dieser Tatsache kann die Bandbreite bei gleichen Stabilitätsanforderungen um den zuvor genannten Faktor erhöht werden. Bei der Berücksichtigung einer endlichen Steilheit g_{m3} ergibt sich zusätzlich ein hochfrequenter Pol p_3:

$$p_3 = -\frac{g_{m3} \cdot (C_C + C_2 + C_L)}{C_C \cdot (C_2 + C_L)} \tag{E.10}$$

und eine Nullstelle z_1:

$$z_1 \approx -\frac{g_{m3}}{C_C}. \tag{E.11}$$

Mit der Annahme $C_2+C_L >> C_C$ fällt der Pol p_3 genau mit der Nullstelle z_1 zusammen:

$$(C_2 + C_L) >> C_C \Rightarrow p_3 = -\frac{g_{m3}}{C_C}. \tag{E.12}$$

Das Verstärkungs-Bandbreite-Produkt ergibt sich, wie bei der Miller-Kompensation zu:

$$GBW = A_{vo} \cdot p_1 = \frac{A_{vo1} \cdot A_{vo2}}{R_1 \cdot g_{m2} \cdot (R_2 || R_L) \cdot C_C} = \frac{g_{m1}}{C_C}. \tag{E.13}$$

Bei gleichen Stabilitätsanforderungen kann die Kompensationskapazität kleiner gewählt werden, so daß sich die aufgrund Gleichung (E.13) erzielbare Bandbreite vergrößert. Eine gewünschte Phasenreserve Φ_M kann mit Hilfe der nachfolgenden Beziehung gezielt über die Lage des zweiten Pols p_2 eingestellt werden:

$$|p_2| > GBW \cdot \tan(\phi_M). \tag{E.14}$$

Für eine definierte Phasenreserve Φ_M muß für das Verhältnis der Steilheiten die Bedingung:

$$\frac{g_{m1}}{g_{m2}} \leq \frac{C_C^{\,2}}{(C_2 + C_L) \cdot C_1 \cdot \tan(\phi_M)} \tag{E.15}$$

bei vorgegebener Kompensationskapazität C_C und Lastkapazität C_L eingehalten werden. Sind die Steilheiten der ersten zwei Stufen vorgegeben, so läßt sich die benötigte Kompensationskapazität C_C berechnen:

$$C_C \geq \sqrt{\frac{g_{m1}}{g_{m2}} \cdot C_2 \cdot C_1 \cdot \tan(\phi_M)}. \tag{E.16}$$

Wird ein niederohmiger analoger Ausgang für einen integrierten Schaltkreis benötigt, der zusätzlich mit kapazitiven Lasten im nF-Bereich belastet werden darf, kann die in **Bild E.3** gezeigte Struktur verwendet werden [109]. Die Verwendung einer zweistufigen Architektur mit einer effizienten class-AB Ausgangsstufe und der zuvor vorgestellten Kompensationsmethode nach dem sogenannten Grounded-Gate-Prinzip [107, 108] erlaubt es, den Ausgang U_{out} des Operationsverstärkers bis zu den Betriebsspannungsgrenzen hin auszusteuern. Da der Operationsverstärker häufig als Buffer bzw. Eins-Verstärker betrieben wird, muß die Eingangsstufe bestehend aus den Transistoren M_{V3} und M_{V4} ebenfalls über den gesamten Aussteuerbereich der letzten Verstärkerstufe funktionsfähig sein.

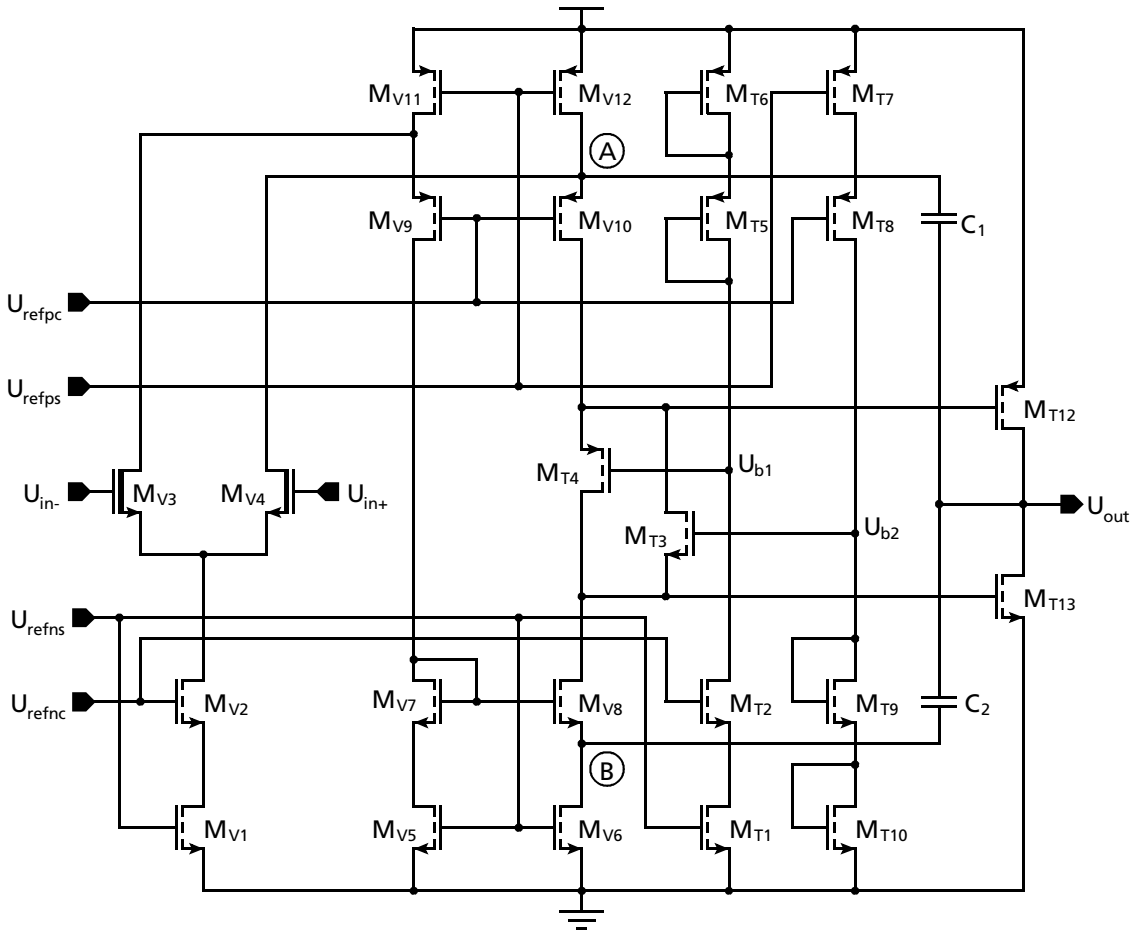


Bild E.3 Operationsverstärker mit einer class-AB Ausgangsstufe (R_L=2,25KΩ, C_L=1nF)

Stehen im Gegensatz zu der hier verwendeten Technologie keine nichtimplantierten Transistoren für die Eingangsstufe zur Verfügung, so können sogenannte komplementäre Eingangsstufen zur Lösung des Problems verwendet werden. Diese besitzen in ihrer einfachsten Form das Problem, daß die Steilheit g_m der Eingangsstufe über den gesamten Aussteuerbereich um den Faktor 2 variiert.

Da das Verstärkungs-Bandbreite-Produkt GBW aufgrund der Proportionalität mit der Steilheit g_m ebenfalls um den Faktor 2 schwankt, und die Polstellen davon unbetroffen bleiben, muß eine sorgfältige Frequenzgangkompensation vorgenommen werden, damit der Verstärker über den gesamten Eingangsspannungsbereich stabil bleibt. In der letzten Zeit sind jedoch eine Reihe von schaltungstechnischen Maßnahmen veröffentlicht worden, die eine konstante Steilheit über den gesamten Eingangsspannungsbereich gewährleisten [110-112].

Die Transistoren M_{T12} und M_{T13} der Ausgangsstufe werden von der vorhergehenden gefalteten Kaskode über zwei komplementäre Levelshifter M_{T3} und M_{T4} angesteuert. Im Ruhezustand befinden sich beide Transistoren M_{T3} und M_{T4} im leitfähigen Zustand und halten für eine Minimierung der Verlustleistung mit Hilfe der Bias-Transistoren M_{T1}-M_{T8} die Gate-Source-Spannungen der Ausgangstransistoren niedrig. Wird der Ausgang des Verstärkers zur unteren Betriebsspannung hin ausgesteuert, so wird das Gate-Potential des n-Kanal-Transistors M_{T13} hochgezogen. Aufgrund eines konstanten Potentials U_{b2} sperrt der Levelshift-Transistor M_{T3}, und das komplementäre Gegenstück M_{T4} muß den gesamten Strom des Kaskodenzweigs übernehmen. Unter diesen Bedingungen zieht der Transistor M_{T4} das Gate-Potential des p-Kanal-Ausgangstransistor M_{T12} ebenfalls zur positiven Betriebsspannung hoch, so daß dieser sperrt [109, 113]. Im Fall einer Aussteuerung zur positiven Betriebsspannung wiederholen sich die eben beschriebenen Vorgänge in komplementärer Weise.

Die Kompensation erfolgt über die zuvor erwähnte Grounded-Gate-Kompensation nach Ahuja. Als virtuelle Massepunkte werden die Potentiale an den Knoten Ⓐ und Ⓑ verwendet, die über Kaskoden konstant gehalten werden. Steuert der Verstärker bis an eine Betriebsspannungsgrenze aus, so kann es vorkommen, daß auf dieser Seite die Transistoren aus dem Sättigungsbereich herausfahren und die benötigte virtuelle Masse für die Kompensation zerstört wird. In diesem Fall übernimmt die zweite Kompensationskapazität die Aufgabe der Stabilisierung.

F Übertragungsfunktion eines SC-Integrators mit korreliertem Doppelabtasten (CDS) und kapazitivem Rücksetzen (CR)

Integratoren sind wichtige Grundbausteine für Filter, interpolative A/D-Wandler und Pulsweiten-Modulatoren. Die Anforderung, den Offset und das niederfrequente 1/f-Rauschen des verwendeten Operationsverstärkers wirksam zu unterdrücken, ist durch das Prinzip der korrelierten Doppelabtastung CDS [114] (im eng. "***C**orrelated **D**ouble **S**ampling*") möglich. **Bild F.1 b)** zeigt einen häufig verwendeten, nichtinvertierenden SC-Integrator, der zudem über kapazitives Rücksetzen CR (im eng. "***C**apacitive **R**esetting*") [75] verfügt, damit der Ausgang U_{out} in der nichtintegrierenden Taktphase Φ nicht immer das Potential der virtuellen Masse annehmen muß, sondern auf der Ausgangsspannung des vorhergehenden Integrationsschritts abzüglich der Offsetspannung gehalten wird.

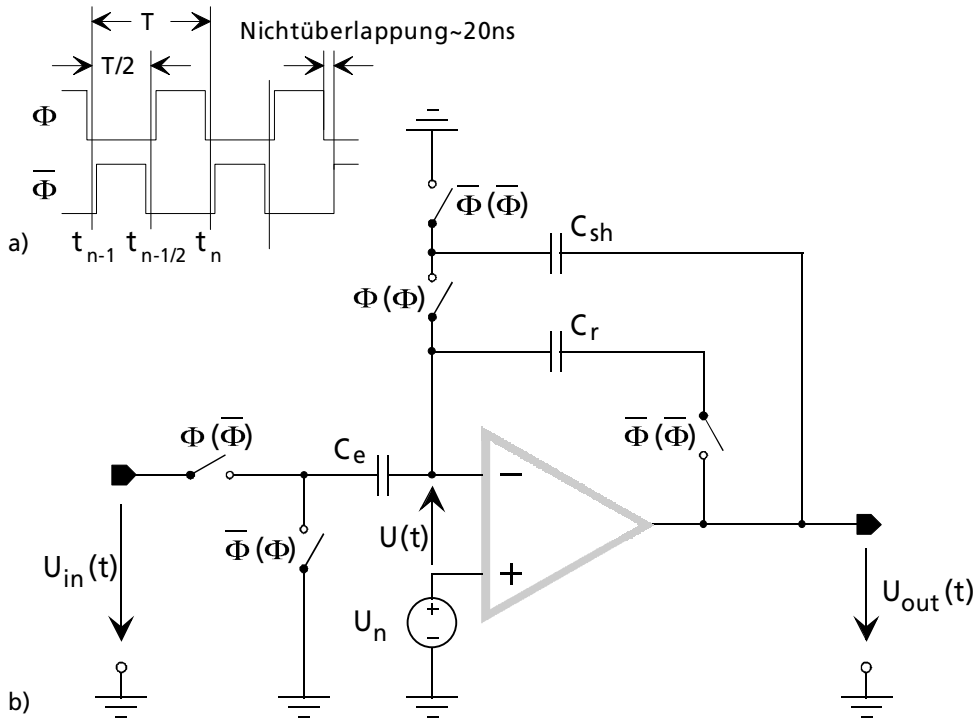


Bild F.1 a) Taktschema eines nichtüberlappenden Zweiphasentaktes
b) SC-Integrator mit korrelierter Doppelabtastung

Hierzu dient eine Haltekapazität C_{sh}, die in der Integrationsphase $\overline{\Phi}$ auf die Ausgangsspannung aufgeladen wird und in der nichtintegrierenden Phase Φ in die Rückkopplung geschaltet wird. Soll der Integrator invertierendes Verhalten zeigen, so müssen lediglich die Taktphasen der Schalter vor der Eingangskapazität C_e vertauscht werden. Die vorliegende Schaltung benötigt einen nichtüberlappenden Zweiphasentakt nach **Bild F.1 a)**. Während der Taktphase Φ wird der Operationsverstärker kapazitiv gegengekoppelt, so daß sich die Eingangskapazität C_e auf die Eingangsspannung U_{in} abzüglich der eingangsbezogenen Rauschspannung U_n auf-

lädt. Die auf der Eingangskapazität C_e abgespeicherte Ladung wird in der Taktphase $\overline{\Phi}$ auf die Rückkoppelkapazität C_r verschoben, die wegen der gewünschten Integratoreigenschaft in keiner Taktphase entladen bzw. zurückgesetzt wird. Beim nichtinvertierenden Integrator entsteht im Gegensatz zum invertierenden Integrator eine Verzögerung um eine halbe Taktphase zwischen der Abtastung der Integrationsspannung U_{in} und dem Zeitpunkt der Integration.

Über das Aufstellen der Ladungsbilanzen in jeder Taktphase und der Ladungserhaltung kann die Signal- und Rauschübertragungsfunktion des nichtinvertierenden Integrators aus **Bild F.1** berechnet werden. Unter Berücksichtigung einer endlichen Leerlaufverstärkung A_{vo} ergibt sich für die Signalübertragungsfunktion $H_{STF}(z)$:

$$H_{STF}(z) = \frac{\left(\frac{-C_e^{\,2}}{A_{VO}\cdot c\cdot d} + \frac{C_e}{c}\right)\cdot z^{-\frac{1}{2}}}{1 - z^{-1}\cdot\left(\frac{C_r + \frac{C_r}{A_{vo}}}{c} + \frac{C_e}{A_{vo}\cdot c}\cdot\frac{C_{sh} + \frac{C_e}{A_{vo}}}{d}\right)}, \tag{F.1}$$

sowie für die Rauschübertragungsfunktion $H_{NTF}(z)$:

$$H_{NTF}(z) = \frac{\left(\frac{-C_e^{\,2}}{A_{VO}\cdot c\cdot d} - \frac{C_r}{c}\right)\cdot z^{-1} + \left(\frac{-C_e}{c} + \frac{C_e}{A_{vo}\cdot c}\cdot\frac{C_e + C_{sh}}{d}\right)\cdot z^{-\frac{1}{2}} + \frac{C_e + C_r}{c}}{1 - z^{-1}\cdot\left(\frac{C_r + \frac{C_r}{A_{vo}}}{c} + \frac{C_e}{A_{vo}\cdot c}\cdot\frac{C_{sh} + \frac{C_e}{A_{vo}}}{d}\right)}. \tag{F.2}$$

Die in der Signal- und Rauschübertragungsfunktion eingeführten Abkürzungen c und d lauten:

$$c = \frac{C_e}{A_{vo}} + C_r + \frac{C_r}{A_{vo}} \tag{F.3}$$

und:

$$d = \frac{C_e}{A_{vo}} + C_{sh} + \frac{C_{sh}}{A_{vo}}. \tag{F.4}$$

Bild F.2 zeigt die mit der Leerlaufverstärkung A_{vo} parametrisierte Signal- und Rauschübertragungsfunktionen des zuvor analysierten SC-Integrators, die über einer auf die Abtastfrequenz f_c normierten Frequenz f aufgetragen sind. Der Parameter A_{vo} wurde von 40-80dB mit einer Schrittweite von jeweils 20dB variiert. Durch das kapazitive Rücksetzen wird die Integratoreigenschaft nicht wie beim konventionellen Integrator ohne CR durch die Leerlaufverstärkung A_{vo}, sondern durch das Quadrat der Leerlaufverstärkung A_{vo}^2 begrenzt. Leider wird die Rauschspannung U_n nicht mit der quadratischen, sondern nur mit der einfachen Leerlaufverstärkung A_{vo} im Bezug zur Signalübertragungsfunktion H_{STF} unterdrückt.

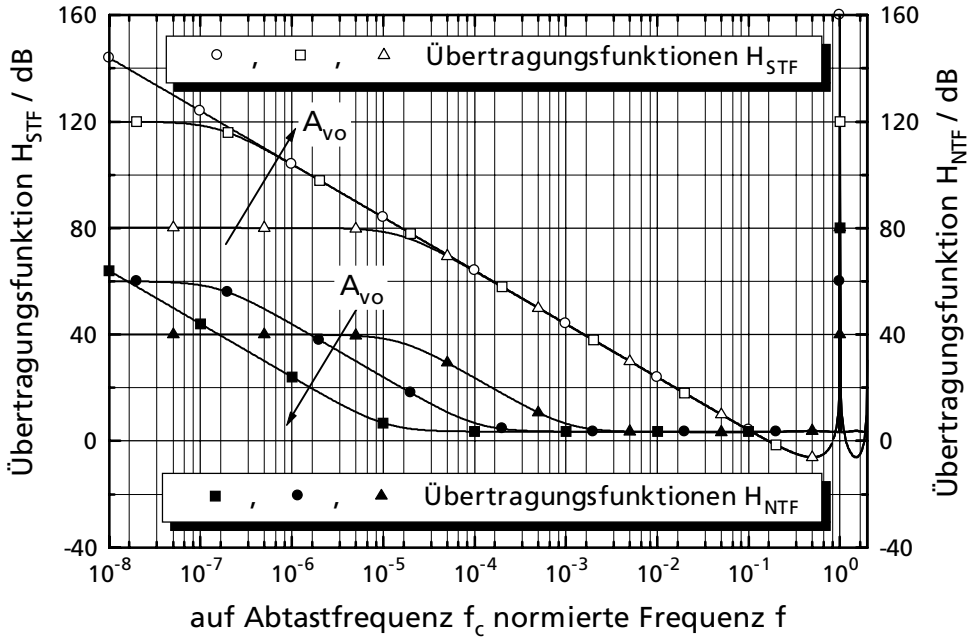


Bild F.2 Signal- und Rauschübertragungsfunktion eines SC-Integrators mit korrelierter Doppelabtastung CDS und kapazitivem Rücksetzen CR

Die normierte Durchtrittsfrequenz f_0/f_c des Integrators, bei der die Übertragungsfunktion den Betrag von 1 annimmt, berechnet sich aus der zuvor berechneten Signalübertragungsfunktion H_{STF} unter Vernachlässigung der Leerlaufverstärkung A_{VO} zu:

$$\frac{f_0}{f_c} = \frac{1}{\pi \cdot \sin\left(\frac{C_e}{2 \cdot C_r}\right)}. \tag{F.5}$$

Um den Einfluß der Leerlaufverstärkung A_{VO} des verwendeten Operationsverstärkers auf das Übertragungsverhalten des nichtinvertierenden Integrators zu analysieren, muß sowohl die reale als auch die ideale Signalübertragungsfunktion des vorliegenden Abtastsystems bekannt sein. Die reale Signalübertragungsfunktion H_{STF} wird dabei im Gegensatz zur idealen Signalübertragungsfunktion $H_{STF,ideal}$ unter der Berücksichtigung realer Operationsverstärkerdaten berechnet. Ein Vergleich beider Signalübertragungsfunktionen mit $z=e^{j\omega T}$ ergibt eine frequenzabhängige Abweichung $F(\omega)$:

$$F(\omega) = \frac{H_{STF}\left(z = e^{j\omega T}\right)}{H_{STF,ideal}\left(z = e^{j\omega T}\right)} = \frac{1}{\left(1 - m(\omega)\right) \cdot e^{-j\theta(\omega)}} \xrightarrow[m(\omega),\theta(\omega)<<1]{} F(\omega) \cong \frac{1}{1 - m(\omega) - j\theta(\omega)}, \tag{F.6}$$

wobei $m(\omega)$ und $\theta(\omega)$ den Betrags- sowie Phasenfehler angeben, der durch die Einführung eines Operationsverstärkers mit endlicher Leerlaufverstärkung A_{VO} entsteht [114, 116, 117]. Während bei SC-Verstärkern hauptsächlich nur der entstandene Betragsfehler $m(\omega)$ interessiert, ist bei Integratoren oder Filterschaltungen neben dem Betragsfehler $m(\omega)$ auch der Phasenfehler $\theta(\omega)$ von großem Interesse.

Mit der idealen Übertragungsfunktion $H_{STF,ideal}$ des nichtinvertierenden SC-Integrators:

$$H_{STF,ideal} = \frac{C_e}{C_r} \cdot \frac{z^{-\frac{1}{2}}}{1 - z^{-1}} \tag{F.7}$$

ergibt sich unter der Annahme, daß $A_{vo} >> 1$ und $\omega \cdot T << 1$ ist, für den Betragsfehler der nachfolgende Ausdruck:

$$m(\omega) = -\frac{1}{A_{vo}} \cdot \left(1 + \frac{C_e}{C_r} + \frac{C_e}{C_{sh}}\right). \tag{F.8}$$

Der Fehler $m(\omega)$ ist frequenzunabhängig, hängt umgekehrt proportional von der Leerlaufverstärkung A_{vo} ab und kann weiter verringert werden, wenn die Haltekapazität C_{sh} im Vergleich zur Eingangskapazität C_e groß gewählt wird. In **Bild F.3** ist der prozentuale Betragsfehler über der Leerlaufverstärkung A_{vo} aufgetragen, der zudem mit dem zuvor angesprochenem Verhältnis zwischen C_e und C_{sh} parametrisiert ist. Um den Fehler gerade im Bereich kleiner Leerlaufverstärkungen gering zu halten, muß das Verhältnis zwischen der Eingangs- und Haltekapazität größer als eins sein. Für den Phasenfehler ergibt sich:

$$\theta(\omega) = -\frac{C_e \cdot \sin(\omega \cdot T)}{2 \cdot C_r \cdot A_{vo}^{\ 2} \cdot (\cos(\omega \cdot T) - 1)}, \tag{F.9}$$

der im Gegensatz zum Betragsfehler von der Frequenz abhängt und ebenfalls im **Bild F.3** über die auf die Taktfrequenz f_c normierte Frequenz dargestellt ist mit A_{vo} als Parameter.

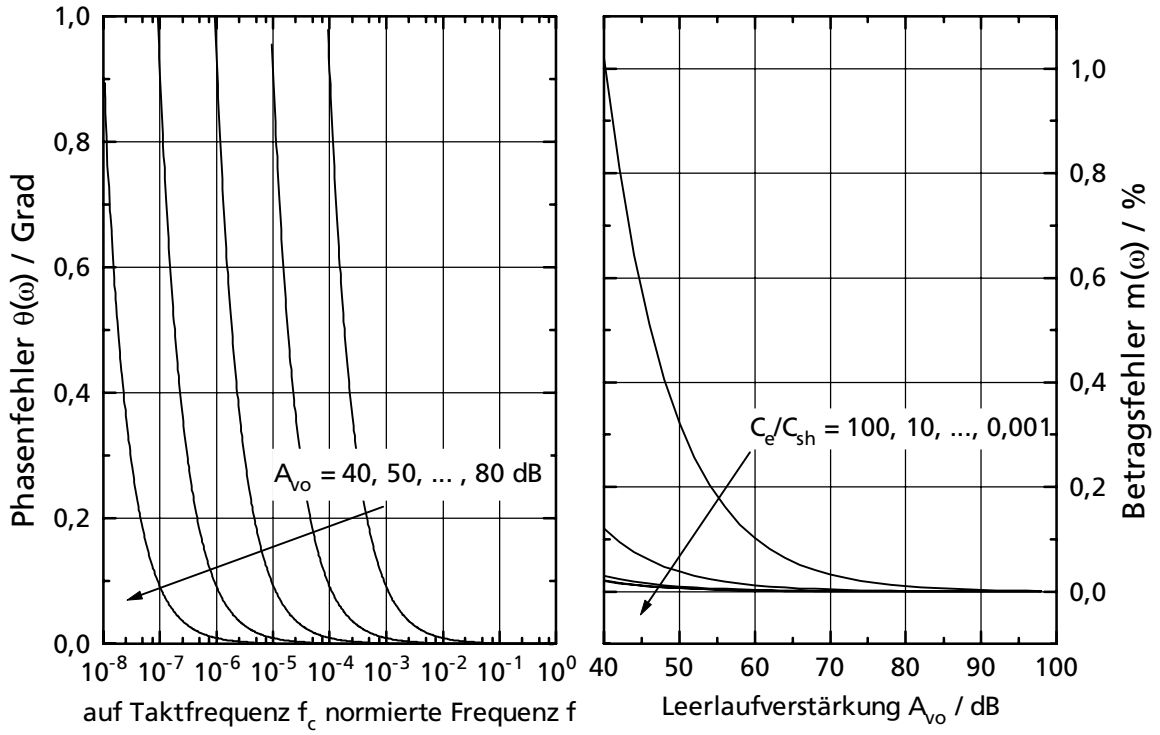


Bild F.3 Betrags- und Phasenfehler des nichtinvertierenden Integrators mit CDS und CR

G Offsetkompensierter SC-Komparator

Beim in **Bild G.1** gezeigten SC-Komparator handelt es sich um ein kapazitiv gekoppeltes Latch mit automatischem Offsetabgleich [114]. Das Latch wird über eine Mitkopplung aus zwei inverterierenden Verstärkern gebildet.

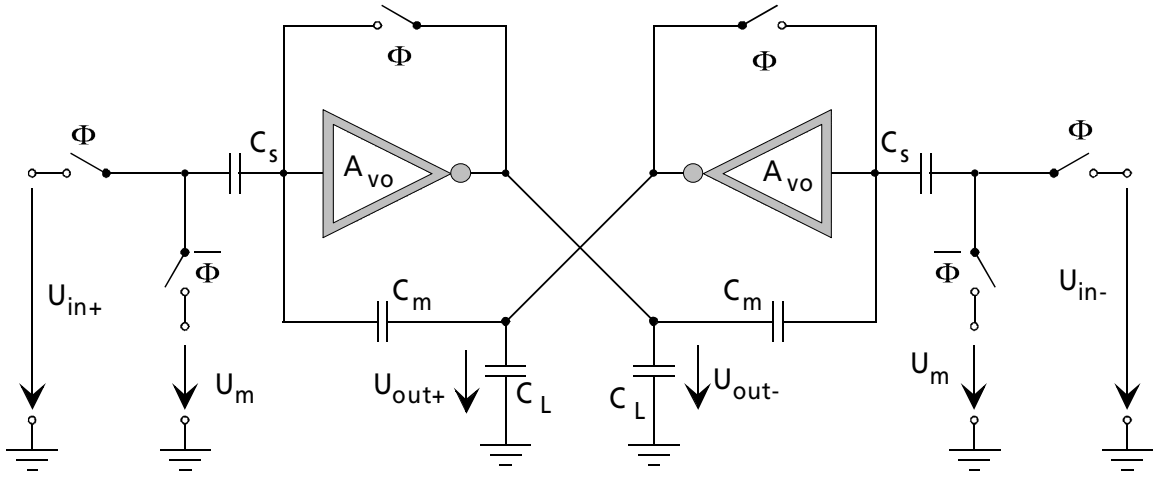
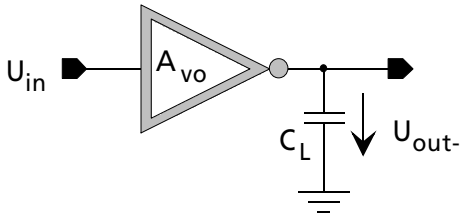


Bild G.1 Aufbau des zeitdiskreten SC-Komparators

Um den Komparator abzugleichen, werden die Ausgänge der invertierenden Verstärker in der Taktphase Φ mit ihren jeweiligen Eingängen kurzgeschlossen. Werden als Verstärkerelemente Inverter oder AC-gekoppelte Inverter wie in **Bild G.2** gezeigt verwendet,



$$A_{vo} \approx \frac{g_m}{g_d}$$

$$p_1 = \frac{g_d}{C_L}$$

$$\rightarrow GBW = A_{vo} \cdot p_1 = \frac{g_m}{C_L}$$

$$\overline{u}_n^2 = \underbrace{\frac{16}{3} \cdot \frac{k \cdot T}{g_m} \cdot \Delta f}_{\text{weißes Rauschen}} + \underbrace{\frac{KF}{f \cdot C_{ox} \cdot W \cdot L \cdot B_0} \cdot \Delta f}_{\text{1/f- Rauschen}}$$

Realisierung (a): Inverter oder Realisierung (b): AC-gekoppelter Inverter

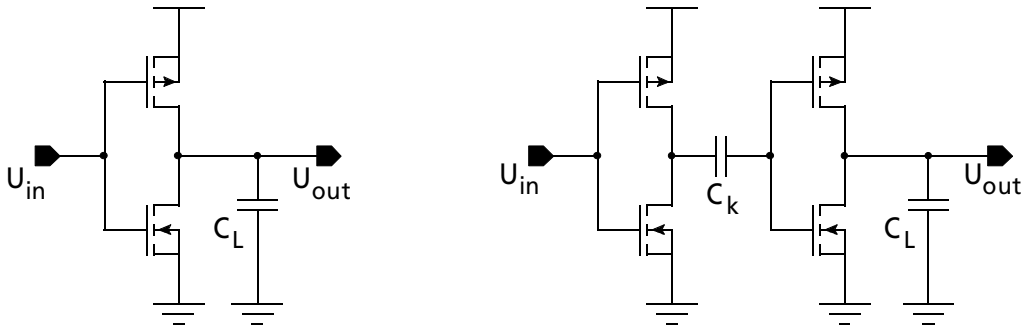


Bild G.2 Realisierung der Verstärkerelemente

so verlieren diese während der Rückkopplung ihre hohe Verstärkung und es stellen sich Arbeitspunkte ein, die von den Verhältnissen der Steilheiten g_m der jeweiligen p- und n-Kanal-Transistoren sowie der Betriebsspannung abhängig sind. Außerdem werden zu diesem Zeitpunkt die Eingangskondensatoren C_S und C'_S gegen die Potentiale an den Eingängen in+ und in- auf ihre jeweilige Eingangsspannung U_{in+} sowie U_{in-} aufgeladen. Da die Arbeitspunkte der Inverter variieren können, werden die Asymmetrien auf den Kondensatoren C_m, bzw. C'_m abgespeichert. In der Taktphase $\overline{\Phi}$ findet der eigentliche Vergleich statt. Hierzu wird die hohe Verstärkung der Inverterstrukturen wieder hergestellt, indem die Verbindungen zwischen ihren Ein- und Ausgängen wieder aufgetrennt werden. Lag zwischen U_{in+} und U_{in-} zum Zeitpunkt Φ keine Spannungsdifferenz an, so muß der Komparator in den zuvor eingestellten Arbeitpunkten verweilen. Lag jedoch eine positive oder negative Spannungsdifferenz vor, so kippt der Komparator in einen seiner stabilen Arbeitspunkte.

Im folgenden soll das Signal-Rausch-Leistungsverhältnis SNR eines solchen Komparators hergeleitet werden. Hierzu müssen die mittleren quadratischen Rauschladungsbeiträge $\overline{Q}^2_{Cs,n}$ auf den Abtastkondensatoren C_S während der einzelnen Taktphasen Φ und $\overline{\Phi}$ untersucht werden. Einen Beitrag zur mittleren quadratischen Rauschladung $\overline{Q}^2_{C,n}$ einer Kapazität C liefert der endliche Einschaltwiderstand R_{on} der Schalter. **Bild G.3** zeigt eine Zusammenschaltung eines realen Schalters S und einer Kapazität C, anhand derer die mittlere quadratische Rauschladung berechnet werden kann. Hierbei wird der reale Schalter durch eine Rauschspannungsquelle $\overline{u}^2_{R,n}$ und einen idealen, d.h. rauschfreien Schalter dargestellt.

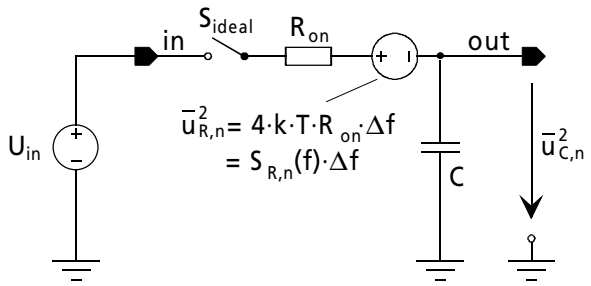


Bild G.3 Herleitung des k·T/C-Rauschen

Falls die Spannungsquelle am Eingang ideal, d.h. der Innenwiderstand der Quelle gleich Null ist, so berechnet sich die mittlere quadratische Rauschspannung $\overline{u}^2_{C,n}$ am Ausgang out zu:

$$\overline{u}^2_{C,n} = \int_0^\infty S(f)df = \int_0^\infty S_{R,n}(f) \cdot \left|H(f)\right|^2 df \qquad \text{(G.1)}$$

mit der spektralen Rauschleistungsdichte $S_{R,n}(f) = \overline{u}^2_{R,n}/\Delta f = 4 \cdot k \cdot T \cdot R_{on}$ und der Übertragungsfunktion H(f), mit der die Rauschspannung $\overline{u}^2_{R,n}$ des realen Schalters zum Ausgang out hin übertragen wird.

Das Ergebnis:

$$\overline{u}_{C,n}^2 = \int_0^\infty S_{R,n}(f) \cdot \left|H(f)\right|^2 df = \frac{4 \cdot k \cdot T \cdot R_{on}}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^\infty \frac{d\omega}{1 + \left(\omega \cdot R_{on} \cdot C\right)^2} = \frac{k \cdot T}{C} \tag{G.2}$$

ist sehr interessant, da die Größe der spektralen Rauschspannung $\overline{u}_{C,n}^2$ nicht von der Größe des Schalterwiderstandes R_{on} abhängig ist. Somit berechnet sich die mittlere quadratische Rauschladung auf einer Kapazität, die durch den Widerstand R_{on} eines Schalters verursacht wird zu:

$$\overline{Q}_{C,n}^2 = C^2 \cdot \overline{u}_{C,n}^2 = k \cdot T \cdot C\,. \tag{G.3}$$

Nun müssen noch die Beiträge zur Rauschladung, die durch die Verstärkerelemente hervorgerufen werden, untersucht werden. Die eingangsbezogene Rauschspannung $\overline{u}_{INV,n}^2$ eines Inverters lautet:

$$\overline{u}_{INV,n}^2 = \underbrace{\frac{16}{3} \cdot \frac{k \cdot T}{g_m} \cdot \Delta f}_{\substack{\text{weißes}\\ \text{Rauschen}}} + \underbrace{\frac{KF}{f \cdot C_{ox} \cdot W \cdot L \cdot B_0} \cdot \Delta f}_{1/f\text{–Rauschen}}\,. \tag{G.4}$$

In den nachfolgenden Berechnungen wird jedoch nur das eingangsbezogene thermische, bzw. weiße Rauschen der Inverter betrachtet, da das 1/f-Rauschen durch die ebenfalls implementierte korrelierte Doppelabtastung unterdrückt wird. Da die Inverter in den verschiedenen Taktphasen unterschiedliche Beschaltungen aufweisen, sind zwei Fälle zu unterscheiden:

Fall a): Verstärker ist gegengekoppelt (Taktphase Φ)

Ist der Verstärker voll gegengekoppelt, so besitzt er eine Bandbreite f_{-3dB}, in die sowohl die Leerlaufverstärkung A_{vo} als auch der dominante Pol p_1 des Inverters eingeht und aus der die äquivalente Rauschbandbreite:

$$\Delta f = \frac{\pi}{2} \cdot f_{-3dB} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{GBW}{2 \cdot \pi} = \frac{A_{vo} \cdot p_1}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{g_m}{g_d} \cdot \frac{g_d}{C_L} = \frac{g_m}{4 \cdot C_L} \tag{G.5}$$

des Inverters resultiert. Somit berechnet sich die eingangsbezogene Rauschspannung des Inverters in der Taktphase Φ zu:

$$\overline{u}_{INV,\Phi,n}^2 = \frac{16}{3} \cdot \frac{k \cdot T}{g_m} \frac{g_m}{4 \cdot C_L} = \frac{4}{3} \cdot \frac{k \cdot T}{C_L}\,, \tag{G.6}$$

die auf einer Kapazität C die mittlere quadratische Rauschladung:

$$\overline{Q}_{INV,\Phi,n}^2 = C^2 \cdot \overline{u}_{INV,\Phi,n}^2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{k \cdot T \cdot C}{C_L}\,, \tag{G.7}$$

verursacht.

Fall b): Verstärker ist nicht gegengekoppelt (Taktphase $\overline{\Phi}$)

Ist der Verstärker offen, d.h. nicht gegengekoppelt, so ändert sich seine Bandbreite f_{-3dB}, die im Gegensatz zu Fall a) nur noch den dominanten Pol p_1 beinhaltet. Die äquivalente Rauschbandbreite Δf berechnet sich demzufolge zu:

$$\Delta f = \frac{\pi}{2} \cdot f_{-3dB} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{p_1}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{4} \cdot \frac{g_d}{C_L} = \frac{g_d}{4 \cdot C_L}. \tag{G.8}$$

Die mittlere quadratische Rauschspannung ergibt sich in der Taktphase $\overline{\Phi}$ analog zu Fall a):

$$\overline{u}^2_{INV,\overline{\Phi},n} = \frac{16}{3} \cdot \frac{k \cdot T}{g_m} \frac{g_d}{4 \cdot C_L} = \frac{4}{3} \cdot \frac{k \cdot T}{A_{vo} \cdot C_L}, \tag{G.9}$$

die auf einer Kapazität C eine mittlere quadratische Rauschladung:

$$\overline{Q}^2_{INV,\Phi,n} = C^2 \cdot \overline{u}^2_{INV,\Phi,n} = \frac{4}{3} \cdot \frac{k \cdot T \cdot C}{C_L} \tag{G.10}$$

hervorruft.

Werden die auftretenden Rauschbeiträge einer jeweiligen Taktphase addiert, so erhält man für die Taktphase Φ die mittlere quadratische Rauschladung $\overline{Q}^2{}_{n,\Phi}$ auf der Abtastkapazität C_S:

$$\overline{Q}^2{}_{n,\Phi} = k \cdot T \cdot (C_s + C_m) + \frac{4}{3} \cdot k \cdot T \cdot \frac{C_s^2}{(C_s + C_m + C_c)} \tag{G.11}$$

sowie in der Taktphase $\overline{\Phi}$ die ebenfalls entstehende Rauschladung $\overline{Q}^2{}_{n,\overline{\Phi}}$:

$$\overline{Q}^2{}_{n,\overline{\Phi}} = k \cdot T \cdot C_s + \frac{4}{3} \cdot k \cdot T \cdot \frac{C_s^2}{A_{vo} \cdot C_c}. \tag{G.12}$$

Werden die einzelnen Beiträge der mittleren quadratischen Rauschladungen beider Taktphasen summiert, so erhält man die sog. äquivalente Rauschladung ENC (im engl.: ***E**quivalent **N**oise **C**harge*):

$$ENC^2 = \overline{Q}^2{}_{n,\Phi} + \overline{Q}^2{}_{n,\overline{\Phi}} = 2 \cdot k \cdot T \cdot C_s + k \cdot T \cdot C_m + \frac{4}{3} \cdot k \cdot T \cdot \frac{C_s^2}{(C_s + C_m + C_c)} + \frac{4}{3} \cdot k \cdot T \cdot \frac{C_s^2}{A_{vo} \cdot C_c}. \tag{G.13}$$

Wird diese äquivalente Rauschladung ENC zur mittleren quadratischen Signalladung $\overline{Q}^2_{signal}$ ins Verhältnis gesetzt, so erhält man letztendlich das gewünschte Signal-Rauschleistungs-Verhältnis SNR:

$$SNR = 10 \cdot \log\left(\frac{\overline{Q}^2_{signal}}{ENC}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{\Delta U^2 \cdot C_S^2}{ENC^2}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{(U_{in} - U_m)^2 \cdot C_S^2}{ENC^2}\right). \tag{G.14}$$

H Übertragungsfunktion eines SC-Verstärkers mit korreliertem Doppelabtasten (CDS) und kapazitivem Rücksetzen (CR)

SC-Verstärker sind wie die zuvor behandelten SC-Integratoren wichtige Grundbausteine komplexer Signalverarbeitungssysteme. Da die Verstärkung durch das Verhältnis zwischen Eingangs- und Ausgangskapazität definiert wird, kann aufgrund der hohen Paarungsgenauigkeit integrierter Kapazitäten eine hochpräzise Gleichspannungsverstärkung eingestellt werden. Gegenstand der nachfolgenden Betrachtungen ist der in **Bild H.1** gezeigte invertierende SC-Verstärker [82].

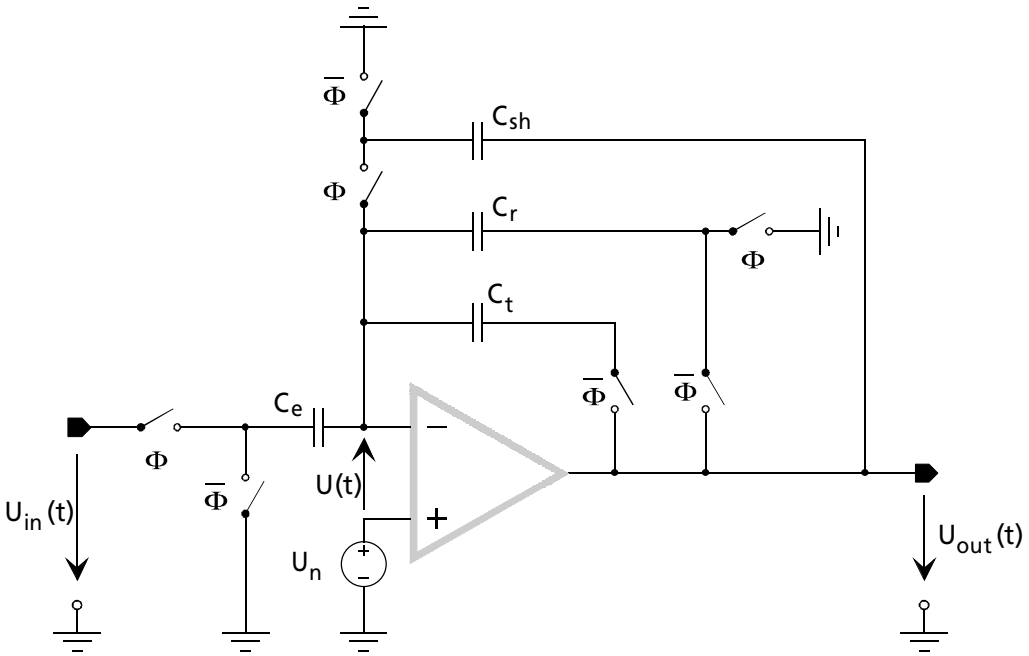


Bild H.1 SC-Verstärker mit korreliertem Doppelabtasten und kapazitivem Rücksetzen

Im Gegensatz zum nichtinvertierenden Verstärker entsteht eine Verzögerung um eine halbe Taktphase zwischen der Abtastung der Eingangsspannung U_{in} und der offsetfreien Verstärkungsphase. Werden wie beim Integrator die Taktphasen der Schalter vor der Abtastkapazität C_e vertauscht, zeigt der Verstärker ein nichtinvertierendes Verhalten. Die Unterdrückung von Offset und niederfrequentem 1/f-Rauschen des Verstärkers erfolgt wie bereits beim SC-Integrator nach dem Prinzip der korrelierten Doppelabtastung CDS (im eng.: ***C**orrelated **D**ouble **S**ampling*) [114]. In der Taktphase Φ wird die Eingangskapazität C_e auf die Eingangsspannung U_{in} aufgeladen, während der Rückkoppelkondensator C_r auf die Offsetspannung U_n zurückgesetzt wird. Damit in der Rücksetzphase die Ausgangsspannung U_{out} nicht immer das Potential der virtuellen Masse annehmen muß, wird der Kondensator C_{sh} in der offsetfreien Taktphase $\overline{\Phi}$ - in der außerdem die Ladung der Eingangskapazität C_e auf die Rückkoppelkapazität C_r verschoben wird - auf die Ausgangsspannung aufgeladen und in der nachfolgenden Taktphase Φ in die Rückkopplung geschaltet. Dieses Prinzip wird

kapazitives Rücksetzen CR (im eng.: ***C**apacitive **R**esetting*) genannt, da das Entladen bzw. Zurücksetzen der Rückkoppelkapazität C_r durch eine kapazitive Gegenkopplung erfolgt. In der sog. Halte-, bzw. Rücksetzphase ändert sich die Ausgangsspannung lediglich um den unverstärkten Offset am Eingang des Verstärkers. Die Implementierung der Haltefunktion durch den Kondensator C_{sh} in der Taktphase Φ verringert die Anforderungen an die Leerlaufverstärkung A_{vo} und Anstiegsgeschwindigkeit SR des verwendeten Operationsverstärkers [82].

Der Verstärker besitzt über die noch verbleibende Integrationskapazität C_t eine einstellbare Bandbegrenzung. Die Ladung der Eingangskapazität C_e teilt sich somit in der Taktphase $\overline{\Phi}$ in eine Parallelschaltung aus Rückkoppelkapazität C_r und Integrationskapazität C_t auf. Da die Kapazität C_t in der Rücksetzphase nicht entladen wird, kann die Ladung der Eingangskapazität C_e nach Ablauf der eingestellten Zeitkonstanten vollständig auf die Rückkoppelkapazität C_r übertragen werden. Dieser Vorgang entspricht einer Tiefpaßfilterung, der bei stark überabgetasteten Systemen zu einer Dämpfung des hochfrequenten Rauschens beiträgt. Da diese breitbandigen Rauschanteile nun nicht mehr in dem Maße durch Unterabtastung in das Basisband heruntergefaltet werden, ist eine Erhöhung des Signal-Rausch-Abstandes SNR zu erwarten.

Eine Analyse des SC-Verstärkers führt unter Berücksichtigung einer endlichen Leerlaufverstärkung A_{vo} auf die nachfolgende Signalübertragungsfunktion $H_{STF}(z)$:

$$H_{STF}(z) = \frac{C_e \cdot (a-b) \cdot z^{-\frac{1}{2}}}{1 - z^{-1} \cdot \left(b \cdot \left(\frac{C_e + C_r}{A_{vo}} + C_r + C_{sh} \right) + a \cdot \left(C_t + \frac{C_t}{A_{vo}} \right) \right)} . \tag{H.1}$$

Für die Rauschübertragungsfunktion $H_{NTF}(z)$ ergibt sich:

$$H_{NTF}(z) = \frac{(C_e + C_r + C_t) \cdot a + \left((C_e + C_{sh} + C_r) \cdot b - (C_e + C_r) \cdot a \right) \cdot z^{-\frac{1}{2}} - \left(C_t \cdot a + (C_e + C_r) \cdot b \right) \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1} \cdot \left(\left(C_t + \frac{C_t}{A_{vo}} \right) \cdot a + \left(\frac{C_e + C_r}{A_{vo}} + C_r + C_{sh} \right) \cdot b \right)} . \tag{H.2}$$

Für beide Übertragungsfunktionen $H_{STF}(z)$ und $H_{NTF}(z)$ gelten die eingeführten Abkürzungen:

$$a = \frac{1}{\frac{C_e + C_r + C_t}{A_{vo}} + C_r + C_t} \tag{H.3}$$

und:

$$b = \frac{\frac{C_e + C_r}{A_{vo}}}{\left(\frac{C_e + C_r + C_t}{A_{vo}} + C_r + C_t \right) \cdot \left(\frac{C_e + C_r + C_{sh}}{A_{vo}} + C_{sh} \right)} . \tag{H.4}$$

Für niedrige Frequenzen ($z|_{\omega=0}$) kann die Signalübertragungsfunktion stark vereinfacht werden:

$$H_{STF}(z) = \frac{C_e}{C_r} \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{C_e + C_r}{C_r \cdot A_{vo}^2}} \right) \xrightarrow[\frac{Ce+Cr}{Cr \cdot A_{vo}^2} << 1]{} H_{STF}(z) = \frac{C_e}{C_r} \cdot \left(1 - \frac{C_e + C_r}{C_r \cdot A_{vo}^2} \right). \tag{H.5}$$

Wird der erste Klammerausdruck der Gleichung (H.5) in eine Taylor-Reihe entwickelt und nach dem zweiten Glied abgebrochen, so kann eine weitere vereinfachte Übertragungsfunktion angegeben werden, aus der leicht der niederfrequente Betragsfehler m abgelesen werden kann [82]:

$$m \cong \frac{C_e + C_r}{C_r \cdot A_{vo}^2}. \tag{H.6}$$

Bild H.2 zeigt mit der Leerlaufverstärkung A_{VO} parametrisierte Signal- und Rauschübertragungsfunktionen des zuvor analysierten SC-Verstärkers, die über einer auf die Taktfrequenz f_C normierten Frequenz f aufgetragen sind. Der Parameter A_{VO} wurde von 40-80dB mit einer Schrittweite von jeweils 20dB verändert. Der niederfrequente Betragsfehler m aus Gleichung (H.6), der durch den Effekt des kapazitiven Rücksetzens nur noch mit $1/A_{VO}^2$ in die Signalübertragungsfunktion eingeht, ist aufgrund der verwendeten Skalierung nicht erkennbar.

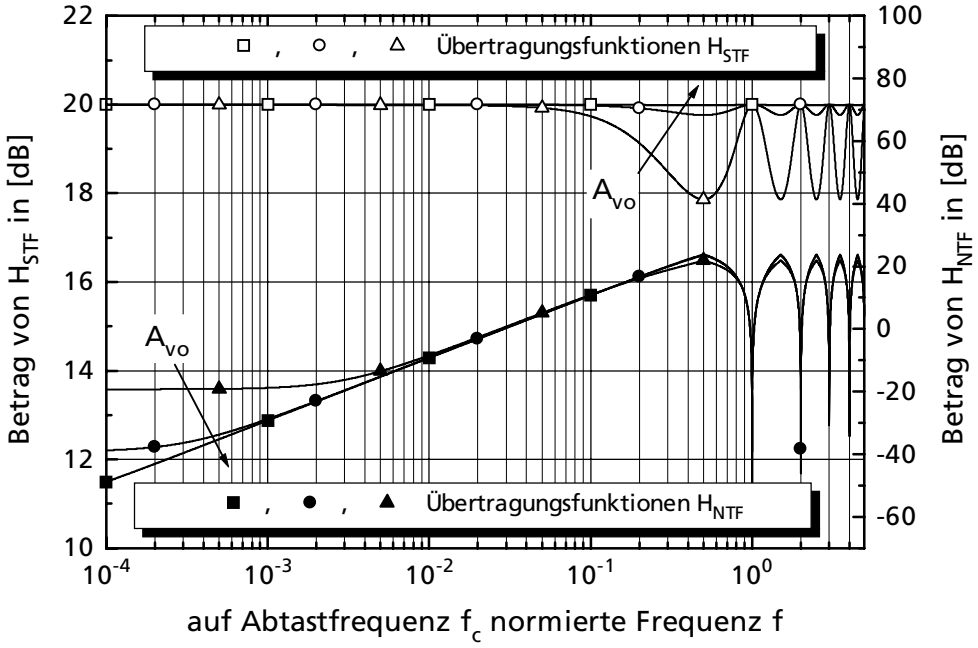


Bild H.2 Signal- und Rausch-Übertragungsfunktion des SC-Verstärkers mit korreliertem Doppelabtasten *CDS* und kapazitivem Rücksetzen *CR*

Die Rauschübertragungsfunktion steigt bis zur halben Taktfrequenz f_C mit 20dB/Dekade an und erreicht dort ihr Maximum. Durch das korrelierte Doppelabtasten wird der Offset und das niederfrequente 1/f-Rauschen maximal mit der vollen Leerlaufverstärkung A_{VO} des verwendeten

Operationsverstärkers unterdrückt. Trotz der Tatsache, daß der Verstärkungsfehler nur noch mit $1/A_{vo}^2$ in die Signalübertragungsfunktion eingeht, ist es deshalb ein Irrtum, zu glauben, auf eine ausreichende Leerlaufverstärkung A_{vo} verzichten zu können. Für eine vorgegebene 3dB-Eckfrequenz berechnet sich die Größe der Tiefpaßkapazität C_t aus der Signalübertragungsfunktion $H_{STF}(z)$ unter Vernachlässigung einer endlichen Leerlaufverstärkung A_{vo} mit Hilfe der bilinearen z-Transformation zu:

$$C_t = C_r \cdot \frac{f_c - \pi \cdot f_{-3dB}}{2 \cdot \pi \cdot f_{-3dB}} . \tag{H.7}$$

Bild H.3 zeigt den Einfluß bei Veränderung der Tiefpaßkapazität C_t um jeweils den Faktor zehn auf die Signal- und Rauschübertragungsfunktionen. Bei jeder Verzehnfachung der Tiefpaßkapazität C_t verschiebt sich die -3dB-Eckfrequenz um jeweils eine Dekade zu niedrigeren Frequenzen. Die vor der halben Taktfrequenz einsetzende Tiefpaßcharakteristik bewirkt, daß das Übertragungsverhalten des Rauschens bei Frequenzen oberhalb der Tiefpaßeckfrequenz verbessert werden kann.

Diese weitere Reduktion des Rauschens kann in der weiteren Signalverarbeitung nicht mehr zur Verschlechterung der Auflösung, bzw. des Signal-Rausch-Abstandes beitragen.

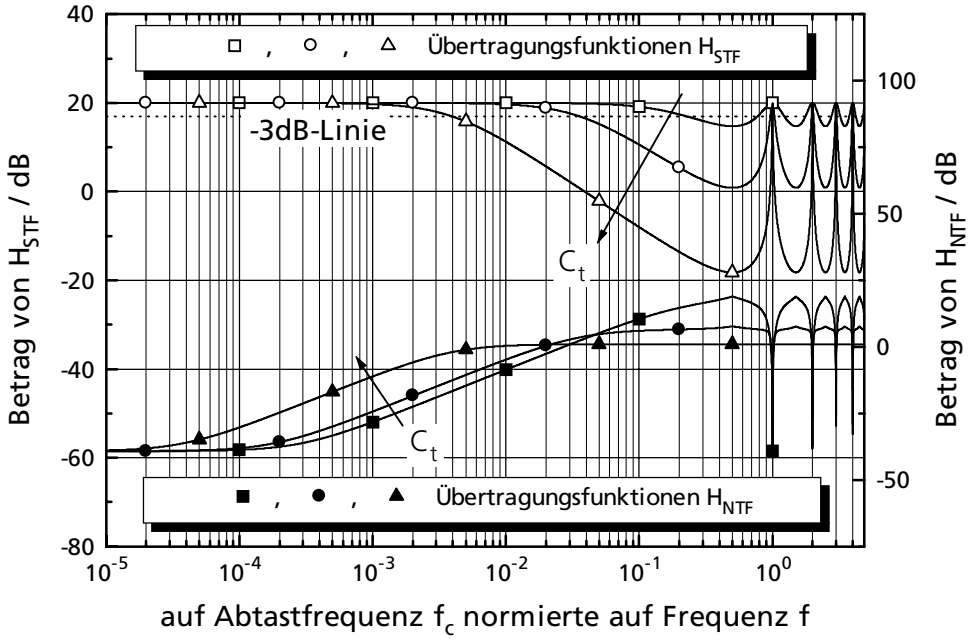


Bild H.3 Signal- und Rausch-Übertragungsfunktionen des SC-Verstärkers mit integriertem Tiefpaßverhalten, korreliertem Doppelabtasten und kapazitivem Rücksetzen

Literaturverzeichnis

[1] B. R. TRÄNKLER: „Taschenbuch der Meßtechnik mit Schwerpunkt Sensortechnik", 4.te Auflage, R. Oldenburg Verlag, München Wien 1996.

[2] W. BROCKHERDE, B.J. HOSTICKA, R. KLINKE, UND F. SCHNATZ: „Integrierte Sensorsysteme für Mikrosystemtechnik Anwendungen", Tagungsband SENSOREN - Technologie und Anwendung, Bad Nauheim, VDI-Berichte Nr. 939, S. 37-42, März 1992.

[3] BEDRICH HOSTICKA, ROGER HOWE, LJ RISTIC, FELIX RUDOLPH, MARTIN SCHMIDT, KENICHIRO SUZUKI: "Monolitic Surface Micromachined Sensors - IC Technology of the next century?", Evening Discussion Session in Digest of Technical Papers, IEEE Integrated Solid-State Circuits Conference, pp. 204-205, 1995.

[4] N.N.: „Sensormärkte 2004", Sensor Magazin, S. 8-11, 1994.

[5] FROST & SULLIVAN: "European Intelligent Sensor Markets" ISBN 0-7889-0374-8, 1995.

[6] W. KULCKE, W. BERGER, T. GRANDKE, P. KLEINSCHMIDT, H. SEIDEL, H. TRÄNKLER: „Mikrosystemtechnik", Positionspapier des Fachausschusses Mikrosystemtechnik der VDE/VDI-Gesellschaft für Mikroelektronik, S. 5-11, 1991.

[7] MICHAEL KANDLER: „CMOS-kompatibler kapazitiver Siliziumdrucksensor in Oberflächenmikromechanik"; Fortschrittberichte VDI, Reihe 9, Nr.175, 1993.

[8] DIN 1319 Grundlagen der Meßtechnik: Teil I: „Grundbegriffe", Teil II: „Begriffe für die Anwendung von Meßgeräten", Teil III: „Auswertung von Messungen einer einzelnen Meßgröße, Meßunsicherheit", Teil IV: „Behandlung von Meßunsicherheiten bei der Auswertung von Messungen", Beuth Verlag, Berlin, Dezember 1995.

[9] VDI/VDE-Richtlinie 2600: „Metrologie (Meßtechnik)", Blätter 1-6, November 1973.

[10] F. MESCH: „Eine Stellungsnahme zu DIN 1319", Regelungstechnische Praxis 26, S. 243-246, 1984.

[11] A. LENK: „Heuristische Fehlermodelle für Meßgeräte" Studie zur Meßwerterfassung 3/98, TU Dresden, Sektion Informationstechnik, März 1989.

[12] G. GELACH, K. SAGER UND A. NAKLADAL: „Wie genau messen piezoresistive Sensoren?", Technisches Messen 63, S. 403-429, 1996.

[13] U. BAUMANN, G. EHLER, R. MARCUS: „Kenngrößen von Drucksensoren", Fachbeilage Mikroperipherik, S. 49-51, 1987.

[14] JEAN PAUL BARDYN: "Making MEMS Real: Beyond the Microstructure!", IEEE Integrated Solid-State Circuits Conference, Tutorials 1997.

[15] F. SCHNATZ, U. SCHÖNEBERG, W. BROCKHERDE, P. KOPYSTINSKI, T. MEHLHORN, E. OBERMEIER AND H. BENZEL: "A CMOS pressure transducer wit on-chip calibration capability", Sensors and Actuators A, no.34, pp. 77-83, 1992.

[16] P. KOPYSTINSKI, T. MEHLHORN, E. OBERMEIER , F. SCHNATZ, U. SCHÖNEBERG, UND H. BENZEL: „Kapazitiver Siliziumdrucksensor mit on-chip CMOS-Signalverarbeitung",Tagungsband SENSOREN - Technologie und Anwendung, Bad Nauheim, VDI-Berichte Nr. 939, S. 179-184, 1992.

[17] W. MOKWA, H. DUDAICEVES: „Mikrodrucksensoren in Siliziumtechnologie", Informationsblatt des Fraunhofer Instituts für Mikroelektronische Schaltungen und Systeme in Duisburg.

[18] STEPHEN P. TIMOSHENKO, S.WEINOWSKY-KRIEGER: "Theory of Plates and Shells", McGRAW HILL, 2nd Edition, 1987.

[19] R. GRASCH: „Strukturdynamik", Band 2, Springer Verlag, Berlin 1989.

[20] CADENCE: "Spectre Reference Manual", On-Line Documentation, June1995.

[21] H. SHICHMAN AND A.D.HODGES: "Modeling and Simulation of Insulated-Gate-Field-Effect Transistor Switching Circuits", IEEE J. Solid-State Circuits, vol. SC-3, 1968.

[22] JAMES T. SUMINTO AND WEN H. KO: "Pressure-sensitive Insulated Gate Field-effect Transistor (PSIGFET)"; Sensors and Actuators A, pp. 126-132, A21-A23, 1990.

[23] JAN MAREK LYSKO, RYSZARD S. JACHOWICZ AND MARCIN ANDRZEJ KRZYCKI: "Semiconductor Pressure Sensor Based on FET Structure"; IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, pp. 787-790, vol.44, no.3, June 1995.

[24] L. SVENSON, J.A. PLAZA, M.A. BENITEZ, J. ESTEVE AND E.LORA-TAMAYO: "Surface micro-machining technology applied to the fabrication of a FET pressure sensor"; Journal of Micromechanical Microengineering 6, pp. 80-83, 1996.

[25] ARMIN KEMNA: „Oberflächenmikromechanische Feldeffekttransistoren als Sensor-elemente", Diplomarbeit an der Gerhard-Mercartor-Universität-Gesamthochschule Duisburg, Nov.1996.

[26] J. AMELUNG: „Interne Mitteilung".

[27] AMER ASLAM: „Charakterisierung und Anwendungen analoger EEPROM´s", Dissertation an der Gerhard-Mercartor-Universität-Gesamthochschule Duisburg, 1998.

[28] NABIL KHACHAB AND MOHAMMED ISMAIL: "Linearization Techniques for nth Order Sensor Models in MOS VLSI Tchnology", IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol.38, no.12, pp. 1439-1449, Dec.1991.

[29] WILLI TÖRNIG: „Numerische Mathematik für Ingenieure und Physiker", Band 2: Eigenwertprobleme und numerische Methoden der Analysis, Kapitel 11: Interpolation und Approximation, Springer Verlag, Berlin·Heidelberg·New York 1979.

[30] HANS-PETER PREUß: „Methoden der nichtlinearen Modellierung - vom Interpolationspolynom zum neuronalen Netz", at - Automatisierungstechnik 42, Heft 10, S. 449-457, Oldenburg Verlag, 1994.

[31] GRAF FINCK VON FINKENSTEIN: „Einführung in die Numerische Mathematik", Band I, Kapitel 6: Interpolation und Approximation von Funktionen, Carl Hanser Verlag, München·Wien 1977.

[32] J.DOUGLAS FAIRES UND RICHARD L. BURDEN: „Numerische Methoden", Kapitel 8: Approximationstheorie, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg·Berlin·Oxford 1994.

[33] H. R. SCHWARZ: „Numerische Mathematik", Kapitel 3: Interpolation, 3. überarbeitete und erweiterte Auflage, B.G. Teubner Stuttgart 1993.

[34] GERHARD SCHMEIßER UND HORST SCHIRMEIER: „Praktische Mathematik", Kapitel 7: Interpolation, Walter de Gruyter, Berlin·New York 1976.

[35] ELMAR SCHRÜFER: „Interpolation im Zeit- und Frequenzbereich mit Hilfe von Polynomen oder Spaltfunktionen", Technisches Messen 61, Heft 1, S. 3-6, Oldenburg Verlag, 1994.

[36] WALTER OEVEL: „Einführung in die numerische Mathematik", Spektrum Akademischer Verlag, Kapitel 8: Interpolation, Heidelberg·Berlin·Oxford 1996.

[37] DAVIS, PH.J.: "Interpolation and Approximation", Blaisdell Publishing Company, New York·Toronto·London 1963.

[38] GERHARD OPFER: „Numerische Mathematik für Anfänger", Kapitel 3: Interpolation, 2. verbesserte Auflage, Vieweg-Studium 1994.

[39] J. STOER: „Numerische Mathematik I"; Kapitel 2 - Interpolation; Springer Verlag, Heidelberg·Berlin·New York 1994.

[40] WILLI TÖRNIG: „Numerische Mathematik für Ingenieure und Physiker", Band 2: Eigenwertprobleme und numerische Methoden der Analysis, Kapitel 12: Spline-Interpolation, Springer Verlag, Berlin·Heidelberg·New York 1979.

[41] PETER DEUFLHARD, ANDREAS HOHMANN: „Numerische Mathematik I", Eine algorithmisch orientierte Einführung, Kapitel 7: Interpolation und Approximation, Walter de Gruyter, Berlin·New York 1993.

[42] CARL DE BOOR: "A Practical Guide to Splines", Applied Mathematical Sciences 27, Berlin·Heidelberg·New York 1978.

[43] T. PFEIFER, A. VOM HEMDT: „Koordinatenmeßtechnik", Technisches Messen, Heft1, S. 19-22, Oldenburg Verlag 1989.

[44] POWELL, M.J.D.: "Radial basis functions for multivariable interpolation: a review", Algorithms for Approximation, pp. 143-167, Clarendon Press, Oxford 1987.

[45] BERNARD MULGREW: "Applying Radial Basis Functions", IEEE Signal Processing Magazine, pp. 50-65, March 1996.

[46] R.M. SCANNER AND J.-J.E. SLOTLINE: "Gaussian networks for direct adaptive control", IEEE Trans. on Neural Networks 3, pp. 837-863, 1992.

[47] S. KAMPL: „Multiplikationsfreie Gauß´sche Netwerke", Diplomarbeit, Technische Universität Wien 1994.

[48] M. POTTMANN, D.E. SEBORG: "Identification of Nonlinear Processes using Reciprocal Multiquadratic Functions", pp. 189-203, J. Proc. Cont. 2, 1992.

[49] J.E. BRIGNELL: "Digital Compensation of Sensors", Journal of Physical Electronics - Science Instrumentation, vol.20, pp. 1097-1102, 1987.

[50] P.N. MAHANA: "Transducer Output Signal Processing Using an 8 bit Microcomputer", IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, vol.35, pp. 182-186, June 1986.

[51] K.F. LYAHOU, G. HORN, AND J.H. HUIJSING: "A Noniterative Polynomial 2D Calibration Method Implemented in a Microcontroller", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol.46, no.4, pp. 752-757, August 1997.

[52] P. MALCOVATI, C. AZEREDO LEME, P.O´LEARY, F.MALOBERTI, AND H. BALTES: "Smart Sensor Interface with A/D Conversion and Programmable Calibration", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol.29, no.8, pp. 963-966, August 1994.

[53] C. AZEREDO LEME, P. MALCOVATI, AND H. BALTES: "Oversampled Interface for IC-Sensors with Minimized Analog Content", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol.44, no.3, pp. 647-650, June 1995.

[54] P. MALCOVATI, C. AZEREDO LEME, P.O´LEARY, F.MALOBERTI, AND H. BALTES: "Data Conversion and Programmable Calibration for Smart Sensors", Proceedings ESSCIRC, pp. 25-27, 1991.

[55] O. MACHUL, D. HAMMERSCHMIDT, W. BROCKHERDE, AND B.J. HOSTICKA: "A Smart Pressure Transducer with On-Chip Readout, Calibration and Nonlinear Temperature Compensation Based on Spline-Functions",Digest of Technical Papers, IEEE Integrated Solid-State Circuits Conference, Section 12.2, pp. 198-199, San Francisco, Feb. 1997.

[56] O. MACHUL, D. HAMMERSCHMIDT, W. BROCKHERDE AND B.J. HOSTICKA: "Readout Electronics with Calibration and On-Line Test for Resistive Sensor Bridges", Proceedings IEEE,Custom Integrated Circuit Conference CICC, section 14.5, pp. 1-4, May 1996.

[57] O. MACHUL, D. HAMMERSCHMIDT, W. BROCKHERDE AND B.J. HOSTICKA: „Kennlinienbasiertes Sensorsystem zur Kalibration und Reduzierung von Querempfindlichkeiten unter Anwendung von Oversampling-Methoden", GMM-Fachtagung der VDE/VDI-Gesellschaft für Mikroelektronik, S. 33-38, 1997.

[58] O. MACHUL, D. HAMMERSCHMIDT, P.FÜRST, F.WIELAND, W. BROCKHERDE AND B.J. HOSTICKA: „Programmierbare CMOS-Sensorauslese für die automatische nichtlineare Kalibration", Fraunhofer IMS Jahresbericht, S. 54-55, 1996.

[59] FA. SCHAEVITZ: „Verbesserte Druckaufnehmer-Kenndaten durch digitale Korrektur", elektronik industrie 5, S. 42-43, 1997.

[60] FA. SCHAEVITZ: "The P9000 Digitally Compensated Pressure Transducer", sensor review, vol. 17, no.2, pp. 166-167, 1997.

[61] P.M. AZIZ, H.V. SORENSEN AND J. SPIEGEL: "An Overview of ΣΔ-Converters", IEEE Signal Processing Magazine, pp. 61-88, January 1996.

[62] O. Machul, D. Hammerschmidt, W. Brockherde, and B.J. Hosticka, "A Smart Pressure Transducer with On-Chip Readout, Calibration and Nonlinear Temperature Compensation Based on Spline-Functions", Digest of Technical Papers IEEE, Integrated Solid State Circuit Conference, Side-Supplement, Section 12.2, pp. 152-153, San Francisco, Feb. 1997.

[63] J.C. CANDY: "Decimation for Sigma Delta Modulation", IEEE Transactions on Communications, vol. COM-34, pp. 72-76, Jan. 1986.

[64] R. BEST: „Digitale Meßwertverarbeitung", Technisches Messen, Heft 12, S. 495-499, Oldenburg Verlag, 1991.

[65] M. BARMETTLER UND P. GRUBER: Anwendung von Oversamplingverfahren zur Erhöhung der Auflösung digital erfaßter Signale, Technisches Messen 59, Heft1, S. 21-25; Heft2, S. 69-75; Heft6, S. 262-268; Heft7/8, S. 312-319, Oldenburg Verlag, 1992.

[66] S.R. NORSWORTHY, R. SCHREIER, AND G.C. TEMES: "Delta-Sigma Data Conveters", Theory, Design and Simulation, IEEE Press - IEEE Circuits & Systems Society, 1996.

[67] D. HAMMERSCHMIDT: „Integrierte CMOS-Signalverarbeitungssysteme zur Korrektur nichtidealer Sensorkennlinien", Fortschritt-Berichte VDI-Reihe 9, Nr.239, Düsseldorf: VDI-Verlag 1996.

[68] R. KERSJES: „Entwicklung schneller integrierter thermischer Strömungssensoren in Siliziumtechnologie für Flüssigkeiten und Gase", Berichte aus der Elektrotechnik, Shaker Verlag, Aachen 1996.

[69] R. ADAMS: "Design Aspects of High Order Delta-Sigma A/D Converters", IEEE International Symposium on Circuits and Systems: Tutorials, vol. 27, pp. 235-260, 1994.

[70] K.C.-H. CHAO, S. NADEEM, W.L. LEE, AND C.G. SODINI: "A Higher Order Topology for Interpolative Modulators for Oversampling A/D-Converters", IEEE Transactions on Circuits and Systems, no.3, pp. 309-318, March 1990.

[71] I.N. BRONSTEIN, K.A. SEMENDJAJEW: "Ergänzungen zum Taschenbuch der Mathematik", 4.te Auflage, Verlag Harri Deutsch, Thun·Frankfurt/Main 1986.

[72] T. RIETONIEMI, T. KAREMA, AND H. TENHUNEN: "Design of Stable High Order 1-Bit Sigma-Delta Modulators", Proceedings ISCAS´90, pp. 3267-3270, May 1990.

[73] O. FÖLLINGER, F. DÖRSCHEIDT, M. KLITTICH: "Regelungstechnik - Einführung in die Methoden und ihre Anwendungen", 5.te Auflage, Hüthig Verlag, Heidelberg, 1985

[74] P.M. FRANK: "Regelungstechnik", Vorlesung an der Gerhard-Mercator-Universität-GH Duisburg.

[75] K. HAUG, F. MALOBERTI, G. C. TEMES ET.: "Switched Capacitor Integrators with Low Finite-Gain Sensitivity", IEE Electronics Letters, vol.21, no.24, pp. 1156-1157, Nov. 1985.

[76] W. HAUßMANN, K.JETTER, K.-H. MOHN: "Mathematik für Ingenieure", Teil I, Duisburg 1986.

[77] I.N. BRONSTEIN, K.A. SEMENDJAJEW: "Taschenbuch der Mathematik", 23. Auflage, Verlag Harri Deutsch, Thun·Frankfurt/Main 1987.

[78] T. VAN DEN BOOM, D. HAMMERSCHMIDT, O. MACHUL, W. BROCKHERDE UND B.J. HOSTICKA: „Kombinierte RAM/PROM-Zellen in kalibrierbaren Sensorschaltungen", GI-Workshop über Methoden zum Entwurf, zur Integration und Parametrisierung von Komponenten für applikationsspezifische integrierte Mikrosysteme, S. 196-201, Juni 1996.

[79] T. VAN DEN BOOM: „Untersuchung von Zener-Zapping-Dioden und deren Einbindung als dauerhafte Speicherelemente in eine statische CMOS-RAM-Zelle", Studienarbeit der Gerhard-Mercator-Universität-GH Duisburg, August 1994.

[80] S. M. SZE: "Semiconductor Devices Physics and Technology", John Wiley & Sons, New York, 1985.

[81] J. R. BLACK: "RF Power Transistor Metallization Failure", IEEE Transactions on Electron Devices, no.9, pp. 800-803, Sept. 1970.

[82] K. MARTIN, L. OZCOLAK, Y.S. LEE, G.C. TEMES: "A Differential Switched Capacitor Amplifier", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol.SC-22, no.1, pp. 104-106, Feb. 1987.

[83] C. ENZ, AND G. C. TEMES: "Circuit Techniques for Reducing the Effects of Op-Amp Imperfections: Autozeroing, Correlated Double Sampling, and -Chopper Stabilization", Proceedings of the IEEE, vol.84, no.11, pp. 1584-1614, nov. 1996.

[84] J. SCHULZE: „Aktive RC-Filter 3.ter Ordnung", Elektronik 18, Arbeitsblatt Nr.144, S. 109-112, 1991.

[85] A. FISCHER: „Entwurf von Smoothing Filtern mit verteilten RC-Elementen", Studienarbeit der Gerhard-Mercator-Universität-GH Duisburg, März 1994.

[86] O. ZINKE UND A. VLCEK: „Lehrbuch der Hochfrequenztechnik", Band 1: Hochfrequenzfilter - Leitungen - Antennen, 3.te überarbeitete und erweiterte Auflage, Springer Verlag, Berlin·Heidelberg·New York 1986.

[87] B.K. AHUJA: "Implementation of Active Distributed RC Anti-Aliasing/Smoothing Filters", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol.17, no.6, pp. 1076-1080, Dec. 1982.

[88] U. TIETZE, CH. SCHENK: "Halbleiter-Schaltungstechnik", 8.te Auflage, Springer Verlag, Berlin·Heidelberg·New York 1986.

[89] D. HAMMERSCHMIDT, O. MACHUL, W. BROCKHERDE, AND B.J. HOSTICKA: "Antialiasing and Smoothing Filters for Sampled Data Signals using Distributed RC-Elements", Proceedings ESSCIRC, pp. 198-201, 1995.

[90] D. HAMMERSCHMIDT, O. MACHUL: „Abschlußbericht zum F & E-Vorhaben: Anwendungsgerechte Systemintegration und Zuverlässigkeit für intelligiente mikromechanische Sensorik (AnSys)", Förderkennzeichen 13MV0262, 1997.

[91] M. BOLLEROTT, O. MACHUL: „Intelligente Sensoren mit integrierter Ausleseelektronik", elektronik industrie 4, S. 58-62, 1998.

[92] A. LENZ: "Entwicklung einer ADPLL Schaltung zur Taktrückgewinnung und eines Tiefpaßfilters für den Einsatz in einem Sensorauslesesystem", Diplomarbeit der Gerhard-Mercator-Universität-GH Duisburg, April 1997.

[93] G. SCHNEIDER: „Selbstüberwachung und Selbstkalibrierung von Sensoren", atp - Automatisierungstechnische Praxis 38, Heft 9, S. 9-17, Oldenburg Verlag, 1996.

[94] PAOLO ANTOGNETTI, GUISEPPE MASSOBRIO: "Semiconductor Device Modeling with Spice", McGraw-Hill Book Company, Chapter 4, pp. 143-207, 1988.

[95] DILEEP A. DIVEKAR: "FET Modeling for Circuit Simulation", Kluwer Academic Publisher, Chapter 5, pp. 57-143, 1988.

[96] YANNIS P. TSIVIDIS: "Operation and Modeling of the MOS Transistor", McGraw-Hill Book Company, 1987.

[97] B. HÖFLINGER, G. ZIMMER: "Hochintegrierte analoge Schaltungen", Oldenburg Verlag, Kapitel 1.4, S. 18 ff., 1987.

[98] A.B. SRIPAP, D.L. SNYDER: "A Necessary an sufficient Condition for Quantisation Noise to be Uniform and White", IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, no.5, pp. 442-448, October 1977.

[99] S. KOLNSBERG: "Entwicklung einer ΣΔ-Wandler-Architektur höherer Ordnung mit einem neuartigen Rückkopplungsnetzwerk", Diplomarbeit der Gerhard-Mercator-Universität-GH Duisburg, Mai 1997.

[100] J.C. CANDY, G.C. TEMES: "Oversampling Methods for A/D and D/A Conversion", in Oversampling Delta-Sigma Data Converters, IEEE Press - IEEE Circuits & Systems Society, 1992.

[101] R. KLINKE: „Integrierte Operationsverstärker in CMOS-Technologie", Fortschritt-Berichte VDI-Reihe 9, Nr.121, Düsseldorf: VDI-Verlag 1991.

[102] J.F DUQUE-CARRILLO: "Control of the Common-Mode Component in CMOS Continuous- Time Fully Differential Signal Processing", Analog Integrated Circuits and Signal Processing 4, vol.24, pp. 131-140, Kluwer Academic Publisher, Boston 1993.

[103] PAUL J. HURST ET. AL.: "Determination of Stability Using Return Ratios in Balanced Fully Differential Feedback Circuits", IEEE Transactions on Systems - Part II, Analog and Digital Signal Processing, vol.42, pp. 805-817, Dec. 1995.

[104] P.-H. LU, C.-Y. WU, M.-K. TSAI: "The Design of Fully Differential CMOS Operational Amplifiers without Extra Common-Mode Feedback Circuits", Analog Integrated Circuits and Signal Processing 4, vol.24, pp. 173-186, Kluwer Academic Publisher, Boston 1993.

[105] SUDHIR M. MALLYA ET. AL.: "Design Procedures for a fully Differential Folded-Cascode CMOS Operational Amplifier", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol.24, pp. 1737-1739, Dec. 1989.

[106] B.J.HOSTICKA: "CMOS Operational Amplifiers", Kapitel 3 aus Design of MOS VLSI Circuits for Telecommunication (edited by Y.Tsividis, and P. Antognetti), Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 1985.

[107] B.K AHUJA: "An Improved Frequency Compensation Technique for CMOS Operational Amplifiers", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol.SC-18, pp. 629-633, Dec. 1990.

[108] D.B. RIBNER AND M.A. COPELAND: "Design Techniques for Cascoded CMOS OpAmps with Improved PSSR and Common-Mode Input Range", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. SC-19, no.6, pp. 919-925, Dec. 1984.

[109] W.C.S. WU, W.J. HELMS, J.A. KUHN, AND B.E.BYRKETT: "Digital-Compatible High-Performance Operational Amplifier with Rail-to-Rail Input and output Ranges", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol.28, no.6, pp. 661-666, Dec. 1990.

[110] RON HOGERVORST ET. AL.: "CMOS Low-Voltage Operational Amplifiers with Constant-gm Rail-to-Rail Input Stage", Analog Integrated Circuits and Signal Processing 5, pp. 135-146, Kluwer Academic Publishers, Boston 1994.

[111] J. FRANCISCO DUQUE-CARRILLO ET. AL.: "Constant-G_m Rail-to-Rail Common-Mode Range Input Stage with Minimum CMRR Degradation", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol.28, no.6, pp. 661-666, Dec. 1990.

[112] J. FRANCISCO DUQUE-CARRILLO ET. AL.: "Push-Pull Current Circuit for Biasing CMOS Amplifiers with Rail-to-Rail Input Common-Mode Range", IEE Electronics Letters, vol.27, pp. 2122-2125, Nov 1991.

[113] S.L. WONG, C.A.T. SALAMANDA: "An Efficient CMOS Buffer for Driving Large Capacitive Loads", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol.21, no.3, pp. 464-469, June 1986.

[114] ROUBRIK GREGORIAN AND GABOR C. TEMES: "Analog Integrated Circuits For Signal Processing",John Wiley & Sons, New York 1986.

[115] B.J. HOSTICKA, W. BROCKHERDE, AND M. WREDE: "Effects Of The Architecture On Noise Performance Of Operational Amplifiers", Proceedings European Conference on Circuit Theory and Design, pp. 238-241, Stuttgart, Sept. 1983.

[116] G.C. TEMES: "Finite Amplifier Gain and Bandwidth Effects in Switched-Capacitor Filters", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol.15, no.3, pp. 358-361, June 1980.

[117] K. MARTIN AND A.S. SEDRA: "Effects of the OpAmp Finite Gain and Bandwidth on the Performance of Switched-Capacitor Filters", IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. CAS-28, no.8, pp. 822-829, Aug. 1981.