Fraunhofer
LBF

FRAUNHOFER-INSTITUT FÜR BETRIEBSFESTIGKEIT UND SYSTEMZUVERLÄSSIGKEIT LBF

Schriftenreihe
LBF-Berichte FB-259

Dominik Maximilian Laveuve

Zur rechnerischen Lebensdauerabschätzung für Faser-Kunststoff-Verbunde

FRAUNHOFER VERLAG

Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit
und Systemzuverlässigkeit LBF

Schriftenreihe
LBF-Berichte FB-259

Dominik Maximilian Laveuve

Zur rechnerischen Lebensdauerabschätzung für Faser-Kunststoff-Verbunde

FRAUNHOFER VERLAG

Kontaktadresse:
Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit LBF
Bartningstr. 47
64289 Darmstadt
Telefon 06151 705-0
Telefax 06151 705-214
E-Mail info@lbf.fraunhofer.de
URL www.lbf.fraunhofer.de

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.
ISBN (Print): 978-3-8396-1571-3
ISSN 0721-5320

D 17

Zugl.: Darmstadt, Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 2019

Druck: Mediendienstleistungen des
Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau IRB, Stuttgart

Für den Druck des Buches wurde chlor- und säurefreies Papier verwendet.

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau IRB
Postfach 80 04 69, 70504 Stuttgart
Nobelstraße 12, 70569 Stuttgart
Telefon 07 11 9 70-25 00
Telefax 07 11 9 70-25 08
E-Mail verlag@fraunhofer.de
URL http://verlag.fraunhofer.de

Zur rechnerischen Lebensdauerabschätzung für Faser-Kunststoff-Verbunde

Am Fachbereich Maschinenbau
der Technischen Universität Darmstadt
zur
Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

DISSERTATION

vorgelegt von
Dipl.-Ing. Dominik Maximilian Laveuve aus Hannover

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Tobias Melz
Mitberichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Wilfried Becker

Tag der Einreichung: 29.05.2019
Tag der mündlichen Prüfung: 21.08.2019

Darmstadt 2019

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Abteilung *Betriebsfester und Funktionsintegrierter Leichtbau* des *Fraunhofer-Instituts für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit LBF* in Darmstadt.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Professor Melz für die Betreuung meiner Arbeit sowie Herrn Professor Becker für die Übernahme des Korreferats. Darüber hinaus danke ich Herrn Professor Büter für die überaus konstruktiven fachlichen Diskussionen und die organisatorische Unterstützung während der Bearbeitung meines Themas.

In der gesamten Zeit meiner Tätigkeit habe ich eine sehr angenehme Arbeitsatmosphäre erlebt, für die ich allen Kolleginnen und Kollegen ausdrücklich danken möchte. Im Rahmen verschiedenster Projekte habe ich im gesamten Haus große Kompetenz und auch über Abteilungsgrenzen hinweg ausgeprägte Hilfsbereitschaft erlebt. Besonders zu erwähnen sind auch die hochmotivierten Verfasserinnen und Verfasser studentischer Arbeiten, die zu betreuen ich die große Freude hatte und die wichtige Grundlagen für die vorliegende Dissertation geschaffen haben.

Danken möchte ich darüber hinaus auch meiner Familie und meinen Freunden, die mich in meinem Promotionsvorhaben immer bestärkt und die Mühe des Korrekturlesens auf sich genommen haben. Schließlich und ganz besonders danke ich meiner Frau Mariandel, ohne deren stete Unterstützung ich mir die Verfassung der vorliegenden Arbeit nur schwer vorstellen könnte.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abkürzungs- und Symbolverzeichnis

Abkürzungen

AE	Acoustic Emission (Schallemissionsmessung)
AFRL	Air Force Research Laboratory
ANN	Artificial Neural Networks (künstliche neuronale Netze)
APDL	ANSYS Parametric Design Language
BM	Bruchmechanik
CDM	Continuum Damage Mechanics (Kontinuumsschädigungsmechanik)
CDS	Characteristic Damage State (charakteristischer Schädigungszustand, ZFB-Riss-Sättigung)
CE	Critical Element
CFK	Kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff
CLD	Constant Life Diagram
CLT	Classic Laminate Theory (Klassische Laminattheorie)
CT	Computer-Tomographie
CZE	Cohesive Zone Element (Kohäsivzonenelement)
DD	Delaunay-Dreieck
EFR	Energiefreisetzungsrate
EP	Epoxid
ESZ	Ebener Spannungszustand
FB	Faserbruch
FEM	Finite Elemente Methode
FKV	Faser-Kunststoff-Verbund
FMG	(auch als Index) Faser-Matrix-Grenzfläche

FSDT	First Order Shear Deformation Theory (Schubdeformationstheorie 1. Ordnung)
GFK	Glasfaserverstärkter Kunststoff
GRMPDM	Generalized Residual Material Property Degradation Model
IQR	Inter Quartile Range (Interquartilbereich der Merkmale einer Stichprobe bzw. einer Verteilungsfunktion)
LHS	Local Hydrostatic Stress (Dilatationsanteil des Matrix-Spannungszustands an der Faser-Matrix-Grenzfläche)
LMPS	Local Maximum Principal Stress (mikromechanische maximale erste Hauptspannung in der Matrix)
LRM	Laser *Raman* Mikroskopie
MAG	Multiaxialgelege
MC	*Monte-Carlo*
MSV	Mehrschichtverbund
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NV	Normalverteilung
PBC	Periodic Boundary Conditions (periodische Randbedingungen)
PEEK	Polyetheretherketon
PM	*Pålmgren-Miner* (Schadensakkumulationshypothese)
RF	Restfestigkeit
rX-FEM	Regularized Extended Finite Element Method
SD	Steifigkeitsdegradation
SEM	Scanning Electron Microscopy (Rasterelektronenmikroskopie)
SERR	Strain Energy Release Rate (siehe EFR)
SEZ	Statistische Einheitszelle
SF	Shapiro-Francia (statistisches Verfahren zum Test auf Normalverteilung)
SHM	Structural Health Monitoring, Strukturüberwachung
SVB	Spannungs-Verzerrungs-Beziehung
SW	Shapiro-Wilk (statistisches Verfahren zum Test auf Normalverteilung)
SWF	Shapiro-Wilk-Francia (Statistisches Verfahren zum Test auf Normalverteilung; nutzt SW- bzw. SF-Test; siehe auch SW und SF)

UD	unidirektional
VCCT	Virtual Crack Closure Technique
VK	Voronoi-Kante
VR	Voronoi-Region
WEA	Windenergieanlage
WL	Wöhlerlinie
X-FEM	Extended Finite Element Method
Z/D-T	Zug/Druck-Torsion
ZFB	Zwischenfaserbruch

Symbole

α	Winkel der Schicht-Faserrichtung bezogen auf die x-Richtung des Laminatkoordinatensystems bzw. auf die (einachsige) Belastungsrichtung; alternativ: Temperaturausdehnungskoeffizient (Einheit: K^{-1})
$\bar{d}_{12}$	Schädigung des Schubmoduls G_{12} durch Zwischenfaserbrüche im Modell von *Lubineau* und *Ladevèze*
$\bar{d}_{22}$	Schädigung des Elastizitätsmoduls E_{22} durch Zwischenfaserbrüche im Modell von *Lubineau* und *Ladevèze*
$\bar{d}_{23}$	Schädigung des Schubmoduls G_{23} durch Zwischenfaserbrüche im Modell von *Lubineau* und *Ladevèze*
η_{ij}	Kopplungskoeffizienten
γ	Konfidenzniveau
γ_{ij}	Scherung (Schubverzerrung)
Λ	Lastfall für die FE-Analyse
ν_{ij}	Querkontraktionszahl (*Poisson*-Zahl)
Ψ	Elastisches Potential, Verzerrungsenergiedichte (Einheit: J/mm^3)
σ	Technische Spannung (Einheit: N/mm^2)
σ_i	Elemente des Spannungsvektors (in *Voigt*-Notation; Einheit: N/mm^2)
σ_{ij}	Spannungstensor bzw. Element des Spannungstensors (Einheit: N/mm^2)
τ	Schubspannung (Einheit: N/mm^2)

*	Index (oben): Beanspruchungen bzw. (Schwing-) Festigkeitskennwerte auf der Mikroskala (Einheit: N/mm^2)
^{0}	Index (oben): kennzeichnet Materialkennwerte im ungeschädigten Ausgangszustand
$_{a}$	Index: Amplitude einer zyklischen Last bzw. Beanspruchung
$_{f}$	Index: Faser
$_{fmg}$	Index: Faser-Matrix-Grenzfläche
$_{m}$	Index: Matrix bzw. Mittelwert einer zyklischen Last bzw. Beanspruchung über die Zeit bzw. arithmetischer Mittelwert einer Stichprobe
$_{o}$	Index: Oberwert (d. h. Maximum im Zeitverlauf) einer zyklischen Last bzw. Beanspruchung
$_{u}$	Index: Unterwert (d. h. Minimum im Zeitverlauf) einer zyklischen Last bzw. Beanspruchung
$\tilde{C}_{ijkl}$	Materialsteifigkeitsmatrix im geschädigten Zustand
$\tilde{d}$	Diffuse Schädigung der Schubmoduln G_{12} und G_{13} im Modell von *Lubineau* und *Ladevèze*
$\tilde{d}'$	Diffuse Schädigung der Elastizitätsmoduln E_2 und E_3 im Modell von *Lubineau* und *Ladevèze*
$\tilde{d}_{23}$	Diffuse Schädigung des Schubmoduls G_{23} im Modell von *Lubineau* und *Ladevèze*
ε	Technische Dehnung
ε_i	Elemente des Verzerrungsvektors (in *Voigt*-Notation)
ε_{ij}	Verzerrungstensor bzw. Element des Verzerrungstensors
φ	Faservolumengehalt
$\widehat{W}$	Teststatistik des SW- bzw. SF-Tests
$\widetilde{E}_2^0$	Normierter Quer-Elastizitätsmodul im ungeschädigten Ausgangszustand
$\widetilde{N}_{A,log}$	Normierte Anriss-Schwingspielzahl
ξ	Übergangssteigung der elliptisch und parabolisch interpolierten Definitionsbereiche des mehrachsigen Lebensdauerkriteriums
$\zeta_{R/s}$	Signifikanzniveau des R/s-Tests
a_i	Wichtungsfunktionen des SW- bzw. SF-Tests
C_{ij}^0	Materialsteifigkeitsmatrix in *Voigt*-Notation im ungeschädigten Ausgangszustand

C_{ijkl}	Materialsteifigkeitstensor bzw. Element des Materialsteifigkeitstensors (Einheit: N/mm^2)
C_{ij}	Materialsteifigkeitsmatrix in *Voigt*-Notation im aktuellen Zustand bzw. Element der Materialsteifigkeitsmatrix in *Voigt*-Notation im aktuellen Zustand (Einheit: N/mm^2)
D	Schädigungssumme
d	Teilschädigung
d_F	Schädigung durch Faserbruch im Modell von *Lubineau* und *Ladevèze* bzw. Faserschädigung im Modell von *Li et al.*
d_f	Durchmesser der Fasern im FE-Modell der Mikrostruktur (Einheit: mm bzw. μm)
d_M	Matrixschädigung im Modell von *Li et al.*
D_{11}	Schädigung in Faserrichtung im Modell von *Van Paepegem* und *Degrieck*
D_{12}	Schädigung in quer-längs Schubrichtung im Modell von *Van Paepegem* und *Degrieck*
D_{22}	Schädigung quer zur Faserrichtung im Modell von *Van Paepegem* und *Degrieck*
D_{ijrs}	Schädigungstensor
E_i	E-Modul (in *Voigt*-Notation; Einheit: N/mm^2)
F	Kraft (Einheit: N); alternativ: Versagenskriterium
g_2	Wahrscheinlichkeitsdichte der radialen Verteilungsfunktion
G_i	Schubmodul (in *Voigt*-Notation; Einheit: N/mm^2)
H_{SWF}	$\in \{0, 1\}$; Ergebnis des SWF-Tests
H_{SW}	$\in \{0, 1\}$; Ergebnis des SW-Tests
H_{Welch}	$\in \{0, 1\}$; Ergebnis des *Welch*-Tests
I_{ijrs}	Einheitsmatrix 4. Stufe
L	Kantenlänge des FE-Modells (Einheit: mm)
l	Länge im verformten Zustand (Einheit: mm)
l_0	Länge im Ausgangszustand (Einheit: mm)
M	Moment (Einheit: Nmm)
N	Lebensdauer bzw. Bruchschwingspielzahl
n	Schwingspielzahl bzw. Stichprobenumfang

N_A	Anrissschwingspielzahl
N_B	Bruchschwingspielzahl
n_f	Faseranzahl im FE-Modell der Mikrostruktur
p	Statistik: p-Wert des Korrelationstests
p_{SWF}	Statistik: p-Wert des SWF-Tests
p_{SW}	Statistik: p-Wert des SW-Tests
p_{Welch}	Statistik: p-Wert des Welch-Tests
Q_i	$i \in \{1, 2, 3, 4\}$; Quartile einer Stichprobe bzw. Verteilungsfunktion
R	Spannungs- bzw. Lastverhältnis bei zyklischer Beanspruchung bzw. Belastung oder in Statistik: Spannweite von Merkmalswerten in der Stichprobe (engl. range)
r	Abstand zum Fasermittelpunkt (Einheit: mm)
$R(x, y)$	Korrelationskoeffizient der Merkmalswerte x und y
R^+	Positive quasi-statische Festigkeit (z. B. Zugfestigkeit; Einheit: N/mm^2)
R^-	Negative quasi-statische Festigkeit (z. B. Druckfestigkeit; Einheit: N/mm^2)
R_σ	Spannungsverhältnis einer zyklischen Normalspannung
R_τ	Spannungsverhältnis einer zyklischen Schubspannung
s	Schätzwert der Standardabweichung anhand einer Stichprobe
S_{ij}^0	Material-Nachgiebigkeitsmatrix bzw. Elemente der Material-Nachgiebigkeitsmatrix in *Voigt*-Notation im ungeschädigten Ausgangszustand (Einheit: mm^2/N)
s_x	Schätzwert der Standardabweichung für Merkmalswert x
s_y	Schätzwert der Standardabweichung für Merkmalswert y
S_{ij}	Material-Nachgiebigkeitsmatrix bzw. Elemente der Material-Nachgiebigkeitsmatrix in *Voigt*-Notation im geschädigten Zustand (Einheit: mm^2/N)
t	Zeit (Einheit s) bzw. Statistik: Quantil der t-Verteilung mit $n - 1$ Freiheitsgraden für die Wahrscheinlichkeit $\frac{1+\gamma}{2}$
T_g	Glasübergangstemperatur (Einheit: K)
V	Volumen (Einheit: mm^3)
w_{CI}	Breite des Konfidenzintervalls
x_i	aufsteigend nach ihrer Größe geordnete Werte des Merkmals x einer Stichprobe

x_m	arithmetischer Mittelwert der Merkmalswerte x_i einer Stichprobe
y_i	aufsteigend nach ihrer Größe geordnete Werte des Merkmals y einer Stichprobe
y_m	arithmetischer Mittelwert der Merkmalswerte y_i einer Stichprobe

1 Motivation und Thema

Ein wesentliches Ziel bei der Entwicklung mechanischer Komponenten ist es in vielen Fällen, diese mit einer möglichst geringen Masse zu realisieren. Im ingenieurmäßigen Sprachgebrauch bezeichnet der Begriff Leichtbau häufig neben eben diesem Ziel auch eine große Anzahl von Methoden zum Erreichen desselben.

Bei den zu entwickelnden Bauteilen handelt es sich in diesem Zusammenhang meist um solche, deren Masse im Betrieb unter Energieaufwand bewegt werden muss, sodass sich der Bedarf an Energie durch Leichtbau verringern lässt. Beispiele hierfür finden sich im Fahr- und Flugzeugbau, der Raumfahrt und dem Schiffbau sowie bei medizinischen Geräten und Sportartikeln. Von großer Bedeutung ist Leichtbau darüber hinaus z. B. bei den Rotorblättern von Windenergieanlagen, deren Betriebsbeanspruchung wesentlich durch ihr Eigengewicht bestimmt ist, oder in der Automatisierungstechnik und dem Werkzeugmaschinenbau, in denen Beschleunigungskräfte und Eigenfrequenzen von der Bauteilmasse stark beeinflusst werden.

Aufgrund ihrer günstigen spezifischen – d. h. auf ihre Dichte bezogenen – Steifigkeits- und Festigkeitseigenschaften bieten Faser-Kunststoff-Verbunde (FKV) für die beschriebenen Anwendungsfälle häufig deutliche Vorteile gegenüber anderen Werkstoffen. Allerdings lässt sich ihr Leichtbaupotential – genau wie das eines jeden anderen Werkstoffs – konstruktiv nur dann nutzen, wenn Festigkeits- und Ermüdungsverhalten bereits während der Bauteilauslegung zuverlässig abgeschätzt werden können. Andernfalls geht dieses Potential durch die Verwendung entsprechend hoher Sicherheitsfaktoren zumindest teilweise wieder verloren.

Insbesondere was die rechnerische Abschätzung des Ermüdungsverhaltens und der Lebensdauer von FKV anbelangt, besteht derzeit noch Bedarf an Forschung, zu der die vorliegende Arbeit einen Beitrag leistet. Dabei werden hier ausschließlich solche FKV betrachtet, die als Laminate aus einer oder mehreren Schichten mit jeweils unidirektionaler (UD) Endlosfaserverstärkung bestehen.

Nach einer kurzen Einführung in die mechanischen Grundlagen des Spannungs-Verzerrungs-Verhaltens endlosfaserverstärkter Kunststoffe in **Kapitel 2**, die u. a. der Einführung in die nachfolgend verwendete Nomenklatur dient, beschreibt **Kapitel 3** das bei FKV zu beobachtende Ermüdungsverhalten. Auf dieser Basis wird in **Kapitel 4** der aktuelle Stand der Forschung in Bezug auf dessen rechnerische Modellierung dargestellt.

Die Literatur zeigt, dass es über die Lebensdauer zu schädigungsbedingten Änderungen der Materialsteifigkeiten und infolge dessen zu Beanspruchungsumlagerungen kommt, deren Berücksichtigung eine wichtige Voraussetzung für die realistische Bewertung des Ermüdungsverhaltens von Laminaten ist (siehe S. 21 und 39). **Ziel der vorliegenden Arbeit ist es deshalb, ein Berechnungswerkzeug für die Untersuchung des Einflusses ermüdungsbedingter Mikrorisse auf die effektiven Steifigkeiten der UD-Schicht zu entwickeln.** Mit Mikrorissen sind dabei intralaminare Risse gemeint, deren Längen deutlich unterhalb der Schichtdicke liegen. Allerdings ist aufgrund der Größenverhältnisse von Mikrorissen, Faserdurchmesser sowie Schicht- und Laminatdicke eine Skalenseparation, wie sie Voraussetzung für eine klassische Homogenisierung wäre, nicht gegeben. Daher wird eine statistische Betrachtung vorgeschlagen.

Kapitel 5 beschreibt zu diesem Zweck zunächst die Erzeugung von Mikromodellen mit zufälliger Faseranordnungen sowie ihre Übertragung in eine Berechnung mittels der Finite Elemente Methode (FEM). Um auf reproduzierbare Art und Weise geschädigte Materialzustände zu erzeugen, wird ein mehrachsiges, spannungsbasiertes Versagenskriterium formuliert und mit seiner Hilfe die Rissbildung unter zyklischer Beanspruchung für eine Anzahl verschiedener zufälliger Faseranordnungen simuliert, wobei die Entwicklung der effektiven Steifigkeit im Schädigungsverlauf aufgezeichnet wird.

Die statistische Auswertung der so erzeugten Steifigkeitsverläufe in **Kapitel 6** zeigt erwartungsgemäß ein monoklines Materialverhalten sowie eine erhebliche Streuung der effektiven Materialkennwerte, was sich im Verlauf der Schädigung noch verstärkt. Die Kennwerte korrelieren hier z. T. paarweise. In Bezug auf die Anriss-Schwingspielzahl zeigt sich ein deutlich ausgeprägter statistischer Größeneffekt. Das Beanspruchungsniveau kann unter den hier formulierten Bedingungen den Ort des ersten Anrisses und ebenso die weitere Schädigung sowohl in ihrer Geschwindigkeit als auch in Ort und Reihenfolge der entstehenden Mikrorisse beeinflussen.

Kapitel 7 fasst Vorgehensweise und Ergebnis der vorliegenden Arbeit zusammen und ergänzt sie durch einen Ausblick auf zukünftige Arbeiten. Weitere Veröffentlichungen zum Thema finden sich in [1–4].

2 Mechanische Grundlagen

Bei der Betrachtung großer Verformungen oder ausgeprägter physikalischer Nichtlinearität des Materialverhaltens werden häufig die so genannten wahren Spannungen und die sogenannten wahren Dehnungen verwendet. Die wahren Spannungen werden dabei mithilfe des *Cauchy*'schen Spannungstensors beschrieben. Sie beziehen sich auf die verformten Querschnitte des belasteten infinitesimalen Volumenelements. Den wahren Dehnungen liegt das logarithmische Dehnungsmaß $\varepsilon_{logarithmisch} = ln(l/l_0)$[1] zugrunde [5][2]. Sie werden im *Hencky*'schen Verzerrungstensor zusammengefasst.

Im Gegensatz dazu beschränkt sich die Analyse endlosfaserverstärkter Faser-Kunststoff-Verbunde (FKV) in der Praxis häufig auf eine lineare Betrachtung, d. h. auf die so genannten Ingenieurs-Spannungen und -Dehnungen. Die Spannungen beziehen sich dabei auf die unverformten Querschnitte des infinitesimalen Volumenelements und werden mit Hilfe des *2. Piola-Kirchhoff*-Spannungstensors [6] beschrieben. Den Dehnungen liegt das ingenieurmäßige Dehnungsmaß $\varepsilon = (l - l_0)/l_0$ zugrunde. Sie sind im *Infinitesimalen Verzerrungstensor* zusammengefasst[3].

Spannungstensor σ_{ij} und Verzerrungstensor ε_{ij} sind symmetrische Tensoren 2. Stufe. Für linear elastisches Materialverhalten beschreibt die *Materialsteifigkeitsmatrix* C_{ijkl} (positiv definiter und symmetrischer Tensor 4. Stufe) die Beziehung zwischen ihnen [8, 9]. Die Gleichung (2.1) heißt Materialgesetz oder generalisiertes *Hooke*'sches Gesetz [10] und ist hier in Indexschreibweise unter Nutzung der *Einstein*'schen Summenkonvention notiert.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \qquad i, j, k, l \in \{1, 2, 3\} \tag{2.1}$$

Die Achsen des gültigen Koordinatensystems sind hier mit 1, 2 und 3 bezeichnet[4]. Die Materialsteifigkeitsmatrix besitzt in dieser Form 81 Elemente. Aufgrund der Symmetrie von Spannungs- und Verzerrungstensor lässt sich zeigen, dass gilt:

$$C_{ijkl} = C_{jikl} \quad \text{und} \quad C_{ijkl} = C_{ijlk} \tag{2.2}$$

Die Anzahl unabhängiger Elemente in C_{ijkl} beträgt damit 36.

Für ideal elastische Festkörper geht man davon aus, dass eine zu seiner Verformung aufgebrachte Arbeit vollständig in positive Verzerrungsenergie umgewandelt und bei Entlastung

[1] ε: Dehnung, l_0: Länge im unverformten Zustand, l: Länge im verformten Zustand

[2] Siehe auch ANSYS Help 17.1: ANSYS Documentation → Mechanical APDL → Structural Analysis Guide → 8.3.1 Stress-Strain

[3] Dieser ist mathematisch identisch mit der geometrisch linearisierten Form des *Green*'schen Verzerrungstensors, obwohl diesem das *Green*'sche Dehnungsmaß $\varepsilon_{Green} = (l^2 - l_0^2)/l_0^2$ zugrunde liegt [7, 8]. Grundlagen der Kontinuumsmechanik mit Herleitung verschiedener Verzerrungstensoren usw. finden sich z. B. in [6].

[4] Andere mögliche Achsenbezeichnungen wären z. B. xyz, $x_1x_2x_3$ oder $r\phi z$ (Zylinderkoordinatensystem). Für unidirektional vestärkte Faserverbundschichten wird das 123-System üblicherweise so festgelegt, dass die 1-Achse parallel zur Faserrichtung, die 2-Achse parallel zur Schichtebene und senkrecht zur Faserrichtung sowie die 3-Achse senkrecht zur Schichtebene ausgerichtet sind. In diesem Fall nennt man es Materialkoordinatensystem.

wieder vollständig zurückgewonnen wird. Es gilt also der erste Hauptsatz der Thermodynamik (Energieerhaltungssatz). Im verformten Material existiert ein elastisches Potential[5] Ψ, die Verzerrungsenergiedichte, für das gilt:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{und} \quad \sigma_{ij} = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad \text{mit} \quad i,j \in \{1,2,3\} \tag{2.3}$$

und in *Einstein*'scher Summenkonvention

$$\Psi = \frac{1}{2}\sigma_{ij}\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}C_{ijkl}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{kl} \quad \text{mit} \quad [\Psi] = 1\frac{J}{m^3} \quad \text{und} \quad i,j,k,l \in \{1,2,3\} \tag{2.4}$$

Bei einem beliebigen Belastungs- und Entlastungsvorgang, an dessen Ende das Material sich wieder im Ausgangszustand befindet, muss in diesem Fall die insgesamt aufgewandte Arbeit unabhängig vom Be-/Entlastungspfad gleich Null sein. Es lässt sich zeigen [8, 12], dass daher die folgende Bedingung erfüllt sein muss:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_{kl} \partial \varepsilon_{ij}} \tag{2.5}$$

Hieraus folgt dann:

$$C_{ijkl} = C_{klij} \tag{2.6}$$

Damit reduziert sich die Anzahl unabhängiger Elemente in C_{ijkl} auf 21. Sie sind ausreichend, um vollständig anisotropes Verhalten linear elastischer Materialien zu beschreiben [8–10]. Entsprechend wird das Materialgesetz unter Nutzung der *Voigt*-Notation[6] [13] und in Matrixschreibweise folgendermaßen ausgedrückt:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

Für viele Materialien ergeben sich so genannte Symmetrien[7], d. h. die Materialsteifigkeitsmatrix ist invariant[8] bzgl. der Spiegelung des Koordinatensystems an einer oder mehr Ebenen bzw. bzgl. seiner Drehung um eine oder mehr Achsen im Koordinatenraum [9]. Im Materialkoordinatensystem werden dabei verschiedene Elemente der Materialsteifigkeitsmatrix null, wodurch sich die Anzahl unabhängiger Elemente weiter reduziert [9]. Existiert eine einzige Symmetrieebene, spricht man von monokliner Anisotropie (13 unabhängige Elemente). Existiert eine zweite Symmetrieebene, welche zur ersten orthogonal ist, so kann man zeigen, dass auch eine dritte zu beiden anderen orthogonale Symmetrieebene existieren

[5] Existiert ein solches Potential, so spricht man von *Green*-Elastizität. Sie ist ein Sonderfall der *Cauchy*-Elastitizät [11].

[6] In Bezug auf die bisherige Notation gilt: $\varepsilon_1 = \varepsilon_{11}$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_{22}$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_{33}$, $\varepsilon_4 = \gamma_{23} = 2\varepsilon_{23}$, $\varepsilon_5 = \gamma_{13} = 2\varepsilon_{13}$, $\varepsilon_6 = \gamma_{12} = 2\varepsilon_{12}$, $\sigma_1 = \sigma_{11}$, $\sigma_2 = \sigma_{22}$, $\sigma_3 = \sigma_{33}$, $\sigma_4 = \sigma_{23}$, $\sigma_5 = \sigma_{13}$, $\sigma_6 = \sigma_{12}$.

[7] Der Begriff Symmetrie wird vielfältig verwandt. So beschreibt er z. B. auch den Umstand gleicher Steifigkeit unabhängig vom Vorzeichen der Verformung (also z. B. unter Zug und Druck). Andererseits sind Spannungs- und Verzerrungstensor sowie auch die Materialsteifigkeitsmatrix symmetrische Matrizen, für die gilt: $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ und $C_{mnkl} = C_{klmn}$ bzw. $C_{ij} = C_{ji}$.

[8] Das heißt, sie ändert sich durch die nachfolgend beschriebenen Transformationen des Koordinatensystems nicht.

muss [9]. Dieser Zustand heißt orthotrope Anisotropie (9 unabhängige Elemente). Falls alle zur ersten Symmetrieebene orthogonalen Ebenen Symmetrieebenen sind, so liegt transversale Isotropie vor (5 unabhängige Elemente). Ist schließlich jede beliebige Ebene im Raum eine Symmetrieebene, so ist das Material isotrop (2 unabhängige Elemente).

Gl. (2.8) und (2.9) beschreiben die Materialsteifigkeitsmatrix für den monoklin anisotropen Fall (Symmetrieebene ist hier die 23-Koordinatenebene) bzw. für den transversal isotropen Fall, in dem die 23-Koordinatenebene sowie alle dazu orthogonalen Ebenen Symmetrieebenen sind [8–10, 14]. Die Matrix S_{ij} heißt *Material-Nachgiebigkeitsmatrix*. Bei der Indizierung der Querkontraktionszahlen ν_{ij} wird hier die Reihenfolge *Wirkung-Ursache* verwendet.

$$
\begin{aligned}
C_{ij,monoklin} &= \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & 0 & 0 \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & C_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & -\frac{\nu_{13}}{E_3} & \frac{\eta_{14}}{G_4} & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_3} & \frac{\eta_{24}}{G_4} & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_1} & -\frac{\nu_{32}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & \frac{\eta_{34}}{G_4} & 0 & 0 \\ \frac{\eta_{41}}{E_1} & \frac{\eta_{42}}{E_2} & \frac{\eta_{43}}{E_3} & \frac{1}{G_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_5} & \frac{\mu_{56}}{G_6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\mu_{65}}{G_5} & \frac{1}{G_6} \end{bmatrix}^{-1} \\
&= S^{-1}_{ij,monoklin}
\end{aligned}
\tag{2.8}
$$

$$
\begin{aligned}
C_{ij,tra.\,iso.} &= \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{22}-C_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_5} \end{bmatrix}^{-1} \\
&= S^{-1}_{ij,tra.\,iso.}
\end{aligned}
\tag{2.9}
$$

Für unidirektional verstärkte FKV-Schichten wird in der Praxis meist transversal isotropes Verhalten gem. Gl. (2.9) angenommen.

FKV-Bauteile bestehen i. d. R. aus Laminaten – so genannten Mehrschichtverbunden (MSV) – die aus mehreren Schichten verschiedener Faserorientierung aufgebaut sind. Durch ihren Einsatz im Leichtbau stellen FKV-Strukturen überdies häufig dünnwandige Flächentragwerke[9] dar. Zur Analyse von dünnwandigen MSV kommen Theorien für laminierte Schalen zum Einsatz, welche auf Basis der Materialgesetze der einzelnen Schichten das elastische Verhalten des MSV beschreiben. Die Klassische Laminattheorie (Classical Laminate Theory, CLT) [14, 16, 17] nimmt dabei an, dass im gesamten Laminat ein ebener Spannungszustand (ESZ) vorliegt. Zudem wird davon ausgegangen, dass Querschnittsflächen, die im Ausgangszustand eben und senkrecht zur Mittelfläche des MSV sind, dies auch bei Verformung bleiben. Hingegen wird im Rahmen der Finite Elemente Methode (FEM) für die in kommerziellen Berechnungsprogrammen implementierten Schalenelemente häufig die Schubdeformationstheorie erster Ordnung (First-order Shear Deformation Theory, FSDT) [14, 16] verwandt. Hier wird davon ausgegangen, dass Querschnittsflächen, die im Ausgangszustand eben und senkrecht zur Mittelfläche sind, im verformten Zustand zwar eben, aber nicht zwangsweise senkrecht zur Mittelfläche bleiben. Auf diese Weise können auch Schubspannungen in Dickenrichtung approximiert werden[10]. Durch die jeweils zugrundeliegenden kinematischen Vereinfachungen bedingt, liefern die beiden Theorien nur unter bestimmten Voraussetzungen zuverlässige Ergebnisse. Detaillierte Erläuterungen der Theorien finden sich z. B. in [14,16,17].

[9] Dünnwandige Flächentragwerke zeichnen sich dadurch aus, dass ihre Dicke wesentlich geringer ist als ihre Länge und Breite. Sind sie eben und erfahren nur Lasten, die in ihrer Ebene wirken, nennt man sie Scheiben. Sind sie eben und werden senkrecht zu ihrer Ebene belastet, nennt man sie Platten. So genannte Schalen können eben oder gekrümmt und sowohl durch Kräfte innerhalb als auch außerhalb der Schalenfläche belastet sein [15]. Ab welchem Verhältnis von Länge und Breite zu Dicke eine Platte oder Schale mechanisch als dünnwandig zu betrachten ist, hängt vom Verhältnis der Normalsteifigkeiten in Längen-/Breitenrichtung und der Schubsteifigkeit in Dickenrichtung ab. Analoges gilt für das Verhältnis von Länge zu Höhe bei Biegebalken und ihre Bezeichnung als mechanisch schlank. Die Verhältnisse müssen diesbezüglich für FKV-Tragwerke häufig deutlich größer sein als für solche, die aus Metall gefertigt werden. Siehe z. B. [14] oder ANSYS Help 17.1: ANSYS Documentation → Mechanical APDL → Element Reference → I. Element Library → BEAM188.

[10] Die Annahmen der CLT entsprechen der *Kirchhoff-Love*'schen Plattentheorie (analog dazu: *Bernoulli*-Balkentheorie). Die Annahmen der FSDT entsprechen der *Reissner-Mindlin*'schen Plattentheorie (analog dazu: *Timoshenko*-Balkentheorie) [14, 15, 18].

3 Ermüdungsverhalten von FKV

3.1 Einflüsse auf das Ermüdungsverhalten von FKV

In der Literatur wird auf eine Vielzahl von Einflüssen auf die Schwingfestigkeit von FKV hingewiesen. Zu den konstruktiv beeinflussbaren Parametern zählen dabei das Fasermaterial [19–25], der Fasertyp [26], die Oberflächenbehandlung der Fasern (beispielsweise die verwendete Schlichte) [27,28], der eingesetzte Matrixwerkstoff[1] [19–25,30,31] und die Orientierung der Fasern (Faserwinkel) innerhalb der Schichten [19–22,25,32,33] bzw. die textile Architektur des Faserhalbzeugs [24,25,30,34] ebenso wie der Lagenaufbau (Schichtreihenfolge) des Laminats als Ganzem [23–25,30,35–37]. „Feinschichtige Laminataufbauten" werden für den Fall zyklischer Belastung empfohlen, da die Schichtgrenzen den Fortschritt kleiner Schäden behindern [17, S. 427] (siehe dazu auch Abschnitt 3.2). Allgemein gilt GFK als stärker ermüdungsgefährdet als CFK [30]. Von Kohlenstofffasern wird häufig angenommen, dass sie – ungeachtet der Schädigungsprozesse im Verbund – selbst so gut wie nicht ermüden (vgl. hierzu Abschnitt 3.2.3). Glasfasern hingegen zeigen Ermüdung, die auf Spannungsrisskorrosion an ihrer Oberfläche zurückgeführt wird [38–42].

Weitere konstruktionsbedingte Einflüsse ergeben sich an realen Bauteilen durch Kerben, welche lokale Beanspruchungskonzentrationen bewirken [25,43–48], oder auch durch den dreidimensionalen Spannungszustand an freien Rändern des Laminats (*Laminatrandeffekt*) [25,49]. Darüber hinaus wirken sich schnelle Übergänge sowohl in der geometrischen Außenkontur als auch in der Laminatdicke auf die Beanspruchungsverteilung im Laminat aus [50]. Letztere erfordern i. d. R., dass einzelne Schichten an bestimmten Stellen innerhalb des Bauteil-Laminats enden (engl. *ply drop-off*), was dessen Ermüdungsverhalten beeinflusst [51,52].

Im Betrieb ist die Lebensdauer von FKV-Bauteilen im Fall einer zyklischen Belastung mit konstanten Amplituden von der Höhe dieser Amplituden [20,22,25,36,53–55] sowie dem Mittelwert abhängig [19–22,24,25,30,36,56–61]. Letzterer wird in Verbindung mit der Amplitude häufig in Form des Last- oder Spannungsverhältnisses $R = F_u/F_o$ bzw. $R = \sigma_u/\sigma_o$ ausgedrückt[2].

Die für FKV zu beobachtenden, im Allgemeinen nicht vollständig linear elastischen Spannungs-Verzerrungs-Beziehungen (siehe Abschnitt 3.3) führen zu einem Einfluss der Dehnrate auf das Ermüdungsverhalten [19–21,34,47,62,63], der sich mittelbar auch in einem Einfluss der Belastungsfrequenz [19–21,24,25,33,34,36,47,54,55,64–68] ausdrücken kann. Bezüglich des Frequenzeinflusses ist allerdings die mögliche Wechselwirkung mit der Temperaturabhängigkeit zu berücksichtigen, da das viskoelastische Materialverhalten häufig zu Hysteresebedingter Erwärmung führt, welche ihrerseits ebenfalls frequenzabhängig ist [25,34,47,66,69]. Ein weiterer Einflussfaktor ist die Form der Belastungs-Zeit-Funktion (beispielsweise Sinus, Dreieck, Sägezahn etc.) [60,65]. Spezielle Belastungsarten entstehen etwa durch akustische Anregung, wie sie in der Raumfahrt während des Raketenstarts auftreten [70].

[1] Zum Ermüdungsverhalten des reinen Matrixwerkstoffs siehe z. B. [29]

[2] Auch die Bezeichnung *R-Wert* ist gebräuchlich. Bei zyklischer Momentenbelastung wäre $R = M_u/M_o$ eine äquivalente Definition.

Durch viskoelastisches Materialverhalten kann es des Weiteren in Wechselwirkung mit von Null verschiedenen Mittelspannungen zum Kriechen des Materials kommen [47, 60, 62].

Die Mehrachsigkeit des Spannungszustands, welche sich in Schichten mit von der Belastungsrichtung abweichender Faserrichtung bereits bei einachsiger Belastung ergibt, wirkt sich ebenfalls auf das Ermüdungsverhalten aus [23, 25, 33, 59, 71]. Ggf. ist auch eine mögliche Phasenverschiebung[3] verschiedener Lasten untereinander zu berücksichtigen [43, 72].

Bei Belastung mit variablen Amplituden wird ein deutlicher *Reihenfolgeeffekt* bzgl. der zeitlichen Abfolge großer und kleiner Schwingspiele (Amplituden) bzw. deren Mittelwerte verzeichnet [19, 22, 25, 35, 47, 73], der sich auf die unterschiedliche Abfolge verschiedener Schädigungsmechanismen (vor allem ZFB und Delamination) zurückführen lässt [74]. Der Reihenfolgeeffekt ist abhängig von der *Durchmischung*, d. h. davon, wie häufig sich Amplitude und/oder Mittelwert im zeitlichen Ablauf verändern [19, 25, 35, 73, 75].

Im realen Betrieb werden FKV verschiedenen Umgebungsbedingungen ausgesetzt. Insbesondere die während der zyklischen Belastung herrschende Umgebungstemperatur hat dabei großen Einfluss [24, 30, 32, 54, 55, 65, 76–82]. Ändert sich die Temperatur während der Einsatzdauer zyklisch, so ist darüber hinaus mit thermo-mechanischer Ermüdung zu rechnen [25, 83].

Ähnlich bedeutend ist der Einfluss von Feuchte [19, 20, 24, 25, 30, 32, 54, 77, 82, 84–86], welche einerseits Veränderungen der Matrixeigenschaften (etwa der Glasübergangstemperatur T_g, der Steifigkeiten und der Festigkeiten) und andererseits Veränderungen der Beanspruchungen (durch Quellen der Matrix) hervorrufen kann. [87] erwähnt darüber hinaus die Möglichkeit, Ionen aus der Oberfläche bestimmter Glasfasertypen herauszulösen und diese dadurch zu schädigen. Unterschiedliche Einflüsse von Salz- und Süßwasser werden in [88] diskutiert. Das Ergebnis von Untersuchungen an GFK-Rotorblättern von Helikoptern nach langjährigem Einsatz in feucht-heißem Klima zeigt [89].

Weitere Effekte, die von den Umgebungsbedingungen während des Betriebs abhängen, werden durch Alterung [64, 90] und chemische Substanzen (Medien) [25] hervorgerufen. In [49, 83] zeigen die Autoren den auf Oxidation zurückgeführten Einfluss von sauerstoffhaltiger Umgebungsatmosphäre im Vergleich zu einer Stickstoffatmosphäre auf die Rissentwicklung bei thermomechanischer Ermüdung eines CFK-Kreuzverbunds. In [91][4] wird ein Einfluss von Gamma-Strahlung auf die Ermüdung von GFK diskutiert.

Wird davon ausgegangen, dass die FKV-Struktur zu Beginn der zyklischen Belastung nicht völlig unbeschädigt ist, so ergeben sich weitere Einflüsse u. a. aus der Vorschädigung durch statische Lasten [85, 92] oder auch durch punktuelle Schlagbelastung (Impact) [93–96].

[3] Mehrachsigkeit tritt in verschiedenen Formen auf. Zunächst ist zwischen mehrachsigen Lasten (d. h. mehreren wirkenden Kräften $F_i(t)$ und/oder Momenten $M_i(t)$) und mehrachsigen Beanspruchungen (d. h. mehreren wirkenden Spannungen $\sigma_{ij}(t)$ und/oder Verzerrungen $\epsilon_{ij}(t)$) zu unterscheiden. Einachsige Lasten erzeugen im anisotropen Material im Allgemeinen mehrachsige Beanspruchungen. Linear elastisches Materialverhalten vorausgesetzt, sind diese proportional zueinander und zur aufgebrachten Last, falls keine zusätzlichen statischen Beanspruchungen (z. B. temperaturbedingte Eigenspannungen) vorliegen. Mehrachsige Lasten erzeugen (wieder ohne Eigenspannungen o. ä.) proportionale Beanspruchungen, falls alle Lasten zueinander proportional sind, d. h. es gilt $F_i(t) \sim F_j(t)$ und damit $F_i(t)/F_j(t) = konst.$. Periodische Lasten sind in diesem Fall in Phase zueinander, besitzen die gleiche Belastungsform (Sinus, Dreieck usw.), und alle Lasten und Beanspruchungen haben den gleichen R-Wert. Sind periodische Lasten nicht in Phase zueinander, so spricht man von Phasenverschiebung, die wiederum selbst über die Zeit variabel sein kann, wenn die Belastungsfrequenz veränderlich ist. Wie auch im Fall ungleicher R-Werte oder nichtlinearen Materialverhaltens sind die Beanspruchungen im Allgemeinen dann nicht proportional zueinander. Nicht-proportionale, nicht-periodische mehrachsige Belastung mit variablen Amplituden und R-Werten stellt den allgemeinsten Fall der Bauteilbelastung dar.

[4] Vom zitierten Titel liegt lediglich die englischsprachige Zusammenfassung vor. Der Hauptartikel ist in chinesischer Sprache verfasst.

Wesentliche weitere Einflüsse ergeben sich üblicherweise durch die im Herstellungsprozess der FKV-Struktur erreichte Qualität. Abgesehen von schwerwiegenden Mängeln wie unbeabsichtigt trockenen, d. h. nicht mit Matrix imprägnierten Bereichen [50] oder unbeabsichtigten Falten im Fasermaterial [97] ist diese z. B. durch den erreichten Faservolumengehalt [19–21, 25, 28, 98, 99] und die Porosität (durch Lufteinschlüsse) [18–21, 51, 97, 100, 101] gegeben. Insbesondere bei großformatigen Bauteilen, wie den Rotorblättern von Windenergieanlagen (WEA), sind unbeabsichtigte Faserwelligkeiten (so genannte *Ondulationen* – in Dickenrichtung des Materials wie auch in seiner Fläche) nicht vollständig zu vermeiden und wirken sich auf das Ermüdungsverhalten aus [51, 68, 97, 102, 103]. Auch Harzansammlungen im Laminat haben ggf. einen Einfluss [68]. Beim Drapieren textiler Halbzeuge kann es im Fertigungsprozess zudem zu ungünstigen Verformungen der Faserarchitektur kommen [104]. Schließlich muss bei der spanenden Nachbearbeitung die Möglichkeit einer Schädigung des Laminatrands (etwa durch Bohren von Nietlöchern oder Besäumen der Bauteil-Endkontur) berücksichtigt werden [47, 105].

3.2 Schädigung in FKV bei zyklischer Last

Aufgrund ihrer Heterogenität wirken in FKV unter zyklischer Belastung verschiedene Schädigungsmechanismen, deren Auftreten und Interaktion sich je nach Lastfall deutlich unterscheiden können [63,106]. Betreffen sie vorrangig die einzelne Laminatschicht, so spricht man von intralaminarer Schädigung, während als interlaminar eine Schädigung der Schichtgrenzflächen (Delamination) bezeichnet wird [75,107]. Als Hauptschädigungsmechanismen werden i. d. R. das Versagen der Faser-Matrix-Grenzfläche, Zwischenfaserbrüche (ZFB), Faserbrüche (FB) und Delaminationen diskutiert [23,24,30,34,47,99,108–115]. Als weitere Mechanismen werden das Herausziehen von Fasern aus der Matrix [35], das Wachstum von Poren [34] sowie das so genannte Matrix-*crazing*[5] [24, 34, 114] genannt.

3.2.1 Normalbeanspruchung quer zur Faserrichtung

Bei vielen FKV liegt die Beanspruchbarkeit der Faser-Matrix-Grenzflächen unterhalb jener der Matrix. Bei Querzugbeanspruchung einer UD-Schicht (also in 22- oder 33-Richtung[6]) bilden sich daher zunächst – ggf. ausgehend von bestehenden Fehlstellen – Mikrorisse in der Faser-Matrix-Grenzfläche, die schließlich zur Ablösung der Faser von der Matrix führen [117, 118]. Auch Mikrorisse in der *Interphase* sind möglich [117] (siehe dazu auch S. 41). Abhängig vom lokalen Spannungszustand, der maßgeblich von der Anordnung der benachbarten Fasern abhängt, wachsen schließlich Risse von der Spitze der Grenzflächenrisse aus in die Matrix hinein. Auf diese Weise verbinden sich die Grenzflächenrisse vieler Fasern zum makroskopisch sichtbaren faserparallelen *Zwischenfaserbruch* (ZFB). Aufnahmen mit dem Rasterelektronenmikroskop (Scanning Electron Microscope, SEM) zeigen relativ glatte Bruchflächen in den Matrixbereichen zwischen den Fasern bzw. deren Abdrücken [119, 120].

Bei starker Haftung zwischen Faser und Matrix ist auch ein Versagen der Matrix selbst möglich, welches in der Nähe der Grenzfläche, ausgelöst durch den dort wirkenden nahezu hydrostatischen Beanspruchungszustand, auftritt [121] (vgl. Abschnitt 4.6.3). Entsprechende Untersuchungen für den Fall quasi-statischer Beanspruchung finden sich in [116,122,123]. Die Bruchflächen zeigen dann Fasern, die von anhaftendem Matrixmaterial bedeckt sind [124].

[5] Als *craze* bezeichnet man schmale Zonen stark verformten und mit Poren durchsetzten Polymers [116].

[6] Eine gezielte Untersuchung zur Schwingfestigkeit unter Beanspruchung in Richtung der Schichtdicke wird in [57] gezeigt.

Im Fall einer Querdruckbeanspruchung kommt es ebenfalls zur Faserablösung von der Matrix, deren Fortschritt entlang des Faserumfangs unter der dort herrschenden Radial-tangential-Schubspannung sogar begünstigt sein kann [125]. Der ZFB tritt in einer zur Schichtebene geneigten Bruchebene auf [126]. Der Neigungswinkel ist abhängig von der in der entsprechenden Ebene herrschenden Kombination von quer-quer Schubspannung und Quer-Druckspannung (vgl. ZFB-Modus C nach *Puck* bei quasi-statischer Belastung [17, 127]).

3.2.2 Schubbeanspruchung quer-längs zur Faserrichtung

Im Gegensatz dazu entstehen unter Schubbeanspruchung, die quer-längs zu den Fasern wirkt (d. h. in 12- bzw. 13-Richtung), gegenüber der Faserrichtung geneigte Mikrorisse innerhalb der Matrix. Diese werden durch die Fasern zunächst gestoppt, bevor es meist entlang der Faser-Matrix-Grenzfläche zur Verbindung der Mikrorisse und in der Folge zum voll entwickelten faserparallelen ZFB kommt (vgl. auch [114]). Entsprechendes kohäsives Matrixversagen für schwellende und wechselnde Schubbeanspruchung wird bereits in [128] skizziert und lässt sich mikroskopisch an Schliffbildern entsprechend geschädigter Proben bestätigen [120, 129, 130]. In SEM-Aufnahmen der Bruchflächen torsionsbelasteter 90°-Rohrproben zeigen sich die Rissufer dieser geneigten Mikrorisse als schuppenartige Lamellen (so genannte *hackles* oder *shear cusps*, siehe auch [124]) zwischen den Abdrücken der im späteren Schädigungsverlauf aus der Matrix gelösten Fasern (adhäsives Versagen) [119, 120, 130]. Unter proportionaler Zug/Druck-Torsionsbelastung solcher Rohrproben werden diese Lamellen in [59] für Lastverhältnisse ohne oder mit wenig Druckanteil beobachtet, für wechselnde Lasten allerdings nicht. Es wird vermutet, dass sie während des Rissfortschritts als Folge des Druckanteils abgerieben worden sein könnten[7]. In [129] wird anhand von lichtmikroskopischen Aufnahmen von Schliffbildern eines MSV gezeigt, dass die Initiierung der kohäsiven Mikrorisse in so genannten off-axis Schichten[8] orthogonal zur 1. Hauptspannung in der Matrix erfolgt. Während des Rissfortschritts von ZFB wird im Bereich vor der Rissspitze eine Prozesszone beobachtet, in der vergleichbare Mikrorisse vorliegen. Bei ausreichender Faser-Matrix-Haftung kann es unter Umständen zu rein kohäsivem Matrixversagen kommen, wobei SEM-Aufnahmen in diesem Fall neben den beschriebenen Lamellen auch zeigen, dass die Fasern vollständig mit Matrix umhüllt bleiben [68].

3.2.3 Normalbeanspruchung parallel zur Faserrichtung

Zyklische Zugbeanspruchung in Faserrichtung (d. h. 11-Richtung) kann Faserbrüche (FB) und/oder Matrixrisse orthogonal zur Faserrichtung hervorrufen [131]. Das Versagen der Fasern selbst wird maßgeblich durch bereits vorhandene Anfangsdefekte bestimmt [117]. Auch ein Versagen von Faser-Matrix-Grenzflächen, ausgehend von bestehenden faserorthogonalen Rissen, ist möglich [118]. In den von [28] beschriebenen Versuchen an UD GFK-Proben unter Biegung kommt es schon früh in der Lebensdauer zu Faserbrüchen. Bei schwacher Faser-Matrix-Haftung führt dies zu einem Risswachstum entlang der Faser-Matrix-Grenzfläche und damit zu einem sukzessiven Ablösen der Faser aus der Matrix [132–134]. Die resultierende Kerbwirkung auf Nachbarfasern ist relativ gering, und es ergibt sich im Vergleich zu Proben mit besserer Haftung eine längere Lebensdauer bei gleichem Dehnungsniveau. Ebenfalls auf-

[7]Die Proben in [59, 119, 120, 129] besitzen neben der umfangsgewickelten 90°-Schicht auf der Außen- und Innenseite dünne Stützschichten, die die Beobachtung eines stabilen Rissfortschritts ermöglichen.

[8]Mit off-axis werden Schichten bezeichnet, deren Faserrichtung sich von der Belastungsrichtung unterscheidet.

grund der reduzierten Kerbwirkung auf die Nachbarfasern bewirkt in dieser Untersuchung ein verringerter Faservolumengehalt eine ähnliche Verbesserung der Schwingfestigkeit (siehe dazu auch [135]).

Versuchsergebnisse in [136] deuten auch für CFK-UD-Schichten unter Längs-Zug-Beanspruchung auf Ermüdungseffekte hin[9]. Abhängig vom lokalen Faservolumengehalt und unter Wechselwirkung von nichtlinearem Matrixverhalten, Grenzflächenversagen und statistisch entlang der Faserlänge verteilten Festigkeiten können in der Umgebung gebrochener Fasern sukzessive weitere Fasern versagen und so genannte *Cluster* von Faserbrüchen erzeugen.

In [137] wird an CFK-Proben beobachtet, dass bei einer relativ spröden EP-Matrix und einer im Vergleich dazu eher duktilen PEEK-Matrix die Lebensdauer unter zyklischer Zugbeanspruchung in Faserrichtung bei EP höher ist. Dies wird auf den Abbau von Spannungskonzentrationen durch Mikrorisse zurückgeführt. Bei EP werden dabei faser-orthogonale Matrixrisse beobachtet, während es bei PEEK, ausgehend von Faserbrüchen, eher zur Ablösung der Fasergrenzflächen kommt.

Bei Druckbelastung in Faserrichtung kann es zum so genannten *Kinking* oder *Buckling* kommen, das ein Mikro-Stabilitätsversagen (Ausknicken) der Fasern darstellt [24, 112, 114, 138]. Dies wird durch minimale Fehlausrichtungen der Fasern und den daraus resultierenden mehrachsigen Spannungszustand verursacht. Sofern es nicht im ersten Schwingspiel auftritt, geht ihm ein gradueller Verlust der Matrix-Stützwirkung infolge von Schädigungsmechanismen in dieser bzw. in der Faser-Matrix-Grenzfläche voraus. Sobald die Stützung nicht mehr ausreicht, um die Stabilität aufrecht zu erhalten, knicken die Fasern aus und brechen aufgrund der resultierenden Biegung[10].

Betrachtet man Rohrproben mit ±45°-Faserorientierung, so erfahren die Schichten der einen Orientierung unter Torsion faserparallele Zugbelastung, während entgegengesetzt orientierte Schichten in Faserrichtung druckbelastet sind. Eine Vorschädigung solcher Rohrproben durch zyklische Axialkraft verringert die Torsions-Tragfähigkeit erheblich, was auf die infolge der bereits vorhandenen ZFB verringerte Stützung der druckbelasteten Fasern zurückgeführt wird [141].

3.2.4 Schädigung im Mehrschichtverbund

In MSV beginnt der Schädigungsprozess häufig durch Ablösung von Faser-Matrix-Grenzflächen in off-axis Schichten [125]. In [114] wird davon ausgegangen, dass diese fein verteilte Schädigung bereits Änderungen der Steifigkeit verursacht, bevor makroskopische Risse sichtbar werden. Zusätzlich zum viskoelastischen Verhalten der Matrix wird die Matrixschädigung als weitere Ursache für makroskopisch nichtlineares Materialverhalten[11] genannt [98]. So wird vermutet, dass die Reibung der Mikroriss-Ufer zu einem scheinbar plastischen Verhalten unter Schubbeanspruchung führen könne. Aus den entstandenen Mikrorissen entwickeln sich im weiteren Belastungsverlauf erste ZFB [112, 114, 117, 120]. Anders als beim reinen UD-Material führt dies aufgrund der gegenseitigen Stützung der Schichten nicht zum sofortigen Versagen [71, 109, 129]. Bei nominell gleicher Schichtbeanspruchung (etwa bei +45°- und −45°-Schichten eines in 0°-Richtung belasteten Laminats) hängt es ggf. von der Steifigkeit

[9] Der Autor schreibt anderslautende Beobachtungen aus der Literatur Defiziten in der Versuchsdurchführung (vorzeitiges Versagen aufgrund durch die Einspannung verursachter Zusatzbeanspruchungen) zu.

[10] Experimentelle und analytische Betrachtungen zum *kinking* unter quasi-statischer Last finden sich z. B. in [139, 140].

[11] Vgl. [142]; hier wird nichtlineares Materialverhalten infolge von Schädigung unter quasi-statischer Beanspruchung geschildert.

der jeweiligen Nachbarschichten ab, in welcher Schicht zuerst ZFB auftreten [143]. Darüber hinaus bilden dicke off-axis Schichten früher ZFB als dünne [144] (siehe auch [145]).

Auch der Rissfortschritt hängt von der Schichtreihenfolge des Laminats ab, weil diese die bruchmechanischen Beanspruchungsmoden wie auch die Energiefreisetzungsrate an der Rissfront beeinflusst [146]. Infolge der Risse wird das elastische Verhalten von UD-Schichten, die zuvor als näherungsweise transversal isotrop betrachtet werden können, stärker anisotrop [98]. Wie in [147] für quasi-statische Belastung gezeigt, kann es unter Belastung in der Laminatebene in der Umgebung von ZFB zu Biegebeanspruchung der restlichen Schichten kommen, falls diese eine hinreichend geringe Biegesteifigkeit besitzen. Abgesehen davon ändert sich durch Schädigung ggf. die effektive Querkontraktionszahl des Schichtverbunds [148]. An ZFB kann es zu Reibung zwischen den Rissufern [149] und bei ausreichend hohem Faservolumengehalt unter zusätzlichem Querdruck in der Folge zu Reibverschleiß der dort liegenden Fasern kommen [98]. In [150, 151] wird vermutet, dass die Ansammlung von Abrieb in den ZFB der Grund für bleibende Verformungen sein könnte. Auch [152] beschreibt einen Einfluss von Matrixresten in ZFB auf das Schließen dieser Risse und als Folge davon auf die lokale Beanspruchung.

Über die Belastungsdauer steigt die Anzahl der ZFB sukzessive an[12] bzw. die ZFB wachsen entlang der Faserrichtung, bis in vielen Fällen ein Sättigungszustand der ZFB-Rissdichte mit relativ regelmäßigem Rissabstand erreicht ist [108]. Dieser wird z. T. als *charakteristischer Schädigungszustand* (Characteristic Damage State, CDS) bezeichnet (siehe dazu Abschnitt 3.2.7) und kann bereits sehr früh in der Laminatlebensdauer erreicht werden [98, 130].

Ab einer bestimmten Rissdichte wird eine gegenseitige Beeinflussung benachbarter ZFB beobachtet, die den Rissfortschritt verlangsamt [59, 109, 154]. Schädigung und ZFB-Dichte sind vom Lastniveau bzw. bei variabler Amplitude von der Lastreihenfolge abhängig [143, 155]. An dicken off-axis Schichten werden geringere Rissdichten beobachtet als an dünnen [109][13]. Die off-axis ZFB haben meist nur geringe Auswirkung auf die quasi-statische Restfestigkeit, verringern aber normalerweise die Steifigkeit des Laminats deutlich [108, 109, 120, 156]. Durch Behinderung ihrer Querkontraktion erfahren auch in Lastrichtung orientierte Schichten Quer-Zugspannungen, die zu Schädigung und ZFB führen können [108, 110, 157–159]. Darüber hinaus wird die Beanspruchung tendenziell von den geschädigten off-axis in die anderen (z. B. in 0° orientierten) Schichten umgelagert [25, 98, 160].

Ausgehend von den Rissspitzen der ZFB [23, 98, 108] bzw. bevorzugt von Kreuzungspunkten der ZFB benachbarter Schichten [157], aber auch von freien Laminaträndern aus [25, 98, 112, 161] wachsen dann Delaminationen entlang der Schichtgrenzen [108, 120]. Vor der Delaminationsfront treten ggf. weitere ZFB auf [162]. Delamination und ZFB interagieren [163]. Jedoch besteht auch die Möglichkeit eines Delaminationsbeginns vor Erreichen der ZFB-Sättigung [120] oder sogar, bevor überhaupt ZFB auftreten [25]. Ggf. kann vor der sichtbaren Delamination eine verteilte Schädigung der Schichtgrenzflächen durch Mikrorisse erfolgen [114]. Der Delaminationsriss kann als Mischbruch aus Faser-Matrix-Ablösung und Matrixrissen oder vorwiegend als Matrixbruch auftreten [162]. Beanspruchungsumlagerungen infolge der Delamination schwächen die Kerbwirkung der angrenzenden ZFB ab [98]. Druckbelastung kann nach Eintreten der makroskopischen Delamination das Beulen der Sublaminate bewirken [46, 143]. Bruchmechanisch betrachtet, erhält die Beanspruchung der Delaminationsfront dadurch einen zusätzlichen Anteil im Modus I. Die betroffenen Sublaminate werden als Folge der entstehenden Biegung ggf. zusätzlich geschädigt.

Schließlich kommt es durch Kerbwirkung der bestehenden Risse und Beanspruchungsum-

[12]Zur Energiefreisetzungsrate von ZFB, die zwischen bereits bestehenden ZFB auftreten, siehe [153].
[13]Vgl. [151] für theoretische Überlegungen hierzu im Fall quasi-statischer Belastung.

lagerung zu Faserbrüchen [23, 98, 120, 157], die den Bruch des gesamten Laminats bewirken [108, 160, 164].

Der Schädigungsablauf ist u. a. abhängig von der textilen Architektur der Faserverstärkung [30, 112]. So werden für die Rotorblätter von WEA neben anderen Materialien auch Glasfaser-Multiaxialgelege (MAG) verwendet, welche vorwiegend UD-Fasern in 0°-Richtung enthalten. Diese werden durch dünne Rovings in 90°-Richtung zusammengehalten. Die Schädigung unter zyklischem Längszug beginnt als ZFB in den 90°-Rovings, die zu Kerbwirkung und Delamination führen und schließlich FB in den benachbarten 0°-Schichten auslösen (vgl. dazu auch [165]). Zudem kommt es zu Gleitbewegungen der Halte-Rovings und Reibverschleiß mit anschließendem Faserbruch. Das beschriebene Verhalten wird in [166,167] anhand von *Röntgen*-Computertomographie (CT) Aufnahmen dargestellt. Rohdaten der CT-Analyse werden in [168] zugänglich gemacht.

Materialien für die Herstellung von WEA-Rotorblättern werden auch in [169] untersucht. Zu hohe Faservolumengehalte erweisen sich hier als negativ für die Schwingfestigkeit. Der diesbezüglich optimale Wert hängt von der textilen Architektur der Faserverstärkung ab.

Das Verhalten von triaxial geflechtverstärktem CFK wird in [81, 170, 171] beschrieben. Hier entstehen ZFB in den Flechtfäden, die mit einem entsprechenden Steifigkeitsverlust korrelieren. Im weiteren Verlauf kommt es zur Ablösung der Flecht- von den Stehfäden. Auch Risse in den matrixreichen Zonen zwischen den Rovings werden beobachtet. Das Erreichen einer Risssättigung (Flechtfaden ZFBs) ist temperaturabhängig. Durch Lastumlagerung in die Stehfäden kommt es gegen Ende der Lebensdauer zu FB und schließlich zum Bruch der Proben. Ähnliche Untersuchungen beschreibt [172].

Ob bei FKV-Laminaten eine so genannte *Dauerfestigkeit*[14] [174] (engl. *fatigue limit*) angenommen werden kann, ist derzeit noch unklar. Untersuchungen zum Thema liefern unterschiedliche Ergebnisse (siehe z. B. [175, 176][15] bzw. [177][16]). Allerdings sind auch die untersuchten Materialien verschieden.

3.2.5 Schädigung an Kerben

Kerben wie beispielsweise Ausschnitte oder Bohrungen in der Laminatfläche führen zu Spannungskonzentrationen und stellen freie Laminatränder dar. Das Material erfährt im Bereich der Kerbe eine stärkere Schädigung als im ungestörten Bereich [178]. Die sich bildenden Risse verringern die Steifigkeit in der Kerbumgebung und können auf diese Weise die lokalen Beanspruchungen senken. Im Lauf der Lebensdauer kann die quasi-statische Restfestigkeit hierdurch sogar zwischenzeitlich größer sein als im ungeschädigten Ausgangszustand [44,48]. Die Schädigungsverteilung im Fall zyklischer Belastung unterscheidet sich im Allgemeinen von der bei quasi-statischer Belastung [162].

Detaillierte Untersuchungen des Schädigungsgeschehens an Kerben in CFK-MSV finden sich in [47]. Die Kerben werden spanend als Kreislochbohrung in die Laminate eingebracht. Der Probenzustand wird intermittierend per *Röntgen* bzw. *Röntgen*-CT erfasst. Bei zykli-

[14] *Sonsino* [173] bezeichnet die Dauerfestigkeit auch für metallische Werkstoffe als „Fiktion“ und argumentiert dabei anhand von Versuchsergebnissen. Auch wird darauf hingewiesen, dass unter korrosiven Bedingungen nicht mit einer Dauerfestigkeit gerechnet werden darf. Auf entsprechende Regelwerke wird verwiesen. Übertragen auf FKV muss demnach unabhängig von der Existenz einer so genannten Dauerfestigkeit unter rein mechanischer Belastung mit zusätzlicher Schädigung z. B. durch Umgebungsbedingungen und in der Folge auch für niedrige mechanische Lastniveaus mit einer Endlichkeit der Lebensdauer gerechnet werden.

[15] experimentelle Untersuchung von Schwingspielzahlen bis 10^9

[16] experimentelle Untersuchung von Schwingspielzahlen bis $1{,}5 \cdot 10^8$

scher Belastung kommt es in den UD-Schichten früh zu ZFB zwischen gerade noch tangential an der Bohrung vorbeilaufenden und den ersten bei der Herstellung durchtrennten Fasern. Darüber hinaus kommt es, vom Bohrungsrand ausgehend, zu Delaminationen. Diese werden in [105, 179] durch einen entsprechenden Laminataufbau gezielt provoziert und ebenfalls per *Röntgen*-CT dokumentiert. Jedoch beginnt auch hier die Schädigung mit ZFB ausgehend vom Lochrand und schreitet dann unter Interaktion von ZFB und Delaminationen fort.

Auch die in Abschnitt 3.1 erwähnten ply drop-offs sind als Kerben anzusehen. Vor dem Rand der geschnittenen Lage bildet sich eine Harzansammlung, in der unter zyklischer Belastung die Rissbildung initiiert wird. Von dort schreitet die Schädigung in Form von Delamination fort [52].

3.2.6 Konstruktive Beeinflussung der Schädigungsprozesse

In Anbetracht der geschilderten Bruchprozesse ist es naheliegend, zwecks Lebensdauerverlängerung für das Laminat eine Verbesserung der Schwingfestigkeiten von Matrix und Faser-Matrix-Grenzfläche anzustreben [118]. Auch Maßnahmen zur Vermeidung von Delaminationen erscheinen sinnvoll.

In [48] werden dazu CFK-Laminate mit PEEK- und solche mit EP-Matrix verglichen. Anders als anhand der obigen Argumentation erwartet werden könnte, ist die Lebensdauer gekerbter Laminatproben mit PEEK-Matrix deutlich geringer als mit EP. Grund hierfür ist, dass die größere Duktilität und bessere Faser-Matrix-Haftung im Fall von PEEK die Bildung von ZFB und Delaminationen stark verringert. Die von der Kerbe verursachte Spannungskonzentration wird dadurch weniger stark abgemildert als bei der eher spröden EP-Matrix. Ähnliche Untersuchungen finden sich in [31] und für Gewebe-CFK in [180].

Was die Vermeidung von Delamination angeht, werden in [144, 181] CFK-Laminate mit sehr dünnen Schichten (40µm) untersucht. Interlaminare Spannungen aufgrund der (im Laminatkoordinatensystem) unterschiedlichen Schichtsteifigkeiten werden reduziert, indem sie auf eine größere Anzahl von Schichtgrenzflächen verteilt werden. Die Festigkeit und Lebensdauer ungekerbter Laminatproben lässt sich dadurch gegenüber einem Referenzlaminat aus dem gleichen Material (Schichtdicke 200µm) merklich steigern. Auch ist der Steifigkeits- und Festigkeitsverlust über die Lebensdauer geringer. An gekerbten Laminatproben [144] wird jedoch wiederum durch Vermeidung der Delamination eine Abmilderung der Spannungskonzentration verhindert, was zu geringeren Lebensdauern als beim Referenzlaminat führt.

Allerdings ist für reale Anwendungen zu bewerten, ob der unter Laborbedingungen festgestellte positive Effekt von Bruchvorgängen wirklich nutzbar ist. So kann etwa in den Rissen gefrierende Feuchtigkeit[17] zum so genannten Auffrieren [17, S. 266] des Laminats führen.

Werden zur Verstärkung in Dickenrichtung Nähfäden in das Laminat eingebracht, so entstehen matrixreiche Zonen in deren Umgebung. In den Fasern des Laminats entsteht ggf. eine lokale Welligkeit. Diese Störungen können ZFB und Delaminationen auslösen [112, 165].

3.2.7 Bemerkung zur Sättigungsrissdichte

Wie in Abschnitt 3.2 erwähnt, wird in den off-axis Schichten von MSV bzgl. der ZFB häufig eine Risssättigung beobachtet [120, 157]. Die sich einstellende Rissdichte kann bereits nach einem sehr geringen Teil der Lebensdauer erreicht werden [98,130] und wird häufig charakteristischer Schädigungszustand (Characteristic Damage State, CDS) genannt [23,107,108,182].

[17] z. B. bei FKV-Rotorblättern von WEA

Diese Bezeichnung wird *Reifsnider* [183][18] zugeschrieben [160]. Wie bereits in [183] erwähnt, wird eine Abhängigkeit der Sättigungsrissdichte von der Faserorientierung [109,161,184], der Schichtdicke [37, 145, 184–186] und dem Lagenaufbau [37, 184] beobachtet.

Einen Einfluss des Spannungsverhältnisses auf die Sättigungsrissdichte verzeichnet [187].

Wie der Begriff CDS bereits impliziert, wird häufig angenommen, dass die Sättigungs-ZFB-Dichte unabhängig vom Lastniveau ist [188, 189]. Dies eindeutig zu belegen bzw. widerlegen, ist in Anbetracht der verschiedenen interagierenden Schädigungsmechanismen eine Herausforderung.

So berichten beispielsweise die Autoren von [190], an einem GFK-Kreuzverbund mit Faserorientierungen 0°und 90°zur Lastrichtung sei für quasi-statische und zyklische Belastung die gleiche Sättigungsrissdichte festgestellt worden. Nach Meinung des Autors der vorliegenden Arbeit sind die gezeigten Versuchsergebnisse allerdings nicht ausreichend, um diese Aussage nachvollziehen zu können.

In [191] werden für einige Kreuzverbunde mit 0°- und 90°-Schichten lastniveauabhängige Sättigungsrissdichten beobachtet, allerdings zeigen hier auch die in Lastrichtung orientierten Schichten abhängig vom Lastniveau unterschiedliche ZFB-Schädigung. Die Sättigungsrissdichten anderer in der gleichen Quelle behandelter Kreuzverbunde zeigen keine Abhängigkeit vom Lastniveau.

Im Gegensatz zu [190] stellen die Autoren von [152] für einen CFK-Kreuzverbund mit ±45°Faserorientierung einen deutlichen Einfluss des Lastniveaus auf die Sättigungsrissdichte fest.

Die in [192] betrachteten multidirektionalen Laminate zeigen für quasi-statische und zyklische Belastung unterschiedliche Sättigungsdichten der ZFB, welche jeweils sowohl in 90°- als auch 45°- Schichten auftreten. Dies wird auf die mechanische Interaktion der benachbarten Schichten und die sich als Folge der ZFB ergebende Spannungsumlagerung zurückgeführt.

Ebenfalls für multidirektionale Laminate wird in [109] von Sättigungsrissdichten berichtet, die mit steigendem Lastniveau zunehmen.

Kreuzverbunde und multidirektionale Laminate werden in [184] jeweils sowohl dehnungs- als auch lastgeregelt belastet, wobei eine Abhängigkeit der Sättigungsrissdichte vom Lastniveau nur für letztgenannte unter Lastregelung festgestellt wird. Die Autoren führen dies auf viskose Effekte und zyklische Dehnungszunahme (engl. *Ratcheting*) in den 45°-Schichten zurück.

Unterschiede bzgl. der Sättigungsrissdichte zwischen 0°/90°-Kreuzverbunden und multidirektionalen Laminaten werden auch in [111] betrachtet. Bei verschiedenen Lastniveaus geprüfte multidirektionale Laminate zeigen hier eine größere Streuung der Sättigungsrissdichte als Kreuzverbunde. Allerdings kann eine Korrelation zwischen Sättigungsrissdichte und Lastniveau anhand der gezeigten Daten nicht festgestellt werden.

Auch auf Basis der begrenzten Anzahl von Messwerten in [161] kann eine Lastabhängigkeit für die dort untersuchten Laminate weder bestätigt noch ausgeschlossen werden. Zudem treten in den dort beschriebenen Versuchen z. T. schon vor Erreichen der ZFB-Sättigung Delaminationen auf.

In [143] wird beschrieben, dass die Sättigungsrissdichte mit steigendem Lastniveau zunächst steigt, bis dieses so hoch ist, dass bereits vor der ZFB-Sättigung Randdelamination auftritt. Es wird vermutet, dass die Sättigungsrissdichte mit steigendem Lastniveau immer weiter steigen würde, falls keine anderen Schädigungsmechanismen existierten.

[18] Von der genannten Quelle liegt derzeit nur die Zusammenfassung vor. Hier wird erwähnt, es sei ein CDS identifiziert worden, der unabhängig von der Belastungshistorie des Laminats sei und nur von den Schichteigenschaften, den Orientierungen und dem Laminataufbau abhänge.

Demnach ist potenziell von einer vom Schichtmaterial, der Faserorientierung, den Schichtdicken und dem Lagenaufbau beeinflussten Abhängigkeit der Sättigungs-ZFB-Dichte vom Lastniveau und/oder Lastverhältnis auszugehen.

3.3 Nichtlineare Effekte

Nichtlineares Material- bzw. Strukturverhalten kann sich auf verschiedene Arten ergeben. Unterschieden werden das nichtlineare Verhalten des Materials, geometrische Nichtlinearität, Kontaktbedingungen bzw. nichtlineare Randbedingungen und Stabilitätsprobleme [47, 193].

3.3.1 Nichtlinearität des Materialverhaltens

Die Spannungs-Verzerrungs-Beziehungen (SVB) polymerer Matrixwerkstoffe sind i. d. R. nicht einfach linear elastisch [17, 47, 194–196]. Üblicherweise wird von visko-elastischem[19] [63, 98, 160] oder visko-plastischem [197] Verhalten ausgegangen. In einigen Fällen wird auch plastisches Matrixverhalten angenommen [63, 198, 199].

Die SVB viskoser Materialien sind dehnratenabhängig. Auch hängt der jeweils aktuelle Spannungszustand nicht nur von der aktuellen Verzerrung, sondern von der vorangegangenen Beanspruchungsgeschichte (im Zeitbereich) ab [17, 160]. Viskose Effekte treten bei erhöhter Temperatur verstärkt auf [17, 32, 34, 80].

Infolge des Verhaltens ihrer Matrices zeigen auch FKV nichtlineare SVB [17, 32, 47, 60, 107, 141, 163, 200–203]. Deren Dehnratenabhängigkeit beeinflusst ihr Ermüdungsverhalten [60, 63, 98, 126]. In [204] wird zudem der Reihenfolgeeffekt bei FKV u. a. auf viskoelastisches Materialverhalten zurückgeführt.

Wesentliche Auswirkungen des viskosen Materialverhaltens sind Kriechen[20] und Relaxation[21], welche ebenfalls die Schwingfestigkeit von FKV beeinflussen [21, 60, 65, 160, 205–208]. Sie wirken auf der Faser-Matrix-Ebene ebenso wie auf der Schichtebene [17] und führen hier ggf. zur Änderung von Eigenspannungszuständen, was sich in Untersuchungen an GFK-Drehrohrfedern unter schwellender Torsionsbelastung zeigt [98, 209]. Diese sind aus UD-Schichten aufgebaut, welche in +45°- und −45°-Richtung orientiert sind. Im Ausgangszustand ergibt sich in der faserparallel zugbeanspruchten Schicht eine Druckbeanspruchung quer zur Faserrichtung. Durch Kriechen/Relaxation ändert sich dieser Zustand unter der schwellenden Belastung jedoch, bis bei vollständiger Entlastung der Feder in dieser Schicht Quer-Zugspannung auftritt, die abhängig vom Belastungsverhältnis auch zur Bildung von ZFB führt. In [126] wird in diesem Zusammenhang die Ermittlung zyklischer Materialkennwerte mit Hilfe dehnungsgeregelter Versuche vorgeschlagen.

Eine Sonderform nichtlinearen Materialverhaltens ergibt sich bei CFK UD-Schichten unter Zugbelastung in Faserrichtung. Die SVB ist hier progressiv, d. h. die Steifigkeit nimmt mit steigender Dehnung zu. Grund hierfür ist einerseits das Geradeziehen minimal fehlausgerichteter Fasern durch die Belastung [47, 210]. Während dieses Verhalten auf Schichtebene also als Materialnichtlinearität in Erscheinung tritt, ist es eigentlich die Folge einer geometrischen Nichtlinearität auf der Faser-Matrix-Ebene. Die Berücksichtigung dieses Effekts erweist sich in [47] als wichtig für die Güte der rechnerischen Lebensdauerabschätzung. Andererseits kommt hinzu, dass auch die Kohlenstofffasern selbst eine progressive Zug-SVB aufweisen,

[19] Eine ausführliche Diskussion der linearen Viskoelastizität bei FKV findet sich in [17, S. 283-306].
[20] d. h. die zeitabhängige Zunahme der Verzerrungen unter konstanten Spannungen
[21] d. h. die zeitabhängige Abnahme der Spannungen unter konstanter Verzerrung

von der vermutet wird, dass sie auf eine zunehmende Ausrichtung der Graphit-Kristallebenen zurückzuführen ist [17, 142].

Eine weitere wesentliche Nichtlinearität der Schicht-SVB kann sich in FKV durch Mikroschädigung bereits deutlich vor dem Auftreten von ZFB ergeben [17, 98, 114, 127, 142, 197, 210–213][22]. Dieser Effekt wird in Abschnitt 3.5 näher besprochen. Eine mikromechanische Untersuchung, bei der die gemeinsame Wirkung von nichtlinearem Matrixverhalten, Schädigung der Matrix und Ablösung der Faser-Matrix-Grenzflächen auf das Spannungs-Verzerrungs-Verhalten der UD-Schicht numerisch betrachtet wird, wird in [214] vorgestellt. Weitere mikromechanische Untersuchungen zeigen, dass nicht linear elastische SVB der UD-Schicht sowohl durch viskoses Matrixverhalten als auch durch Mikroschädigung hervorgerufen werden [215].

Auf Laminatebene zeigen sich nichtlineare SVB insbesondere ab dem Auftreten der ersten ZFB. Dieser Effekt wird z. T. durch Formulierung effektiver Schichtsteifigkeiten für die gerissenen Schichten beschrieben. So werden in einfachen Fällen die Quer-normal- und Quer-längs-Schubsteifigkeiten der für den ESZ reduzierten Materialsteifigkeitsmatrix herabgesetzt (siehe z. B. [201]). Für quasi-statische Belastung sind Degradationsfunktionen für die elastischen Schichtkennwerte auch über den ersten ZFB hinaus (d. h. für zunehmende ZFB-Rissdichte) beschrieben worden [127, 212], die in ähnlicher Form auch Anwendung für zyklische Belastung gefunden haben [47].

Formal gesehen, stellen alle diese Ansätze eine unzulässige Homogenisierung der ZFB-Schädigung auf Schichtebene dar, da die Defekte keineswegs klein gegenüber dem betrachteten Werkstoffgebiet sind (siehe Abschnitt 5.1.4). Schließlich durchtrennen sie es in Dickenrichtung vollständig. Demnach sollten die effektiven Schichtsteifigkeiten nicht nur von den Eigenschaften der Schicht (Elastizität, Dicke) sondern vom gesamten Laminat (Laminataufbau, Orientierung, Elastizität, Dicke und Schädigung aller Schichten) abhängen. Ob sich die Degradation dennoch als Funktion der Schichteigenschaften beschreiben lässt, ist nicht abschließend geklärt [212]. Jedoch deuten Untersuchungen darauf hin, dass der entstehende Fehler gering sein könnte [147, 212, 216].

3.3.2 Geometrische Nichtlinearität

Geometrische Nichtlinearität ergibt sich meist infolge großer Verschiebungen bzw. großer Verformungen[23].

So entsteht beispielsweise in einem Balken unter Dreipunktbiegung bei kleinen Verschiebungen vorwiegend Biegedehnungen in Längs- und Schubverzerrung in Dickenrichtung. Diese lassen sich in guter Näherung als Funktion der unverformten Balkengeometrie und der geringen Durchbiegung ermitteln. Bei großer Verschiebung[24] ergeben sich jedoch zusätzliche

[22] Die genannten Quellen verweisen z. T. auf folgende, zum Zeitpunkt der Verfassung dieser Arbeit nicht vorliegende, Arbeiten:
Oswald, E.: Untersuchungen zur Festigkeit und zum Deformationsverhalten von vier Harzen mit unidirektionaler Glasfaserverstärkung bei kombinierter Beanspruchung durch Normalspannung und Schubspannung, Leoben, Montanischen Hochschule Leoben [Anmerkung des Autors: gemeint ist vermutlich die Montanistische Hochschule Leoben (heute: Montanuniversität Leoben)], Studienarbeit, 1975.
Schröder, Bernd: Untersuchungen zum Spannungs-Verformungsverhalten von unidirektional faserverstärkten Kunststoffen bei Quer-Zugbelastung, bei Schubbelastung und bei kombinierter Belastung aus Querzug und Schub. Kassel, Universität Gesamthochschule Kassel, Fachbereich Maschinenbau - Konstruktionstechnik, Fachgebiet Faserverbundtechnik, Diplomarbeit, 1983.

[23] Siehe auch: ANSYS Help 17.1: ANSYS Documentation → Mechanical APDL → Theory Reference → Structures with Geometric Nonlinearities

[24] Als anschauliches Extrembeispiel stelle man sich einen an seinen Enden gelenkig gelagerten Balken vor,

Längsdehnungen, die von der Durchbiegung abhängig und daher nicht mehr auf Basis des unverformten Zustands zu berechnen sind.

Ein spezieller Fall geometrischer Nichtlinearität tritt bei FKV infolge von 12-Schubverformung auf. Dabei rotieren die Fasern um die 3-Achse, wodurch sich die Faserwinkel unter Belastung ändern [34, 200, 210]. Dieser Fall verdient insofern besondere Aufmerksamkeit, als er auf der Betrachtungsebene der Fasern eine geometrische Nichtlinearität darstellt, sich aber bei Betrachtung der homogenisierten SVB des Schichtverbunds als Materialnichtlinearität bemerkbar macht.

In Verbindung mit einem Kriechen der Matrix kann es zu großen bleibenden Verformungen und auch der Einschnürung von Laminatproben kommen [80].

3.3.3 Kontakte und nichtlineare Randbedingungen

Nichtlineare Effekte durch sich als Folge der Belastung ändernde Kontaktbedingungen treten bei FKV typischerweise an Rissen auf.

Kommt es etwa bei einem MSV unter Zugbelastung zu ZFB in den off-axis Schichten, so verringert sich dadurch die Zugsteifigkeit des Laminats. Bei Lastumkehr (also Druckbelastung) werden die ZFB jedoch wieder geschlossen, sodass sie die Laminatsteifigkeit kaum beeinflussen. Die SVB des Laminats ist dadurch nichtlinear.

Im einfachsten Fall ist der Elastizitätsmodul des Laminats abhängig vom Vorzeichen der Belastung. ZFB werden dann genau beim Nulldurchgang der Belastung geöffnet bzw. geschlossen. Existieren auf der Schichtebene jedoch Eigenspannungen, so kann dies auch bei von Null verschiedenen Belastungen geschehen [217].

3.3.4 Nichtlinearität durch Instabilität

Stabilitätsprobleme sind insofern mit der erwähnten geometrischen Nichtlinearität verwandt, als auch hier das Kräftegleichgewicht an der verformten Struktur betrachtet werden muss [218].

Ein FKV-bezogenes Beispiel ist das auf S. 12 beschriebene Beulen delaminierter Sublaminate. Im unbelasteten Zustand ist der Delaminationsriss weitgehend geschlossen, und die beiden Sublaminate verlaufen parallel zueinander. Unter langsam zunehmender Druckbelastung entstehen Beanspruchungen, die zunächst proportional zur Last sind. Sobald jedoch die Stabilitätsgrenze des weniger biegesteifen Sublaminats überschritten wird, beult dieses aus. Seine Beanspruchungen sind dann nicht mehr proportional zur aufgebrachten Druckbelastung.

Auf der Betrachtungsebene der Fasern stellt das auf S. 11 beschriebene Ausknicken der Filamente unter Druckbelastung (*Kinking*) einen ähnlichen Fall von Stabilitätsverlust und dadurch bedingter Nichtlinearität dar.

3.4 Wirkung von Eigenspannungen

Eigenspannungen wirken in FKV auf verschiedenen Betrachtungsebenen.

Für Glasfasern wird vermutet, dass während ihrer Herstellung Druckeigenspannungen in der Oberfläche entstehen, weil die Schmelze dort schneller abkühlt als im Faserinneren[25] [17,

der in seiner Mitte um das doppelte seiner Länge ausgelenkt wird.

[25] Das Faserinnere stünde damit unter Zug-Eigenspannungen. Die Festigkeit von Glas wird allerdings maßgeblich durch die vorhandenen Oberflächendefekte bestimmt, die durch die Oberflächen-Druckspannungen

S. 24 u. 29]. In Bezug auf die (Schwing-) Festigkeit von GFK müssen die faserinternen Eigenspannungen normalerweise nicht berücksichtigt werden, da ihre Effekte implizit in den Kennwerten der Fasern enthalten sind.

Im Verbund von Fasern und Matrix unterscheiden sich die beiden Konstituenten in ihrem Ausdehnungsverhalten bei Temperaturänderungen. Zudem kann die polymere Matrix Feuchtigkeit aufnehmen, was ebenfalls eine Dilatation zur Folge hat. Durch die gegenseitige Behinderung dieser Ausdehnungen entstehen bei Temperaturänderung oder auch durch Feuchteaufnahme Eigenspannungen in Fasern und Matrix [17, 142, 215, 220]. Werden UD-Verbunde mit thermoplastischer oder heiß härtender duromerer Matrix hergestellt, so enstehen solche thermischen Eigenspannungen bereits während des Abkühlens. Reaktive Harzsysteme (meist Duromere) erfahren infolge der chemischen Reaktion beim Aushärten eine Volumenreduktion (Schrumpf), die ebenfalls Eigenspannungen erzeugt. Ein in analoger Weise chemisch verursachter Effekt ergibt sich ggf. durch alterungsbedingte Schrumpfung des Matrixwerkstoffs [64]. In [125] wird als Möglichkeit zur Messung von Faser-Matrix-Eigenspannungen die Laser Raman Mikroskopie (LRM) vorgeschlagen. Eine detaillierte Untersuchung von Faser-Matrix-Eigenspannungen mit Hilfe numerischer Methoden findet sich z. B. in [215, 221, 222]. Ebenfalls numerische Betrachtungen zu ihrer Auswirkung auf die Festigkeit werden in [199, 223, 224] dargestellt. Für statische Schichtbeanspruchung wird beispielsweise in [225][26] an FE-Mikromodellen gezeigt, dass Eigenspannungen den Ort der Rissinitiierung beeinflussen können (siehe auch Abschnitt 6.4).

Für die UD-Schicht als Ganzes stellt sich unter den geschilderten Umständen ein orthotropes Ausdehnungsverhalten ein [17]. Werden nun UD-Schichten verschiedener Orientierung zu einem MSV kombiniert, so entstehen Schichteigenspannungen durch ihr unterschiedliches Ausdehungsverhalten[27] und die gegenseitige Behinderung der entsprechenden Verformungen [17, 142]. Sie können erhebliche Größe erreichen und unter zyklischer Belastung des Laminats das in der Schicht vorliegende Spannungsverhältnis (R-Wert) stark beeinflussen [217]. Beispiele für die Berücksichtigung von Schichteigenspannungen bei der rechnerischen Lebensdauerabschätzung für FKV finden sich in [22, 154, 179].

Herstellungsbedingte Eigenspannungen sind abhängig von der Aushärtetemperatur. Sind die thermischen Ausdehnungskoeffizienten sowie die wirksame Temperaturdifferenz bekannt, lassen sich thermische Eigenspannungen abschätzen [17, S. 241 ff.]. Eine experimentelle Untersuchung zu eigenspannungsbedingten Auswirkung verschiedener Aushärtetemperaturen auf die Schwingfestigkeit von MSV unter Dreipunktbiegung mit kleinem Auflagerabstand (geringe Stützweite) findet sich in [226].

Diffundiert Feuchtigkeit in die Matrix ein, so kann ein Teil der thermischen und schrumpfbedingten Eigenspannungen durch das Quellen kompensiert werden. Darüber hinaus findet aufgrund des viskosen Matrixverhaltens mit der Zeit eine teilweise Relaxation der Eigenspannungen statt [17]. Matrixbereiche unter hoher Eigenspannung relaxieren dabei stärker als solche unter geringen.

Kommt es zu einer Schädigung und infolgedessen zur Degradation der elastischen Schichteigenschaften, so ändern sich dadurch die Eigenspannungen ebenfalls [212]. Treten in Schichten mit Quer-Zugeigenspannungen ZFB auf, wenn das Laminat belastet wird, so werden diese bei Entlastung offengehalten [212].

geschlossen würden [219]. Der Gesamteffekt der Eigenspannungen auf die Faserfestigkeit wäre dadurch positiv [17, S. 29].

[26] vom Autor der vorliegenden Dissertation betreute studentische Abschlussarbeit

[27] im gemeinsamen Laminatkoordinatensystem

3.5 Relevanz der Mikro-Schädigung

Aufgrund der unterschiedlichen Steifigkeiten von Fasern und Matrix ist das mikromechanische Spannungs- bzw. Verzerrungsfeld sehr heterogen. Wird nun – als vereinfachtes Beispiel – eine UD-Probe mit einer zyklischen Kraft belastet, die senkrecht zu ihren Fasern wirkt, so kommt es an der Stelle mit der ungünstigsten Kombination von lokaler Beanspruchung und lokaler Beanspruchbarkeit[28] zum ersten Mikroriss[29]. Dies kann beispielsweise das teilweise Ablösen einer Faser-Matrix-Grenzfläche sein. Der durch den Mikroriss verringerte Restquerschnitt wird jetzt stärker beansprucht. Dies gilt selbst bei weg- oder dehnungsgeregelter Belastung der Probe, falls der Mikoriss die Probensteifigkeit insgesamt nur unwesentlich verringert[30]. Die wirkende Kraft ändert sich dann kaum. In Kombination mit den Spannungskonzentrationen an den Rissspitzen beschleunigt dies den Fortschritt der Schädigung im betroffenen Querschnitt. In der direkten Umgebung des geschädigten Querschnitts nimmt also die Probendehnung (quer zu den Fasern) immer weiter zu, was wiederum die Schädigungsprozesse beschleunigt. Die ungeschädigten Bereiche werden hingegen bei Weg- oder Dehnungsregelung sogar entlastet. Auf diese Weise kommt es schnell zum Bruch der Probe durch einen einzelnen ZFB.

In multidirektionalen MSV sind i. d. R. die Schichten am stärksten von Schädigung betroffen, deren Faserorientierung sich am stärksten von der Lastrichtung unterscheidet. Sie tragen auch am wenigsten zur Gesamtsteifigkeit des Laminats in Lastrichtung bei. Kommt es nun in einer solchen Schicht zum ersten Mikroriss, so ändert sich die lokale Laminatsteifigkeit nur geringfügig. Die Dehnung an der geschädigten Stelle nimmt kaum zu, weil andere, in diesem Fall steifere Schichten Lastanteile übernehmen. Mit zunehmender Entfernung von der Schadstelle werden diese Lastanteile durch interlaminare Schubspannungen wieder in die geschädigte Schicht übertragen, sodass deren Beanspruchung bereits nach kurzer Strecke den Ausgangszustand quasi wieder erreicht hat. Da also weder ein schneller instabiler Rissfortschritt an der ersten Schadstelle noch eine Entlastung der restlichen Bereiche der Schicht stattfinden, können an vielen Stellen der Schicht Mikrorisse entstehen, bevor es zum sichtbaren ZFB kommt.

Diese Vorgänge sind der Grund dafür, dass sich die effektiven Festigkeiten bzw. Schwingfestigkeiten einzelner und eingebetteter UD-Schichten voneinander unterscheiden. Der Effekt wird als *in-situ Effekt* bezeichnet und z. B. in [200] untersucht. Aus bruchmechanischer Sicht ist die Energiefreisetzungsrate[31] von ZFB bei eingebetteten Schichten geringer, was in [154] anschaulich beschrieben wird. In [229] wird mit Hilfe bruchmechanischer Berechnungen für statische Beanspruchungen auch gezeigt, dass – bei gleicher nomineller Beanspruchung – im Laminat außen liegende Schichten stärker rissgefährdet sind als solche, die beidseitig von anderen Schichten gestützt werden.

Tatsächlich wird eine signifikante Steifigkeitsänderung aufgrund von Mikrorissen z. T. auch für UD-Proben beobachtet, deutlich bevor diese durch einen einzelnen sichtbaren ZFB versagen. Umso mehr ist also mit dem für multidirektional laminierte Schichten beschriebenen Verhalten zu rechnen[32].

[28] also der effektiv schwächsten Stelle

[29] vgl. [151, 227]

[30] Bei kraftgeregelter Belastung gilt es in jedem Fall.

[31] Die in der Bruchmechanik als Beanspruchungsgröße verwandte Energiefreisetzungsrate (EFR) beschreibt eigentlich, wie viel potentielle Energie bei einer infinitesimal kleinen Verlängerung eines bestehenden Risses frei wird [228]. Im Folgenden wird der Begriff auch so verwandt, dass er die pro neu gebildetem Riss (z. B. ZFB) freiwerdende potentielle Energie bezeichnet.

[32] Zum Unterschied zwischen dem Versagensverhalten der UD-Probe und dem der eingebetteten Schicht vgl.

Wie in Abschnitt 3.2 erwähnt, wird für die nominell gleichwertig beanspruchten +45°- und −45°-Schichten eines MSV festgestellt, dass sie zu unterschiedlichen Zeitpunkten ZFB bilden. Als Grund hierfür wird die unterschiedliche Stützung der Schichten durch ihre jeweiligen Nachbarschichten (in 0° bzw. 90° orientiert) angesehen. In Anbetracht der eben beschriebenen Umlagerung von Beanspruchungen lässt sich dies wie folgt erklären:

Bei nominell gleicher Schichtspannung kommt es bei Schädigung einer Schicht, die durch eine nachgiebige Nachbarschicht nur wenig gestützt wird, zu einer stärkeren Änderung der Verzerrungen als bei einer, die durch eine steife Nachbarschicht in höherem Maß gestützt wird. Bei geringer Stützung ist der Rissfortschritt stärker spannungsgeregelt als bei großer Stützung. Bei großer Stützung ist der Rissfortschritt stärker verzerrungsgeregelt als bei geringer Stützung. Bruchmechanisch betrachtet ist die EFR im Fall geringer Stützung höher.

Wären ZFB die einzigen intralaminaren Schädigungsmechanismen, so müssten sie unabhängig vom Lastniveau immer zuerst an den effektiv schwächsten Stellen der Schicht auftreten. Die entstehende Umlagerung von Beanspruchungen infolge dieser ZFB müsste qualitativ ebenfalls immer gleich ablaufen. Damit sollte dann auch die sukzessive Entstehung weiterer ZFB immer in der gleichen Weise erfolgen.

Wie in Abschnitt 3.1 beschrieben führen aber 2-Block Versuchsprogramme zu unterschiedlichen Rissdichten, je nachdem ob in der Lastfolge zuerst große und dann kleine Lasten aufgebracht werden oder zuerst kleine und dann große. Aus den Beobachtungen in Abschnitt 3.2.7 ergibt sich außerdem, dass die ZFB-Sättigungsrissdichte vom Lastniveau abhängen kann. Diese Effekte lassen sich u. a. mit der Umlagerung von Beanspruchungen infolge von Mikrorissen erklären, die noch vor dem ZFB auftreten. Bilden sich nämlich bei ausreichend kleinem Lastniveau an Stellen hoher Beanspruchung z. B. Faser-Matrix-Ablösungen, die jedoch zunächst nicht wachsen, so nimmt die Heterogenität der Beanspruchungsverteilung der Schicht mit der Zeit ab. Die effektiv schwächsten Stellen können sich dadurch ändern. Bei hohen Lastniveaus entsteht Mikrorisse in geringerer Zahl, die aber häufiger wachsen und früh ZFB bilden. Diese müssen dann nicht an den gleichen Stellen auftreten wie im Fall kleiner Lasten.

Wenn nicht durch Mikroschädigung, so könnten die beschriebenen Effekte in analoger Form auch durch viskositätsbedingte Umlagerung von Beanspruchungen hervorgerufen werden. Unabhängig davon, ob dies der Fall ist[33], kann jedoch auf Basis der in Abschnitt 3.3.1 dargestellten Erfahrung mit dem Auftreten von Mikroschädigung gerechnet werden.

Die vorliegende Arbeit konzentriert sich daher auf die Auswirkung der Mikroschädigung.

Die Relevanz der hier beschriebenen Vorgänge ergibt sich daraus, dass sie meist schon sehr früh in der Lebensdauer von FKV wirksam sind. Nach nur ein bis zwei Prozent der Lebensdauer kann bereits die Sättigung mit ZFB erreicht sein [130]. Mikrorisse entstehen jedoch bereits vor dem ersten ZFB. Werden sie im Rahmen der rechnerischen Lebensdauerabschätzung vernachlässigt, besteht also die Gefahr, für einen Großteil der Lebensdauer fehlerhafte Steifigkeiten und damit auch fehlerhafte Beanspruchungen anzunehmen[34].

Die geschilderte Problematik besteht im Wesentlichen für progressive Schädigungsmodelle, die auf der Basis von Schichtkennwerten formuliert sind. Voraussichtlich werden diese jedoch in Zukunft auch die wichtigste Kategorie von Berechnungsmodellen darstellen (siehe hierzu auch Abschnitt 4.5).

---

auch Abschnitt 3.2. Hier finden sich auch die relevanten Quellenangaben.

[33] oder ob es teilweise der Fall ist

[34] Allerdings existieren auch experimentelle Beobachtungen [163], denen zufolge für die dort betrachteten Proben kein Steifigkeitsverlust festgestellt wird, bevor Delamination einsetzt.

4 Berechnungsmodelle

In der Literatur wird eine große Zahl von Berechnungsmodellen für das Verhalten von FKV unter zyklischer Belastung besprochen. Miteinander verwandte Ansätze werden in Kategorien zusammengefasst, die jedoch nach unterschiedlichen Kriterien eingeteilt werden können.

Häufig werden die Modelle anhand des verwendeten Schädigungsmaßes unterschieden. Die am häufigsten verwendeten Schädigungmaße sind dabei die relative Lebensdauer (beispielsweise *Pålmgren-Miner* Schädigung) oder die nach einer gewissen zyklischen Belastung verbliebene Rest-Festigkeit bzw. -Steifigkeit. Auf diese Weise ergeben sich die folgenden Kategorien: *Lebensdauermodelle*, *Phänomenologische Modelle* (d. h. *Steifigkeitsdegradations-* und *Restfestigkeitsmodelle*) sowie *progressive Schädigungsmodelle*. Diese Einteilung wird häufig auf [230] zurückgeführt[1] und vielfach übernommen [112,146,150,164,233–242]. In [243] wird darauf hingewiesen, dass die genannte Einteilung bereits in [244] ähnlich vorgeschlagen wird. Weitere mögliche Schädigungsmaße sind etwa die infolge der Schädigungsprozesse dissipierte Energie [99, 245] oder – im Fall nichtlinearen Materialverhaltens – die bleibende Dehnung bzw. die Veränderung der mittleren Dehnung [80,180]. In Versuchen beobachtete Rissdichten oder Risslängen eignen sich ebenfalls als Schädigungsmaße [143,188,246–248]. Ggf. lässt sich dabei auch ein Bezug zur gemessenen Steifigkeit herstellen[2] [81,170,250–255].

Als Alternative zum Schädigungsmaß als Unterscheidungsmerkmal bietet sich das jeweils verwendete Maß für die Beanspruchung an. Klassischerweise sind dies Spannungen oder Verzerrungen. Geeignet sind aber auch die Verzerrungsenergie bzw. ihre Dichte oder Freisetzungsrate [158,252,253,256–263]. Bei thermodynamischer Betrachtung der Schädigung wird auch die akkumulierte Entropie als Schädigungsmaß verwandt [264, 265]. In [23] wird die Anwendung der Bruchmechanik diskutiert (siehe auch Abschnitt 4.4). Die Verwendung einer hypothetischen mikroplastischen Arbeit als Beanspruchungsmaß wird in [266] beschrieben.

Als stark empirisch getriebene Vorgehensweise wird die Verwendung *künstlicher neuronaler Netze* (Artificial Neural Networks, ANN) von anderen Modellen unterschieden [267]. Ein weiterer rein empirischer Ansatz wird in [30] vorgeschlagen.

Darüber hinaus lassen sich deterministische von stochastischen[3] Modellen unterscheiden [267, 269]. So lässt sich die Materialermüdung über die Belastungsdauer beispielsweise als statistischer Prozess (z. B. *Markov*-Prozess) beschreiben, was u. a. im Zusammenhang mit SHM-Ansätzen Anwendung findet [262,270–275]. Wenig überzeugend erscheint allerdings die in [276] vorgeschlagene Abschätzung von Lebensdauern auf Basis der Streuung der quasistatischen Festigkeit, da hierbei vernachlässigt wird, dass die Ermüdung ein das Material verändernder Prozess ist.

Verschiedene Modellierungsansätze beschreiben das der Ermüdung überlagerte Kriechen, welches bei von Null verschiedenen Mittelspannungen und i. d. R. verstärkt bei erhöhten Temperaturen auftritt [277, 278]. Sie werden auf der Faser-Matrix-Ebene [279–281], der

[1] Siehe z. B. [231, 232] für alternative Quellenangaben.

[2] Im Zusammenhang mit Strukturüberwachungssystemen (Structural Health Monitoring, SHM) wird auch vorgeschlagen, die Eigenfrequenzen zu betrachten, da diese direkt von den Steifigkeiten abhängen, sich aber an Bauteilen im Betrieb ggf. einfacher messen lassen [249].

[3] Zum Begriff: Kombinatorik, Probabilistik und Statistik sind Teilgebiete der Stochastik [268].

Schichtebene [282] oder der Laminatebene [55, 208, 283, 284] formuliert. Die zyklische Beanspruchung wird dabei ggf. im Zeitbereich (nicht anhand der Schwingspielzahl) betrachtet, um eine gemeinsame Behandlung mit den Kriecheffekten zu ermöglichen [285]. Dies gilt insbesondere auch für Anwendungen des so genannten Zeit-Temperatur-Superpositionsprinzips [278, 279, 281], das die gleichzeitige Behandlung der Zeitstandfestigkeit, der quasi-statischen Festigkeit bei konstanter Dehnrate, der Lebensdauer sowie der Restfestigkeit erlaubt. Ausführliche Beschreibungen von auf diesem Prinzip aufbauenden Verfahren sowie Untersuchungen zu deren Anwendbarkeit auf verschiedene Materialarten finden sich in [286–300].

Weitere Unterscheidungsmerkmale sind die Betrachtungsskala (mikro/makro) [233, 267, 269] oder die allgemeine Vorgehensweise bei der Modellerstellung (phänomenologisch/mechanistisch) [233,301,302]. Dabei wird z. T. angenommen, mikromechanische Modelle seien eher mechanistisch formuliert, während Meso- und Makromodelle einen eher phänomenologischen Charakter hätten [22].

Was die vorliegende Arbeit anbelangt, werden mikromechanische Berechnungsansätze weitgehend im Rahmen der nachfolgend beschriebenen Haupt-Modellkategorien besprochen. Davon abgesehen werden sowohl analytische als auch numerische Mikromechanik-Ermüdungsmodelle in [280, 303–308] vorgestellt. Ein echtes Multiskalenmodell[4] zeigt [309].

Die nachfolgende Darstellung der wichtigsten Modellkategorien[5] sowie einiger ausgewählter Modelle zeigt, dass verschiedene Ansätze häufig miteinander kombiniert und gerade bei mehrskaliger Betrachtung komplementär zueinander verwendet werden. Eine eindeutige Zuordnung von veröffentlichten Berechnungsmodellen zu den genannte Kategorien ist daher häufig nicht ohne Weiteres möglich. Vergleichende Betrachtungen von Modellen verschiedener Kategorien finden sich u. a. in [23, 112, 155, 178, 230, 239, 269, 309, 315–319].

4.1 Lebensdauermodelle

Die Funktionsweise klassischer Lebensdauermodelle wird in [35, 320] zusammengefasst. Die Werkstoffcharakterisierung geschieht in der Regel unter einachsiger zyklischer Belastung mit probenweise konstanter Amplitude. Das Spannungs- bzw. Lastverhältnis R wird üblicherweise innerhalb einer Versuchsreihe konstant gehalten. Die Belastungs- oder Beanspruchungsamplituden der Proben werden über ihren Versagensschwingspielzahlen aufgetragen. Per Regression wird dann auf Basis der Datenpunkte eine so genannte *Wöhlerlinie*[6] (WL) ermittelt. Für diese kommen verschiedene Ansatzfunktionen in Betracht [174, 320, 321]. In [322] wird die Regression mit Hilfe von *genetic programming* durchgeführt, wobei keine Ansatzfunktion vorgegeben werden muss.

Klassischerweise wird der Mittelspannungs[7]- bzw. R-Wert-Einfluss in Form des *Haigh*-Diagramms [174] (Constant Life Diagram, CLD) beschrieben. Dabei werden die gemäß der WL interpolierten Beanspruchungsamplituden über den Mittelwerten aufgetragen und für konstante Versagensschwingspielzahlen interpoliert. Die Qualität der Interpolation hängt von der Anzahl der Stützstellen (d. h. der Versuchs-R-Werte) [323–325] sowie von der gewählten Ansatzfunktion [58, 320, 326–333] ab.

[4]Bei der Multiskalenmodellierung ist für jeden Integrationspunkt des makroskopischen FE-Modells ein FE-Mikromodell hinterlegt, das sein Verhalten bestimmt.

[5]Die Beschreibung von Delamination steht nicht im Fokus der vorliegenden Arbeit. Quellen zum Thema sind beispielsweise [310–314].

[6]engl.: S-N curve oder SN-curve

[7]Wird als Beanspruchungsmaß z. B. die Dehnung gewählt, wäre analog der Mitteldehnungseinfluss zu berücksichtigen.

Der in [187, 334, 335] vorgestellte Ansatz berücksichtigt für die Quer-Normalbeanspruchung von UD-Schichten außerdem die nach *Puck* [127] zu erwartenden Bruchmoden. Die WL-Parameter werden als Funktion des Polarwinkels im *Haigh*-Diagramm formuliert und für die den Bruchmoden entsprechenden Sektoren abschnittweise interpoliert. Im Gegensatz zu vielen Interpolationen des CLD, die im σ_m-σ_a-Raum durchgeführt werden, ist hierdurch sichergestellt, dass die Interpolation für alle R-Werte Ergebnisse liefert, die der ursprünglichen Hypothese bzgl. der Ansatzfunktion von WL entsprechen.

Verschiedene Quellen zeigen den Einsatz von ANN zur Ermittlung von CLD [257,336–339], die stellenweise auch mit Methoden der *fuzzy logic* kombiniert werden [340]. Diese Ansätze könnten eine deutliche Reduktion des Versuchsaufwands ermöglichen.

Darüber hinaus werden empirische Zusammenhänge formuliert, mit deren Hilfe sich dann u. a. WL für verschiedene R-Werte oder auch Faserorientierungen berechnen lassen [66, 138, 341–345]. Je nach Verfahren gelingt dies unterschiedlich gut. In [76] wird eine ähnliche Methode zur Ermittlung von WL für verschiedene Temperaturen vorgestellt.

Die Wichtigkeit der CLD-Interpolation für die Abschätzungsgüte von Lebensdauermodellen wird anhand von [60] deutlich. Hier werden Versuche mit blockweise variabler Amplitude durchgeführt. Die einzelnen Blöcke besitzen dabei nur R-Werte, für die auch WL vorliegen. Die Interpolation im CLD entfällt somit als Fehlerquelle, und die rechnerische Abschätzung der Lebensdauer per linearer Schadensakkumulation ist verhältnismäßig gut.

Werden FKV-Strukturen mit variabler Amplitude belastet, so sind R-Wert und Amplitude im Allgemeinen für jedes (Halb-)Schwingspiel unterschiedlich. Zur Erstellung so genannter *Kollektive* werden Zählverfahren angewandt. Beim häufig eingesetzten *Rainflow*-Zählverfahren geht dabei die Information über Belastungsfrequenz und Lastreihenfolge verloren, die Information über die Mittelspannungen der Schwingspiele bleibt jedoch erhalten. Alternative Zählverfahren finden sich u. a. in [174] und [73][8].

Zur Abschätzung der Lebensdauer unter der Belastung mit variabler Amplitude wird die relative Lebensdauer als Schädigungsmaß interpretiert. Dies geschieht beispielsweise gemäß der linearen Schadensakkumulationshypothese nach *Pålmgren* bzw. *Miner* (PM)[9]. Dabei wird unter Berücksichtigung der jeweiligen Amplitude und des R-Werts für jedes auftretende Schwingspiel die Versagensschwingspielzahl unter Annahme konstanter Amplitude berechnet. Hierzu werden das CLD und als dessen Basis die WL verwendet. Das Verhältnis der Häufigkeit, mit der dieses Schwingspiel auftritt, zur Versagensschwingspielzahl[10] ist die jeweilige Teilschädigung. Die Teilschädigungen aller auftretenden Schwingspiele werden zur Gesamtschädigung des Kollektivs addiert[11]. In der ursprünglichen Formulierung wird davon ausgegangen, dass das Versagen eintritt, sobald die Schädigung den Wert $D = 1$ erreicht.

Die Anwendung der PM-Hypothese für FKV wird vielfach als problematisch angesehen [155, 160]. So wird kritisiert, dass sie die viskoelastischen Einflüsse auf die Schädigung nicht berücksichtigen könne [19]. Auch berücksichtigt sie den Reihenfolgeeffekt nicht und liefert z. T. nicht-konservative Ergebnisse [22, 317, 346]. Modifizierte Formen der PM-Schadensakkumulationshypothese bzw. Alternativen zu ihr werden in [155, 174, 319, 347–350] diskutiert.

Ein Unterscheidungsmerkmal zwischen verschiedenen Lebensdauermodellen stellt die je-

[8] Die Quelle verweist ihrerseits auf „ASTM E 1049-85 (1997), Standard practices for cycle counting in fatigue analysis“.

[9] Quellenangaben in [174]: „Palmgren, A.: Die Lebensdauer von Kugellagern. VDI-Z 58 (1924), S. 339/41.“ und „Miner, M.A.: Cumulative damage in fatigue. J. Appl. Mech. 12 (1945), S. 159/64.“

[10] $d_i = \frac{n_i}{N_{B,i}} <= 1$ (d_i: Teilschädigung; n_i: Häufigkeit, mit der Schwingspiel i auftritt; $N_{B,i}$: Versagensschwingspielzahl unter Belastung bzw. Beanspruchung mit konstanter Amplitude bei dem für das betrachtete Schwingspiel geltenden R-Wert, $i \in \mathbb{N}$)

[11] $D = \sum_i d_i$

weils gewählte Betrachtungsebene dar. So lassen sich Lebensdauermodelle auf der Faser-Matrix-Ebene formulieren, wobei für die Konstituenten des Verbunds Vergleichsspannungen gebildet und einer Schadensakkumulationsrechnung zugeführt werden [351].

Wesentlich häufiger ist jedoch die Betrachtung auf der Schichtebene. Da die Beanspruchung der Schichten im Allgemeinen selbst bei einachsiger Belastung des MSV mehrachsig ist (siehe S. 8), werden meist modifizierte Formen von Versagenskriterien verwandt, die ursprünglich für statische Beanspruchungen entwickelt worden sind [126, 177, 200, 352–359], so etwa das *Puck*- oder das *Tsai-Hill*-Kriterium.

Während diese Ansätze meist für proportional mehrachsige Beanspruchung geeignet sind, wird in [360] ein Ansatz vorgestellt, der in der Lage ist, auch beliebige Beanspruchungen zu berücksichtigen. Das heißt die Methode verarbeitet auch solche Schichtbeanspruchungen, die aus nicht proportionalen und/oder nicht phasengleichen Laminatbelastungen resultieren. Die faserparallele Normalspannung wird direkt einer *Rainflow*-Zählung sowie einer linearen Schadensakkumulationsrechnung zugeführt. Für ZFB findet eine Modifikation des *Puck*-Kriteriums Anwendung. Dabei werden in der σ_{22}-τ_{21}-Spannungsebene vom Ursprung ausgehende Vektoren definiert, welche mit den verschiedenen Bruchmoden in Beziehung stehen. Der zeitliche Verlauf des Spannungszustands wird auf diese Richtungen projiziert. Die Projektion stellt dadurch jeweils eine skalare Größe dar, die über die Zeit variiert und für die wiederum eine lineare Schadensakkumulationsrechnung durchgeführt werden kann. Die Schwingfestigkeiten der Projektionsrichtungen (überlagerte σ_{22}-τ_{21}-Spannungszustände) ergeben sich aus den einachsigen Wöhlerlinien und der Interpolation gemäß dem *Puck*-Kriterium. Auch verschiedene R-Werte können berücksichtigt werden. Ein ähnlicher Ansatz ist in [361, 362] beschrieben. Ein weiterer Ansatz auf Basis einer Modifikation des *Puck*-Kriteriums wird in [187] vorgeschlagen. Auch hier besteht die Möglichkeit, das Modell im Fall nicht-proportionaler Beanspruchungen anzuwenden. Zudem wird die Validität der *Masing*-Hypothese zur Berücksichtigung der nichtlinearen Schicht-SVB unter 21-Schub untersucht und positiv bewertet.

Schließlich werden auch Lebensdauermodelle auf der Laminatebene formuliert. So wird die Verwendung verschiedener Schadensakkumulationshypothesen für die einachsige Belastung ganzer Laminate mit variablen Amplituden in [19, 323–326, 339, 347, 363–365] dargestellt. Mit Hilfe gezielter Versuche wird dabei in [85] der Einfluss von Feuchtigkeit auf die Lebensdauer berücksichtigt. In Bezug auf das Ermüdungsverhalten in Blockversuchen wird die Methodik in [35] auf gekerbte Laminatproben angewandt, wobei zusätzlich zu den Belastungszyklen selbst auch die Änderungen des Lastniveaus als schädigende Ereignisse betrachtet werden.

Ist die Belastung bzw. Beanspruchung mehrachsig, so werden auch hier häufig Versagenskriterien modifiziert und angewandt, die ursprünglich für mehrachsige statische Beanspruchungen entwickelt worden sind[12]. Dies gilt sowohl für mehrachsige konstante [33, 207, 367, 368] als auch für mehrachsige variable [73, 357, 369] Belastungsamplituden.

Während viele Lebensdauermodelle vorwiegend deterministisch angelegt sind, wirken auf reale FKV-Strukturen verschiedene zufällige Faktoren. So ist etwa bei WEA die zu erwartende Windgeschwindigkeit nur als statistische Verteilung abzuschätzen. Auch kommt es bei der Fertigung zu Abweichungen vom Idealzustand, d. h. zu Defekten, die einer Streuung unterliegen. Vor diesem Hintergrund wird in [51, 102] eine probabilistische Betrachtung vorgeschlagen. Die Auswirkungen verschiedener mit Unsicherheit behafteter Parameter wie Lastannahmen und Fertigungsdefekte (Faserwelligkeit, Porosität) werden hier in einem Modell für die Zuverlässigkeit des Rotorblatts berücksichtigt.

[12] Die in [366] verwandte *von Mises*- und Hauptspannungs-Hypothese sind allerdings für FKV-Laminate als ungeeignet anzusehen.

Weitere Darstellungen von Lebensdauermodellen finden sich in [230,370,371]. Beispiele für ihre Verwendung in der industriellen Praxis zeigen [372, 373]. Beispiele für die Anwendung von Lebensdauermodellen auf der Faser-Matrix-Ebene werden in [351, 374, 375] gezeigt.

4.2 Phänomenologische Modelle

4.2.1 Restfestigkeitsmodelle

Die in FKV ablaufenden Schädigungsprozesse führen unter zyklischer Belastung zu einer ständigen Änderung der noch vorhandenen quasi-statischen Festigkeit. Diese wird in Restfestigkeitsmodellen (RF-Modellen) als Schädigungsmaß herangezogen. Dazu wird die aktuelle Restfestigkeit meist mit der quasi-statischen Festigkeit im Ausgangszustand (z. B. ermittelt in einfachen Zugversuchen ohne Vorschädigung) normiert. Die Veränderung des so formulierten Verhältnisses wird dann als Funktion von Belastungs- bzw. Beanspruchungsniveau und Schwingspielzahl mathematisch beschrieben.

Den RF-Modellen liegt die so genannte *Strength-Life Equal Rank Assumption* (SLERA) zugrunde [230, 376]. Diese Bezeichnung geht laut [377] auf [378] zurück, beruht aber auf vorangegangenen Überlegungen[13] in [379]. Die Annahme besagt, dass der Rang der quasi-statischen Festigkeit einer bestimmten Probe innerhalb einer aus mehreren Proben bestehenden Stichprobe gerade dem Rang ihrer Schwingfestigkeit entspricht. Anders formuliert: Ordnete man die Proben der Stichprobe einmal in absteigender Reihenfolge nach ihrer quasi-statischen Festigkeit und einmal in absteigender Reihenfolge nach ihrer Schwingfestigkeit, so wären die beiden Reihenfolgen gleich.

In der Regel wird eine *Weibull*-Verteilung der Festigkeiten und Schwingfestigkeiten angenommen. Mit ihrer Hilfe lassen sich dann auch statistische Modelle für die Restfestigkeit, die Lebensdauer oder die Ausfallwahrscheinlichkeit formulieren [376, 380].

Von Vorteil ist hierbei, dass in Gestalt des Abfalls der Restfestigkeit unter die Maximalbeanspruchung direkt ein Kriterium für das Versagen der betrachteten Struktur enthalten ist [24]. Dies ist beispielsweise bei Steifigkeitsdegradationsmodellen nicht unbedingt gegeben (siehe Abschnitt 4.2.2). Auch sind RF-Modelle prinzipiell in der Lage, die jeweils aktuelle Sicherheit einer Struktur gegen Belastung mit statischen Überlasten abzuschätzen. Dies ist u. a. in der Luftfahrt eine gängige Fragestellung [348].

Ebenso wie der Feuchtegehalt [86] wird auch der Einfluss des R-Werts in RF-Modellen z. T. direkt in der Modellgleichung berücksichtigt [20, 21, 24]. Wird statt dessen in der Formulierung der Restfestigkeitsfunktion die Lebensdauer aus klassischen Schwingfestigkeitsversuchen (d. h. Wöhlerlinien für verschiedene R-Werte) verwendet, so existiert auch hier[14] ein Einfluss der CLD-Interpolation [325].

RF-Modelle werden sowohl zur Beschreibung des Materialverhaltens unter konstanter Belastungsamplitude [20, 21, 24, 36, 284, 377, 381, 382] als auch als Maß für die akkumulierte Schädigung unter variabler Belastungsamplitude [19, 55, 63, 160, 380, 383] verwandt. Das Material wird in diesen Fällen auf der Laminat- [19–21, 24, 63, 160, 284, 348, 377, 380–382] oder der Schichtebene [36, 141, 383] betrachtet.

Dabei ist auch eine Berücksichtigung der Lastreihenfolge möglich. Ändert sich die zyklische Beanspruchung in Mittelwert und/oder Amplitude, wird für die neue Beanspruchung eine äquivalente Schwingspielzahl berechnet. Dies ist jene Schwingspielzahl, für welche die neue Beanspruchung genau die bereits aus der vorigen Beanspruchung bestehende Schädigung

[13] Dies ist in [378] auch entsprechend referenziert.
[14] vgl. Abschnitt 4.1

erzeugt hätte. Davon ausgehend wird dann der Schädigungszuwachs infolge der neuen Beanspruchung ermittelt. Der Schädigungszuwachs ist somit abhängig von der vorangegangenen Beanspruchungshistorie [325].

Zur Berücksichtigung des viskosen Kriechens existieren verschiedene Ansätze [284, 382]. Dabei handelt es sich um ein zeitabhängiges Verhalten, weshalb in Schwingversuchen ein Einfluss der Belastungsfrequenz entsteht. Dieser wird in [55] gemeinsam mit dem der Temperatur berücksichtigt.

Bei der Formulierung von RF-Modellen für Laminate, die ausschließlich aus UD-Schichten der gleichen Orientierung bestehen [20,376,377,382], wird der Einfluss des Winkels zwischen Faser- und Lastrichtung z. T. mathematisch beschrieben und im RF-Modell berücksichtigt [20, 21].

Die betrachtete Belastung ist i. d. R. einachsig [19–21, 24, 160, 348, 376, 377, 380–382, 384]. In Anbetracht des dazu voraussichtlich notwendigen Versuchsumfangs ist es auch kaum vorstellbar, für mehrachsige, ggf. nicht-proportionale und phasenverschiedene Belastungen die Auswirkung auf die Restfestigkeit (dann ggf. auch unter mehrachsigen statischen Lasten) empirisch zu charakterisieren.

Zwar werden in [36] mehrachsige Beanspruchungszustände auf der Schichtebene betrachtet, jedoch wird nur für den faserparallelen Anteil ein RF-Modell eingesetzt[15]. Eine Ausnahme stellt [383] dar, wo ein Versagenskriterium für die mehrachsige statische Schichtbeanspruchung modifiziert wird, indem die einachsigen Festigkeiten durch einachsige Restfestigkeiten ersetzt werden. Auch hier bezieht sich das Kriterium auf den Faserbruch als Versagensmodus. Sowohl [36] als auch [383] betrachten dabei gekerbte Probekörper, wobei die Auswertung der Spannungen in einem zuvor definierten Abstand zum Kerbgrund erfolgt. Auf diese Weise wird die Umverteilung von Beanspruchungen infolge von Schädigungsprozessen in der Umgebung des Kerbgrunds berücksichtigt. Der Abstand zum Kerbgrund wird auf Basis von Versuchsergebnissen gekerbter und ungekerbter Proben des betrachteten MSV ermittelt. Für veränderte Lagenaufbauten wäre dies ggf. zu wiederholen, weshalb die Ansätze nicht als rein schichtbasiert bezeichnet werden können.

Im Gegensatz dazu wird in [385] die Schädigung in der Kerbumgebung progressiv simuliert. Hierzu wird ein FE-Modell verwendet, in das zur Darstellung von ZFB Kohäsivzonenelemente eingebracht sind. Die auf die Bruchebene wirkenden Spannungen werden zu einem dimensionslosen Beanspruchungsparameter zusammengefasst, der dann im Rahmen eines Restfestigkeitsmodells für die Kohäsivzonenelemente Anwendung findet. Dieses Modell arbeitet also tatsächlich auf der Schichtebene.

Verschiedene grundlegende Eigenschaften von Restfestigkeitsmodellen werden in der Literatur als nachteilig betrachtet [47]. Da die Restfestigkeit nicht zerstörungsfrei gemessen werden kann, entsteht durch die zyklische Vorbelastung von Proben mit ggf. jeweils mehreren verschiedenen Schwingspielzahlen auf unterschiedlichen Lastniveaus ein hoher Versuchsaufwand [244]. Darüber hinaus besitzt die Restfestigkeit i. d. R. keinen direkten Bezug zu den physikalisch wirkenden Schädigungsmechanismen[16], und die Umverteilung von Beanspruchungen über die Lebensdauer wird nur implizit, d. h. in Form der an MSV (in denen über die Lebensdauer eine Umlagerung stattfindet) gemessenen Restfestigkeitswerte erfasst [244,386].

Eine wichtige Ausnahme stellt diesbezüglich das *Critical Element Model* von *Reifsnider* und *Stinchcomb* dar [387]. Es betrachtet die Restfestigkeit der das endgültige Probenversagen kontrollierenden Schichten (*Critical Element)*, also häufig der 0°-Schichten eines MSV, wobei

[15] Als Ganzes ist das dort geschilderte Berechnungsmodell eher als progressiv zu bezeichnen.

[16] Allerdings zeigt [141] einen Bezug zur physikalischen Schädigung auf, indem eine Korrelation zwischen der per *Röntgen*-Refraktion quantifizierten Mikroschädigung und der Restfestigkeit festgestellt wird.

berücksichtigt wird, dass sich deren Beanspruchung infolge von Steifigkeitsänderungen der anderen Schichten (*Subcritical Elements*) im Lauf der Lebensdauer ändert[17].

Im Gegensatz zu ihrer Steifigkeit ändert sich die Festigkeit von FKV häufig erst in der Spätphase ihrer Lebensdauer [391]. Sie zeigen ein so genanntes *sudden death* Verhalten [244]. Ausgerechnet für diese Phase wird für die Restfestigkeit als Schädigungsmaß jedoch eine geringe Sensitivität bzgl. des Materialzustands konstatiert [392].

Zeigt sich im experimentell festgestellten Verlauf der Restfestigkeit über die Lebensdauer ein Plateau, so ist die Schädigungsevolution in diesem Bereich nicht mathematisch eindeutig beschreibbar [191]. Bedenkt man darüber hinaus, dass bei gekerbten Proben die Restfestigkeit im Verlauf der Lebensdauer sogar vorübergehend über den Ausgangswert steigen kann (siehe S. 13), dann bedeutet dies eine Abnahme der Schädigung und deren zwischenzeitlichen Abfall auf negative Werte[18]. Ebenso wie der in [191] beobachtete zwischenzeitliche Wiederanstieg der Restfestigkeit, der dort auf die Verringerung der durch früh auftretende Risse verursachten Kerbwirkung durch später entstandene Schädigung zurückgeführt wird, widerspricht dies dem üblichen Verständnis von monoton wachsender Schädigung.

In [386] wird zusätzlich angemerkt, dass die übliche Annahme einer *Weibull*-Verteilung der Restfestigkeit aufgrund der verschiedenen Schädigungsphasen evtl. unzutreffend sein könnte.

In der Literatur werden Ansätze zur Reduktion des nachteilig hohen Versuchsaufwands vorgeschlagen. In [393] wird anstelle der üblichen Normierung der aktuellen Restfestigkeit mit der quasi-statischen Festigkeit im Ausgangszustand ein anderer Ansatz gewählt. Als Schädigungsmaß wird das Verhältnis der Differenz zwischen Maximalspannung und aktueller Restfestigkeit und der Differenz der Maximalspannung mit der Anfangsfestigkeit gewählt. Auf diese Weise ergibt sich eine normierte Restfestigkeitskurve, die sich für verschiedene Lastniveaus mit den gleichen Werten der beiden Modellparameter an die Versuchsdaten anpassen lässt. Somit sind deutlich weniger Versuche auf verschiedenen Lastniveaus notwendig.

Alternativ hierzu wird auch versucht, einen Bezug zwischen den an Proben optisch erfassbaren Rissen und ihrer Restfestigkeit herzustellen, wobei aus den Bilddaten der geschädigten Proben automatisiert FE-Modelle erzeugt werden, die einer Abschätzung der aktuellen Restfestigkeit per Simulation dienen [384]. Auf diese Weise wird die Festigkeitsinformation zerstörungsfrei, d. h. quasi synthetisch erzeugt. Jede Probe liefert prinzipiell so viele Festigkeitswerte, wie Risszustände an ihr erfasst werden.

Die Darstellung weiterer Restfestigkeitsmodelle findet sich in [230] und [394][19]. In [395] wird eine Anwendung auf Magnesiumblech-CFK-Laminate vorgestellt. Des Weiteren wird versucht, den Einfluss von Schlagschädigung (*Impact*) im Rahmen von RF-Modellen zu berücksichtigen [95,96]. Restfestigkeitsmodelle für den Einsatz auf der Faser-Matrix-Skala werden in [396, 397] vorgestellt.

[17] Die Effekte sind ursprünglich in einer einzigen Formel zusammengefasst, die die RF bzw. Lebensdauer von Flachproben beschreibt. Eine Implementierung im Rahmen der FEM findet sich in [277]. Auch existieren Weiterentwicklungen zur Berücksichtigung von Kriechen oder Medieneinflüssen [277, 388] sowie die Verbindung mit statistischen Überlegungen [274, 277, 389]. Die Anwendung im Rahmen eines Mikromodells zeigt [110]. Werden im Hinblick auf Steifigkeitsänderung und Beanspruchungsumlagerung wiederholte Beanspruchungsanalysen durchgeführt, so sind entsprechende Weiterentwicklungen (z. B. [390]) im Rahmen der vorliegenden Arbeit als progressive Schädigungsmodelle einzuordnen (siehe Abschnitt 4.5).

[18] Das Schädigungsmaß nimmt nach üblicher Definition Werte zwischen 0 (Ausgangszustand, vollständig intakt) und 1 (Versagen) an.

[19] Die Quelle ist sprachlich schwer verständlich.

4.2.2 Steifigkeitsdegradationsmodelle

Das Schädigungsmaß von Steifigkeitsdegradationsmodellen (SD-Modellen) wird mit Hilfe des Verhältnisses von aktueller und uprünglicher Steifigkeit des Werkstoffs formuliert [230, 245, 391, 398, 399]. Abhängig vom untersuchten Belastungszustand werden dabei beispielsweise axiale Zugsteifigkeiten oder auch Biegesteifigkeiten betrachtet. Als Beanspruchungsmaß werden meist Spannungen oder auch die Verzerrungsenergiedichte [158] verwendet. Auch die Betrachtung der Verzerrungen wäre denkbar.

Der notwendige Versuchsaufwand ist meist deutlich geringer als für RF-Modelle. Schließlich ist die aktuelle Probensteifigkeit im Verlauf von Ermüdungsversuchen auf einfache Weise und zerstörungsfrei messbar [230]. Sie ergibt sich aus den Messwerten für Last und Verformung, die i. d. R. ohnehin aufgezeichnet werden. Darüber hinaus ist meist eine vergleichsweise geringe Versuchsanzahl notwendig, um aussagekräftige Ergebnisse zu erzielen [400].

Die prinzipielle Möglichkeit zur kontinuierlichen Messung wird im Rahmen von SHM-Ansätzen z. T. genutzt, um anhand der aktuellen Steifigkeit Prognosen über die verbleibende Lebensdauer zu erstellen bzw. diese zu aktualisieren [401, 402]. Dies wird auch mit statistischen Überlegungen kombiniert [403]. In der Praxis könnte es sich als Herausforderung erweisen, die aktuelle Steifigkeit realer Strukturen direkt zu ermitteln, da hierzu sowohl eine Messung der Verformung als auch eine Messung der Belastung dieser Strukturen notwendig wäre. In [249] wird hierzu angemerkt, die aktuellen Eigenfrequenzen realer Strukturen seien evtl. einfacher messbar. Diese sind direkt von der aktuellen Steifigkeit der jeweiligen Struktur abhängig.

Im Gegensatz zu RF-Modellen besitzen SD-Modelle normalerweise kein inhärentes Kriterium für das endgültige Versagen, also beispielsweise für den Bruch einer Probe. Dieses muss explizit formuliert werden. Im einfachsten Fall wird dazu eine maximale zulässige Reduktion der Steifigkeit definiert [78, 400], deren Überschreiten Versagen bedeutet. Alternativ wird postuliert, dass Versagen eintritt, wenn die unter zyklischer Last auftretende Dehnung die quasi-statische Bruchdehnung erreicht [131, 236, 404]. Z. T. werden auch mathematische Beziehungen zwischen Steifigkeitsdegradation und Restfestigkeit formuliert [405] (siehe auch Abschnitt 4.6.2).

SD-Modelle werden häufig auf der Laminatebene [34, 88, 113, 152, 164, 271, 401, 403, 406–408] und z. T. sogar für ganze Sandwiches [409, 410] entwickelt. Die betrachtete Belastung erfolgt dabei in den meisten Fällen einachsig [34, 88, 113, 131, 152, 164, 271, 352, 401, 403, 406, 408–413] und mit konstanter Amplitude [34, 88, 131, 164, 203, 271, 352, 400, 401, 403, 404, 407–414]. Vergleichsweise wenige Ansätze arbeiten auf der Schichtebene [158, 235, 352, 411, 412, 414] oder behandeln variable Belastungsamplituden [113, 152, 158, 406].

Die Anzahl von Ansätzen zur Behandlung mehrachsiger Beanspruchungen ist gering. Im einfachsten Fall werden abhängig von den einzelnen Schichtbeanspruchungen auch die einzelnen Schichtsteifigkeiten verringert [235]. Dabei wird keine Interaktion zwischen Beanspruchungen oder Steifigkeiten verschiedener Richtungen berücksichtigt. Alternativ dazu wird die Interaktion der Schichtspannungen mit Hilfe eines mehrachsigen Kriteriums beschrieben [158]. Auf Basis des so gewonnenen Beanspruchungsparameters kann die Degradation der Steifigkeit abgeschätzt werden. Einen Ansatz zur Berücksichtigung der Degradation verschiedener richtungsabhängiger Schichtsteifigkeiten im Rahmen eines Optimierungsalgorithmus für den Laminataufbau zeigt [414].

In den Modellformeln werden ggf. Einflussparameter wie die Temperatur [413], der R-Wert [113, 406, 412] oder der Faserwinkel [412] mit berücksichtigt. Auf Basis entsprechender Versuchsreihen erfolgt in einzelnen Fällen eine empirische Berücksichtigung der Belastungsfrequenz [34], von Medieneinwirkung (Salz- und Süßwasser) [88] oder auch der zyklischen

Dehnungszunahme (*Ratcheting*) [415]. Darüber hinaus werden Restfestigkeit und Steifigkeitsdegradation in [416] durch ein gemeinsames Modell beschrieben. Hingegen zeigt [234] eine Schädigungsevolutionsgleichung, die entweder für ein festigkeits- oder ein steifigkeitsbezogenes Schädigungsmaß angewandt werden kann.

Eine Betrachtung der Steifigkeitsdegradation gekerbter Laminatproben im Rahmen eines statistischen Prozesses wird in [271] vorgestellt.

4.3 Kontinuumsschädigungsmechanik

Die Kontinuumsschädigungsmechanik (*Continuum Damage Mechanics*, CDM) versteht Schädigung im Rahmen der Theorie irreversibler thermodynamischer Prozesse. Sie bietet die Möglichkeit, Steifigkeitsdegradation, Restfestigkeit und Lebensdauer im gleichen Rechenmodell zu behandeln [237]. Eine umfangreiche Einführung in die Methodik gibt [13]. Abhängig vom Werkstoffverhalten werden verschiedene Schädigungsmaße angewandt. Wichtige Teilkonzepte sind das der effektiven Spannung[20] sowie das Prinzip der Dehnungsäquivalenz[21]. Ersteres ermittelt eine hypothetische auf den durch Schädigung verringerten Restquerschnitt wirkende Spannung. Letzteres beschreibt die Annahme, dass sich das Materialgesetz des geschädigten Materials nach dem gleichen Formalismus herleiten lässt wie das des ungeschädigten, wenn anstelle der Spannungen die effektiven Spannungen verwendet werden [417][22].

Setzt man elastisches Verhalten des Materials voraus, so kann ein Schädigungstensor definiert werden, mit dessen Hilfe sich die Veränderung der Materialsteifigkeit (in *Einstein*'scher Summenkonvention) folgendermaßen beschreiben lässt:

$$(I_{ijrs} - D_{ijrs})C_{rskl} = \tilde{C}_{ijkl} \tag{4.1}$$

Dabei ist I_{ijrs} die Einheitsmatrix 4. Stufe, D_{ijrs} der Schädigungstensor 4. Stufe, C_{rskl} die Materialsteifigkeitsmatrix im Ausgangszustand und $\tilde{C}_{ijkl}$ die Materialsteifigkeitsmatrix im geschädigten Zustand.

Für quasi-sprödes Verhalten[23] können dann beispielsweise die Dichten der mit den verschiedenen Schädigungsmoden assoziierten Energiefreisetzungsraten als Beanspruchungsparameter formuliert werden. Das heißt, eine bestimmte Art von Schädigung wächst umso schneller, je mehr Verzerrungsenergie pro Werkstoffvolumen infolge der durch sie verursachten Steifigkeitsänderung freigesetzt wird. Dabei ist die Energiefreisetzung umso höher, je größer die auf das Material wirkenden Spannungen sind. Durch die Energiebetrachtung besteht eine gewisse Verwandschaft mit der Bruchmechanik [417, S. 73], [418]. Die Energiefreisetzungsraten werden z. T. auch als thermodynamische Kräfte (thermodynamic forces) bezeichnet.

CDM-Modelle lassen sich auf der Faser-Matrix-Ebene [396, 397, 418–420], der Schichtebene [107, 266, 421, 422] und der Laminatebene [208] formulieren. Auf der Schichtebene werden mehrachsige Beanspruchungen sowie anisotrope Schädigungszustände berücksichtigt, wobei Wechselwirkungen bestehen können. So beschreibt etwa der phänomenologische Ansatz in [423] den Einfluss einer durch zyklischen Schub (Torsion) verursachten Schädigung auf die quasi-statische Rest-Druckfestigkeit von Rohrproben mit CFK-Gewebeverstärkung.

Mehrere Quellen nutzen Aspekte der CDM, um das experimentell festgestellte Materialverhalten im Rechenmodell zu beschreiben, wobei als Beanspruchungsparameter nicht immer

[20] effective stress concept

[21] principle of strain equivalence

[22] Auf S. 345 f. und 356 ff. werden CDM-Modelle für FKV beschrieben.

[23] Quasi-sprödes Verhalten meint gemäß [417], dass vor dem Auftreten von Rissen zwar eine gewisse Energiedissipation stattfindet, jedoch keine oder nur vernachlässigbare bleibende Verformungen auftreten.

thermodynamische Kräfte verwendet werden [424, 425]. Grundlage können die im Versuch aufgezeichneten Steifigkeitsverläufe [114] ggf. in Kombination mit den beobachteten Schädigungsmechanismen sein [241, 242, 251, 258, 426–429]. Auch die simultane Betrachtung der Restfestigkeit wird gezeigt [241, 242, 258, 426–429] (siehe hierzu auch Abschnitt 4.6.2).

Modelle, die anstelle der Verwendung von Schwingspielen im Zeitbereich arbeiten, zeigen [208, 430]. Weitere Anwendungen der CDM werden in [189, 422, 424, 431–436] beschrieben.

Schließlich werden CDM-Ansätze auch als Baustein progressiver Ermüdungsmodelle verwendet (siehe Abschnitt 4.5).

4.4 Bruchmechanik

Die Bruchmechanik befasst sich vorrangig mit dem Wachstum bereits bestehender Risse. So wird sie auf der Faser-Matrix-Ebene herangezogen, um das sukzessive Versagen der Faser-Matrix-Grenzfläche ausgehend von einem Faserbruch unter zyklischer faserparalleler Zugbeanspruchung zu beschreiben [132–134, 437–439]. Das Risswachstum findet hier entlang der Faser statt und wird z. B. mit Hilfe der *Virtual Crack Closure Technique* (VCCT) untersucht. In ähnlicher Weise betrachtet [261] die Ablösung ganzer Rovings eines 3D-Geflechts aus der umgebenden Matrix mit Hilfe eines *Paris*-Gesetzes.

Für die Ermüdung von Glasfasern bzw. von Glasfaser-UD-Schichten unter faserparalleler Beanspruchung werden in [39–41] auf der Bruchmechanik aufbauende Verfahren zur rechnerischen Abschätzung der Lebensdauer bzw. der Materialdegradation gezeigt. Dabei werden die Beanspruchung im Zeitbereich betrachtet und auch der Einfluss von durch Feuchtigkeit hervorgerufener Spannungsrisskorrosion (siehe Abschnitt 3.1) berücksichtigt. Die Betrachtung beschränkt sich allerdings auf die Frühphase der Schädigung, in der nur geringe Interaktion verschiedener Schadensorte auftritt.

Im Mehrschichtverbund lässt sich das Wachstum von ZFB [38] bzw. die Zunahme der ZFB-Rissdichte[24] [115, 154] bruchmechanisch beschreiben. Letzteres geschieht auch in Verbindung mit statistischen Überlegungen [440–442].

Häufig findet die Bruchmechanik Anwendung bei der Simulation des Delaminationsfortschritts, der allerdings kein Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit ist (vgl.Kapitel 1).

Durch die der Methodik eigene Konzentration auf das Wachstum bestehender Risse können viele Bruchmechanikmodelle auch den progressiven Schädigungsmodellen zugerechnet werden. Umgekehrt leuchtet auch ein, dass bruchmechanische Ansätze häufig als Teil progressiver Ermüdungsmodelle verwendet werden (siehe Abschnitt 4.5).

4.5 Progressive Schädigungsmodelle

Als progressiv werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit solche Modelle verstanden, welche die schädigungsbedingten Veränderungen der Materialeigenschaften explizit darstellen und die dadurch über die Lebensdauer veränderlichen lokalen Beanspruchungen durch wiederkehrende Analyse berücksichtigen. Dabei kann die wiederkehrende Beanspruchungsanalyse analytisch [22, 25, 227, 443–445] oder numerisch [49, 56, 83, 163, 231, 282, 446–450] erfolgen.

Die explizite Beschreibung der verschiedenen in FKV wirkenden Schädigungsmechanismen (vgl. Abschnitt 3.2) erfordert meist skalenübergreifende Berechnungsansätze. Die größte Betrachtungsskala ist i. d. R. die des Bauteils oder des Laminats. Hier wirken die zyklischen

[24] Die ZFB-Rissdichte wird z. B. als Verhältnis von Rissanzahl zu freier Probenlänge definiert und in mm^{-1} angegeben [154].

Betriebslasten (Kräfte und Momente) und rufen auf den kleineren Skalen, d. h. der Schicht- bzw. Faser-Matrix-Ebene, entsprechende zyklische Beanspruchungen (Spannungen und Verzerrungen) hervor. Auf Basis einer entsprechenden Analyse der Beanspruchungen auf kleiner Skala gilt es also einerseits, den dort über ein gewisses Inkrement an Belastungszyklen zu erwartenden Schädigungszuwachs abzuschätzen sowie andererseits die Auswirkung des erreichten Schädigungszustands auf die für die nächsthöhere Betrachtungsskala homogenisierten Materialeigenschaften (Steifigkeit, Festigkeit usw.) zu beschreiben. Dieser Ablauf wird für die weiteren Belastungsinkremente wiederholt, bis entweder das errechnete Versagen des Bauteils bzw. Laminats oder das Ende des Belastungsprogramms erreicht ist.

Da ohnehin von einer ständigen Änderung der lokalen Beanspruchungen ausgegangen und diese auch explizit formuliert wird, eignen sich die meisten progressiven Schädigungsmodelle auch für variable Belastungsamplituden (bzw. variable R-Werte usw.) oder könnten mit vergleichsweise geringem Aufwand für diesen Fall erweitert werden.

Ggf. wird zu Beginn jedes Rechenschritts überprüft, ob unter Berücksichtigung der bereits erreichten Schädigung mit quasi-statischem Versagen infolge der aktuellen Beanspruchung zu rechnen ist [56, 282].

Die Betrachtung der Faser-Matrix-Skala ist potenziell sehr aufwendig. Für die Beanspruchungsanalyse kommen analytische Mikromodelle [198, 227, 451, 452] oder auch FE-Modelle [243, 420] zum Einsatz, die Fasern und Matrix in z. T. stark vereinfachter Form darstellen. Zur Beschreibung des Schädigungsprozesses nutzen [206, 451, 453–456] die *kinetic theory of fracture*[25]. In [227] wird das Versagen von Faser-Matrix-Grenzflächen untersucht. Andere Autoren setzen die ermittelten Beanspruchungen mit an UD-Proben ermittelten Schwingfestigkeiten in Beziehung, um das Auftreten von ZFB für beliebige Faserwinkel und Laminataufbauten abzuschätzen [243] (vgl. hierzu auch Abschnitt 4.6.3).

Alternativ zur Betrachtung auf der Faser-Matrix-Skala kann die bereits vor den sichtbaren ZFB auftretende Mikro-Schädigung im Rahmen einer Betrachtung auf der Schichtebene modelliert werden. In [49, 83] wird zur Beschreibung dieser dort als *diffuse Schädigung* bezeichneten Materialveränderung die CDM verwendet.

Die Initiierung von ZFB wird meist auf Basis der Schichtbeanspruchungen behandelt. Durch Modifikation von Versagenskriterien, die ursprünglich für mehrachsige quasi-statische Beanspruchung entwickelt worden sind (*Puck*, *Cuntze*, *Tsai-Wu* u. a.), werden mehrachsige Lebensdauermodelle erstellt[26] [18, 25, 163, 458–461]. Alternativ kommen auch Restfestigkeits- bzw. Steifigkeitsdegradationsmodelle zum Einsatz, die wiederum in Verbindung mit modifizierten Versagenskriterien formuliert sein können [22, 47, 201, 390, 443, 452, 462–465]. Dies wird in [231, 446, 466, 467] um die Annahme zyklisch und quasi-statisch gleicher Energiedissipation infolge der Schädigung ergänzt. Allerdings ist die Validität dieser Annahme bislang nicht experimentell nachgewiesen. Darüber hinaus werden auch Kombinationen aus Lebensdauer-, Restfestigkeits- und Steifigkeitsdegradationsansätzen vorgeschlagen [447, 468]. So werden beispielsweise in [56, 282, 469] die zyklischen Restfestigkeiten im Rahmen eines modifizierten *Puck*-Kriteriums verwandt, um die ZFB-Initiierung abzuschätzen, während die

[25] Im Rahmen der *kinetic theory of fracture* wird Schädigung mit dem Aufbrechen chemischer Bindungen assoziiert, welches wiederum mit der Eigenbewegung der Materialmoleküle zusammenhängt. Entsprechend wird die Wahrscheinlichkeit für das Aufbrechen der Bindungen abhängig von der Beanspruchung sowie der Temperatur formuliert. Für eine Anwendung der Theorie im Rahmen eines Zuverlässigkeitsmodells siehe [457].

[26] Formulierungen, bei denen auf Basis der zyklischen Beanspruchungen und der einachsigen Schwingfestigkeiten eine Vergleichsbeanspruchung ermittelt wird, erscheinen dabei sinnvoller als die in [444, 445] vorgeschlagene Berechnung einer Gesamtschädigung (in Anlehnung an *Pålmgren* und *Miner*) aus den unter einachsigen Beanspruchungen zu erwartenden Schädigungen.

RF-Degradation in Faserrichtung u. a. abhängig von der Wöhlerlinie (d. h. einem Lebensdauermodell) beschrieben ist und gleichzeitig die Reststeifigkeit der geschädigten Schichten berücksichtigt wird.

Sobald ZFB auftreten, werden die Schichtsteifigkeiten zu so genannten effektiven Schichtsteifigkeiten reduziert, was formal eine Homogenisierung der Schichtschädigung auf Laminatebene bedeutet[27]. Die einfachste, aber eine wenig realistische Methode hierzu ist das so genannte *ply discount* [110], bei dem alle Schichtsteifigkeiten auf Null reduziert werden [243, 444, 445]. Realistischere Ansätze lassen sich auf Basis der umfangreichen Forschung formulieren, die zum gleichen Thema für den Fall quasi-statischer Belastung bereits durchgeführt wurde [22, 25, 56, 282, 390, 469]. Weitere Möglichkeiten finden sich in [18,47,163,201,443,447–449,465].

Auch nach dem ersten ZFB schreitet die intralaminare Schädigung fort, indem einerseits bestehende ZFB entlang der Faserrichtung wachsen und andererseits weitere ZFB entstehen. Möglichkeiten zur Modellierung dieser Effekte bestehen darin, die Evolution der ZFB-Rissdichte bruchmechanisch [448] oder per CDM [449] zu beschreiben. Alternativ dazu wird in der Literatur das Wachstum diskret modellierter ZFB betrachtet. Im Rahmen der FEM kommen dabei teilweise spezielle Elementformulierungen zum Einsatz, mittels derer die rissbedingte Diskontinuität des Verschiebungsfelds berücksichtigt werden kann, ohne die ursprüngliche Vernetzung anpassen zu müssen (beispielsweise die *Regularized Extended FEM* (rX-FEM) [461]). Das ZFB-Wachstum wird dann bruchmechanisch [49, 109, 146, 458, 470] oder durch Kohäsivzonenelemente (*Cohesive Zone Elements*, CZE) [179] modelliert. In [471] wird die Schädigung der CZE dabei mit Hilfe eines CDM-Restfestigkeitsmodells ermittelt. Teilweise wird gezielt untersucht, wie weit benachbarte ZFB voneinander entfernt sein müssen, damit sie unabhängig voneinander betrachtet werden können bzw. umgekehrt, ab welcher Rissdichte sich die Beanspruchungsfelder der einzelnen Risse gegenseitig beeinflussen [109, 470] (siehe auch Abschnitt 4.6.3).

Die bzgl. der Delamination für die Verwendung in progressiven Modellen vorgeschlagenen Ansätze sind weitgehend analog zu denen für ZFB. Für die Initiierung werden ebenfalls mehrachsige Lebensdauermodelle formuliert [163, 458]. Der Fortschritt lässt sich in diesen Fällen durch CZE [471] oder mithilfe der Bruchmechanik beschreiben [49, 179, 458, 461]. In [450] wird hierzu die *Extended FEM* (X-FEM) in Verbindung mit der VCCT verwandt. Alternativ kann die Delamination auch mit Hilfe der CDM beschrieben werden [163,452,460].

Auf Basis der durch *Silling* als Alternative zur klassischen Kontinuumsmechanik vorgeschlagenen *Peridynamik*[28] [472] werden in jüngerer Zeit FKV-Ermüdungsmodelle formuliert [473,474], die sich durch die Betrachtung des Materials als Ansammlung interagierender Punkte von den üblichen Ansätzen unterscheiden. Die einzelnen Punkte stehen dabei durch kraftübertragende Verbindungen in Wechselwirkungen mit den Punkten in ihrer Umgebung, wobei die Größe des gegenseitigen Einflussbereichs a priori festgelegt wird. Schädigung bedeutet dann die schrittweise Auflösung dieser Verbindungen, wobei sich praktischerweise – anders als bei kontinuumsmechanischer Betrachtung – an Rissen keine Singularitäten ergeben.

Da progressive Modelle viele der wirkenden Schädigungsmechanismen abbilden, gibt es verschiedene Möglichkeiten, das endgültige Laminatversagen zu definieren. Zu den verwen-

[27] Da voll ausgebildete ZFB die Schicht in ihrer gesamten Dicke durchtrennen, können sie unmöglich auf Schichtebene homogenisiert werden (siehe Abschnitt 5.1.4). Die effektive Schichtsteifigkeit ist jene homogene Steifigkeit, die die Schicht besitzen müsste, um die gleiche Laminatsteifigkeit hervorzurufen wie die gerissene.

[28] Siehe auch `http://www.peridynamics.org/`, zuletzt geprüft am 03.04.2018, 09.03 Uhr.

deten Kriterien gehören das Auftreten von Faserbrüchen [282, 461], das Auftreten von ZFB mit *Puck*'schem Modus C[29] [282] oder das Erreichen der statischen Bruchdehnung [475]. Bei Fluid-Behältern wird von Versagen auch ausgegangen, sobald alle Schichten ZFB aufweisen, da in diesem Zustand mit Undichtigkeit gerechnet wird [475]. Sofern durch das jeweilige Modell berechenbar, kann auch das Unterschreiten einer geforderten Mindeststeifigkeit oder einer geforderten Restfestigkeit als Laminatversagen festgelegt werden.

Neben der deterministischen Herangehensweise werden in der Literatur auch Kombinationen progressiver Schädigungsmodellen mit stochastischen Ansätzen diskutiert [444, 445]. Dies betrifft einerseits die zeitabhängige Belastung, welche als statistischer Prozess aufgefasst werden kann [476]. Anderseits ergibt sich aufgrund nicht-regelmäßiger Faseranordnung u. a. eine Streuung der Faser-Matrix-Grenzflächenbeanspruchung [227]. Betrachtet man die lokalen homogenisierten Schichtsteifigkeiten, so kann auch für diese eine Verteilungsfunktion berücksichtigt werden, die unter Last wiederum inhomogene statistisch verteilte Beanspruchungen zur Folge hat [469, 476]. Schließlich werden Ansätze vorgestellt, welche die Streuung der lokalen Festigkeiten und Restfestigkeiten [465] bzw. der Schwingfestigkeiten [109, 146, 448, 470] und ggf. der Rissfortschrittsparameter [109, 146, 470] durch entsprechende statistische Modelle einbeziehen. So werden beispielsweise in [447] die an unidirektionalen Proben gemessenen einachsigen Festigkeiten statistisch korrigiert, bevor sie Elementen des Berechnungsmodells zugeordnet werden. Grund hierfür ist, dass die Kennwerte stets das Versagen der jeweiligen Probe an deren schwächster Stelle beschreiben und die Proben deutlich größer als die Elemente sind (statistischer Größeneffekt). Für Rotorblätter von WEA zeigt [51] die Berechnung einer Gesamt-Schadenswahrscheinlichkeit auf Basis der statistischen Verteilung von Anfangsdefekten und deren Auswirkungen.

Vom *Air Force Research Laboratory* (AFRL) der US-amerikanischen Streitkräfte stammt eine Vergleichsstudie zur Abschätzungsgüte von sieben verschiedenen progressiven Schädigungsmodellen [477–487][30]. CFK-Laminatproben mit Kreisloch-Kerbe werden dabei einachsiger zugschwellender Einstufenbelastung unterzogen. Anschließend wird die Restfestigkeit im quasi-statischen Zugversuch ermittelt. Die teilnehmenden Organisationen verwenden ihr jeweiliges Berechnungsmodell, um diese Restfestigkeit abzuschätzen. Die Organisatoren der Studie kommen zu dem Schluss, dass die gegenwärtige Genauigkeit der vorgestellten Verfahren noch nicht ausreichend sei. Auch stehe eine Demonstration der Fähigkeiten für Druckbelastung bzw. variable Amplituden weiterhin aus [486].

Wird im Rahmen der FEM der Einfluss von Schädigung in Form veränderter Material- und damit Elementsteifigkeiten modelliert, so ist mit einer Netzabhängigkeit des Simulationsergebnisses zu rechnen [460]. Als Reaktion hierauf werden in [163] die Elementkanten der einzelnen Laminatschichten in der Umgebung einer Kerbe parallel zu ihren jeweiligen Fasern ausgerichtet. Die Verbindungen zwischen den Laminatschichten wird anschließend in Form von Kontaktbedingungen modelliert.

Die progressive Beschreibung des Schädigungsverhaltens an Kerben wird auch in [179, 489] gezeigt. Darüber hinaus werden in der Literatur auch Nietverbindungen betrachtet [490]. Für textile Architekturen der Faserverstärkung wird teilweise mit FE-Einheitszellen gearbeitet, in denen die imprägnierten Rovings und die Matrixbereiche modelliert sind [232, 260, 491, 492].

[29] Modus C nach *Puck* bezeichnet ZFB, die unter Schichtbeanspruchungen mit starkem Quer-Druckanteil und deshalb in der 23-Ebene geneigt auftreten. Durch die entstehende Keilwirkung besteht die Gefahr schlagartigen Laminatversagens, weshalb diese Risse auch bei der quasi-statischen Festigkeitsbetrachtung i. d. R. als nicht zulässiger Zustand und damit als Versagen aufgefasst werden [17, S. 411].

[30] Ein mit [482, 483] verwandter Ansatz findet sich in [488].

Hier wird etwa die Ablösung der Rovings aus der Matrix mit Hilfe der Bruchmechanik beschrieben. Weitere Darstellungen progressiver Modellansätze finden sich in [230, 493–495].

4.6 Beschreibung ausgewählter Modelle

4.6.1 *Shokrieh* und *Lessard*

Das *Generalized Residual Material Property Degradation Model* (GRMPDM) von *Shokrieh* und *Lessard* ist ein auf der Schichtebene formuliertes progressives Schädigungsmodell [496–500]. Obwohl inzwischen neuere Ansätze auf Basis verbesserter Annahmen existieren [25, 47, 56, 282, 360, 361] (siehe Abschnitt 4.5), kann es immer noch als Prototyp für diese Klasse von Modellen angesehen werden.

In vollständiger Form wird es von den Autoren für räumliche Spannungszustände im Rahmen eines FE-Volumenmodells implementiert, in dem jede Laminatschicht mit mindestens einer Elementschicht (isoparametrische Volumenelemente mit je 20 Knoten und quadratischer Ansatzfunktion) dargestellt wird. Eine umfangreiche Materialcharakterisierung liefert Wöhlerlinien bzw. CLDs sowie Steifigkeitsdegradations- und Restfestigkeitsverläufe unter den relevanten einachsigen Beanspruchungen der UD-Schicht. *Hashin*'s Versagenskriterien (ursprünglich für quasi-statische Beanspruchung entwickelt) für die Moden 11-Zug, 11-Druck, 12-Schub, 22-Zug, 22-Druck, 33-Zug und 33-Druck werden durch Einsetzen der jeweils aktuellen Materialsteifigkeiten und -festigkeiten modifiziert. Ist eines dieser Kriterien für das Schichtversagen in einem gegebenen Rechenschritt erfüllt, werden die Schichtsteifigkeiten schlagartig reduziert. Abhängig vom Schädigungsmodus werden dazu bestimmte Ingenieurkonstanten auf Null gesetzt. Sind sie nicht erfüllt, wird die entsprechend den experimentell ermittelten Steifigkeits- und Festigkeitsverläufen erwartete graduelle Degradation dieser Materialeigenschaften berücksichtigt. Im Berechnungsablauf werden die Beanspruchungsanalyse, die Versagensanalyse und die entsprechende Reduktion der Materialeigenschaften wiederholt, bis die modellierte Struktur endgültig versagt hat. Die ständige Änderung der lokalen Beanspruchungen (Amplitude und Mittelwert) infolge der Schädigung wird dadurch näherungsweise dargestellt. Das Modell berücksichtigt nichtlineares Materialverhalten, jedoch keine Delaminationen oder nicht-proportionale Beanspruchungen.

Um den Berechnungsaufwand zu reduzieren, werden vereinfachte Varianten des Modells vorgeschlagen [159, 238, 301, 501]. In [502] erfolgt eine Erweiterung um statistische Überlegungen. Darüber hinaus wird der Ansatz, zumindest in Teilen, von verschiedenen Autoren übernommen oder für deren Zwecke modifiziert [198, 259, 475, 503–509].

4.6.2 *Van Paepegem* und *Degrieck*

Die Autoren bezeichnen ihr in [150, 233, 350, 510–512] vorgestelltes Modell als Kombination aus Restfestigkeits- und Steifigkeitsdegradationsmodell. Es arbeitet auf der Schichtebene. Betrachtet werden Laminate aus mit Glasfasergewebe verstärkten Schichten unter in-plane Beanspruchung.

In Anlehnung an Gl. (4.1) definieren die drei steifigkeitsbezogenen Schädigungsparameter D_{11}, D_{22} und D_{12} den Schädigungszustand des Materials. Ebenfalls aus der CDM wird zusätzlich das Konzept der effektiven Spannung $\sigma_{ij,effektiv} = \sigma_{ij}/\left(1 - D_{ij}\right)$ entlehnt, sodass ein direkter Zusammenhang zwischen Restfestigkeit und Steifigkeitsdegradation hergestellt werden kann.

Die effektiven Spannungen finden Verwendung im Rahmen eines modifizierten *Tsai-Wu*-Kriteriums, das der Mehrachsigkeit des Schichtspannungszustands Rechnung trägt. Für die 11-, die 22- und die 12-Beanspruchung wird je ein Versagensindex definiert, der beschreibt, mit welchem Faktor die jeweilige effektive Spannung multipliziert werden müsste, um das Versagen auszulösen. Diese Indizes werden anschließend mit den in einachsigen Ermüdungsversuchen ermittelten Steifigkeitsverläufen in Beziehung gesetzt, sodass die Evolution dD_{ij}/dN berechnet werden kann.

Der Berechnungsablauf ist im Sinne der in dieser Arbeit verwandten Terminologie als progressiv zu bezeichnen. Ausgehend vom ungeschädigten Material wird eine Beanspruchungsanalyse durchgeführt und dann für ein vorher festgelegtes Schwingspielzahl-Inkrement die zu erwartende Schädigungsevolution ermittelt. Mit den entsprechend dem Schädigungszustand reduzierten Steifigkeiten wird anschließend die Beanspruchungsanalyse erneut durchgeführt. Dieser Ablauf ist im Rahmen der FEM implementiert und wird bis zum Versagen der Probe wiederholt.

Eine Modifikation des Modells zur Anwendung auf UD-Schichten findet sich in [513].

4.6.3 *Carraro, Quaresimin et al.*

Ein wesentliches Merkmal der Arbeiten [59, 71, 119, 120, 129, 130, 220, 514–516] ist die besonders sorgfältige experimentelle Kalibrierung bzw. Validierung der Berechnungsansätze für das betrachtete GFK-Material (UD-Schichten bzw. aus diesen aufgebaute MSV). Untersucht werden ZFB-Initiierung und -Fortschritt sowie Delamination bei proportional mehrachsiger Beanspruchung.

Es wird zunächst gezeigt, dass die Initiierung von ZFB in den UD-Schichten von der dort wirkenden in-plane Spannungskombination (22-Normalspannung, kombiniert mit 21-Schubspannung) abhängt, egal ob diese durch mehrachsige Last (d. h. in Zug-/Druck-Torsionsversuchen (Z/D-T) an Rohrproben) oder durch den Winkel zwischen Faser- und Lastrichtung hervorgerufen wird. Die folgende Entwicklung beschränkt sich bis dato vorwiegend auf Fälle mit zugschwellender Quer-Normalspannung.

Für das UD-Material werden dann FE-Einheitszellen mit regelmäßiger Faseranordnung erstellt. An diesen ermittelte Mikro-Beanspruchungsverteilungen werden mit den Ergebnissen mehrachsiger Schwingversuche (Zug und Torsion proportional an umfangsgewickelten Rohrproben) in Beziehung gesetzt. Dabei zeigt sich, dass bei geringem 21-Schubanteil die in der Matrix an der Faser-Grenzfläche auftretende hydrostatische Spannung (*Local Hydrostatic Stress*, LHS, vgl. Abschnitt 3.2.1) und ab einem bestimmten Schwellwert dieses Schubanteils die in der Matrix auftretende maximale erste Hauptspannung (*Local Maximum Principal Stress*, LMPS) als Kriterium für die ZFB-Initiierung geeignet sind[31]. Mikroskopaufnahmen der real auftretenden Mikrorisse bestätigen diese Annahme zusätzlich.

Der Rissfortschritt bestehender ZFB wird ebenfalls an mehrachsig belasteten Rohrproben mit Umfangswicklung untersucht. Jedoch verhindern dabei dünne gewebeverstärkte Stützschichten an der Außen- und Innenseite des UD-Materials, dass ZFB direkt bei Initiierung instabil wachsen und so zum schlagartigen Probenversagen führen. Indem die Energiefreisetzungsrate der ZFB, d. h. die durch jeweils infinitesimale Verlängerung des ZFB freiwerdende Verzerrungsenergie betrachtet wird, lässt sich ein bruchmechanisches *Paris*-Gesetz formulieren, das das Risswachstum hinreichend genau beschreibt. Mit seiner Hilfe kann dann die

[31] Im Appendix von [129] wird darüber hinaus gezeigt, dass FE-Modelle mit regelmäßiger und zufälliger Faseranordnung für die durch 12-Schub-dominierte Rissinitiierung in der Matrix nur geringfügig unterschiedliche Ergebnisse liefern (vgl. Kapitel 5, S. 41).

Entwicklung der Rissdichte in den Schichten rechnerisch abgeschätzt werden, wobei ab einer gewissen Rissdichte auch die gegenseitige Beeinflussung benachbarter ZFB berücksichtigt wird.

Delamination wird ebenfalls mit Hilfe bruchmechanischer Methoden (z. B. VCCT) beschrieben. Die Auswirkung der Schichttrennung auf die Laminatsteifigkeit wird durch analytische Rechnung abgeschätzt.

Die Entwicklung der Berechnungsmethode dauert gegenwärtig noch an. Die bisherigen Ergebnisse der konsequent versuchsgestützten Erarbeitung lassen jedoch ein großes Potential zur Beschreibung von Ermüdungsschädigung in FKV erahnen. Teile des Modells werden bereits verschiedentlich übernommen, weiterentwickelt und modifiziert [146,470]. So zeigt [101] die Berücksichtigung unterschiedlicher Porosität anhand der für porenfreie UD-Schichten ermittelten Kennwerte. In [302] wird das Modell um die Berücksichtigung des Mittelspannungseinflusses erweitert.

Ein verwandter Modellierungsansatz findet sich in [517].

4.6.4 *Qian*, *Westphal*, *Kassapoglou* und *Nijssen*

Das in [518–520] vorgestellte Modell ist insofern besonders, als es sich gezielt mit der progressiven intralaminaren Ermüdungsschädigung von GFK unter vorwiegend faserparalleler Beanspruchung beschäftigt. Solche Beanspruchungen treten beispielsweise in den stark biegebelasteten Rotorblättern von Windenergieanlagen auf.

Auf der Faser-Matrix-Skala werden dreidimensionale FE-Modelle regelmäßiger Faseranordungen erstellt. Die Belastung des Netzes erfolgt in Form periodischer Randbedingungen (PRB). Dabei ist allerdings zu beachten, dass die hier gewählte Anordnung der Fasern zu einem im Randbereich des Modells verringerten Faservolumengehalt führt, sodass trotz PRB mit Randeffekten zu rechnen ist (vgl. S. 41).

Für die quasi-statischen wie auch für die zyklischen Festigkeiten der Glasfasern werden *Weibull*-Verteilungen angenommen, die den statistischen Größeneffekt beschreiben. Dieser wird auch experimentell untersucht. Die Simulation der Ermüdung erfolgt schrittweise, wobei Beanspruchungsanalyse, Degradation der Elementsteifigkeiten und Berechnung der effektiven Schichtsteifigkeiten am Mikromodell bis zum Versagen wiederholt werden. Da für die lokalen (Schwing-) Festigkeitsparameter vor Simulationsbeginn entsprechend der Verteilungsannahme zufällige Werte vorgegeben werden, ergibt sich eine Streuung in den Ergebnissen, die von der modellierten Faseranzahl abhängt. Zur makroskopischen Betrachtung des MSV können für die jeweilige Schicht homogenisierte Material- und Degradationsparameter vorgegeben werden, die mit der zuvor festgestellten Streuung zufällig verteilt sind. Im Makromodell werden dabei Elementgrößen verwendet, die der Größe der Mikromodellen (d. h. den oben erwähnten Faseranzahlen) entsprechen, mit denen die Verteilungsparameter ermittelt worden sind.

Das Modell berücksichtigt das Versagen von Fasern und Matrix, jedoch keine Schädigung der Faser-Matrix-Grenzflächen.

5 Modellieren des geschädigten Materials

Unter den gerade diskutierten Schädigungsmodellen bieten nur die progressiven Modelle Möglichkeiten, die Auswirkung verschiedener Schädigungsmechanismen auf die jeweils aktuelle Beanspruchungsverteilung und damit auf die weitere Materialermüdung explizit zu beschreiben. Zumindest theoretisch besteht für sie auch die Möglichkeit, reale Zustände (beispielsweise Risslängen oder -dichten) mit den Rechenergebnissen abzugleichen. Im Gegensatz dazu sind phänomenologische Schädigungsmaße ggf. nicht eindeutig bestimmten Materialzuständen zuzuordnen. So kann etwa eine verbliebene Laminatsteifigkeit durch unterschiedliche Schäden hervorgerufen werden.

Trotz des noch vorhandenen Entwicklungsbedarfs besitzen progressive Schädigungsmodelle daher nach Einschätzung des Autors der vorliegenden Arbeit das größte Potential bzgl. einer realistischen Abschätzung des Ermüdungsverhaltens von FKV für beliebige Belastungsszenarien. Die zu erwartende anhaltende Zunahme der verfügbaren Rechnerleistung wird dabei helfen, den mit ihnen einhergehenden Berechnungsaufwand zu bewältigen.

In Anbetracht der in Abschnitt 3.5 insbesondere für progressive Schädigungsmodelle argumentierten Relevanz der Mikroschädigung beschäftigt sich die vorliegende Arbeit daher mit der Auswirkung von Mikrorissen auf die effektiven Steifigkeiten unidirektional endlosfaserverstärkter Schichten. Die Untersuchung erfolgt virtuell mit Hilfe der FEM. Im Gegensatz zu Experimenten an Materialproben können hierbei alle Elemente der effektiven Materialsteifigkeitsmatrix ermittelt werden (siehe Abschnitte 5.3 und 5.4).

Die nachfolgend beschriebene Methodik unterscheidet sich dabei in einigen wesentlichen Punkten von bereits in der Literatur beschriebenen Ansätzen. Hierbei ist zunächst zu beachten, dass einige Quellen [521–525] unter „micro"-Schädigung voll ausgebildete ZFB verstehen und sich mit deren Auswirkung auf die Steifigkeit von MSV beschäftigen, während die vorliegende Arbeit Schädigungszustände von der ersten Ablösung einer Faser-Matrix-Grenzfläche bis zur Ausbildung des ZFB betrachtet.

Auch zur Betrachtung dieser letztgenannten Schädigungszustände wird allerdings in der Literatur von verschiedenen Herangehensweisen berichtet. Die dort beschriebenen analytischen Verfahren betrachten jedoch entweder regelmäßig und parallel zueinander in der Matrix angeordnete Mikrorisse [526, 527] oder die Ablösung von Faser-Matrix-Grenzflächen [528, 529], nicht aber beides gemeinsam. Numerische Homogenisierungsmethoden auf Basis der FEM werden u. a. bei der Untersuchung des Einflusses von in Experimenten beobachteten bzw. in Schädigungssimulationen erzeugten Faser-, Matrix- und Grenzflächenrissen auf den faserparallelen E-Modul eingesetzt [530–534]. Alle anderen Steifigkeitskennwerte werden in den letztgenannten Quellen jedoch nicht behandelt. Im Gegensatz dazu beschreiben [535, 536], ebenfalls mittels FEM, die Materialsteifigkeit umfangreicher, betrachten aber lediglich Ablösungen der Faser-Matrix-Grenzflächen. Ähnliches gilt für die in [537, 538] untersuchten Metallmatrix-Verbunde, wobei in [538] sogar kurze Matrixrisse, ausgehend von den Grenzflächenrissen, modelliert werden. Allerdings enthält das FE-Modell hier lediglich eine einzelne Faser, sodass eine regelmäßige Anordnung sowohl der Fasern als auch der Risse impliziert wird.

Eine Sonderstellung nehmen so genannte Multiskalen-Modelle ein, bei denen beispielsweise jedem Integrationspunkt eines makroskopischen FE-Modells ein Mikromodell des heterogenen Werkstoffs zugeordnet ist [539–544][1]. Der Verzerrungszustand des Integrationspunkts wird mittels geeigneter Randbedingungen auf das Mikromodell übertragen, wodurch Reaktionskräfte entstehen, aus denen homogenisierte Spannungen berechnet werden können. Entsteht infolge des aktuellen Verzerrungszustands Schädigung, so wird dies im Mikromodell ebenfalls berücksichtigt. Das ermittelte Spannungs-Verzerrungs-Verhalten des Mikromodells wird als Tangentensteifigkeitsmatrix dem makroskopischen Integrationspunkt zugeordnet. Im Rahmen von Multiskalen-Simulationen wird also die Ermittlung der effektiven Materialsteifigkeitsmatrix anhand des Mikromodells für jeden Integrationspunkt vielfach durchgeführt und auch in der Literatur beschrieben (für ein analytisches Verfahren siehe [545, 546]). Allerdings diskutiert die Literatur nicht explizit die Auswirkung verschiedener Schädigungszustände auf die effektive Steifigkeit, weil sich der Materialzustand während der Laufzeit der Berechnung an jedem Ort des Modells unterschiedlich entwickeln kann. Zudem sind Multiskalen-Verfahren bereits für den Fall quasi-statischer Belastung mit erheblichem Rechenaufwand verbunden, so dass ihre Anwendung für die Lebensdauerberechnung ganzer Bauteile derzeit noch nicht praktikabel ist. Auch sind häufig spezielle Maßnahmen notwendig, um einem durch die Steifigkeitsdegradation bedingten Verlust der numerischen Stabilität entgegenzuwirken [539, 547–553].

Es erscheint daher sinnvoll, progressive Ermüdungsmodelle vorerst auf der Schicht-Skala zu formulieren (vgl. Abschnitt 6.5). Die Auswirkung der mikromechanischen Schädigung ist dabei möglichst realistisch zu berücksichtigen, ohne jedoch den mit Multiskalen-Modellen verbundenen Rechenaufwand in Kauf zu nehmen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird daher die Veränderung der vollständigen Materialsteifigkeitsmatrix als Folge eines von der jeweiligen lokalen Beanspruchung abhängigen Matrix- und Grenzflächenversagens in heterogenen und zufällig angeordneten Materialverbunden explizit beschrieben.

Neben den aus der Literatur bekannten mikromechanischen Untersuchungen für zyklische Beanspruchungen, wie sie in Kapitel 4 beschrieben werden, sind in Bezug auf die Modellierungsmethode auch Ansätze relevant, die quasi-statische Beanspruchungen behandeln. In entsprechenden Veröffentlichungen werden diese beispielsweise zur Ermittlung der effektiven Schichtsteifigkeiten (im ungeschädigten Ausgangszustand) oder auch zur Abschätzung der Schichtfestigkeit verwendet. Die hiesige Betrachtung beschränkt sich im Wesentlichen auf Mikromodelle unidirektionaler Glas- oder Kohlenstofffasern in der sie umgebenden polymeren Matrix[2].

Diverse einschlägige Arbeiten verwenden Modelle regelmäßiger Anordnungen der Fasern in der Matrix [130, 197, 206, 220–222, 227, 243, 280, 281, 302, 308, 351, 396, 397, 420, 514, 518–520, 574–577]. Dies sind meist quadratische oder hexagonale Packungen. Solche regelmäßigen

[1] Die genannten Quellen behandeln neben Faserverbunden verschiedene andere heterogene Werkstoffe. Die makroskopische Belastung ist dabei überwiegend quasi-statisch.

[2] Verwandte Ansätze für Metallmatrix-Verbunde (MMC) oder partikelverstärkte Verbundwerkstoffe finden sich in [554–556] bzw. [555–561]. Eine Besonderheit unter den Partikel-Matrix-Verbunden ist die Modellierung eines Treibstoffs für Feststoffraketen in [562]. Einheitszellen, die textile Verstärkungsarchitekturen oder Bereiche des Laminats darstellen, werden in [197,211,232,260,305,306,308,407,456,491,492,563–569] bzw. [109, 254, 255, 469, 570, 571] gezeigt. Ein Beispiel für kurzfaserverstärkte Polymere wird in [572] vorgestellt. Für in Kunststoff eingebettete Piezokeramik-Fasern kann mit Hilfe von Einheitszellen z. B. die Steifigkeitsmatrix (inkl. der elektromechanischen Terme) abgeschätzt werden [573]. Teilaspekte der Modellierung – z. B. die Wahl der Randbedingungen – sind dabei ggf. auf die hiesige Anwendung übertragbar.

Anordnungen liegen in Realität allerdings nicht vor. Im Vergleich zeigen sich deutliche Unterschiede in der Beanspruchungsverteilung bzw. dem Schädigungsverhalten zwischen Modellen mit regelmäßiger und nicht regelmäßiger Faseranordung [227, 396, 578]. Vielfach werden daher Modelle mit zufällig angeordneten Fasern verwandt [199, 214, 215, 223, 224, 227, 279, 374, 396, 457, 578–592]. Allerdings wird darauf hingewiesen, dass Faserverteilungen in realen UD-Schichten auch nicht vollständig zufällig sind. So treten dort u. a. lokale Schwankungen des Faservolumentgehalts, d. h. Ansammlungen von Fasern, oder lokal reine Matrixbereiche auf [593–596]. In [595] wird daher empfohlen, Berechnungsmodelle direkt anhand realer Faseranordnungen (z. B. aus Schliffbildern) zu erzeugen, anstatt Zufallsalgorithmen zu verwenden.

Während ein Großteil der veröffentlichten Arbeiten für alle Fasern des jeweiligen Modells gleiche Durchmesser und kreisrunde Querschnittsflächen annehmen, werden in Einzelfällen auch unterschiedliche Faserdurchmesser berücksichtigt [215, 594]. In Realität weichen allerdings insbesondere die Querschnittsflächen von Kohlenstofffasern deutlich von der kreisrunden Form ab [597]. In [598] wird darüber hinaus gezeigt, dass die mechanischen Eigenschaften von Kohlenstofffasern über ihren Querschnitt nicht homogen verteilt sind.

In einigen Fällen wird neben Fasern und Matrix noch ein drittes Material – die so genannte *Interphase* – modelliert, die als dünne Zwischenschicht zwischen den beiden Konstituenten auftritt[3] [528, 599, 600]. Ihre Eigenschaften[4] können die berechneten Schädigungsprozesse deutlich beeinflussen [605, 606]. In Realität entsteht die Interphase möglicherweise durch chemische Reaktion der Matrix mit der Faser-Schlichte. Allerdings zeigt [607] mit Hilfe von Nano-Scratch-Versuchen an kurzglasfaserverstärkten Thermoplasten, dass eine Interphase auch vorhanden sein kann, ohne dass die Fasern mit einer Schlichte behandelt worden sind.

Verschiedene Methoden zur statistischen Beschreibung zufällig erzeugter Faseranordnungen werden in [586, 594, 595] diskutiert. Darunter ist die Betrachtung der Streuung der einzelnen Flächeninhalte einer Voronoi-Einteilung [578] (siehe auch Abschnitt 5.1.2). Mehrere Autoren nutzen zu diesem Zweck auch die radiale Verteilungsfunktion (Radial Distribution Function, RDF) [227, 580, 608] (vgl. Abschnitt 5.1.1).

Für die Analyse der Mikrobeanspruchungen mittels der FEM kann die Einhaltung eines minimalen Abstands zwischen Fasern hilfreich sein[5] [580, 592].

Ausführliche Diskussionen verschiedener Arten von Randbedingungen für Mikromodelle finden sich in [580, 608–610]. Im Wesentlichen kommen homogene (Kraft- oder Weg-) Randbedingungen [580, 611] und periodische Randbedingungen[6] (Periodic Boundary Conditions, PBC) [199,214,220,223,224,280,302,308,351,491,518–520,561,569,578,590,611,612] in Frage. Letztere werden deutlich häufiger eingesetzt, da sie besonders an den Rändern der Modelle realistischere Beanspruchungsverteilungen erzeugen[7]. Sie erfordern allerdings auch die (ggf. nur bedingt realistische) Annahme einer periodischen Mikrostruktur des Materials [610].

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden FE-Modelle zufälliger, aber periodischer

[3] In [457] wird zwar ebenfalls eine Interphase modelliert, allerdings dient dies dazu, die Schädigung der Faser-Matrix-Grenzfläche durch Steifigkeitsänderung ihrer Elemente darzustellen.

[4] Verschiedene Verfahren zur Messung mikromechanischer Materialeigenschaften (Faser-, Matrix-, Interphasen- und Grenzflächeneigenschaften) werden in [401, 598, 601–604] diskutiert.

[5] In FE-Modellen mit sich berührenden Fasern entstehen z. B. an den Berührungsstellen singuläre Beanspruchungen. Zudem sind die Matrixelemente just in diesem Bereich durch die Kreisform der Fasern stark verzerrt, was die Qualität der lokalen Rechenergebnisse zusätzlich reduziert.

[6] Bei der Definition periodischer Randbedingungen kann es zu einer Überbestimmtheit des Gleichungssystems kommen, die zwar mathematisch völlig unproblematisch ist, im Ablauf der FE-Modellierung aber Schwierigkeiten bereitet. Wie diese vermieden werden können, zeigen z. B. [571, 608, 612].

[7] Siehe hierzu auch [591].

Anordnungen kreisrunder Kohlenstofffasern gleichen Durchmessers verwendet. Ein geringer Mindestabstand der Fasern verhindert dabei gegenseitige Berührungen. Für die Matrix werden homogene isotrope und für die Kohlenstofffasern homogene transversal isotrope Materialeigenschaften angenommen. Eine Interphase wird nicht berücksichtigt. Um bei fortschreitender Schädigung Anpassungen der Vernetzung zu vermeiden, werden anhand der Faseranordnung potentielle Risspfade a priori definiert und im Elementnetz von vornherein berücksichtigt. Die zyklischen Beanspruchungen sind phasengleich, jedoch nicht zwingend proportional zueinander. Für die Extremzustände der makroskopischen zyklischen Beanspruchungen[8] erfolgt die Analyse der Mikrobeanspruchungen mittels der FEM. Auf Basis eines Versagenskriteriums werden entlang der vordefinierten Pfade Risse eingebracht, sodass deren Auswirkung auf die effektiven Materialsteifigkeiten sowie auf die Beanspruchungsverteilung im Mikromodell und damit dessen weitere Schädigung ermittelt werden kann.

Die vorliegende Arbeit befasst sich vorrangig mit der Untersuchung der effektiven Materialsteifigkeit für geschädigte Zustände. Die gewählte Vorgehensweise zur Schädigungssimulation verfolgt daher lediglich das Ziel, auf reproduzierbare Art und Weise qualititativ realistische Mikrorisse im Materialvolumen zu erzeugen. Obwohl in Realität der Schädigungsfortschritt i. d. R. eher durch Rissfortschritt denn durch Rissinitiierung geprägt sein dürfte, wird daher hier ein Lebensdauermodell für die potentiellen Bruchflächen verwendet. Im Gegensatz zu bruchmechanischen Ansätzen kann dabei auf wiederholte Anpassung des FE-Netzes verzichtet werden, was den Berechnungsaufwand verringert[9].

Die zur Modellierung notwendigen Schritte sind damit also die Erzeugung zufälliger Faseranordnungen innerhalb eines Matrixgebiets, die Definition potentieller Risspfade im so beschriebenen Mikroverbund, die FE-Vernetzung der Modellgeometrie, die Formulierung eines Versagenskriteriums für die potentiellen Risspfade für den Fall zyklischer Beanspruchung, die Darstellung der entstehenden Risse sowie die Ermittlung der effektiven Kennwerte für die Materialsteifigkeit am Berechnungsmodell des geschädigten Verbunds. Sie werden in den nachfolgenden Abschnitten erläutert.

5.1 Erstellen des Berechnungsmodells

5.1.1 Zufällige Faseranordnung

Zur Erzeugung der zufälligen Faseranordungen wird ein *Monte-Carlo*-Verfahren (MC-Verfahren) eingesetzt. Es basiert auf den Arbeiten von *Metropolis et al.* [613] und dem darauf aufbauenden *Equilibrium Hard-Disk Program* [614]. Die Anpassung und Implementierung des Algorithmus in MATLAB für die hiesige Anwendung ist im Rahmen von [608][10] durchgeführt worden und wird dort im Detail beschrieben. Abb. 5.3 und die dazugehörige Bildunterschrift erläutern den Ablauf. In der aktuellen Fassung können Faseranzahlen $n_f = i^2$ mit $i \in \mathbb{N}$ und $2 \leq i \leq 10$ erzeugt werden. Der vorgegebene Mindestabstand der Fasern (zur Vermeidung gegenseitiger Berührung) beträgt $0{,}03 d_f$ (d_f: Faserdurchmesser). Darüber hinaus wird sichergestellt, dass als Folge der zufälligen Anordnung bei der späteren geometrischen Einteilung (siehe Abschnitt 5.1.2) keine Kantenlängen entstehen, die kleiner als die vorge-

[8] Aufgrund der Mehrachsigkeit aller Beanspruchungszustände kann nicht von Minima oder Maxima (Ober- oder Unterwerten) gesprochen werden, da z. B. nicht alle Verzerrungen im einen Extremzustand größer sein müssen als im anderen.

[9] Mögliche Alternativen zum hier gewählten Vorgehen wären z. B. die Anwendung der X-FEM oder von Kohäsivzonenelementen.

[10] vom Autor der vorliegenden Dissertation betreute studentische Abschlussarbeit

gebene Elementgröße sind[11] [615][12]. Alle im Rahmen der vorliegenden Arbeit betrachteten Anordnungen enthalten Fasern des Durchmessers $d_f = 7\,\mu$m bei einem Faservolumengehalt von $\varphi = 0{,}6$. Abb. 5.1 zeigt das Ergebnis des *Monte-Carlo*-Algorithmus für eine Anordnung von $n_f = 64$ Fasern.

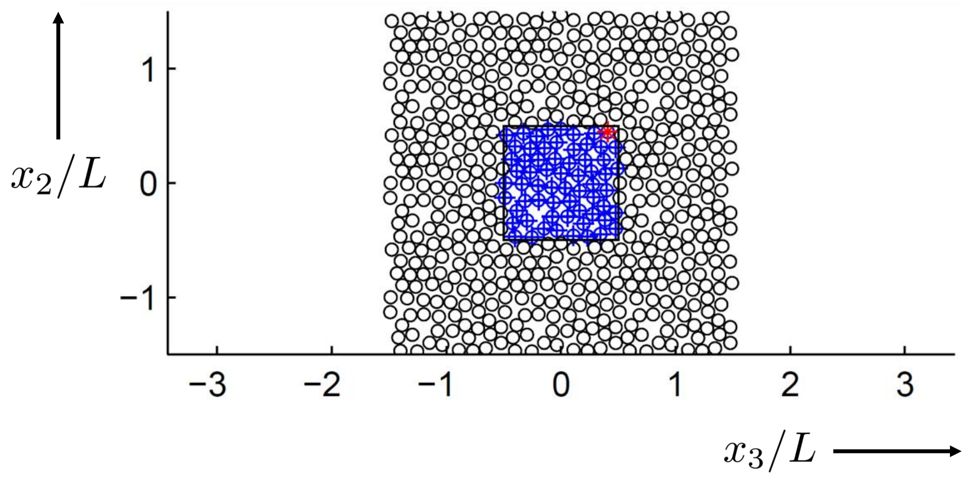


Abbildung 5.1: *Zufällige Anordnung von 64 Fasern (blaue Kreise) bei $\varphi = 0{,}6$. Der schwarze Rahmen stellt die Ränder der quadratischen Ausgangsanordnung dar. Blaue Kreuze markieren die Fasermittelpunkte. Die rote Markierung bezeichnet die Faser mit der laufenden Nummer eins. Überschreitet während des Verschiebungsalgorithmus ein Fasermittelpunkt einen der Ränder, so wird er am gegenüberliegenden Rand wieder hineingeschoben. Zur Verdeutlichung der so erreichten Periodizität ist die gesamte Anordnung in alle Richtungen wiederholt dargestellt (schwarze Kreise). Die Ortskoordinaten der Fasermittelpunkte x_2 und x_3 (Materialkoordinatensystem; siehe Kapitel 2) sind auf die Kantenlänge L der betrachteten Querschnittsfläche normiert. Vgl. [1, 608].*

Um sicherzustellen, dass die erzeugten Faseranordnungen als zufällig angesehen werden können, wird die so genannte Radiale Verteilungsfunktion (*Radial Distribution Function*, RDF, Gl. 5.1) [608, 614] ermittelt. Sie beschreibt die Wahrscheinlichkeitsdichte für das Auftreten von Fasermittelpunkten als Funktion des Abstands vom Mittelpunkt einer beliebigen Faser. Die Periodizität der Faseranordnung wird hierbei berücksichtigt.

$$g_2\left(r\right) = \frac{n_k\left(r\right) \cdot A_{ges}}{A_k\left(r\right) \cdot n^2} \tag{5.1}$$

Dabei ist $g_2\left(r\right)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte von Fasermittelpunkten in einem Kreisring, der die Breite $\Delta r = r_{außen} - r_{innen}$ und den mittleren Abstand r zu einer gegebenen Faser besitzt. Die Fläche des Kreisrings beträgt $A_k(r) = \pi \cdot (r^2_{außen} - r^2_{innen})$. $n_k(r)$ ist die Anzahl der im jeweiligen Kreisring liegenden Fasermittelpunkte und $A_{ges} = L^2$ ist die gesamte betrachtete Querschnittsfläche (s. Abb. 5.1). n bezeichnet die Gesamtanzahl der in A_{ges} enthaltenen Fasern.

Abb. 5.2 zeigt die RDF für eine zufälle Anordnung von $n_f = 100$ Fasern bei einem Faservolumengehalt von $\varphi = 0{,}6$. Fasermittelpunkte müssen mindestens einen Faserdurchmesser

[11] Diese Vorgabe stellt, wie auch die des Mindestabstands, im statistischen Sinne eine Zensierung der Stichprobe dar. Sie wird hier aus praktischen Erwägungen (siehe Abschnitt 5.1.3) akzeptiert.

[12] vom Autor der vorliegenden Dissertation betreute studentische Abschlussarbeit

voneinander entfernt sein, da sich die Fasern nicht gegenseitig durchdringen können. Die RDF kann daher nur für $r/d_f \geq 1$ von Null verschieden sein. Dass im vorliegenden Fall die RDF erst für r/d_f-Werte ungleich Null ist, die leicht größer als eins sind, liegt an der Vorgabe des erwähnten Mindestabstands, der die gegenseitige Berührung von Fasern verhindert. Aufgrund des relativ hohen Faservolumengehalts treten in direkter Umgebung einer gegebenen Faser gehäuft Nachbarfasern auf. Diese Nahordnung zeigt sich in Form der periodischen Maxima der RDF. Sie klingt mit zunehmendem Abstand ab, und die Wahrscheinlichkeitsdichte konvergiert für zufällige (d. h. statistisch homogene) Anordnungen gegen den Wert eins. Dabei stellt die Periodizität der hier betrachteten Anordnungen eine Regelmäßigkeit dar, die allerdings im Hinblick auf die später zu definierenden Randbedingungen unvermeidbar ist. Die RDF wird daher nur für den durch die Anordnung abgedeckten Wertebereich von r/d_f dargestellt.

Im Zusammenhang mit dem beschriebenen *Monte-Carlo*-Verfahren (siehe Abb. 5.3 bzw. [614, S. 275]) wird eine gegebene Faseranordnung als ungeordnet betrachtet, wenn sich die RDF durch weitere Verschiebungszyklen nicht mehr nennenswert ändert. Für die hier betrachteten Modelle ist dies nach 5.000 MC-Zyklen der Fall [608].

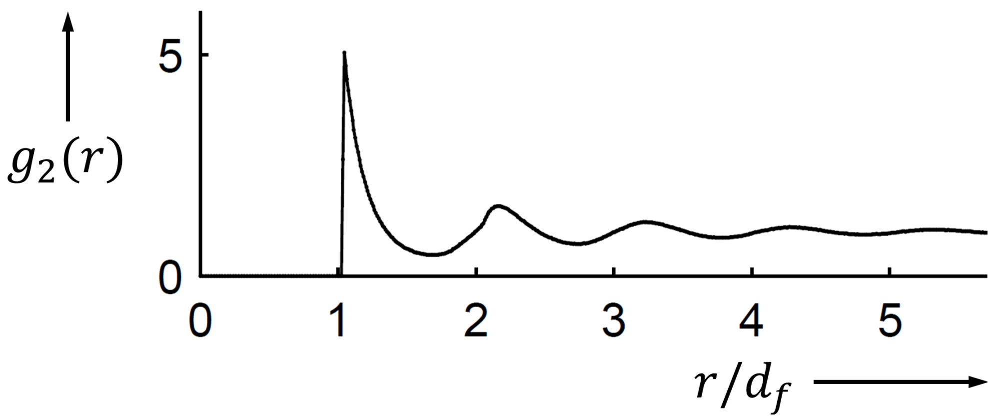


Abbildung 5.2: *Radiale Verteilungsfunktion (RDF) für eine zufällige, aber periodische Anordnung von* $n_f = 100$ *Fasern bei einem Faservolumengehalt von* $\varphi = 0{,}6$*; vgl. [1, 608].*

Aufgrund der zufälligen Erzeugung der Modellgeometrie besteht die Frage, wie viele Fasern diese enthalten muss, um repräsentative Ergebnisse zu erhalten. Diverse Autoren [215, 224, 586–588, 594, 608, 616–618] beschäftigen sich mit dieser Fragestellung, und geben für die jeweils betrachteten Faservolumengehalte und -durchmesser sowie die untersuchten Eigenschaften z. B. $L \geq 23{,}5 d_f$, $L \geq 50 d_f$, $n_f \geq 30$, $n_f \geq 50$, $n_f \geq 80$, $n_f \geq 150$ oder $n_f \geq 200$ als ausreichend an. Dabei sind L die Kantenlänge des Mikromodells in der 2- bzw. 3-Richtung, d_f der Faserdurchmesser und n_f die Faseranzahl. Die zitierten Angaben sind beispielsweise Ergebnisse von Konvergenzstudien, die bzgl. der untersuchten Eigenschaften für den jeweils betrachteten Faservolumengehalt und -durchmesser sowie unter Voraussetzung des ggf. verwendeten Verfahrens zur Erzeugung zufälliger Faseranordnungen durchgeführt werden.

Formal stellt die Beschreibung effektiver Materialeigenschaften eine so genannte *Homogenisierung*[13] dar [619]. Voraussetzungen hierfür sind einerseits eine statistisch homogene Verteilung der Defekte (d. h. hier der Fasern bzw. der Risse) im Matrixmaterial und andererseits, dass das betrachtete Materialvolumen eine hinreichende Anzahl von Defekten enthält – mithin also, dass es eine ausreichende Größe besitzt. Sollen die effektiven Eigenschaften auf der Makroskala (hier für die Schicht) als ortsunabhängig betrachtet werden

[13] Verschiedene analytische und numerische Methoden der Homogenisierung diskutiert z. B. [608].

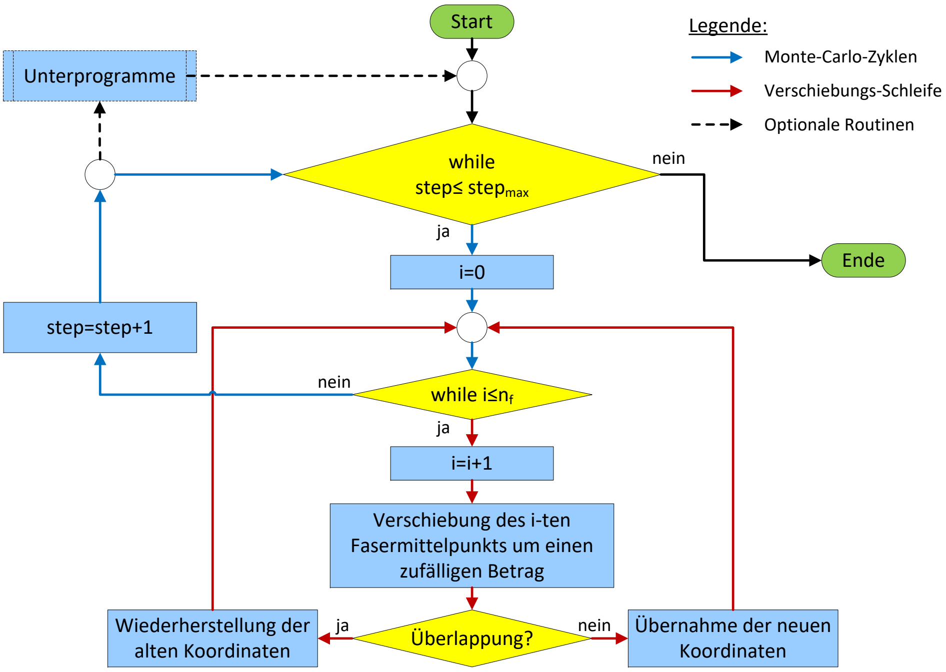


Abbildung 5.3: *Programmablaufplan des Algorithmus zur Erzeugung zufälliger Faseranordungen nach [608]. Unter Einhaltung der Vorgaben für Faserdurchmesser, -volumengehalt und -anzahl wird eine quadratische Anfangsanordnung erzeugt. Innerhalb jedes der folgenden Verschiebungszyklen (MC-Zyklen, rote Pfeile) wird dann jeweils jeder Fasermittelpunkt zufällig (Richtung und Betrag) verschoben, wobei die Verschiebung rückgängig gemacht wird, falls sie zur Überlappung mit Nachbarfasern führt. Sind mindestens 5.000 Verschiebungszyklen durchlaufen worden, so wird die Faseranordnung als zufällig angesehen und der Algorithmus beendet. Die automatische Anpassung der Verschiebungsschrittweite geschieht in den oben links genannten Unterprogrammen.*

können, so muss das betrachtete Materialgebiet jedoch auch klein genug sein, um auf dieser als Punkt betrachtet werden zu können. Bezeichnet man mit l die mikroskopische Längenskala, mit L die Längenskala (Kantenlänge) des betrachteten Materialvolumens und mit $\mathfrak{L}$ die makroskopische Längenskala, so muss demnach gelten:

$$l << L << \mathfrak{L} \tag{5.2}$$

Das mikroskopisch betrachtete Materialvolumen wird unter diesen Voraussetzungen Repräsentatives Volumenelement (Representative Volume Element, RVE) genannt.

Geht man allerdings davon aus, dass die Homogenisierung der Mikrostruktur erfolgt, um Materialkennwerte für ein Berechnungsmodell zu erhalten, das die einzelnen Laminatschichten mit Hilfe von finiten Volumenelementen darstellt, so zeigt die nachfolgende Überlegung, dass Mikrostrukturen repräsentativer Größe in diesem Fall kaum definiert werden können.

Abb. 5.4 zeigt die Mikrostruktur (typischer Faserdurchmesser und Faservolumengehalt) im maßstäblichen Vergleich mit einer möglichen FE-Volumenvernetzung des Schichtquerschnitts. Ganz offensichtlich ist die Mikrostruktur mit 36 Fasern nicht klein gegenüber dem durch die Integrationspunkte der Elemente jeweils repräsentierten Werkstoffgebiet. Umgekehrt sind eben diese Werkstoffgebiete jeweils zu klein, um für die Annahme ortsunabhängiger Materialeigenschaften ausreichend viele Fasern zu enthalten. Für übliche Typen finiter

Volumenelemente (acht Integrationspunkte im Hexaeder, d. h. zwei Integrationspunkte über die Elementdicke) würde für $d_f = 0{,}7\,\mu\text{m}$ und $\varphi = 0,6$ jeder Integrationspunkt ca. neun Fasern repräsentieren. Wie Abschnitt 6.1 zeigt, ist dabei mit einer erheblichen Streuung der homogenisierten Eigenschaften zu rechnen. Welche Faseranzahl als repräsentativ betrachtet werden kann, ist im abgebildeten Fall also von untergeordneter Bedeutung, da sie im Rahmen der geometrischen Gegebenheiten ohnehin nicht erreicht werden kann. Selbstverständlich ist diese Schlussfolgerung abhängig von Schichtdicke, Faserdurchmesser, Faservolumengehalt und FE-Vernetzung. Für übliche Schichtdicken- und -werkstoffe sollte sie aber in den meisten Fällen zutreffend sein[14].

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit betrachteten periodischen Modelle mit zufällig angeordneten Fasern bezeichnet man auch als Statistische Einheitszellen [215] (SEZ)[15].

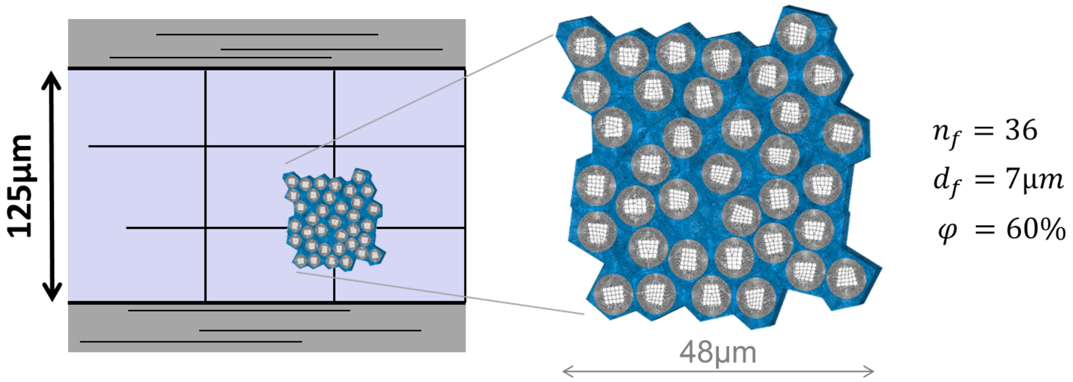


Abbildung 5.4: *Schematische Darstellung eines Kreuzverbunds aus UD-Schichten (links). Oben und unten (grau): 0°-Schichten, Mitte (hellblau): 90°-Schicht mit einer für Prepreg-Laminate üblichen Schichtdicke von $125\,\mu\text{m}$ und angedeuteter Einteilung in finite Elemente (hier beispielhalft drei über die Schichtdicke). Die Darstellung der Mikrostruktur (hier ihrerseits ebenfalls in FE eingeteilt) im linken Bildteil ist näherungsweise maßstäblich (n_f: Faseranzahl, d_f: Faserdurchmesser φ: Faservolumengehalt). Die Annahme gleicher Materialeigenschaften für alle Schichtelemente erscheint anhand dieser Abbildung nicht realistisch [621].*

5.1.2 Geometrische Einteilung der Querschnittsfläche

Im Hinblick auf die spätere Schädigungssimulation werden im Mikromodell potentielle Risspfade vorgegeben. Diese ergeben sich aus einer geometrischen Einteilung der zur 23-Koordinatenebene parallelen Querschnittsfläche, welche im Rahmen von [615][16] entwickelt und in MATLAB implementiert worden ist. In Abb. 5.5 ist das Verfahren schrittweise für eine zufällige periodische Anordnung von vier Fasern dargestellt.

[14] Nimmt man anstelle des gezeigten Modells an, das Laminat werde in Form eines geschichteten Schalenelements modelliert, so wäre das durch jeden Integrationspunkt repräsentierte Werkstoffgebiet ggf. deutlich größer, sodass die Annahme konstanter Eigenschaften formal zulässig sein könnte. Allerdings würden als Folge der kinematischen Annahmen der Schalentheorie – die die Darstellung eines größeren Materialbereichs mit wenigen Integrationspunkten erst ermöglichen – die intralaminaren Beanspruchungen ggf. deutlich weniger realistisch abgeschätzt.

[15] [215] verweist bzgl. der Bezeichung auf [620], wo die Modellart als „randomized unit cell“ bezeichnet wird. Um eine Verwechslung mit representative unit cells zu vermeiden wird hier und im Folgenden die deutsche Bezeichnung bzw. Abkürzung verwendet.

[16] vom Autor der vorliegenden Dissertation betreute studentische Abschlussarbeit

Grundlage ist die Einteilung der Querschnittsfläche in so genannte *Voronoi*-Regionen (VR) [622] ausgehend von der Anordnung der Fasermittelpunkte[17]. Jede VR enthält einen Fasermittelpunkt sowie alle Punkte der Querschnittsfläche, die diesem Fasermittelpunkt näher liegen als allen anderen Fasermittelpunkten. Die VR sind durch Geradenabschnitte begrenzt, die als *Voronoi*-Kanten (VK) bezeichnet werden. Berücksichtigt man bei der Einteilung, dass die Fasermittelpunkte eine periodische Anordnung darstellen, so ist auch die Anordnung der entstehenden VR periodisch (siehe Abb. 5.5a).

Die Mittelpunkte jeweils dreier benachbarter Fasern lassen sich durch Geraden zu so genannten *Delaunay*-Dreiecken (DD) verbinden. Als benachbart gelten hierbei solche Fasern, die gemeinsame *Voronoi*-Kanten besitzen. Die Dreieckseiten verlaufen senkrecht zu den *Voronoi*-Kanten. Sofern sie die jeweils zu ihnen orthogonale VK schneiden, werden die DD-Seiten ebenfalls als Einteilung der Querschnittsfläche herangezogen (siehe Abb. 5.5b).

Eine weitere Einteilung ergibt sich, indem ausgehend vom jeweiligen Fasermittelpunkt radiale Linien zu den Ecken der VR gezogen werden.

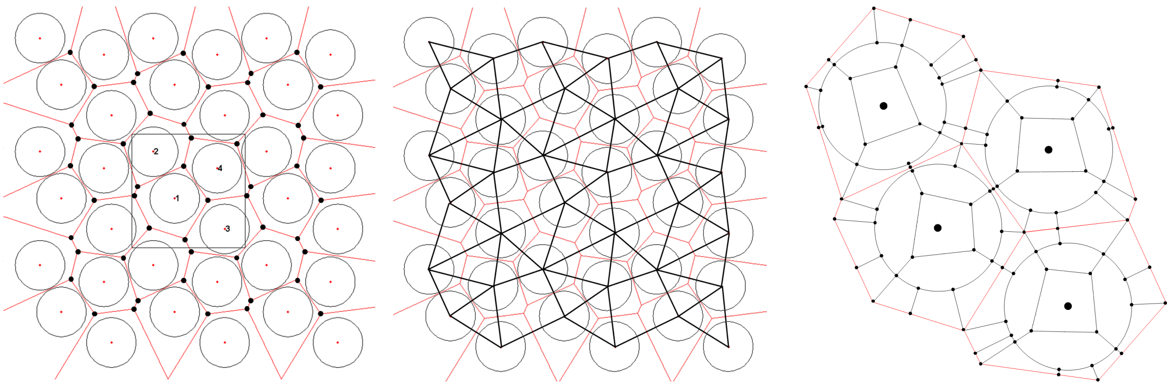
Die bisher besprochene Einteilung betrifft hauptsächlich den Matrixteil der Querschnittsfläche. Im Hinblick auf die spätere Netzqualität wird auch für die kreisförmigen Faserquerschnitte eine Einteilung vorgenommen, die sich z. T. an der Einteilung der umgebenden Matrix orientiert. In Anlehnung an [623] wird gemäß [615] innerhalb der Kreisfläche ein Viereck definiert. Der Radius des Viereck-Umkreises steht dabei in einem festen Verhältnis zum Faserdurchmesser. Die Ecken werden so positioniert, dass die außerhalb des Vierecks liegende Faserfläche durch vier von ihnen ausgehende radiale Linien unterteilt werden kann, die entweder entlang bestehender DD-Seiten oder Eckstrahlen verlaufen (siehe Abb. 5.5c).

Das Rechnerprogramm MATLAB bietet bzgl. der Identifikation von *Voronoi*-Zellen und *Delaunay*-Dreiecken verschiedene Funktionen, die zur vorangehend beschriebenen Flächeneinteilung genutzt werden.

Als potentielle Risspfade werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Faser-Matrix-Grenzflächen sowie die in der Matrix verlaufenden Teile der *Delaunay*-Dreieckseiten verwandt. Einzelheiten hierzu sind in Abschnitt 5.3 dargestellt.

Die hier gezeigte Verwendung von VR unterscheidet sich von aus der Literatur bekannten Verfahren. So werden dort z. T. spezielle finite Elemente formuliert, die jeweils eine VR darstellen, welche einen einzelnen Einschluss (Faser oder Partikel) enthält [544, 585–587, 624, 625]. In [561] wird eine *Voronoi*-Einteilung als Hilfe bei der FE-Vernetzung verwandt, orientiert sich aber an eigens definierten Hilfspunkten und nicht an den Positionen der in einer Matrix verteilten Partikel. Ein Beispiel für die Modellierung metallischer Kristallitstrukturen mit Hilfe von VR zeigt [626]. In [627] wird die *Dirichlet*-Zerlegung im Zusammenhang mit faserverstärkter Keramik verwendet.

[17] Die Begrenzungslinien der VR heißen *Voronoi*-Kanten und bilden das *Voronoi*-Diagramm, welches auch als *Dirichlet*-Zerlegung bezeichnet wird [622].



(a) *Voronoi-Diagramm, verneunfachte Anordnung; rote Punkte: Fasermittelpunkte, rote Linien: Voronoi-Kanten, schwarze Kreise: Faserumfänge, schwarzes Quadrat: Rand der Faseranordnung zu Beginn des Zufallsalgorithmus*

(b) *Delaunay-Triangulation, verneunfachte Anordnung; rote Linien: Voronoi-Kanten, schwarze Kreise: Faserumfänge, schwarze Linien: Delaunay-Dreiecke; DD-Seiten werden nicht zur Einteilung verwendet (und hier auch nicht dargestellt), falls sie die zugehörige VK nicht schneiden; vgl. [1]*

(c) *Vollständige Einteilung der Querschnittsfläche mit Voronoi-Kanten, Delaunay-Dreiecken, radialen Ecklinien und Vierecken in den Faserflächen*

Abbildung 5.5: *Geometrische Einteilung der zur 23-Koordinatenebene (Materialkoordinatensystem) parallelen Querschnittsfläche; behandelt wird eine Anordnung von vier Fasern, die in a und b zwecks Periodizität der Einteilung vorübergehend verneunfacht (nach oben, unten, links und rechts vervielfältigt) betrachtet wird; in Anlehnung an bzw. aus [615]*

5.1.3 Vernetzen des Modells

Bei der Erzeugung des FE-Modells mit Hilfe des kommerziellen Rechenprogramms ANSYS 17.0 wird zunächst die geometrisch eingeteilte, zur 23-Koordinatenebene parallele Querschnittsfläche vernetzt.

Dabei zeigt sich ein wesentlicher Vorteil der zuvor beschriebenen Modellgeometrie (siehe Abschnitt 5.1.2). Während bei der üblichen quadratischen Modellierung der Querschnittsflächen zufälliger Faseranordnungen zwangsläufig Fasern durch die Ränder des Modells geschnitten werden [584,608], was ggf. zu stark verzerrten finiten Elementen in diesen Bereichen führt, ist dies hier nicht der Fall. Die unregelmäßigen (d. h. nicht geraden) Ränder des Modells bedingen zwar einen leicht erhöhten Aufwand bei der Definition der Randbedingungen (siehe Abschnitt 5.1.4), stellen aber in dieser Hinsicht keine prinzipielle Schwierigkeit dar.

Auf Basis der Ergebnisse von Konvergenzstudien in [225, 608, 615] wird bei der Flächenvernetzung eine Elementgröße von 0,2 μm ($= d_f/35$) vorgegeben[18]. Die einzige Ausnahme hierzu stellen die Viereckflächen im Inneren der Faserquerschnittsflächen dar. Untersuchungen in [628][19] zeigen, dass diese Flächen zur Reduktion des Rechenaufwands ohne Einfluss auf die Ergebnisgenauigkeit mit einer Elementgröße von 0,8 μm vernetzt werden können[20].

Ausgehend vom Flächennetz erfolgt dann die Extrusion des Modells in Faserrichtung, wobei dreidimensionale Volumenelemente mit 20 Knoten, je drei translatorischen Freiheitsgra-

[18] Wie in Abschnitt 5.1.1 erläutert, werden nur solche zufälligen Faseranordnungen erzeugt, deren geometrische Einteilung Kantenlängen ergeben, die mindestens dieser Elementgröße entsprechen.

[19] Bericht über ein vom Autor der vorliegenden Dissertation betreutes studentisches Praktikum.

[20] Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden keine Bruchprozesse im Innern der Fasern betrachtet. Eine genaue Auflösung der Spannungen ist daher nur in ihrem Randbereich (nahe der FMG) erforderlich.

Konstituent	Symbol	Wert	Einheit	Quelle
Faser	$E_{f,11}$	235,00	GPa	[222]
	$E_{f,22} = E_{f,33}$	19,10	GPa	[222]
	$G_{f,12} = G_{f,13}$	24,00	GPa	[222]
	$G_{f,23}$	7,20	GPa	[222]
	$\nu_{f,12} = \nu_{f,13}$	0,02	-	[222]
	$\nu_{f,23}$	0,33	-	[222]
	$\alpha_{f,11}$	$-0{,}40$	$10^{-6}/\mathrm{K}$	[222]
	$\alpha_{f,22} = \alpha_{f,33}$	10,00	$10^{-6}/\mathrm{K}$	[222]
Matrix	E_m	2,76	GPa	[221]
	ν_m	0,38	-	[221]
	α_m	54,50	$10^{-6}/\mathrm{K}$	[221]

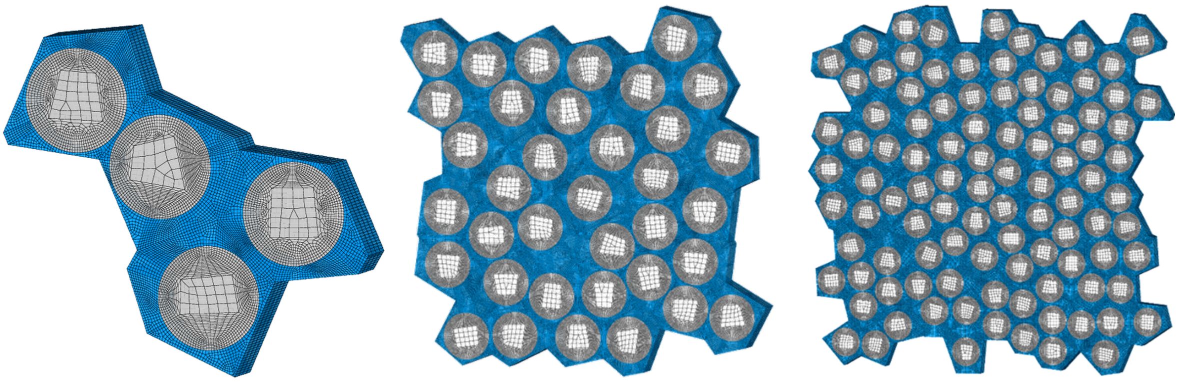
Tabelle 5.1: *Thermo-elastische Materialkennwerte der Konstituenten für die FE-Modellierung; f: Faser; m: Matrix; $1, 2, 3$: Richtungen des Materialkoordinatensystems; E: Elastizitätsmodul; G: Schubmodul; ν: Querkontraktionszahl (Indexreihenfolge: Wirkung-Ursache); α: Wärmeausdehnungskoeffizient*

den pro Knoten und quadratischer Ansatzfunktion für die Interpolation der Verschiebungen (Elementtyp SOLID186[21]) zum Einsatz kommen. Bei im Flächennetz dreieckigen Elementen wird zur Extrusion die keilförmige Variante dieses Volumenelementtyps verwendet. Die Diskretisierung in Faserrichtung erfolgt mit je zwei Elementen[22]. Beispiele für die Vernetzung von Anordnungen mit vier, 36 und 100 Fasern sind in Abb. 5.6 dargestellt.

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendeten Rechenmodelle setzen linear elastisches Werkstoffverhalten voraus. Tabelle 5.1 zeigt die bei der Modellierung verwendeten Materialkennwerte.

[21] Für alle key options werden die vom Programm vorgegebenen Standardwerte (default) verwendet. Siehe ANSYS Help 17.0 → ANSYS Documentation → Mechanical APDL → Element Reference → Element Library → SOLID186.

[22] Durch die Definition periodischer Randbedingungen (siehe Abschnitt 5.1.4) und die hier betrachteten faserparallelen Risse ist die Elementanzahl in Dickenrichtung mechanisch irrelevant. Im Hinblick auf eine zusätzliche Betrachtung nicht-faserparalleler Risse (siehe Abschnitt 5.5) ist es jedoch sinnvoll, die Spannungen der faserparallelen Bruchflächen an Knoten im Innern des Modells auszulesen und nicht an solchen, die auf seinen Oberflächen liegen. Aus praktischen Erwägungen (in Faserrichtung mittig sollten Knoten existieren) erweisen sich daher gerade Anzahlen von Elementen in dieser Richtung als günstig. Bei Betrachtung nicht faserparalleler Risse entstehen Spannungsgradienten in Faserrichtung, sodass dazu eine größere Elementanzahl in Faserrichtung sinnvoll wäre.



(a) *4 Fasern, Kantenlänge* 16 µm*; vgl. [1]* (b) *36 Fasern, Kantenlänge* 48 µm (c) *100 Fasern, Kantenlänge* 80 µm

Abbildung 5.6: *Dreidimensionale Finite-Elemente-Modelle dreier Faseranordnungen in der umgebenden Matrix. Die Kantenlänge bezeichnet die Ausdehnung des modellierten Bereichs in der 2- und 3-Richtung des Materialkoordinatensystems bei einem Faserdurchmesser von* $d_f = 7\,\mu\mathrm{m}$ *und einem Faservolumengehalt von* $\varphi = 0{,}6$*. Die vorgegebene Elementgröße beträgt* 0,2 µm *(im Faserinneren* 0,8 µm*).*

5.1.4 Definition periodischer Randbedingungen

Die geometrische Periodizität der nach dem beschriebenen Verfahren erzeugten FE-Modelle zeigt Abb. 5.7. Entsprechend dem in [612] vorgeschlagenen und in [225, 608, 615, 628–632][23] sowie vom Autor der vorliegenden Arbeit selbst weiterentwickelten bzw. angewandten Verfahren werden die periodischen Randbedingungen unter Nutzung so genannter Hilfsknoten (siehe Abb. 5.7b) formuliert. So kann das Modell auf einfache Weise entweder makroskopischen Spannungen oder makroskopischen Verzerrungen unterworfen werden, indem an den Hilfsknoten entsprechende Kraft- bzw. Verschiebungsrandbedingungen definiert werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden ausschließlich Verschiebungsrandbedingungen, d. h. makroskopische Verzerrungen betrachtet.

Die für die Elementknoten der in Abb. 5.7b definierten Randflächen geltenden Kopplungsgleichungen sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst. Infolge der Periodizität des FE-Netzes sind die Knotenanordnungen der einander zugeordneten Ränder deckungsgleich. Der vertikale Abstand von Punkten des oberen und unteren Randes wie auch der horizontale Abstand von Punkten des rechten und linken Randes betragen L. Das heißt, sie entsprechen der Kantenlänge der quadratischen Faseranordnung zu Beginn des Zufallsalgorithmus in Abschnitt 5.1.1. Die gleichen horizontalen bzw. vertikalen Abstände haben auch Punkte der diagonal periodischen Ränder oben links und unten rechts. Der Abstand zwischen Punkten der vorderen und hinteren Randflächen beträgt L_1, was der Strecke entspricht, um die das Modell bei der Volumenvernetzung entlang der Faserrichtung extrudiert wird (siehe Abschnitt 5.1.3).

Die angegebenen Gleichungen sind die mathematisch vollständige Beschreibung der PBC auf den Rändern des FE-Modells. Diese sorgen dafür, dass sich das modellierte Werkstoffgebiet beim Aufbringen des makroskopischen Verzerrungszustands ε_{ij} so verhält, als sei es Teil eines durch periodische Wiederholung seiner selbst gebildeten Werkstoffgebiets unendlicher Ausdehnung[24].

[23] vom Autor der vorliegenden Dissertation betreute studentische Arbeiten bzw. Praktika

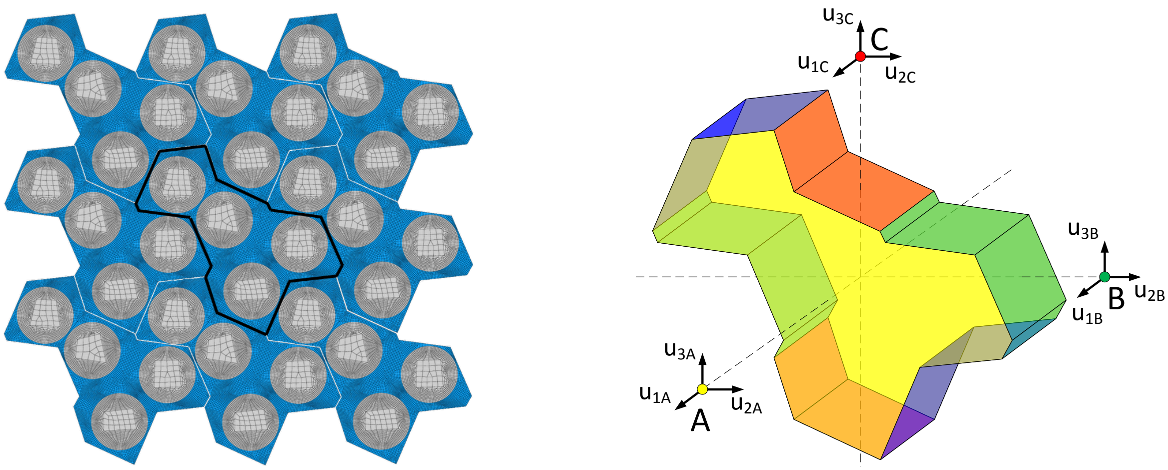
[24] In der Praxis ist darauf zu achten, eine Überbestimmtheit des Gleichungssystems für solche Knoten zu vermeiden, die zu mehreren benachbarten Rändern (z. B. sowohl zu links als auch zu vorn) gehören [571, 608, 630]. Dies ist z. B. an den Kanten der Modelle der Fall.

Obwohl das modellierte Werkstoffgebiet der SEZ im Sinne der effektiven Eigenschaften realer Schichten nicht als repräsentativ betrachtet werden kann (siehe Abschnitt 5.1.1), so ist es dies jedoch in Bezug auf das fiktive periodisch aufgebaute Material. Entsprechend ergeben sich die Beanspruchungen σ_{ij} und ε_{ij} der Makroebene durch Mittelung aus denen der Mikroebene σ^*_{ij} und ε^*_{ij} [619].

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V}\int_V \sigma^*_{ij}(\mathbf{x})dV \qquad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{V}\int_V \varepsilon^*_{ij}(\mathbf{x})dV \tag{5.3}$$

Dabei ist V das betrachtete Materialvolumen und $\mathbf{x}$ der mikroskopische Ortsvektor innerhalb seiner. Zudem erfüllen die makroskopischen und mikroskopischen Formänderungsenergiedichten die *Hill*-Bedingung [633, 634], sodass gilt:

$$\frac{1}{V}\int_V \sigma^*_{ij}(\mathbf{x})\cdot\varepsilon^*_{ij}(\mathbf{x})dV = \frac{1}{V}\int_V \sigma^*_{ij}(\mathbf{x})dV \cdot \frac{1}{V}\int_V \varepsilon^*_{ij}(\mathbf{x})dV \tag{5.4}$$



(a) *Zur Visualisierung der Periodizität ist die Anordnung verneunfacht dargestellt; benachbarte Anordnungen sind nicht nur in horizontaler und vertikaler, sondern auch in diagonaler Richtung periodisch.*

(b) *Ränder des Werkstoffgebiets; gelb: vorn, hinten; grün: rechts, links; rot: oben, unten; blau: oben links, unten rechts; A,B,C: Hilfsknoten*

Abbildung 5.7: *Periodizität am Beispiel eine zufälligen Anordnung von vier Fasern; Einander zugeordnete Ränder sind im FE-Modell gleich vernetzt; Es handelt sich nicht um die gleiche Anordnung wie in Abb. 5.5; Anstelle von Rändern oben links und unten rechts können die zufälligen Anordnungen auch Ränder unten links und oben rechts besitzen [1, 2].*

Hilfsknoten	Ränder	PBC-Kopplungsgleichung
A	rechts, links	$\varepsilon_{21} \cdot L_2 = u_{1,r} - u_{1,l} = u_{1,B}$ $\varepsilon_{22} \cdot L_2 = u_{2,r} - u_{2,l} = u_{2,B}$ $\varepsilon_{23} \cdot L_2 = u_{3,r} - u_{3,l} = u_{3,B}$
B	oben, unten	$\varepsilon_{31} \cdot L_3 = u_{1,o} - u_{1,u} = u_{1,C}$ $\varepsilon_{32} \cdot L_3 = u_{2,o} - u_{2,u} = u_{2,C}$ $\varepsilon_{33} \cdot L_3 = u_{3,o} - u_{3,u} = u_{3,C}$
C	vorn, hinten	$\varepsilon_{11} \cdot L_1 = u_{1,v} - u_{1,h} = u_{1,A}$ $\varepsilon_{12} \cdot L_1 = u_{2,v} - u_{2,h} = u_{2,A}$ $\varepsilon_{13} \cdot L_1 = u_{3,v} - u_{3,h} = u_{3,A}$
B, C	unten rechts, oben links	$\varepsilon_{21} \cdot L_2 = u_{1,ur} - u_{1,ol} = u_{1,B}$ $\varepsilon_{22} \cdot L_2 = u_{2,ur} - u_{2,ol} = u_{2,B}$ $\varepsilon_{23} \cdot L_2 = u_{3,ur} - u_{3,ol} = u_{3,B}$ $\varepsilon_{31} \cdot L_3 = u_{1,ol} - u_{1,ur} = u_{1,C}$ $\varepsilon_{32} \cdot L_3 = u_{2,ol} - u_{2,ur} = u_{2,C}$ $\varepsilon_{33} \cdot L_3 = u_{3,ol} - u_{3,ur} = u_{3,C}$

Tabelle 5.2: *Kopplungsgleichungen zur Beschreibung der periodischen Randbedingungen für eine der Abb. 5.7 entsprechende Diagonalkopplung. Bei entgegengesetzter Diagonalkopplung (unten links – oben rechts) werden die unteren sechs Gleichungen sinngemäß angepasst verwendet;* ε_{ij}*: makroskopische Verzerrungen,* $L = L_2 = L_3$*: Ausdehnung des Modells in* 2- *bzw.* 3*-Richtung (vgl. Abb. 5.1),* L_1*: Ausdehnung des Modells in Faserrichtung*

5.2 Mehrachsiges Lebensdauermodell

Für die potentiellen Bruchflächen des Mikromodells wird ein Versagenskriterium bzw. eine Bruchbedingung formuliert[25]. Die lokale Lebensdauer wird dabei als Funktion des auf der Bruchfläche wirkenden zyklischen Spannungszustands beschrieben.

Betrachtet man Bruchbedingungen für den zyklischen Fall, die auf der Modifikation von solchen für statische Beanspruchung beruhen (vgl. Abschnitt 4.1), so werden meist anstelle der ursprünglich quasi-statischen Spannungen und der entsprechenden einachsigen Festigkeiten die auftretenden Spannungsamplituden und ihre der Lebensdauer entsprechenden einachsig zulässigen Amplituden verwandt. Die Bruchbedingung hat dann meist die folgende Form:

$$F\left(\sigma_{ij,a}, \sigma_{ij,a}\left(R_{ij}, N\right)\right) = 1 \tag{5.5}$$

Dabei bezeichnet $\sigma_{ij,a}$ die auftretenden Spannungsamplituden, $R_{ij} = \sigma_{ij,u}/\sigma_{ij,o}$ das jeweilige Spannungsverhältnis der einzelnen Spannungen, N die Bruchschwingspielzahl und $\sigma_{ij,a}\left(R_{ij}, N\right)$ die für die Lebensdauer anhand der zugrundeliegenden Wöhlerlinien bzw. CLD zulässigen Spannungsamplituden.

Die durch die statischen Kriterien berücksichtigte Interaktion verschiedener Spannungen lässt sich bei dieser Art der Formulierung verhältnismäßig einfach auf den zyklischen Fall übertragen, so lange alle Spannungen ein schwellendes Spannungsverhältnis besitzen und

[25] Nach [127] bezeichnet das Kriterium die Unterscheidung zwischen Beanspruchungszuständen, die Bruch hervorrufen, und solchen, die dies nicht tun. Es hat die Form $F(...) \lesseqgtr 1$. Demgegenüber bezeichnet die Bruchbedingung alle Beanspruchungszustände, für die Bruch gerade möglich ist, und hat die Form $F(...) = 1$. Vgl. Gl. 5.5.

ihre jeweiligen Extrema gleichzeitig erreicht werden. Sobald jedoch verschiedene Spannungsverhältnisse (etwa Normalspannung wechselnd und Schubspannung schwellend) auftreten oder die einzelnen Spannungen unterschiedliche zeitliche Mittelwerte aufweisen, sind die zur Anpassung an den zyklischen Fall notwendigen Modifikationen meist weniger offensichtlich.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird daher für die potentiellen Bruchflächen der Mikromodelle ein etwas anderer Ansatz gewählt, der auch die Behandlung nichtproportionaler zyklischer Beanspruchung erlaubt, so lange alle Spannungen frequenz- und phasengleich (d. h. in Gln. 5.6 und 5.7: $\varphi_\sigma, \varphi_\tau \in \{0, \pi\}$) auftreten.

Ausgehend von der Annahme spröden Materialverhaltens wird das Versagen der potentiellen Bruchfläche durch die drei auf ihr wirkenden Spannungen bestimmt (siehe Abb. 5.8) [127, 635, 636]. Dies sind die orthogonal zur Fläche wirkende Normalspannung σ_n^* sowie die in der Fläche wirkenden Schubspannungen τ_{n1}^* (parallel zur Faserrichtung) und τ_{nt}^* (senkrecht zur Faserrichtung)[26]. Im Folgenden wird zwecks vereinfachter Darstellung die Ersetzung $\sigma^* = \sigma_n^*$ vorgenommen. Die beiden Schubspannungen werden zur Resultierenden $\tau^* = \sqrt{\tau_{n1}^{*2} + \tau_{nt}^{*2}}$ zusammengefasst.

Gemäß der Sprungbedingung an singulären Flächen [6] sind die zur Faser-Matrix-Grenzfläche senkrechten Spannungen über diese hinweg stetig. Für die hier verwendeten FE-Modelle wird dies auch in [225, S. 78 f.] bestätigt. Im Gegensatz zu anderen Arbeiten [123, 221] sind daher spezielle Maßnahmen zur Vermeidung von Fehlern infolge der von FE-Programmen häufig automatisch vorgenommenen Bildung durchschnittlicher Knotenspannungen[27], hier nicht notwendig.

Die Spannungs-Zeit-Funktionen für die frequenzgleiche Beanspruchung haben die Form

$$\sigma^*(t) = \sigma_a^* \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi_\sigma) + \sigma_m^* \qquad \sigma_a^*, \sigma_m^* \in \mathbb{R} \quad \sigma_a^* \geq 0 \tag{5.6}$$

$$\tau^*(t) = \tau_a^* \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi_\tau) + \tau_m^* \qquad \tau_a^*, \tau_m^* \in \mathbb{R} \quad \tau_a^* \geq 0 \tag{5.7}$$

σ_a^* und τ_a^* bezeichnen die Amplituden der Spannungen, σ_m^* und τ_m^* ihre zeitlichen Mittelwerte. Mit f wird die für beide Spannungen gleiche Beanspruchungsfrequenz bezeichnet. Im Rahmen der hier betrachten Fälle gilt zusätzlich die folgende Einschränkung:

$$\varphi_\sigma - \varphi_\tau = i \cdot \pi \qquad i \in \mathbb{Z} \tag{5.8}$$

Unter Berücksichtigung der Periodizität der Sinusfunktion $(\sin(\alpha) = -\sin(\alpha + \pi))$ beträgt die Phasenverschiebung zwischen den beiden Spannungen also entweder Null oder π (180°). Die Ortskurven im $\sigma^*\tau^*$-Spannungsraum verlaufen unter diesen Bedingungen geradlinig. Ein Beispiel ist in Abbildung 5.10 (S. 59) in Form des Doppelpfeils eingezeichnet, der den zyklischen Wechsel zwischen den beiden Extremzuständen $\hat{\Sigma} = (\hat{\sigma}^*, \hat{\tau}^*)$ und $\check{\Sigma} = (\check{\sigma}^*, \check{\tau}^*)$ darstellt. Welcher dieser beiden Zustände mit $\hat{\Sigma}$ bzw. $\check{\Sigma}$ bezeichnet wird, ist dabei willkürlich.

Für die Ober- bzw. Unterspannungen σ_o^* und τ_o^* bzw. σ_u^* und τ_u^* gilt:

$$\sigma_o^* = \max_t \sigma^*(t) \qquad \sigma_u^* = \min_t \sigma^*(t) \tag{5.9}$$

$$\tau_o^* = \max_t \tau^*(t) \qquad \tau_u^* = \min_t \tau^*(t) \tag{5.10}$$

Entsprechend ergibt sich für die Spannungsverhältnisse R_σ und R_τ:

[26] Die Nomenklatur der Indizierung ist angelehnt an [127].
[27] engl.: nodal stress averaging

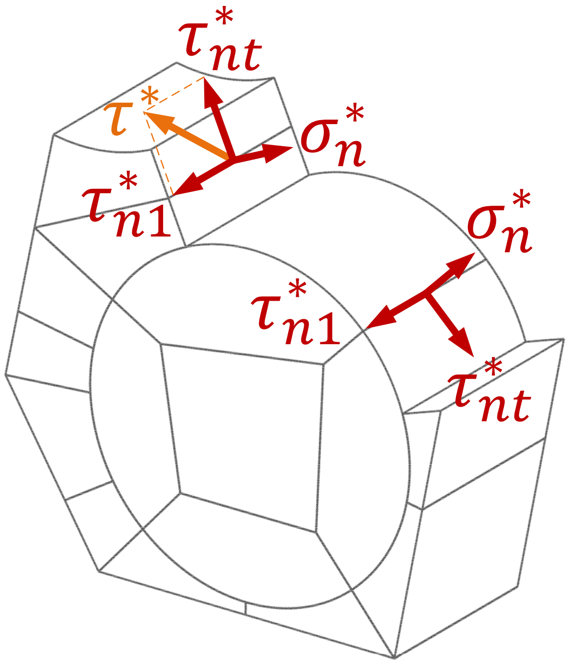


Abbildung 5.8: *Spannungen an den Kontrollpunkten der Mikromodelle; Kontrollpunkte liegen in Faserrichtung mittig im FE-Modell. An jedem Kontrollpunkt werden die orthogonal zur potentiellen Bruchfläche wirkende Normalspannung σ_n^* und die beiden auf die potentielle Bruchfläche wirkenden Schubspannungen τ_{n1}^* und τ_{nt}^* (rote Pfeile) ausgewertet, wobei letztere zur Gesamt-Schubspannung τ^* (oranger Pfeil) zusammengefasst werden [1].*

$$R_\sigma = \frac{\sigma_u^*}{\sigma_o^*} \qquad R_\tau = \frac{\tau_u^*}{\tau_o^*} \tag{5.11}$$

Die Schwingfestigkeit der potentiellen Bruchflächen wird in Form von Wöhlerlinien beschrieben, die sowohl für die Normal- als auch für die Schubspannung formuliert sind. Dabei werden die durch Gln. 5.12 bzw. 5.13 gegebenen doppellogarithmischen Ansatzfunktionen verwendet.

$$\sigma_a^*(N) = \sigma_{a,10^6}^* \cdot \left(\frac{N}{10^6}\right)^{\left(-\frac{1}{k_\sigma^*}\right)} \tag{5.12}$$

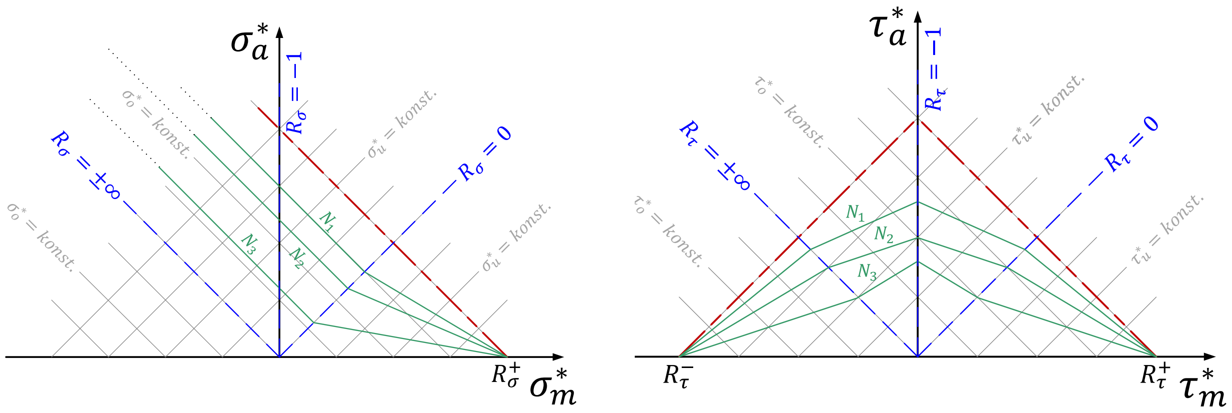
bzw.

$$\tau_a^*(N) = \tau_{a,10^6}^* \cdot \left(\frac{N}{10^6}\right)^{\left(-\frac{1}{k_\tau^*}\right)} \tag{5.13}$$

Für die Kennwerte werden Annahmen getroffen, die in Tabelle 5.3 zusammengefasst sind. Sie sind so gewählt, dass sich für $N = 1$ gerade die den statischen Festigkeiten entsprechenden Amplituden ergeben, sodass gilt:

$$\sigma_o^*\,(N = 1) = R^{*+} \tag{5.14}$$

bzw.



(a) *Haigh-Diagrammm für Normalspannungen (schematisch); für $R < 0$ werden die Linien konstanter Lebensdauer gemäß $N = f(\sigma_o^*)$ extrapoliert.*

(b) *Haigh-Diagramm für Schubspannungen (schematisch); das Diagramm ist symmetrisch, da die Schubfestigkeit unabhängig vom Vorzeichen der Schubspannung ist.*

Abbildung 5.9: *Haigh-Diagramme zur Beschreibung des Mittelspannungseinflusses für mikroskopische Normal- und Schubspannungen; vgl. [1, 3].*

$$\sigma_u^* \left(N = 1\right) = R^{*-} \tag{5.15}$$

Wie an den Werten der Tabelle 5.3 erkennbar ist, wird für die Faser-Matrix-Grenzflächen eine geringere Festigkeit postuliert als für die Matrix. Die angenommenen Werte sind so gewählt, dass sich unter schwellender makroskopischer Quer-Zugbeanspruchung das erwartete Schadensbild einstellt (siehe auch S. 65). Eine quantitative Gültigkeit für die Beschreibung des mikroskopischen Werkstoffverhaltens ist nicht gegeben und in Anbetracht des auf S. 42 definierten Ziels der Modellierung auch nicht notwendig.

Die Mittelspannungsempfindlichkeit wird durch CLD mit linearer Interpolation der durch die WL gegebenen Schwingfestigkeiten ausgedrückt, wobei für das Spannungsverhältnis $R = 1$ auf die quasi-statischen Festigkeiten extrapoliert wird (siehe Abb. 5.9). Im CLD der Normalspannung (Abb. 5.9a) wird für $R < 0$ eine Extrapolation mit $\sigma_o^* = konst.$ vorgenommen. Dies ist Ausdruck der für spröde Werkstoffe üblichen Annahme, dass eine zur potentiellen Bruchfläche orthogonale Druckbeanspruchung nie zu deren Versagen führen kann. Das CLD für die Schubspannung (Abb. 5.9b) ist symmetrisch, da das Vorzeichen der Schubspannung für die Lebensdauer der Bruchfläche unerheblich ist.

Nimmt man nun eine beliebige Bruchschwingspielzahl N als gegeben an, so ergeben sich aus den CLD für die nach Gl. 5.11 ermittelten Spannungsverhältnisse einerseits die zulässigen Mittelspannungen und Spannungsamplituden, andererseits aber auch die zulässigen Unter- und Oberspannungen $\sigma_u^* = f\left(N, R_\sigma\right)$ und $\sigma_o^* = f\left(N, R_\sigma\right)$ bzw. $\tau_u^* = f\left(N, R_\tau\right)$ und $\tau_o^* = f\left(N, R_\tau\right)$ (siehe Abb. 5.10, S. 59). Letztere werden dann durch die in Abb. 5.10e gezeigten Kurven mit elliptischer (für $\sigma^* >= 0$) bzw. parabolischer (für $\sigma^* < 0$) Ansatzfunktion

[28] [225] übernimmt die Zugfestigkeit der Grenzfläche gemäß einer Angabe in [637], die ihrerseits [588] zitiert. In [588] wird der genannte Wert allerdings als Schubfestigkeit der Grenzfläche angegeben. Für die hier gezeigten Untersuchungen ist diese Diskrepanz von untergeordneter Bedeutung, da vorrangiges Ziel die Untersuchung der effektiven Steifigkeit im geschädigten Zustand und nicht die quantitativ korrekte Simulation der (Schwing-) Festigkeit ist. Im Sinne der Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen von [225] wird sie daher akzeptiert.

Ort	Beanspruchung		R-Wert	Symbol	Wert	Einheit	Quelle
FMG	Normal	statisch	-	$R^{*+}_{\sigma,FMG}$	57,550 000 0	MPa	[225, 637][28]
		zyklisch	0	$\sigma^{*}_{a,10^6,R=0,FMG}$	7,227 953 21	MPa	-
				$k^{*}_{\sigma,R=0,FMG}$	10,000 000 0	-	-
	Schub	statisch	-	$R^{*+}_{\tau,FMG} = -R^{-}_{\tau,FMG}$	172,650 000	MPa	[225, 637]
		zyklisch	$0 \widehat{=} \infty$	$\tau^{*}_{a,10^6,R=0,FMG} = \tau^{*}_{a,10^6,R=\infty,FMG}$	21,683 859 6	MPa	-
				$k^{*}_{\tau,R=0,FMG} = k^{*}_{\tau,R=\infty,FMG}$	10,000 000 0	-	-
			-1	$\tau^{*}_{a,10^6,R=-1,FMG}$	21,735 347 2	MPa	-
				$k^{*}_{\tau,R=-1,FMG}$	6,666 666 67	-	
Matrix	Normal	statisch	-	$R^{*+}_{\sigma,m}$	103,000 000	MPa	[225, 638]
		zyklisch	0	$\sigma^{*}_{a,10^6,R=0,m}$	12,936 215 1	MPa	-
				$k^{*}_{\sigma,R=0,m}$	10,000 000 0	-	-
	Schub	statisch	-	$R^{*+}_{\tau,m} = -R^{*-}_{\tau,m}$	90,000 000 0	MPa	[225, 638]
		zyklisch	$0 \widehat{=} \infty$	$\tau^{*}_{a,10^6,R=0,m} = \tau^{*}_{a,10^6,R=\infty,m}$	11,303 488 9	MPa	-
				$k^{*}_{\tau,R=0,m} = k^{*}_{\tau,R=\infty,m}$	10,000 000 0	-	-
			-1	$\tau^{*}_{a,10^6,R=-1,m}$	11,330 328 7	MPa	-
				$k^{*}_{\tau,R=-1,m}$	6,666 666 67	-	-

Tabelle 5.3: *Annahmen für die (Schwing-) Festigkeitskennwerte der potentiellen Bruchflächen: R^{*+}, R^{*-}: positive (Zug-) bzw. negative (Druck-) Festigkeiten quasi-statisch; $\sigma^{*}_{a,10^6}$, $\tau^{*}_{a,10^6}$: Aufpunkte der Wöhlerlinien für Normal- bzw. Schubspannung; k^{*}: Neigungsparameter der Wöhlerlinien; Sterne zeigen an, dass es sich um Angaben für die Mikroskala handelt.*

interpoliert. Die Interpolationsvorschriften der einzelnen Quadranten von Abb. 5.10e sind in Tabelle 5.4 zusammengefasst.

Für $N = 1$ werden stetige sowie stetig differenzierbare Übergänge der Kurven bei $\sigma^* = 0$ vorgegeben. Bezüglich der Übergangsneigung wird hierzu folgende Annahme getroffen:

$$\xi = \left.\frac{\partial \sigma^*}{\partial \tau^*}\right|_{\sigma^*=0, N=1} = \pm 3 \tag{5.16}$$

Für $N > 1$ sind die Übergänge lediglich stetig, da für die Neigungen der Parabelfunktionen bei $\sigma^* = 0$ weiterhin der Wert für $N = 1$ (also $\xi(N) = konst.$) angenommen wird, während sich die Neigungen der elliptischen Kurven an diesen Punkten abhängig von der Bruchschwingspielzahl verändern ($\xi^* = f(N)$, siehe Tabelle 5.4 und Abb. 5.10e). Auf diese Weise lässt sich die stützende Wirkung einer Drucknormalspannung auch für Schubspannungsverhältnisse berücksichtigen, bei denen der einachsig zulässige Wert der Ober- oder Unter-Schubspannung gerade Null beträgt (also $R_\tau = 0$ oder $R_\tau = \pm\infty$).

Quadrant	Definitionsbereich	Interpolationsvorschrift
I	$\sigma^* >= 0,\ \tau^* >= 0$	$1 = \left(\frac{\sigma^*-a_1}{a_2}\right)^2 + \left(\frac{\tau^*}{b}\right)^2$ $a_1 = \frac{\xi^* \cdot (\sigma^*_{ext}(N,R_\sigma))^2}{\tau^*_{ext}(N,R_\tau) - 2\cdot\xi^*\cdot(\sigma^*_{ext}(N,R_\sigma))^2}$ $a_2 = \sigma^*_{ext}(N,R_\sigma) - a_1$ $b = \frac{\tau^*_{ext}(N,R_\tau)}{\sqrt{1-\left(\frac{-a_1}{\sigma^*_{ext}(N,R_\sigma)-a_1}\right)^2}}$ $\xi^* = -\xi \cdot \frac{\tau^*_{ext}(N,R_\tau)\cdot R^+_\sigma}{\sigma^*_{ext}(N,R_\sigma)\cdot R^+_\tau}$
II	$\sigma^* < 0,\ \tau^* >= 0$	$1 = \frac{\sigma^*}{c} - \frac{m}{c}\cdot(\tau^* - a)^2$ $a = 0$ $m = \frac{-\xi}{2\cdot\tau^*_{ext}(N,R_\tau)}$ $c = -m\cdot(\tau^*_{ext}(N,R_\tau) - a)^2$
III	$\sigma^* < 0,\ \tau^* < 0$	$1 = \frac{\sigma^*}{c} - \frac{m}{c}\cdot(\tau^* - a)^2$ $a = 0$ $m = \frac{\xi}{2\cdot\tau^*_{ext}(N,R_\tau)}$ $c = -m\cdot(\tau^*_{ext}(N,R_\tau) - a)^2$
IV	$\sigma^* >= 0,\ \tau^* < 0$	$1 = \left(\frac{\sigma^*-a_1}{a_2}\right)^2 + \left(\frac{\tau^*}{b}\right)^2$ $a_1 = \frac{-\xi^* \cdot (\sigma^*_{ext}(N,R_\sigma))^2}{\tau^*_{ext}(N,R_\tau) + 2\cdot\xi^*\cdot\sigma^*_{ext}(N,R_\sigma)}$ $a_2 = \sigma^*_{ext}(N,R_\sigma) - a_1$ $b = \frac{\tau^*_{ext}(N,R_\tau)}{\sqrt{1-\left(\frac{-a_1}{\sigma^*_{ext}(N,R_\sigma)-a_1}\right)^2}}$ $\xi^* = -\xi \cdot \frac{\tau^*_{ext}(N,R_\tau)\cdot R^+_\sigma}{\sigma^*_{ext}(N,R_\sigma)\cdot R^+_\tau}$

Tabelle 5.4: *Interpolationsvorschriften des in den Quadranten I bis IV von Abb. 5.10e dargestellten mehrachsigen Lebensdauerkriteriums*

Für die elliptischen Teile der Interpolationskurve ist die Änderung der Übergangssteigung mit der Bruchschwingspielzahl notwendig. Grund hierfür ist, dass sich abhängig von den

Neigungen der Normal- und Schubspannungs-WL für bestimmte Bruchschwingspielzahlen Verhältnisse der einachsig zulässigen Spannungen auf der σ^*- und τ^*-Achse ergeben können, die eine elliptische Interpolation mit vorgegebener Übergangsneigung unmöglich machen.

Je kleiner die angenommene Bruchschwingspielzahl ist, desto weiter liegen die interpolierten Kurven vom Ursprung entfernt. Dies lässt sich folgendermaßen nachvollziehen: Für $R = konst.$ bedeutet eine Erhöhung von $|\sigma_o|$ auch immer eine Erhöhung von $|\sigma_u|$ und umgekehrt. Bei dieser Erhöhung wandert im CLD der Punkt (σ_m, σ_a) entlang der $R = konst.$-Geraden vom Ursprung weg. Für plausible Verläufe der $N = konst.$-Linien[29] bedeutet dies immer eine Verringerung der Bruchschwingspielzahl.

Soll nun die Lebensdauer unter einer vorgegebenen zyklischen Beanspruchung ermittelt werden, so wird angenommen, dass diese gerade dann erreicht ist, wenn die für die angenommene Bruchschwingspielzahl interpolierten Kurven durch den Punkt $\hat{\Sigma}$ bzw. $\check{\Sigma}$ verlaufen (je nachdem, für das Schneiden welches Punkts die geringere Bruchschwingspielzahl angenommen werden muss). Auf Basis dieser Annahme kann die Lebensdauer für den zyklischen Beanspruchungszustand durch Iteration über N ermittelt werden.

Insofern als eine Interpolation über die zulässigen Extrema der Spannungen und nicht über die zulässigen Amplituden vorgenommen wird, ist der hier vorgeschlagene Ansatz mit einem in [187] gezeigten Verfahren für Schichtspannungen verwandt. Im Vergleich zu Methoden, die mit zulässigen Amplituden arbeiten, bleibt so der zeitliche Bezug zwischen den Extrema der einzelnen Spannungen erhalten, d. h. die betrachteten biaxialen Spannungszustände $\hat{\Sigma}$ und $\check{\Sigma}$ treten im zyklischen Verlauf der Beanspruchung auch wirklich gleichzeitig auf. Diese Information ginge bei der Verwendung von Amplituden verloren. Das vorgestellte Verfahren lässt sich also deutlich leichter anwenden, wenn – wie hier – die Einzelspannungen verschiedene Spannungsverhältnisse oder eine Phasenverschiebung aufweisen.

Das hier gezeigte Prinzip ist auf mehrachsige frequenzgleiche Beanspruchungen mit jeweils beliebigen R-Werten anwendbar, sofern die Phasenverschiebung zwischen den einzelnen Beanspruchungen $\varphi = 0$ oder $\varphi = \pi$ beträgt. Insofern ließe es sich ähnlich dem erwähnten, in [187] gezeigten, Verfahren auch zur Behandlung mehrachsiger Schichtspannungszustände anpassen, wie sie u. a. auf *Puck*'schen Wirkebenen auftreten.

[29] Sie können z. B. nicht parallel zu den $R = konst.$-Linien verlaufen, da die zugehörige WL dann vertikal verlaufen müsste. Auch müssen sie eine eindeutige Funktion $\sigma_a = f(\sigma_m)$ beschreiben und für $R = 1$ die statischen Festigkeiten auf der Abszisse erreichen. Für $N = 1$ müssen sie außerdem die Steigung eins oder minus eins besitzen.

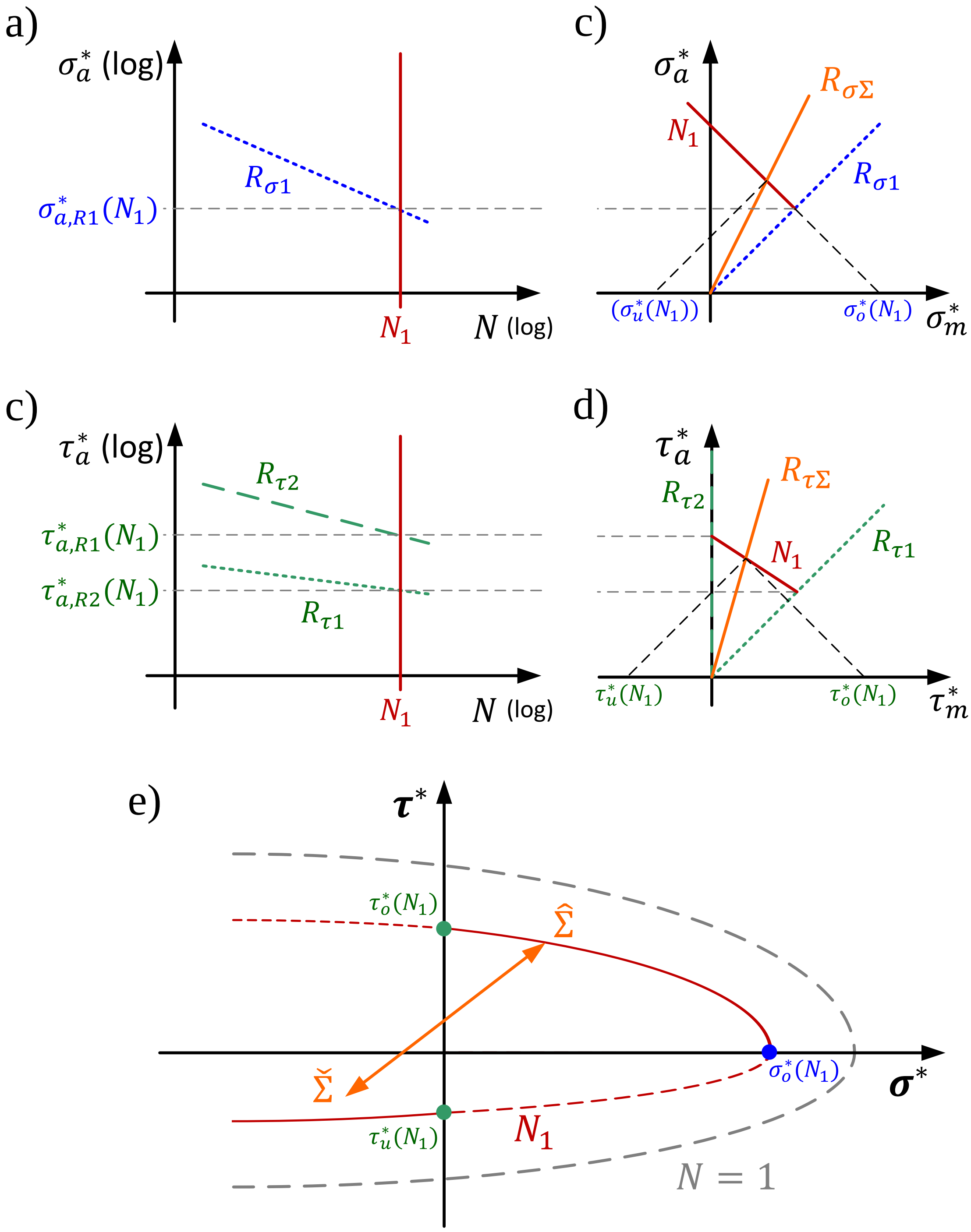
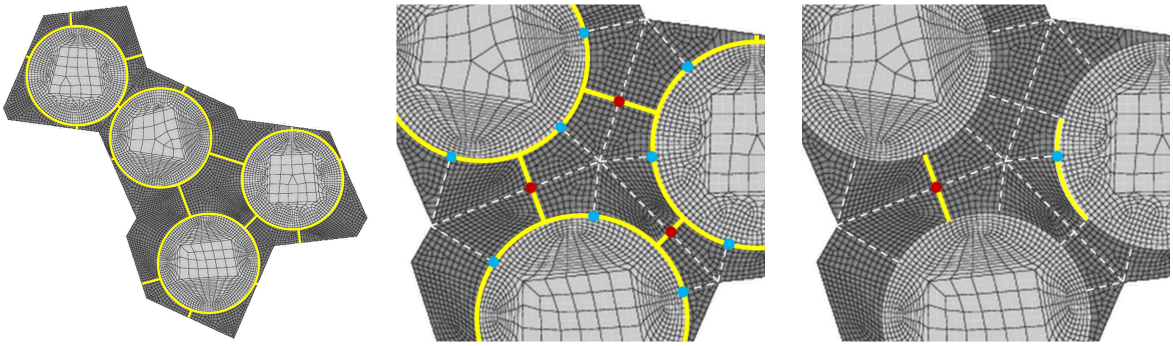


Abbildung 5.10: *Lebensdauerkriterium für die mehrachsig beanspruchten potentiellen Bruchflächen; a) WL für Normalspannung, b) CLD für Normalspannung, c) WL für Schubspannung, d) CLD für Schubspannung; für jede gegebene Bruchschwingspielzahl N können die zulässigen Extrema von Normal- und Schubspannung aus den CLD ermittelt und in der* σ^*-τ^**-Ebene interpoliert werden (e); eine Iteration über N liefert die Lebensdauer - sie ist erreicht (hier bei* $N = N_1$*), wenn die interpolierte Kurve gerade* $\check{\Sigma}$ *bzw.* $\hat{\Sigma}$ *berührt (je nachdem, für die Berührung welches Punkts N geringer ist). Vgl. [1–3]*

5.3 Progressive Schädigung auf der Faser-Matrix-Ebene

Die vorliegende Arbeit untersucht die Auswirkung von durch zyklische Beanspruchung verursachter Schädigung auf die effektive Steifigkeit des UD-Verbunds. Eine vollständig realistische und quantitative Simulation des Schädigungsablaufs, der in der Realität von bruchmechanischem Mikrorissfortschritt geprägt ist [121], ist hierzu nicht notwendig. Allerdings sollte die Modellierung geschädigter Zustände auch nicht völlig willkürlich, sondern reproduzierbar und abhängig von den auf der Faser-Matrix-Ebene vorliegenden Beanspruchungen erfolgen. Dies wird durch die nachfolgend beschriebene Vorgehensweise erreicht.



(a) *Zufällige periodische Anordnung von vier Fasern; gelb: potentielle Risspfade (ebenfalls periodisch) im Berechnungsmodell*

(b) *Detailansicht von a); Kontrollpunkte: rot (für Matrixrisse), blau (für Grenzflächenrisse); unterbrochene Linien: geometrische Einteilung (s. Abschnitt 5.1.2)*

(c) *Detailansicht von a) und b): Zuordnung von Risspfaden zu Kontrollpunkten; Versagen am Kontrollpunkt führt zur Erzeugung des gelb markierten Risses.*

Abbildung 5.11: *Potentielle Rissfpfade für faserparallele Risse; es handelt sich um die auch in Abb. 5.7 dargestellte Anordnung; vgl. [1, 2].*

Die makroskopische Beanspruchung der statistischen Einheitszelle erfolgt im FE-Modell in Form eines dehnungskontrollierten Querzugs mit dem Verzerrungsverhältnis

$$R_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{2,min}}{\varepsilon_{2,max}} = 0 \tag{5.17}$$

Zwei statische Berechnungslastfälle (je einer für $\varepsilon_{2,min}$ und $\varepsilon_{2,max}$) repräsentieren den zyklischen Charakter der Ermüdungsbeanspruchung. Die räumlichen Verzerrungszustände werden jeweils so eingestellt, dass makroskopische Spannung nur in Quer-Normalrichtung auftritt.

$$\sigma_i = 0 \quad \forall \quad i \neq 2 \qquad i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \tag{5.18}$$

Unter Berücksichtigung von Gl. 2.7 und Gl. 2.8 gilt also für die makroskopischen räumlichen Verzerrungszustände des Berechnungsmodells die nachfolgende Beziehung, wobei S_{ij} die im jeweiligen Schädigungszustand aktuelle effektive Nachgiebigkeitsmatrix des Verbunds bezeichnet:

$$\varepsilon_i = S_{i2} \cdot \sigma_2 = \frac{S_{i2}}{S_{22}} \cdot \varepsilon_2 \qquad i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \tag{5.19}$$

Beanspruchungen auf der Mikroebene ergeben sich dann sowohl als Folge der makroskopischen Verzerrung als auch in Form thermomechanischer Eigenspannungen, welche gesondert berechnet und per Superposition[30] in beiden Lastfällen berücksichtigt werden. Hierzu wird eine Temperaturdifferenz von $\Delta T = 155\,\mathrm{K}$ angenommen[31]. Obwohl also die makroskopische Querdehnung im Lastfall $\varepsilon_{2,min}$ Null beträgt, muss auch für diesen im jeweils aktuellen Schädigungszustand eine Beanspruchungsanalyse durchgeführt werden, da sich durch die gebildeten Risse auch die Verteilung der Eigenspannungen ändert.

Risse können im Berechnungsmodell entlang der in Abb. 5.11a dargestellten Pfade eingebracht werden[32]. Die mikroskopische Spannungsanalyse wird dazu an den in Abb. 5.11b gezeigten Kontrollpunkten durchgeführt. Abb. 5.11c zeigt die Zuordnung der Kontrollpunkte zu den potentiellen Risspfaden im Detail. Diese Vorgehensweise vermeidet eine Auswertung des Spannungszustands an bestehenden Rissspitzen, welche aufgrund der dort auftretenden Singularität nur mit deutlich erhöhtem Aufwand möglich wäre.

Die Periodizität der Geometrie und der Randbedingungen bleibt auch im geschädigten Zustand erhalten, indem Matrixrisse, wenn nötig, an gegenüberliegenden Rändern der SEZ gleichzeitig eingebracht werden. Die Randbedingungen behindern also hier nicht die Rissöffnung (vgl. [640]).

Die hier dargestellten Untersuchungen beziehen sich auf matrixdominierte Schädigungsmechanismen, wie sie unter Quer-Normal-, Quer-längs-Schub- und Quer-quer-Schubbeanspruchung auftreten. Für diese Fälle wird davon ausgegangen, dass keine Schädigung der Fasern selbst stattfindet. Die Einteilung des Faserquerschnitts dient daher nur der effizienten Vernetzung. Potentielle Risspfade werden im Innern der Fasern nicht vorgesehen.

Am einzelnen Kontrollpunkt ergeben sich als Folge der beiden Lastfälle die in Abschnitt 5.2 beschriebenen lokalen Spannungszustände $\check{\Sigma}$ und $\hat{\Sigma}$, sodass nach dem ebenfalls dort dargestellten Verfahren die Lebensdauer des Kontrollpunkts unter der aktuellen zyklischen Beanspruchung $N_k = f\left(\hat{\Sigma}_k, \check{\Sigma}_k\right)$ berechnet werden kann. Die außer im ungeschädigten Ausgangszustand bereits existierende Vorschädigung des Kontrollpunkts D_{k-1} wird mittels der linearen Schadensakkumulationshypothese (PM, siehe Abschnitt 4.1) berücksichtigt. Die Restlebensdauer N_r des Kontrollpunkts unter der jeweils aktuellen Beanspruchung beträgt damit

$$N_r = N_k \cdot (1 - D_{k-1}) \tag{5.20}$$

Der nächste Riss wird nun am Kontrollpunkt mit der geringsten Restlebensdauer ($N_{r,min}$) eingebracht. Für alle anderen Kontrollpunkte wird die bereits existierende Vorschädigung gerade um den Betrag erhöht, der über die bis zum Erzeugen des nächsten Risses auftretenden Schwingspiele akkumuliert. Das heißt, es gilt:

$$D_{k+1} = D_{k-1} + D_k = D_{k-1} + \frac{N_{r,min}}{N_k} \tag{5.21}$$

Für den neuen Schädigungszustand werden nun die effektive Materialsteifigkeitsmatrix und -nachgiebigkeitsmatrix bzw. die entsprechenden Ingenieurkonstanten ermittelt (siehe Abschnitt 5.4). Anschließend erfolgt die erneute Beanspruchungsanalyse für die beiden Lastfälle $\varepsilon_{2,min}$ und $\varepsilon_{2,max}$ (inkl. Eigenspannungen). Der Ablauf wird wiederholt, bis die effektive Quer-Zugsteifigkeit des FE-Modells 5 % ihres Ausgangswerts unterschreitet.

[30] Befehl INISTATE im Berechnungsprogramm ANSYS 17.0 (siehe ANSYS 17.0 Help → ANSYS Documentation → Mechanical APDL → Command Reference → X. I Commands → INISTATE)

[31] Vgl. [639]. Hier wird die spannungsfreie Temperatur für einen CFK-Verbund (IM7/8552) mit 177 °C angegeben. Die Differenz zur Raumtemperatur von 23 °C läge damit bei 154 K.

[32] Vgl. [457]. Dort werden Faserbrüche mit Hilfe vordefinierter Bruchorte modelliert.

Der gesamte Berechnungsablauf ist im Rahmen des FE-Programms *ANSYS* mit Hilfe der *APDL*[33] automatisiert. Abb. 5.12 zeigt eine schematische Darstellung.

Aktuell enthalten die FE-Modelle keine Kontaktelemente auf den Rissufern. Rissschließeffekte können somit nicht berücksichtigt werden. Erste Berechnungen mit solchen Kontaktelementen [628] zeigen einen deutlichen Einfluss auf die effektive Materialsteifigkeitsmatrix. So verliert sie z. B. ihre Symmetrie, und die effektiven Steifigkeiten werden von den Vorzeichen der Verzerrungen abhängig. Obwohl darüber hinaus in den untersuchten FE-Modellen lokal vereinzelte Durchdringungen feststellbar sind, sollte der Einfluss auf die effektiven Materialeigenschaften für den Fall schwellender Quer-Zugbeanspruchung jedoch vergleichsweise gering sein, da Risse unter der wirkenden Makro-Beanspruchung tendenziell geöffnet werden. In MSV dürfte dieser Effekt durch die dort auftretenden Schicht-Eigenspannungen (siehe Abschnitt 3.4) noch verstärkt werden.

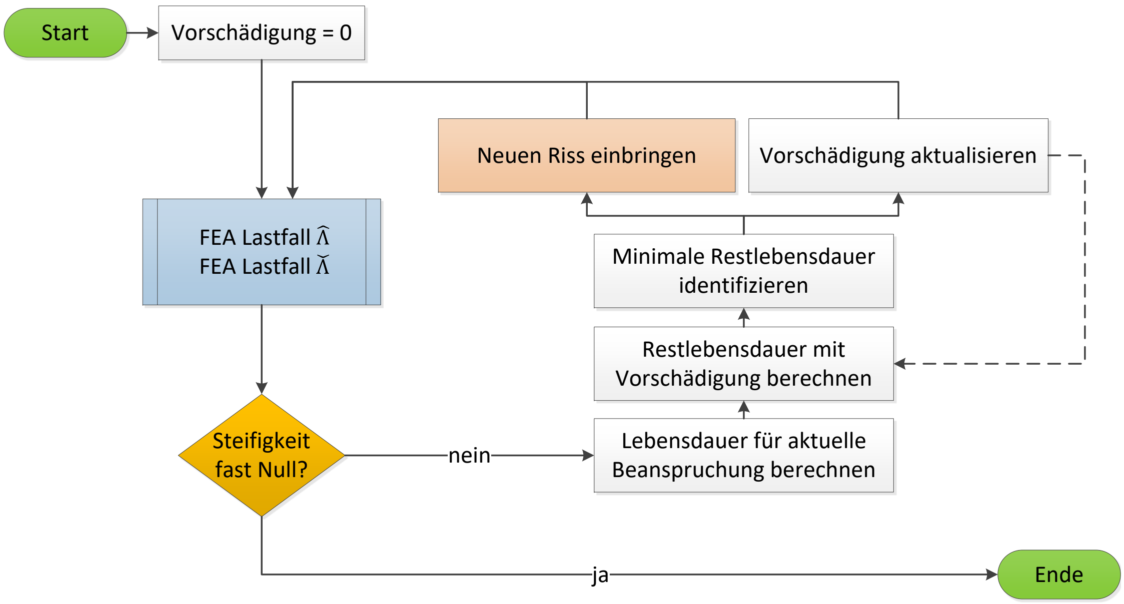


Abbildung 5.12: *Programmablaufplan zur Modellierung progressiver Schädigung; durch Finite Elemente Analysen (FEA) für die Lastfälle $\hat{\Lambda}$ und $\check{\Lambda}$ ergeben sich an jedem Kontrollpunkt die Spannungszustände $\hat{\Sigma}$ und $\check{\Sigma}$; unter Berücksichtigung der bereits vorhandenen Schädigung ergibt sich gem. Gl. 5.20 die Restlebensdauer jedes Kontrollpunkts; am Ort der geringsten Restlebensdauer wird der nächste Riss eingebracht, die Vorschädigung der anderen Punkte wird gem. Gl. 5.21 aktualisiert und der Ablauf wiederholt, bis das Abbruchkriterium erfüllt ist; vgl. [1].*

5.4 Ermitteln der aktuellen Materialsteifigkeit

Gemäß Gl. 2.7 beschreibt die Material-Steifigkeitsmatrix C_{ij} den Zusammenhang zwischen (elastischem) Verzerrungszustand ε_j und dem entsprechenden Spannungszustand σ_i. Die jeweils aktuelle effektive Material-Steifigkeitsmatrix für ungeschädigte oder geschädigte Zustände lässt sich daher mit Hilfe einachsiger Schicht-Verzerrungszustände ermitteln [542,543]. Es gilt:

[33] Ansys Parametric Design Language

$$C_{i\zeta} = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_\zeta} \qquad i, \zeta \in \{1,2,3,4,5,6\}\,, \quad \varepsilon_j = 0 \;\forall\; j \neq \zeta \tag{5.22}$$

Das heißt, die Spalte der Material-Steifigkeitsmatrix mit der Nummer ζ ergibt sich aus den Spannungen σ_i, welche entstehen, wenn alle Verzerrungen außer ε_ζ zu Null gesetzt werden. Indem das FE-Modell nacheinander gemäß den sechs derartigen Verzerrungszuständen belastet wird, können also alle C_{ij} ermittelt werden.

Das Invertieren der Material-Steifigkeitsmatrix liefert gemäß Gl. 2.8 die Material-Nachgiebigkeitsmatrix $S_{ij} = C_{ij}^{-1}$. Vergleicht man die mittels der Einheitslastfälle ermittelten Nachgiebigkeiten mit den in der Gleichung angegebenen Matrixelementen, so ergeben sich die aktuellen effektiven Ingenieurkonstanten folgendermaßen:

$$E_1 = S_{11}^{-1} \qquad E_2 = S_{22}^{-1} \qquad E_3 = S_{33}^{-1} \tag{5.23}$$
$$G_4 = S_{44}^{-1} \qquad G_5 = S_{55}^{-1} \qquad G_6 = S_{66}^{-1} \tag{5.24}$$
$$-\nu_{12} = S_{12}E_2 \qquad -\nu_{13} = S_{13}E_3 \qquad -\nu_{23} = S_{23}E_3 \tag{5.25}$$
$$-\nu_{21} = S_{21}E_1 \qquad -\nu_{31} = S_{31}E_1 \qquad -\nu_{32} = S_{32}E_2 \tag{5.26}$$
$$\eta_{14} = S_{14}G_4 \qquad \eta_{24} = S_{24}G_4 \qquad \eta_{34} = S_{34}G_4 \tag{5.27}$$
$$\eta_{41} = S_{41}E_1 \qquad \eta_{42} = S_{42}E_2 \qquad \eta_{43} = S_{43}E_3 \tag{5.28}$$
$$\mu_{56} = S_{56}G_6 \qquad \mu_{65} = S_{65}G_5 \tag{5.29}$$

5.5 Modellierung nicht-faserparalleler Risse

Durch leichte Modifikation der eben beschriebenen Vorgehensweise können auch solche Mikrorisse modelliert werden, die nicht parallel zur Faserrichtung verlaufen (siehe Abb. 5.13 links).

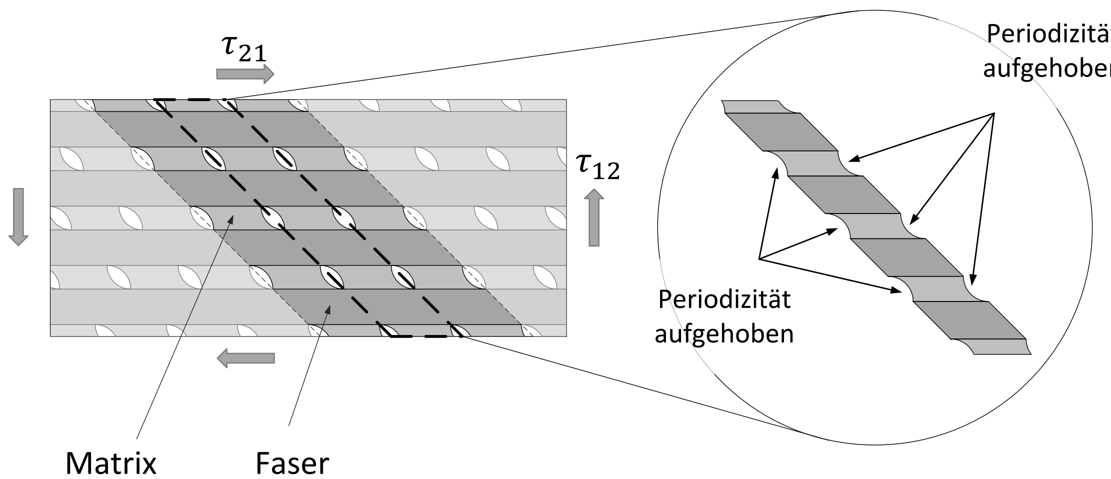


Abbildung 5.13: *Schematische Darstellung der Modellierung nicht-faserparalleler Matrix-Mikrorisse; das vollständig vernetzte FE-Modell der SEZ wird geometrisch geschert; auf den Rissufern werden die PBC aufgehoben; siehe auch [3].*

Wie in Abschnitt 3.2.2 erläutert, treten diese in UD-Schichten unter Quer-längs-Schubbeanspruchung auf. Um sie darzustellen, wird das vollständig vernetzte FE-Modell der SEZ geometrisch modifiziert. Dies geschieht durch Scherung der Knotenanordnung in der 12-

oder 13-Ebene während des Pre-processings, d. h. ohne dass dabei Beanspruchungen entstehen. Das entsprechende Verfahren im Berechnungsprogramm ANSYS ist vom Autor der vorliegenden Dissertation implementiert und im Rahmen von [225] verwendet worden. Das Ergebnis der Scherung ist auf der rechten Seite von Abb. 5.13 schematisch dargestellt.

Indem für die Rissufer auf das Formulieren periodischer Randbedingungen verzichtet wird, können sich diese unter makroskopischer 12-Schubbeanspruchung (oder analog auch unter 13-Schub) öffnen. Die gewählte Ausdehnung des Modells in Faserrichtung bestimmt hierbei die Rissdichte. Ihre Orientierung wird durch den geometrischen Scherungswinkel des FE-Modells festgelegt. Abb. 5.13 zeigt die Teilflächen, auf denen die PBC abhängig vom darzustellenden Schädigungszustand aufgehoben werden können. Die Kontrollpunkte zur Überprüfung des Versagenskriteriums liegen auf den Ecken der *Voronoi*-Zellen (siehe Abb. 5.5c).

Prinzipiell kann die hier beschriebene Art von Mikrorissen auch in Kombination mit den bereits zuvor beschriebenen berücksichtigt werden. Die Ermittlung der aktuellen Materialsteifigkeit ist durch leicht modifizierte Auswertung der Reaktionskräfte an den Hilfsknoten A, B, und C nach wie vor möglich. Weitere Details hierzu und eine Anwendung für statische Makro-Beanspruchung finden sich in [225].

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird die Auswirkung der in diesem Abschnitt beschriebenen Rissart nicht weiter betrachtet.

6 Berechnungsergebnisse

Gemäß dem in den Abschnitten 5.1 bis 5.4 beschriebenen Verfahren werden für jede der drei Faseranzahlen $n_f \in \{4, 9, 16\}$ jeweils 24 verschiedene zufällige Faseranordnungen modelliert und ihr Verhalten unter verzerrungsgeregelter schwellender Quer-Zugbeanspruchung simuliert. Für jede der drei betrachteten Faseranzahlen liegt also im statistischen Sinne eine Stichprobe mit dem Stichprobenumfang $n = 24$ vor. Die für die Modelle der jeweiligen Stichprobe unterschiedlichen Faseranordnungen bedingen eine deutliche Streuung ihres homogenisierten Materialverhaltens.

Anhand dieser Stichproben werden nun zunächst die effektiven elastischen Kennwerte des als periodisch angenommenen UD-Verbunds im ungeschädigten Ausgangszustand betrachtet (Abschnitt 6.1), bevor im Anschluss die sich ergebende Anrisslebensdauer untersucht wird (Abschnitt 6.2).

In Bezug auf die Entwicklung der effektiven Materialeigenschaften nach Beginn und während des Fortschritts der Schädigung zeigt sich ein wesentlicher Vorteil des hier gewählten numerisch gestützten Verfahrens: Während im Rahmen experimenteller Untersuchungen an Materialproben meist nur ein geringer Teil der elastischen Kennwerte während der Versuchsdauer messtechnisch aufgezeichnet werden kann, werden sie im beschriebenen Berechnungsablauf für alle Schädigungszustände vollständig erfasst. Auf Basis dieser Daten sind entsprechende Degradationskurven leicht darstellbar (Abschnitt 6.3). Insbesondere kann daher auch eine mögliche Korrelation der effektiven elastischen Eigenschaften untereinander beschrieben werden. Sind solche Korrelationen feststellbar, so lässt sich möglicherweise auch der Informationsgewinn aus Experimenten erhöhen, indem von messbaren Größen auf solche geschlossen werden kann, deren Messung im Versuch nicht praktikabel ist.

Wie in Kapitel 4 dargestellt, ist die Beschreibung der Degradation der effektiven Materialsteifigkeit ein wesentlicher Aspekt vieler Berechnungsmodelle für das Ermüdungsverhalten von FKV. Auch in Bezug auf diese Verfahren wäre es hilfreich, Korrelationen bestimmter Steifigkeitskennwerte voraussetzen zu können, da sich hierdurch die Anzahl notwendiger Modellparameter reduzieren würde. Zusätzlich wird die anhand der hier verwendeten FE-Modelle festgestellte Steifigkeitsentwicklung in Abschnitt 6.5 auch mit Degradationsmodellen aus der einschlägigen Literatur verglichen.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird der für eine gegebene Faseranordnung simulierte Materialzustand, in dem das Abbruchkriterium des Berechnungsablaufs (siehe S. 61) gerade erfüllt ist, für die Auswertung berücksichtigt, falls dort $E_2 \geq 0{,}01\,\mathrm{N/mm^2}$ ist. Ansonsten wird hier der jeweils vorherige Zustand als letzter ausgewertet.

Wie in Abschnitt 5.5 erläutert, können mit den Rechenmodellen prinzipiell auch nicht faserparallele Risse dargestellt werden, die im hier untersuchten Beanspruchungsfall jedoch nicht zu erwarten sind. Die in Tabelle 5.3 angegebenen Schwingfestigkeitskennwerte sind daher anhand der Faseranordnungen mit $n_f = 4$ so kalibriert, dass für diese nur faserparallele Risse auftreten. Dies ist dann auch für die Modelle mit $n_f = 9$ erfüllt. Im weiteren Verlauf der Berechnungen zeigt sich jedoch, dass für $n_f = 16$ in einigen Fällen nicht faserparallele Risse auftreten. Diese Faseranordnungen werden aus der Stichprobe entfernt und durch solche ersetzt, in denen nur faserparallele Risse auftreten. Im statistischen Sinne stellt dies für die Stichprobe mit 16 Fasern eine Zensierung dar, die hier allerdings aus praktischen Erwägungen hingenommen wird, zumal in Realität unter Querzug ausschließlich faserparallele Risse beobachtet werden[1].

Die zur Beschreibung und Auswertung der Berechnungsergebnisse verwendeten Methoden sind weitgehend bereits in [629][2] beschrieben und umgesetzt, werden hier allerdings in teilweise modifizierter Form angewandt. Sie sind in der Umgebung des kommerziell verfügbaren Programms MATLAB R2016b implementiert. Die Ergebnisdateien der Berechnungen enthalten alle relevanten Größen mit der gleichen Anzahl von 14 signifikanten Stellen, sodass übermäßige relative Auswirkungen von Rundungsfehlern auf kleine Werte vermieden werden.

6.1 Materialsteifigkeit im Ausgangszustand

Während bei Berechnungsmodellen, welche für UD-Schichten formuliert werden, üblicherweise von transversal isotropem Materialverhalten nach Gl. 2.9 ausgegangen wird, zeigen die hiesigen Modelle aufgrund der zufälligen Faseranordnung erwartungsgemäß bereits im ungeschädigten Ausgangszustand ein effektiv monoklines Materialverhalten gemäß Gl. 2.8.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird die Materialsteifigkeit daher anhand der sich für diesen Fall ergebenden effektiven ingenieurmäßigen Kennwerte[3] betrachtet. Dies sind die Elastizitätsmoduln (E_1, E_2, E_3), die Schubmoduln (G_4, G_5, G_6), die Querkontraktionszahlen (ν_{12}, ν_{13}, ν_{21}, ν_{23}, ν_{31}, ν_{32}), die Schub-Normal-Kopplungskoeffizienten (η_{14}, η_{24}, η_{34}, η_{41}, η_{42}, η_{43}) sowie die Schub-Schub-Kopplungskoeffizienten (μ_{56}, μ_{65}). Im ungeschädigten Zustand werden sie durch den zusätzlichen Index $\cdot^0$ gekennzeichnet und heißen damit E_1^0, G_4^0, ν_{23}^0 usw.

Im Sinne der statistischen Auswertung stellen die an den einzelnen FE-Modellen ermittelten Steifigkeitskennwerte sogenannte *Merkmalswerte* dar. Werte für das gleiche Merkmal (also z. B. alle Werte für E_1^0) einer Stichprobe werden jeweils statistisch ausgewertet. Abb. 6.1 zeigt exemplarisch die statistische Verteilung des Kopplungskoeffizienten μ_{65}^0 für die Stichprobe mit $n_f = 4$. Eine entsprechende Darstellung wird jeweils für alle 20 betrachteten Kennwerte für die drei untersuchten Faseranzahlen ausgewertet.

Die Teilabbildung oben links zeigt ein *Histogramm* der absoluten Häufigkeit der beobachteten Merkmalswerte (Säulen) im Vergleich mit der *Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion* einer *Normalverteilung* (rote Kurve).

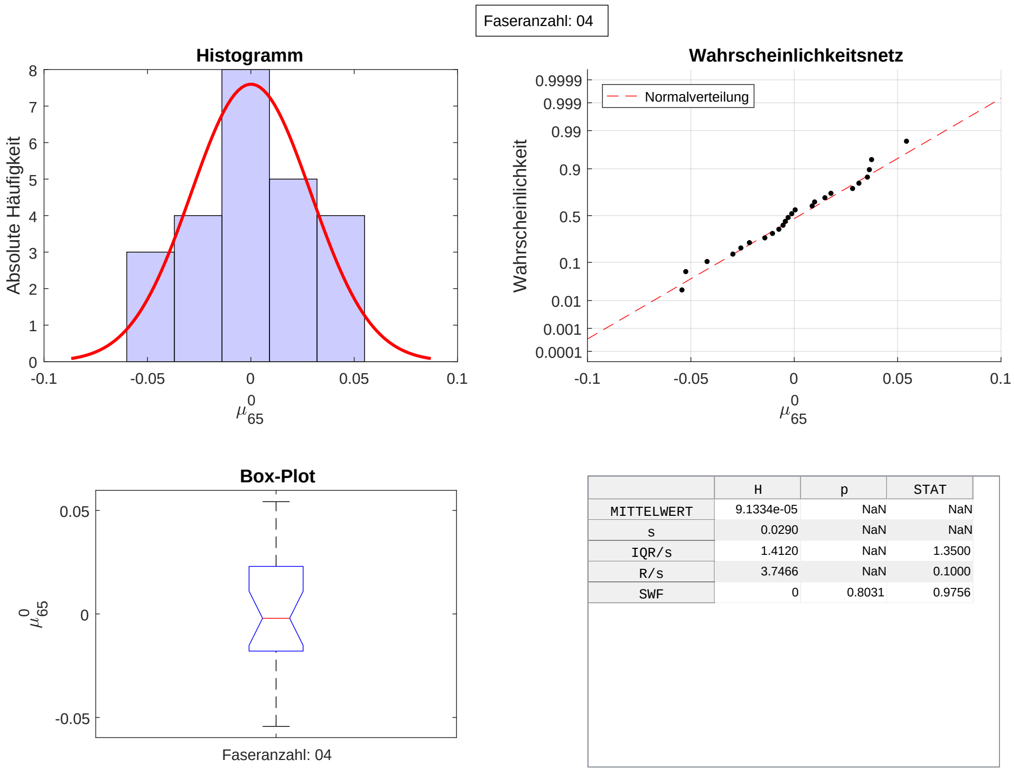
Die Quantile der in der Stichprobe enthaltenen Merkmalswerte sind oben rechts in Abb. 6.1 im so genannten *Wahrscheinlichkeitsnetz* auf der nichtlinear skalierten Ordinate über der linear skalierten Merkmalswert-Abszisse aufgetragen (schwarze Punkte)[4]. Die rot gestrichelte Linie markiert den Zusammenhang für die Normalverteilung. Eine Anordnung der Merkmalspunkte nahe der Linie deutet somit auf eine Normalverteilung der Merkmalswerte hin.

[1] Das Rissverhalten ergibt sich aus dem Mikro-Spannungsfeld und damit aus der Faseranordnung. Möglicherweise entfernt die beschriebene Zensierung also Faseranordnungen mit bestimmten geometrischen Eigenschaften aus der Stichprobe und schränkt dadurch ihre Zufälligkeit ein. In zukünftigen Untersuchungen sollten daher die Modellparameter neu kalibriert werden, sodass keine unrealistischen Risse mehr auftreten. Dies gleichzeitig für alle beliebigen Makro-Beanspruchungsfälle zu erreichen, kann mit erheblichem Aufwand verbunden sein.

[2] vom Autor der vorliegenden Dissertation betreute studentische Abschlussarbeit; erste Ansätze finden sich auch in der ebenfalls vom Autor der vorliegenden Dissertation betreuten studentischen Arbeit [641].

[3] Üblicherweise würden diese als Ingenieur*konstanten* bezeichnet, was aber in Anbetracht ihrer Veränderlichkeit während des Schädigungsprozesses nicht sinnvoll erscheint.

[4] siehe MATLAB R2016b Documentation → probplot.



	H	p	STAT
MITTELWERT	9.1334e-05	NaN	NaN
s	0.0290	NaN	NaN
IQR/s	1.4120	NaN	1.3500
R/s	3.7466	NaN	0.1000
SWF	0	0.8031	0.9756

Abbildung 6.1: *Darstellung der statistischen Verteilung des Merkmalswerts μ^0_{65} in der Stichprobe mit $n_f = 4$; oben links: Histogramm (Säulen) im Vergleich mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Normalverteilung (rote Kurve), oben rechts: Wahrscheinlichkeitsnetz mit rot gestrichelter Linie für Normalverteilung, unten links: gekerbter Box-Plot der Merkmalswerte (Erläuterung im Text ab S. 66), unten rechts: Tabelle mit den Ergebnissen der Anpassungstests; vgl. [629].*

Unten links in Abb. 6.1 befindet sich ein so genannter *gekerbter Box-Plot*[5] (engl. notched box-plot) [642, S. 81 f. und S. 370 ff.]. Die horizontale rote Linie markiert den *Median* (d. h. das 50 %-Quartil Q_2) der beobachteten Merkmalswerte. Die horizontalen blauen Linien (untere und obere Begrenzung der gekerbten Box) markieren das 25 %-Quartil (Q_1) bzw. das 75 %-Quartil (Q_3) der Merkmalswerte. Das Intervall zwischen Q_3 und Q_1 wird als *Interquartilbereich* (Inter Quartile Range, IQR) bezeichnet [642, S. 80 f.].

$$IQR = Q_3 - Q_1 \tag{6.1}$$

Die blau markierten Einkerbungen erstrecken sich über das Konfidenzintervall (Konfidenzniveau 95 %) für den Median, welches sich folgendermaßen ergibt[6]:

$$\left[\quad Q_2 - 1,57 \cdot \frac{Q_3 - Q_1}{\sqrt{n}} \quad , \quad Q_2 + 1,57 \cdot \frac{Q_3 - Q_1}{\sqrt{n}} \quad\right] \tag{6.2}$$

Die horizontalen Endbalken der schwarz gestrichelten vertikalen Linie markieren den kleinsten bzw. größten beobachteten Merkmalswert, der noch im Bereich des 1,5-fachen des IQR liegt. Treten Merkmalswerte außerhalb des so markierten Intervalls auf, so werden sie im

[5] siehe auch MATLAB R2016b Documentation → boxplot
[6] siehe MATLAB R2016b Documentation → boxplot

Diagramm als rote Kreuze dargestellt (dieser Fall tritt für μ_{65} in Abb. 6.1 nicht auf, tut dies aber für einige andere Kennwerte). Da sie allein aufgrund der zufälligen Faseranordnung zustande kommen, werden solche Werte hier nicht als Ausreißer behandelt.

Mit Hilfe von *Anpassungstests* wird untersucht, ob die so genannte *Nullhypothese* H_0, nämlich dass die Merkmalswerte durch eine Normalverteilung beschrieben werden können, akzeptabel ist oder ob die *Alternativhypothese* H_A, dass sie es nicht sind und H_0 zurückzuweisen ist, angenommen werden muss. Die verwendeten Verfahren sind dabei der *Shapiro-Wilk-* (SW-) bzw. *Shapiro-Francia*-Test (SF-Test) sowie die Betrachtung der Quotienten R/s und IQR/s. Abb. 6.2 zeigt eine Übersicht des in dieser Arbeit angewandten Verfahrens zur Entscheidung über die Annahme einer Normalverteilung für die in dieser Arbeit untersuchten Stichproben.

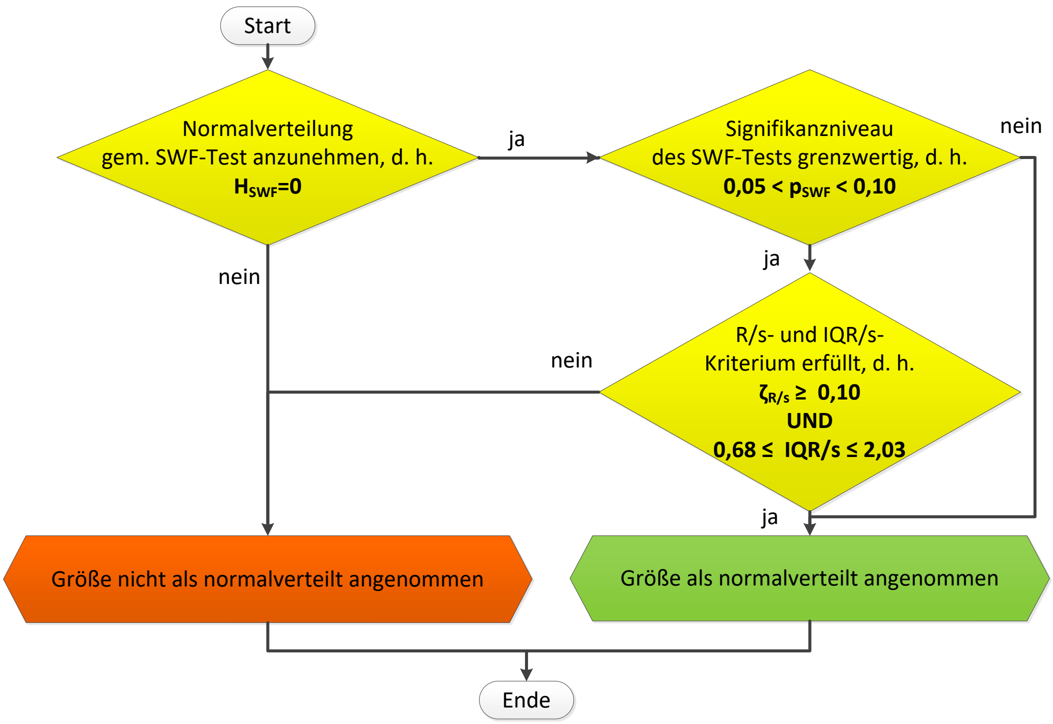


Abbildung 6.2: *Ablauf der Entscheidung zur Annahme einer Normalverteilung der effektiven Kennwerte anhand der betrachteten Stichproben*

Aufgrund seiner hohen *Teststärke*[7] wird der SW-Test in Verbindung mit dem SF-Test als primäres Kriterium verwendet und insgesamt als SWF-Test bezeichnet. Der in [643] umgesetzte MATLAB-Algorithmus entscheidet dabei anhand der *Wölbung*[8] darüber, ob der SW- oder der SF-Test angewandt wird. Für Wölbungen kleiner oder gleich drei wird der SW-Test und für Wölbungen größer als drei der SF-Test durchgeführt. Die Teststatistik $\widehat{W}$ wird durch Gl. 6.3 beschrieben und hat für vollständig normalverteilte Merkmale den Wert eins:

$$\widehat{W} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - x_m)^2} \tag{6.3}$$

[7] auch *Trennschärfe* oder engl. *Power*; die Teststärke bezeichnet die Wahrscheinlichkeit, H_0 zurückzuweisen, wenn H_A zutrifft [642, S. 438 ff.].

[8] auch *Kurtosis*; die Wölbung ist ein Maß für die „Spitzgipfligkeit“ der Verteilung [642, S. 451 f.]

Signifikanzniveau $\zeta_{R/s}$	Untere Quantile	Obere Quantile
0,1	3,418	4,488
0,05	3,308	4,666
0,025	3,210	4,822
0,01	3,118	5,008
0,005	3,060	5,134
0,000	1,959	6,777

Tabelle 6.1: *Kritische Grenzen (Quantile) des Werts R/s für verschiedene Signifikanzniveaus $\zeta_{R/s}$; die Werte sind für einen Stichprobenumfang von $n = 24$ auf Basis der entsprechenden Tabelle in [645] interpoliert.*

Dabei bezeichnet x_i die aufsteigend nach Größe geordneten Merkmalswerte und x_m ihren arithmetischen Mittelwert. Bei den a_i handelt es sich um Werte von Wichtungsfunktionen (siehe [642, S. 466] und [643, 644]). Allein letztere sind für SW- und SF-Test unterschiedlich.

Die letzte Zeile der Tabelle unten rechts in Abb. 6.1 fasst das Testergebnis des SWF-Tests zusammen. Angegeben wird der Wert $H \in \{0, 1\}$, der so genannte p-Wert p sowie der Wert der Teststatistik $\widehat{W}$ selbst. Ist $p \geq 0{,}05$, so wird die Nullhypothese akzeptiert ($H = 0$) und eine Normalverteilung angenommen. Für $p < 0{,}05$ wird die Nullhypothese zurückgewiesen ($H = 1$) und damit die Alternativhypothese, dass die Merkmale nicht normalverteilt sind, akzeptiert.

Im Fall grenzwertnaher Entscheidungen im SWF-Test, d. h. für $0{,}05 \leq p < 0{,}1$ werden zusätzlich die beiden Quotientenkriterien angewandt. So ist der Quotient R/s zwischen der Spannweite[9] R der beobachteten Merkmalswerte und dem Schätzwert ihrer Standardabweichung s ein Maß für ihre Normalverteiltheit (siehe [642, S. 449 ff.] und [645]). R/s muss dabei zwischen den in Spalte zwei und drei von Tabelle 6.1 angegebenen unteren und oberen Quantilen liegen, um mit dem in der ersten Spalte angegebenen Signifikanzniveau $\zeta_{R/s}$ eine Normalverteilung annehmen zu können. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird bei Anwendung des R/s-Tests für den Fall $\zeta_{R/s} \geq 0{,}1$ von einer Normalverteilung ausgegangen. Die Tabelle unten rechts in Abb. 6.1 gibt in Spalte „H“ den Wert des Quotienten R/s und in Spalte „STAT“ das erreichte Signifikanzniveau $\zeta_{R/s}$ an.

Wie bereits in [629] wird als drittes Kriterium für die Annahme einer Normalverteilung noch der Quotient IQR/s betrachtet, wobei IQR den Interquartilbereich und s den Schätzwert der Standardabweichung bezeichnet. Da das erste und dritte Quartil der *Standardnormalverteilung* $-0{,}674$ bzw. $0{,}674$ und ihre Standardabweichung eins betragen [646, S. 230][10], gilt für normalverteilte Merkmalswerte:

$$\frac{IQR}{s} = 2 \cdot 0,674 \approx 1,35 \tag{6.4}$$

Abweichungen des Quotienten vom Sollwert zeigen also ggf. eine Abweichung der Verteilung von der Normalverteilung (NV) an. Da allerdings aus der Literatur keine Grenzwerte vorliegen, werden hier auch Quotienten akzeptiert, die um bis zu 50 % vom Sollwert abweichen. Verglichen mit den beiden zuvor beschriebenen Kriterien ist dieses dritte also als

[9] Differenz zwischen maximalem und minimalem Merkmalswert

[10] [646] gibt als 75 % Quantil der Standardnormalverteilung den Merkmalswert 0,674 an. Das entspricht dem dritten Quartil $Q3$ der Verteilungsfunktion. Da die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Standardnormalverteilung jedoch symmetrisch zum Merkmalswert Null ist, gilt $Q1 = -Q3$.

Kennwert	SWF H_{SWF}	p_{SWF}	SW H_{SW}	p_{SW}	IQR/s	R/s	$\zeta_{R/s}$	normalverteilt
E_1^0	0	0,0973	0	0,0973	0,9808	3,5834	0,1000	ja
E_2^0	0	0,0787	0	0,0787	1,8370	3,0081	0	nein
E_3^0	0	0,0719	0	0,0719	1,7763	3,1491	0,0100	nein
G_4^0	1	0,0251	1	0,0251	2,0087	3,1101	0,0050	nein
G_5^0	1	0,0379	1	0,0379	1,7528	3,0311	0	nein
G_6^0	0	0,2458	0	0,2458	1,5157	3,4736	0,1000	ja
ν_{12}^0	1	0,0422	1	0,0422	1,6061	2,9608	0	nein
ν_{13}^0	1	0,0198	1	0,0198	1,9424	3,1424	0,0100	nein
ν_{21}^0	1	0,0383	1	0,0383	1,7735	2,9770	0	nein
ν_{23}^0	0	0,0723	0	0,0723	1,7316	2,9585	0	nein
ν_{31}^0	1	0,0268	1	0,0268	1,8351	2,9407	0	nein
ν_{32}^0	1	0,0340	1	0,0340	1,9420	3,0572	0	nein
η_{14}^0	0	0,4349	0	0,4349	1,5120	3,3624	0,0500	ja
η_{24}^0	0	0,3433	0	0,5893	1,0240	4,5066	0,0500	ja
η_{34}^0	1	0,0066	1	0,0149	0,7376	5,2124	0	nein
η_{41}^0	0	0,5045	0	0,5045	1,5409	3,4940	0,1000	ja
η_{42}^0	0	0,5963	0	0,8112	1,1371	4,3581	0,1000	ja
η_{43}^0	1	0,0185	1	0,0484	0,8140	5,1412	0	nein
μ_{56}^0	0	0,8093	0	0,8093	1,3201	3,8053	0,1000	ja
μ_{65}^0	0	0,8031	0	0,8031	1,4120	3,7466	0,1000	ja

Tabelle 6.2: *Zusammenfassung der Ergebnisse der verschiedenen Anpassungstests und des Ergebnisses der Bewertung nach Abb. 6.2 hinsichtlich der Normalverteilung der effektiven elastischen Materialeigenschaften für je vier Fasern in allen Faseranordnungen der Stichprobe*

verhältnismäßig schwach zu bewerten. Bei den in dieser Arbeit betrachteten Stichproben erweist es sich im Rahmen des Bewertungsschemas nach Abb. 6.2 in keinem Fall als ausschlaggebend für die Entscheidung bzgl. der Annahme einer Normalverteilung (siehe Tabellen 6.2, 6.3, 6.4 und 6.5). Die Tabelle unten rechts in Abb. 6.1 gibt in Spalte „H“ den Wert des Quotienten IQR/s und in Spalte „STAT“ den Sollwert 1,35 an.

Die Ergebnisse der Anpassungstests sind in den Tabellen 6.2, 6.3 und 6.4 zusammengefasst. In [647] werden Zweifel an der einwandfreien Funktion des von [643] implementierten Algorithmus für den SF-Test geäußert und es wird empfohlen, stattdessen immer den SW-Test anzuwenden. In den Tabellen sind daher sowohl die Ergebnisse des SFW-Tests (also mit Entscheidung für SW- oder SF-Test anhand der Wölbung) als auch die des SW-Tests allein aufgeführt. Zwecks Unterscheidung sind die entsprechenden H- und p-Werte mit $\cdot_{SWF}$ bzw. $\cdot_{SW}$ indiziert. Nach dem in Abb. 6.2 gezeigten Entscheidungsverfahren ergibt sich allerdings nur in einem einzigen Fall ein Unterschied in der Annahme der Normalverteilung. Für η_{24}^0 bei $n_f = 9$ (siehe Tab. 6.3) wird H_0 durch den SWF-Test abgelehnt während sie durch den SW-Test akzeptiert würde. Obwohl anhand von R/s und IQR/s die Nullhypothese ebenfalls akzeptiert würde, wird das Ergebnis des SWF-Tests als das in diesem Fall konservativere übernommen und vorsichtigerweise keine Normalverteilung dieses Merkmalswerts angenommen. Das Entscheidungsschema nach Abb. 6.2 hat also für die in dieser Arbeit betrachteten Stichproben uneingeschränkte Gültigkeit.

Insgesamt zeigen sich deutliche Unterschiede in der Verteilung der Merkmalswerte für die betrachteten Faseranzahlen. Eine Normalverteilung für alle drei Modellgrößen kann nur für G_6^0, η_{14}^0, η_{41}^0, μ_{56}^0 und μ_{65}^0 angenommen werden.

Es fällt auf, dass bei $n_f = 4$ ein deutlich geringerer Teil der elastischen Kennwerte als normalverteilt angenommen werden kann als für die größeren Faseranzahlen. Unterschiede zwischen den Faseranzahlen finden sich dabei schwerpunktmäßig bei den Elastizitäts- und

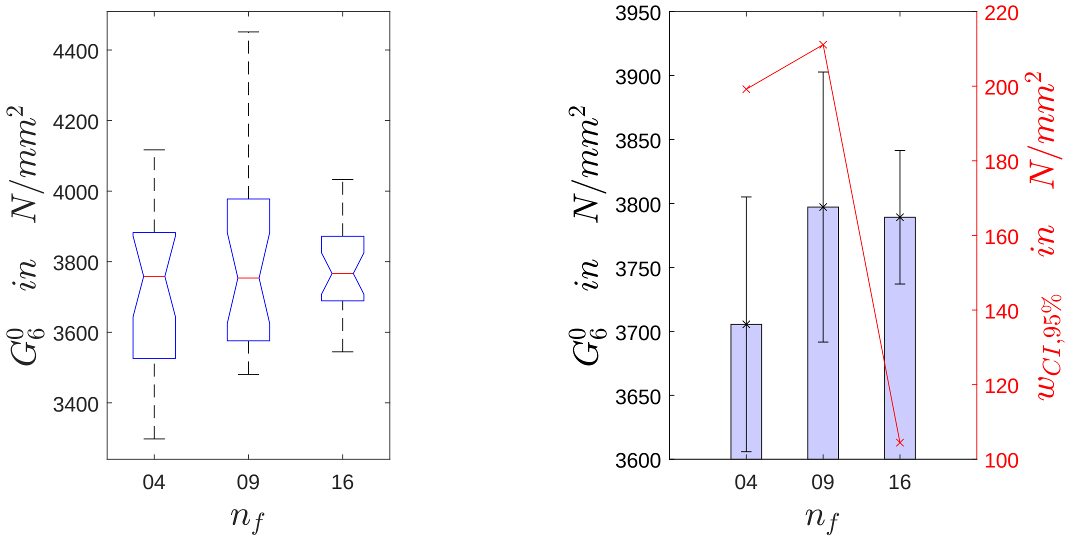
Kennwert	SWF H_{SWF}	p_{SWF}	SW H_{SW}	p_{SW}	IQR/s	R/s	$\zeta_{R/s}$	normalverteilt
E_1^0	1	0,0170	1	0,0154	1,2641	4,0143	0,1000	nein
E_2^0	0	0,1623	0	0,1623	1,4789	3,6977	0,1000	ja
E_3^0	0	0,7431	0	0,7431	1,6300	4,1865	0,1000	ja
G_4^0	0	0,1612	0	0,2821	1,3502	4,5010	0,0500	ja
G_5^0	0	0,7852	0	0,7852	1,3795	3,6113	0,1000	ja
G_6^0	0	0,0707	0	0,0667	1,6079	3,8829	0,1000	ja
ν_{12}^0	0	0,7380	0	0,7380	1,5078	4,2387	0,1000	ja
ν_{13}^0	0	0,6647	0	0,9192	1,3377	4,5425	0,0500	ja
ν_{21}^0	1	0,0358	1	0,0358	1,9487	3,1561	0,0100	nein
ν_{23}^0	0	0,6090	0	0,6090	1,5074	4,0889	0,1000	ja
ν_{31}^0	1	0,0341	1	0,0341	2,0200	3,0050	0	nein
ν_{32}^0	0	0,7735	0	0,7735	1,5110	4,4081	0,1000	ja
η_{14}^0	0	0,6785	0	0,6785	1,3551	3,6363	0,1000	ja
η_{24}^0	1	0,0466	0	0,0669	1,1069	4,3779	0,1000	nein
η_{34}^0	0	0,0547	0	0,0787	1,1474	4,3236	0,1000	ja
η_{41}^0	0	0,6045	0	0,6045	1,3999	3,5415	0,1000	ja
η_{42}^0	0	0,0668	0	0,1035	1,1113	4,4275	0,1000	ja
η_{43}^0	0	0,0873	0	0,1317	1,1605	4,3469	0,1000	ja
μ_{56}^0	0	0,7510	0	0,7510	1,2808	3,8207	0,1000	ja
μ_{65}^0	0	0,7281	0	0,7281	1,2550	3,8546	0,1000	ja

Tabelle 6.3: *Zusammenfassung der Ergebnisse der verschiedenen Anpassungstests und des Ergebnisses der Bewertung nach Abb. 6.2 hinsichtlich der Normalverteilung der effektiven elastischen Materialeigenschaften für je neun Fasern in allen Faseranordnungen der Stichprobe*

Kennwert	SWF H_{SWF}	p_{SWF}	SW H_{SW}	p_{SW}	IQR/s	R/s	$\zeta_{R/s}$	normalverteilt
E_1^0	0	0,0951	0	0,1865	1,2426	4,6715	0,0250	nein
E_2^0	0	0,1577	0	0,1577	1,5354	3,8663	0,1000	ja
E_3^0	1	0,0390	1	0,0332	0,9361	3,8042	0,1000	nein
G_4^0	0	0,3596	0	0,3596	1,7291	3,6384	0,1000	ja
G_5^0	0	0,2137	0	0,3411	1,5336	4,4172	0,1000	ja
G_6^0	0	0,9331	0	0,9331	1,4791	3,9477	0,1000	ja
ν_{12}^0	0	0,7358	0	0,7358	1,5259	3,9740	0,1000	ja
ν_{13}^0	0	0,3006	0	0,3006	1,0879	3,7689	0,1000	ja
ν_{21}^0	0	0,4215	0	0,4215	1,5689	3,9253	0,1000	ja
ν_{23}^0	0	0,1966	0	0,1966	1,6532	3,8152	0,1000	ja
ν_{31}^0	0	0,3340	0	0,3340	1,4785	4,2760	0,1000	ja
ν_{32}^0	1	0,0349	1	0,0277	0,9992	3,7246	0,1000	nein
η_{14}^0	0	0,7701	0	0,7701	1,4507	3,5516	0,1000	ja
η_{24}^0	0	0,0563	0	0,0509	1,1393	3,8172	0,1000	ja
η_{34}^0	1	0,0334	1	0,0451	1,0697	4,2956	0,1000	nein
η_{41}^0	0	0,6531	0	0,6531	1,4686	3,5099	0,1000	ja
η_{42}^0	1	0,0483	1	0,0433	1,1602	3,8142	0,1000	nein
η_{43}^0	1	0,0291	1	0,0380	1,0462	4,2871	0,1000	nein
μ_{56}^0	0	0,6844	0	0,6844	1,5772	3,7207	0,1000	ja
μ_{65}^0	0	0,6109	0	0,6109	1,5991	3,5536	0,1000	ja

Tabelle 6.4: *Zusammenfassung der Ergebnisse der verschiedenen Anpassungstests und des Ergebnisses der Bewertung nach Abb. 6.2 hinsichtlich der Normalverteilung der effektiven elastischen Materialeigenschaften für je 16 Fasern in allen Faseranordnungen der Stichprobe*

Schubmoduln sowie den Querkontraktionszahlen. Für diese Größen zeigen die Werte für vier Fasern auch tendenziell eine größere Streuung als die für neun und sechzehn Fasern. Entsprechend könnte der gewählte Stichprobenumfang insbesondere für kleine Faseranzahlen schlicht zu gering sein, um die Annahme einer Normalverteilung zu begründen.



(a) *Notched Box-Plots der Ausgangswerte* G_6^0

(b) *Mittelwerte der Ausgangswerte* G_6^0 *(Säulen) und Breite ihrer Konfidenzintervalle*

Abbildung 6.3: *Vergleich der statistischen Verteilung des Kennwerts* G_6^0 *für* $n_f = 4, 9, 16$*; links: Vergleich der gekerbten Box-Plots*

Zur weiteren Untersuchung des Größeneffekts auf die berechneten Elastizitätskennwerte lassen sich die gekerbten Box-Plots für jeden Kennwert miteinander vergleichen. Dies ist in Abb. 6.3 exemplarisch für G_6^0 gezeigt. Da für dieses Merkmal im Fall aller drei Faseranzahlen von einer Normalverteilung ausgegangen werden kann, sind im rechten Teil des Bildes außerdem die arithmetischen Mittelwerte der Stichproben als Säulendiagramm dargestellt. Unter Annahme der Normalverteilung ergibt sich das beidseitige Konfidenzintervall des Mittelwerts für ein Konfidenzniveau von 95 % bei unbekannter (d. h. anhand der Stichprobe geschätzter) Varianz s^2 gemäß Gl. 6.5 [646, S. 186 f.]:

$$\left[\quad x_m - t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad , \quad x_m + t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad \right] \tag{6.5}$$

mit dem arithmetischen Mittelwert der Merkmalswerte

$$x_m = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad i \in \{1, 2, \dots, n\} \tag{6.6}$$

sowie dem Schätzwert ihrer Standardabweichung

$$s = \frac{1}{n-1} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_m - x_i)^2} \qquad i \in \{1, 2, \dots, n\} \tag{6.7}$$

Mit t ist das Quantil der t-Verteilung mit $n - 1$ Freiheitsgrade für die Wahrscheinlichkeit $\frac{1+\gamma}{2}$ gemeint (Tabellenwert), wobei n den Stichprobenumfang (hier 24) und γ das Konfidenzniveau (hier 0,95) bezeichnet. Als Maß für die Streuung des Kennwerts ergibt sich demnach die Breite w_{CI} des Konfidenzintervalls folgendermaßen:

$$w_{CI} = 2 \cdot t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \tag{6.8}$$

Im Rahmen der numerischen Homogenisierung wird normalerweise erwartet, dass die Streuung der Steifigkeiten mit zunehmender Faseranzahl (bei gegebenen Faservolumengehalt) abnimmt und diese gegen einen gemeinsamen Mittelwert konvergieren. Die Kennwerte E_1^0, E_2^0, E_3^0, G_4^0, G_5^0, G_6^0, ν_{12}^0, ν_{13}^0, ν_{21}^0, ν_{23}^0, ν_{31}^0, ν_{32}^0, η_{14}^0, η_{24}^0, η_{34}^0, η_{41}^0, η_{42}^0, η_{43}^0, μ_{56}^0 und μ_{65}^0 erfüllen diese Erwartung zumindest insoweit, als anhand der Box-Plots nicht ausgeschlossen werden kann, dass ihre Verteilungen den gleichen Median besitzen (die gekerbten Bereiche überdecken sich in vertikaler Richtung).

Die gekerbten Box-Plots für E_1^0 (Abb. 6.4) zeigen interessanterweise, dass sich die Mediane der Verteilungen für vier und neun bzw. für vier und 16 Fasern mit 95 %iger Wahrscheinlichkeit voneinander unterscheiden. Erkennbar ist dies an der fehlenden Überdeckung zwischen den jeweiligen Konfidenzintervallen der Mediane. Ein möglicher Grund für das beobachtete Verhalten könnte sein, dass sich in Anordnungen mit großer Faseranzahl tendenziell eine größere Variabilität des lokalen Faservolumengehalts einstellt als für kleine Faseranzahlen [136]. Dies könnte die Verteilung von querkontraktionsbedingten Spannungen auf der Mikroskala beeinflussen, was dann wiederum den effektiv veränderten Längs-Elastizitätsmodul bedingen würde. Allerdings sind die hier zu beobachtenden Unterschiede für E_1 absolut betrachtet als vernachlässigbar klein einzustufen.

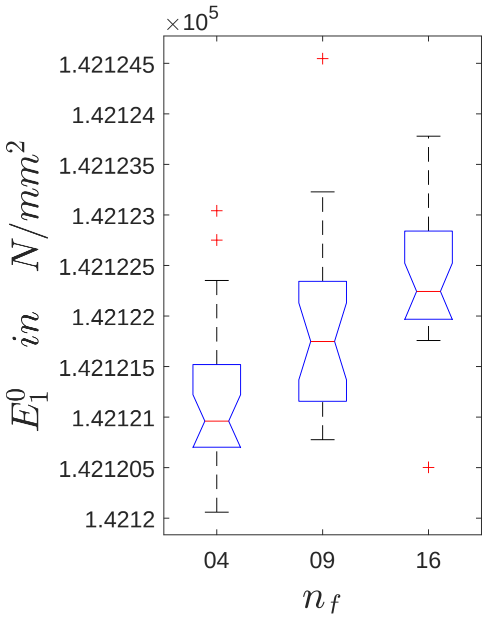
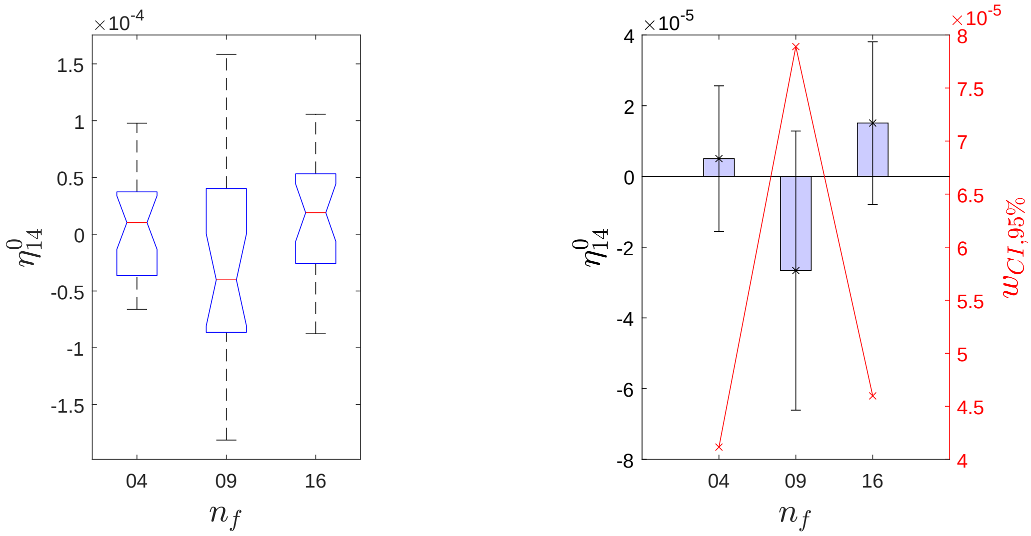


Abbildung 6.4: *Vergleich der statistischen Verteilung des Kennwerts E_1^0 für $n_f = 4, 9, 16$ anhand der gekerbten Box-Plots*

Üblicherweise wird auch davon ausgegangen, dass sich unidirektional verstärkte FKV-Schichten näherungsweise transversal-isotrop verhalten, falls das betrachtete Werkstoffgebiet eine ausreichende Anzahl von Fasern enthält. Die Größen η_{14}^0, η_{24}^0, η_{34}^0, η_{41}^0, η_{42}^0, η_{43}^0, μ_{56}^0 und μ_{65}^0 sollten sich also mit zunehmender Faseranzahl dem transversal-isotropen Zustand annähern und gegen Null tendieren. Wie Abb. 6.5 exemplarisch für η_{14}^0 zeigt, nimmt allerdings die Streuung für diese Kennwerte eben nicht monoton ab, sondern weist für $n_f = 9$ ein Maximum auf.



(a) *Notched Box-Plots der Ausgangswerte* η_{14}^0

(b) *Mittelwerte der Ausgangswerte* η_{14}^0 *(Säulen) und Breite ihrer Konfidenzintervalle*

Abbildung 6.5: *Vergleich der statistischen Verteilung des Kennwerts* η_{14}^0 *für* $n_f = 4, 9, 16$*; links: Vergleich der gekerbten Box-Plots*

Möglicherweise ist dies Ausdruck zweier konkurrierender Effekte. So könnte die oben erwähnte größere Variabilität des lokalen Faservolumengehalts und damit des mikroskopischen Spannungsfelds bei $n_f = 9$ eine gegenüber $n_f = 4$ erhöhte Streuung verursachen, jedoch durch die Homogenisierung über das noch größere Werkstoffvolumen bei $n_f = 16$ mehr als kompensiert werden. Es ist weiterhin denkbar, dass das beschriebene Verhalten auch bei anderen Kennwerten auftritt, dort aber in Relation zur Größenordnung der Werte selbst nicht erkennbar ist.

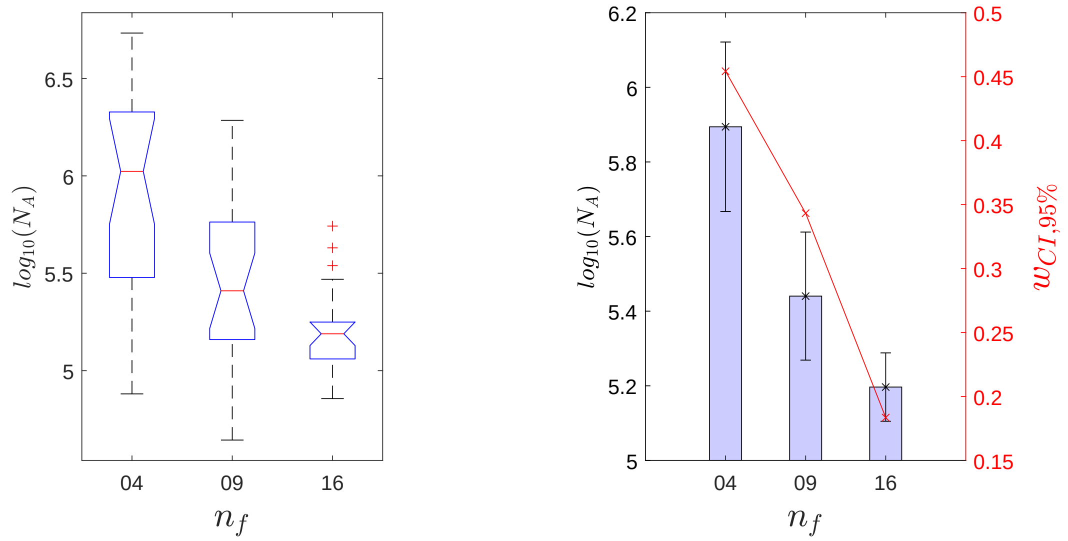
Um endgültig gesicherte Erkenntnisse zu gewinnen, sollten die in diesem Abschnitt beschriebenen Effekte zukünftig anhand eines vergrößerten Stichprobenumfangs untersucht werden.

6.2 Statistische Beschreibung der Anrisslebensdauer

Für jedes der untersuchten FE-Modelle wird die Anrissschwingspielzahl N_A ermittelt, bei der der erste Mikroriss auftritt[11]. Indem die in Abschnitt 6.1 beschriebenen Anpassungstests auf die Logarithmen $log_{10}(N_A)$ angewandt werden, wird geprüft, ob bzgl. der Anrissschwingspielzahlen von einer logarithmischen Normalverteilung ausgegangen werden kann. Die Ergebnisse der Anpassungstests für die Stichproben mit vier, neun und 16 Fasern sind in Tabelle 6.5 zusammengefasst.

Da für alle drei Stichproben von einer Normalverteilung der Logarithmen ausgegangen werden kann, sind in Abb. 6.6 neben den gekerbten Box-Plots auch die Mittelwerte sowie als Maß für ihre Streuung die Breiten ihrer Konfidenzintervalle (siehe Gl. 6.8, Konfidenzniveau 95 %) angegeben.

[11] Es ist zu beachten, dass die ermittelten Anrissschwingspielzahlen von den willkürlich gewählten Schwingfestigkeitskennwerten aus Tab. 5.3 abhängen und daher als absolute Werte nicht interpretierbar sind. Ihre Streuung und ihre Abhängigkeit von der Faseranzahl ergeben sich aber durch die infolge der zufälligen Faseranordnungen unterschiedlichen Spannungsfelder und können qualitativ durchaus bewertet werden.



(a) *Gekerbte Box-Plots der logarithmierten Anrisslebensdauern [1]*

(b) *Mittelwerte (Säulen) und Breite ihrer Konfidenzintervalle [1]; vgl. [2]*

Abbildung 6.6: *Darstellung des statistischen Größeneffekts auf die logarithmierte Anrisslebensdauer für die Faseranzahlen vier, neun und 16; die auf den Ordinaten gezeigten Anrissschwingspielzahlen sind nicht als absolute Werte sondern lediglich in Relation zueinander interpretierbar.*

n_f	SWF H_{SWF}	p_{SWF}	SW H_{SW}	p_{SW}	IQR/s	R/s	$\zeta_{R/s}$	normalverteilt
4	0	0,3642	0	0,3642	1,5797	4,4434	0,1000	ja
9	0	0,9760	0	0,9760	1,4844	4,0379	0,1000	ja
16	0	0,0607	0	0,0697	0,8704	4,0766	0,1000	ja

Tabelle 6.5: *Zusammenfassung der Ergebnisse der verschiedenen Anpassungstests und des Ergebnisses der Bewertung nach Abb. 6.2 hinsichtlich der Normalverteilung der logarithmierten Anrisslebensdauern $log_{10}(N_A)$ für die Stichproben mit je vier, neun bzw. 16 Fasern in allen Anordnungen der Stichprobe*

Tabelle 6.6 zeigt die Ergebnisse von drei *Welch*-Tests[12] auf Signifikanz des paarweisen Unterschieds zwischen den Anrissschwingspielzahlen für vier und neun, vier und 16 sowie neun und 16 Fasern. Da in allen Fällen $p_{Welch} < 0.05$ ist, können die drei Verteilungsfunktionen als voneinander signifikant verschieden angesehen werden.

Wie in Abb. 6.6b ersichtlich, nehmen erwartungsgemäß sowohl der Mittelwert der Anrissschwingspielzahl als auch ihre Streuung mit zunehmender Faseranzahl ab. Dies ist Ausdruck eines statistischen (d. h. *Weibull*'schen) Größeneffekts, der hier allein durch die zufällige Faseranordnung und das durch sie bedingte heterogene Mikro-Beanspruchungsfeld zustande kommt[13]. Je größer das betrachtete Werkstoffgebiet ist, desto größer ist auch die Wahrscheinlichkeit, dass in ihm eine ungünstigere Kombination lokaler Beanspruchung und Beanspruchbarkeit (vgl. S. 20) auftritt[14]. Bei der Übertragung des mikroskopischen Schä-

[12] MATLAB R2016b Documentation → ttest2

[13] Eine Streuung der Beanspruchbarkeit – also der (Schwing-) Festigkeit – ist im Modell derzeit nicht enthalten.

[14] Das bedeutet jedoch nicht zwangsläufig, dass die Festigkeit einer Weibullverteilung folgt [648].

Verglichene Faseranzahlen	H_{Welch}	p_{Welch}
4 und 9	1	$1{,}96 \times 10^{-3}$
4 und 16	1	$1{,}81 \times 10^{-6}$
9 und 16	1	$1{,}38 \times 10^{-2}$

Tabelle 6.6: *Ergebnisse der Welch-Tests auf Signifikanz der Unterschiede zwischen den logarithmierten Anrisslebensdauern für die Faseranzahlen vier, neun und 16; für alle drei Fälle kann von einem signifikanten Unterschied zwischen den Verteilungsfunktionen der Anrisslebensdauern für die jeweils betrachteten Faseranzahlen ausgegangen werden.*

digungsverhaltens auf die Schichtebene im Rahmen von FE-Modellen sollte daher berücksichtigt werden, wie groß das von den auf der Schichtskala verwendete Elementen jeweils repräsentierte Werkstoffvolumen ist (vgl. Abschnitt 4.6.4). Andernfalls könnte die Anrissschwingspielzahl des Elements allein aufgrund des hier gezeigten statistischen Effekts deutlich über- oder unterschätzt werden.

Die Mikromodelle werden im Rahmen der FE-Simulationen definierten einachsigen Makro-Querdehnungen ε_2 unterworfen. Abhängig von seinem Quer-Elastizitätsmodul E_2 stellt sich in jedem Modell also eine leicht unterschiedliche Quer-Normalspannung σ_2 ein. Es wird daher untersucht, ob eine Korrelation zwischen der logarithmierten Anrissschwingspielzahl $log_{10}(N_A)$ und dem Quer-Elastizitätsmodul im Ausgangszustand E_2^0 besteht. Da, wie zuvor beschrieben, $log_{10}(N_A)$ eine deutliche Abhängigkeit von n_f aufweist, werden die beiden Größen jeder Stichprobe der durch Gl. 6.9 bzw. 6.10 angegebenen Normierung unterzogen. Der Wertebereich beider normierter Größen reicht damit für jede Stichprobe von null bis eins.

$$\widetilde{N}_{A,log} = \frac{(log_{10}(N_A) - log_{10}(N_{A,min}))}{(log_{10}(N_{A,max}) - log_{10}(N_{A,min}))} \tag{6.9}$$

$$\widetilde{E}_2^0 = \frac{\left(E_2^0 - E_{2,min}^0\right)}{\left(E_{2,max}^0 - E_{2,min}^0\right)} \tag{6.10}$$

In Abb. 6.7 sind die Werte $\widetilde{N}_{A,log}$ über den dazugehörigen Werten $\widetilde{E}_2^0$ für alle untersuchten FE-Modelle aufgetragen. Für $n_f = 4$ ist eine schwache positive Korrelation erkennbar. Modelle, die aufgrund der dehnungsgeregelten Makro-Beanspruchung höheren Makro-Spannungsniveaus ausgesetzt sind, ertragen also interessanterweise tendenziell höhere Schwingspielzahlen bis zum Anriss als solche, die aufgrund ihres niedrigen Elastizitätsmoduls geringere Makro-Spannungen erfahren. Diese Tendenz ist allerdings für $n_f = 9$ und $n_f = 16$ nicht mehr erkennbar.

Diese eher qualitative Beobachtung lässt sich quantitativ mit Hilfe des Korrelationskoeffizienten $R(x, y)$ und eines dazugehörigen p-Werts bestätigen. Der Korrelationskoeffizient zwischen den beobachteten Werten x_i und y_i zweier Merkmale x und y ist durch Gl. 6.11 gegeben[15].

$$R(x, y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - x_m}{s_x}\right) \left(\frac{y_i - y_m}{s_y}\right) \tag{6.11}$$

Dabei sind x_m und y_m die Mittelwerte. s_x und s_y sind die Schätzwerte der Standardabweichung für die Werte der beiden Merkmale. n bezeichnet den Stichprobenumfang. Als

[15] siehe MATLAB R2016b Documentation → corrcoef

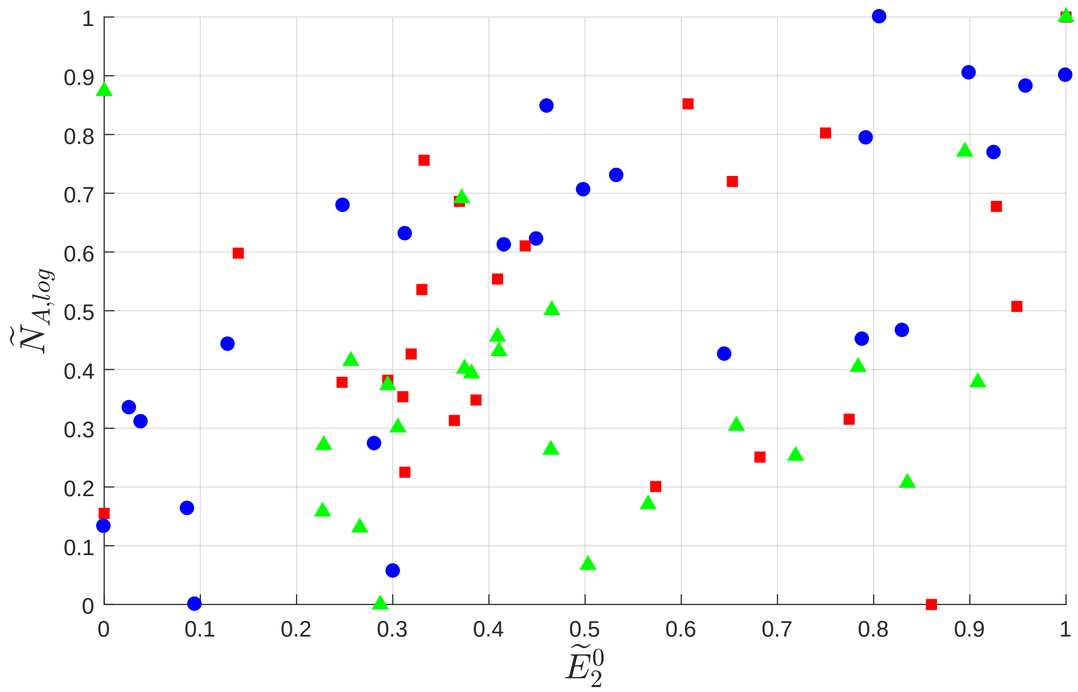


Abbildung 6.7: *Darstellung von normiertem anfänglichem Quer-Elastizitätsmodul und normierter logarithmierter Anrissschwingspielzahl für die jeweils 24 Anordnungen mit vier (blaue Punkte), neun (rote Quadrate), bzw. 16 (grüne Dreiecke) Fasern; Für $n_f = 4$ ist eine schwache Korrelation erkennbar (Werte tendenziell von links nach rechts ansteigend), während dies für die beiden größeren Faseranzahlen nicht der Fall ist [1].*

n_f	4	9	16
R	$7{,}4 \times 10^{-1}$	$2{,}7 \times 10^{-1}$	$2{,}0 \times 10^{-1}$
p	$4{,}0 \times 10^{-5}$	$2{,}0 \times 10^{-1}$	$3{,}4 \times 10^{-1}$

Tabelle 6.7: *Korrelationskoeffizienten und p-Werte zwischen $\widetilde{N}_{A,log}$ und $\widetilde{E}_2^0$ für die Faseranzahlen vier, neun und 16; nur für $n_f = 4$ kann von einer signifikanten Korrelation ausgegangen werden.*

p-Wert wird die Wahrscheinlichkeit, den beobachteten linearen Zusammenhang zwischen den x_i und y_i rein zufällig zu erhalten, bezeichnet. Für $p \leq 0{,}05$ wird vom Vorhandensein einer signifikanten linearen Korrelation ausgegangen[16].

In Tabelle 6.7 sind diese Werte für die drei betrachteten Stichproben zusammengefasst. Sie bestätigen die leicht positive lineare Korrelation für $n_f = 4$ ebenso wie die nicht-Feststellbarkeit einer linearen Korrelation für $n_f = 9$ und $n_f = 16$.

6.3 Degradation der effektiven Steifigkeit

Als Ergebnis der FE-Berechnungen liegen für jeden modellierten Schädigungszustand Steifigkeitskennwerte vor, deren Entwicklung über die Lebensdauer nun beschrieben werden kann.

[16] siehe MATLAB R2016b Documentation → corrcoef

Die Gesamtlebensdauer eines jeden Berechnungsmodells ist erreicht, sobald eines von zwei Abbruchkriterien für die Simulation erfüllt wird. Rechnungen werden beendet, wenn entweder die Quersteifigkeit C_{22} gegenüber ihrem Ausgangswert um mindestens 95 % reduziert ist oder wenn die FE-Steifigkeitsmatrix nicht mehr positiv definit ist[17]. Das Erreichen eines Abbruchkriteriums wird als Durchriss interpretiert. In diesem Zustand kann das Material nicht mehr als Kontinuum betrachtet werden, sodass Elastizitätskennwerte formal nicht angegeben werden können. Für die Auswertung der Steifigkeitsdegradation werden hier bei Erreichen der Abbruchschwingspielzahl alle Kennwerte auf Null gesetzt. Die bei der Interpretation ggf. zu berücksichtigenden Auswirkungen dieser Vorgehensweise sind nachfolgend erläutert.

Im Schwingspielzahl-Intervall von Null bis 10^{20} werden 200 logarithmisch äquidistante Stützstellen definiert, für die jeweils die Kennwerte aller in der Stichprobe enthaltenen Modelle ausgewertet werden. Exemplarisch für das Ergebnis dieser Auswertung zeigt Abb. 6.8 die Entwicklung des Quer-Elastizitätsmoduls E_2 für die Stichprobe mit Faseranzahl $n_f = 9$. Im Diagramm sind Mittelwerte und Extrema der in der Stichprobe enthaltenen Werte für E_2 über der Schwingspielzahl aufgetragen. Maximum und Minimum der bei einer gegebenen Schwingspielzahl festgestellten Werte sind in rot dargestellt. Die blauen Kreuze markieren den jeweils aktuellen Mittelwert unter Einbeziehung der wegen des Erreichens eines Abbruchkriteriums ggf. bereits auf Null gesetzten Werte. Die schwarzen Punkte zeigen dagegen den Mittelwert nur derjenigen Modelle der Stichprobe, die zur jeweiligen Schwingspielzahl noch kein Abbruchkriterium erfüllen. Die Degradationskurven aller Steifigkeitskennwerte der Stichprobe für $n_f = 9$ finden sich in Anhang A. Sie sind qualitativ gleich denen für $n_f = 4$ und $n_f = 16$. Es ist zu beachten, dass die auf der Abszisse gezeigten Schwingspielzahlen von den in Tabelle 5.3 gewählten Schwingfestigkeits-Kennwerten abhängig und daher nicht ohne Weiteres auf das Verhalten realer Materialverbunde übertragbar sind. Für die im Anschluss untersuchte Korrelation der Steifigkeiten im Schädigungsverlauf ist dies aber unerheblich.

Das oben beschriebene Nullsetzen der Steifigkeitskennwerte bei Erreichen eines Abbruchkriteriums kann für einige der Kennwerte als realistisch betrachtet werden. So ist es plausibel, dass E_2 (siehe Abb. 6.8), G_4 und G_6 am Ende der Lebensdauer den Wert Null erreichen, da das unter Querzug durchgerissene Material die entsprechenden Beanspruchungen nicht mehr übertragen kann. Dies gilt analog auch für die Querkontraktionszahlen ν_{23} und ν_{32}

Im Gegensatz dazu wird der Längs-Elastizitätsmodul E_1 durch querzugbedingte Risse kaum beeinflusst. Er verändert sich über die Lebensdauer kaum, da die Risse parallel zu den Fasern verlaufen und diese nicht durchtrennen. Im Degradationsdiagramm sind daher die Mittelwerte ohne Berücksichtigung der Durchrisse (schwarze Punkte) relevant. Die durch blaue Kreuze markierten Mittelwerte unter Einbeziehung auf Null gesetzten Werte können vernachlässigt werden.

Bei ν_{21} und ν_{31} ist die zu beobachtende Differenz zwischen den beiden Arten von Mittelwerten als realistisch einzuschätzen. Zwar ändern sich die Werte über weite Teile der Lebensdauer kaum, jedoch kann bei Durchriss mit einem vollständigen Verlust der Querkontraktionskopplung gerechnet werden.

Wie in Abschnitt 6.1 beschrieben, zeigen die einzelnen FE-Modelle ein effektiv monoklines Elastizitätsverhalten. Die Ausgangswerte der Kopplungs-Kennwerte η_{14}, η_{24}, η_{34}, η_{41}, η_{42}, η_{43}, μ_{56} und μ_{65} streuen daher um den Wert Null. Diese Streuung nimmt im Lauf der Lebensdauer deutlich zu. Erwartungsgemäß tendiert das Materialverhalten also infolge der

[17] Der zuletzt genannte Fall tritt verhältnismäßig selten auf, muss aber im Berechnungsablauf gesondert behandelt werden. Er tritt z. B. auf, wenn sich infolge fortgeschrittener Schädigungen Werkstoffbereiche vollständig voneinander trennen, sodass Starrkörperbewegungen möglich werden. Das FE-Modell besitzt in diesem Fall nicht länger genügend Randbedingungen, um ein lösbares Gleichungssystem zu ergeben.

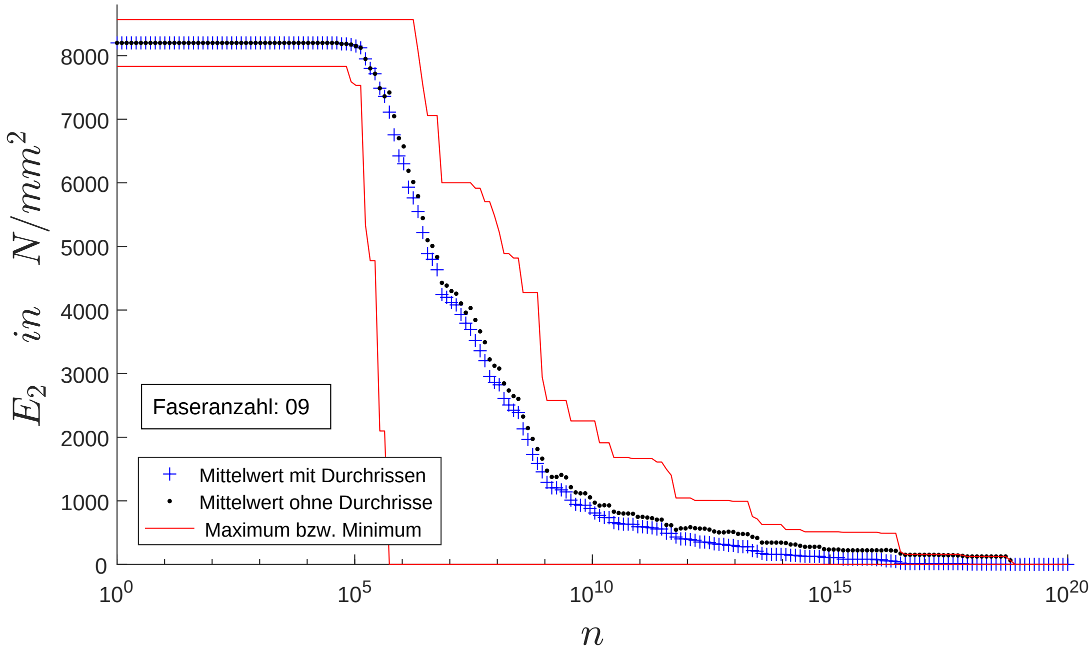


Abbildung 6.8: *Darstellung der Degradation des Quer-Elastizitätsmoduls für die 24 Anordnungen mit $n_f = 9$; rote Linien: aktuelles Maximum bzw. Minimum; blaue Kreuze: Mittelwert aller Anordnungen unter Einbeziehung der zu Null gesetzten durchgerissenen Anordnungen; schwarze Punkte: Mittelwert aller noch nicht durchgerissenen Anordnungen; die weiteren Degradationskurven für $n_f = 9$ finden sich in Anhang A; die auf der Abszisse gezeigten Schwingspielzahlen sind von den in Tabelle 5.3 gewählten Werten abhängig und daher nicht ohne Weiteres auf das Verhalten realer Materialverbunde übertragbar; vgl. [1].*

querzugbedingten faserparallelen Risse zu einer verstärkten Abweichung vom transversal-isotropen Verhalten[18]. Auch hier sind für die Interpretation vorrangig die Mittelwerte ohne Durchriss relevant, da jene mit Durchrissen im Zuge des Nullsetzens tendenziell wieder in den Bereich ihres Ausgangswerts zurückkehren.

Wie auf S. 65 f. bereits erwähnt, ist neben der Degradation der Kennwerte selbst auch die Korrelation der Kennwerte über die Lebensdauer von Bedeutung. Sie wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit für jedes Berechnungsmodell einzeln betrachtet. Das heißt, die Korrelation zwischen zwei Kennwerten x und y für ein bestimmtes FE-Modell ergibt sich durch Gegenüberstellung der im Schädigungsverlauf eben dieses Modells auftretenden Werte x_i und y_i. Als Maß für die lineare Korrelation von x und y lassen sich der in Abschnitt 6.2 beschriebene Korrelationskoeffizient (Gl. 6.11) und der p-Wert bestimmen.

Da insgesamt 20 Kennwerte betrachtet werden, ergeben sich pro FE-Modell formal $20 \cdot 20 = 400$ Korrelationen, wobei die Kreuzkorrelationsmatrix jedoch symmetrisch ist[19], sodass sich die Anzahl auf $(20 \cdot 20 - 20)/2 + 20 = 210$ Korrelationen pro Modell reduziert[20]. Für die Darstellung der Korrelation wird auf ein in [649] veröffentlichtes MATLAB-Skript zurückgegriffen, das so genannte *Bubble-Plots* und *Korrelationsdiagramme* automatisiert erzeugt.

[18] Vgl. [592]; dort wird als Folge von Faser-Matrix-Grenzflächenversagen ebenfalls eine Zunahme der Anisotropie festgestellt.

[19] Eine Korrelation von x mit y bedeutet immer auch eine Korrelation von y mit x.

[20] Da jede der drei Stichproben außerdem 24 Modelle enthält, sind im Rahmen dieser Arbeit also immerhin $3 \cdot 24 \cdot 210 = 15120$ Korrelationen zu betrachten.

Das Ergebnis einer solchen Auswertung ist in Abb. 6.9 und 6.10 exemplarisch für das Modell der Faseranordnung 4-02-1 gezeigt[21].

Der Bubble-Plot in Abb. 6.9 stellt die Korrelationskoeffizienten und p-Werte für die lineare Korrelation zwischen dem jeweiligen Zeilen- und Spaltenwert graphisch dar. Die Größe der eingezeichneten Ellipsen sowie die Stärke ihrer Farbfüllung zeigt die Signifikanz der Korrelation an. Für $p \leq 0{,}01$ (Korrelation mit 99 %iger Wahrscheinlichkeit nicht zufällig) werden große stark gefüllte Ellipsen verwendet. Für $0{,}01 < p \leq 0{,}05$ werden mittelgroße und mittelstark gefüllte Ellipsen verwendet (Korrelation mit 95 %iger Wahrscheinlichkeit nicht zufällig). Kleine schwach gefüllte Ellipsen kennzeichnen Fälle mit $p > 0{,}05$. Für alle $p \leq 0{,}05$ wird von einer signifikanten linearen Korrelation ausgegangen. Die Füllfarbe zeigt an, ob Zeilen- und Spaltenwert positiv (blau) oder negativ (rot) korrelieren.

Abb. 6.10 visualisiert die Korrelation, indem die über den Schädigungsverlauf auftretenden Kombinationen der jeweiligen Zeilen- und Spaltenkennwerte als schwarze Punkte übereinander in ein entsprechendes Diagramm eingetragen und mit einer blau dargestellten Ausgleichsgerade (ideale lineare Korrelation) verglichen werden.

Eine Sichtung der so kondensierten Ergebnisse zeigt, dass sich die Korrelationen schon zwischen den einzelnen Modellen innerhalb einer gegebenen Stichprobe z. T. deutlich unterscheiden. Insgesamt liefern die drei betrachteten Stichproben von beiden Diagrammtypen jeweils $3 \cdot 24 = 72$ Exemplare. Zur übersichtlichen Darstellung ist daher eine weitere Zusammenfassung auf der Ebene der Stichproben zweckmäßig. In den Tabellen 6.8, 6.9 und 6.10 ist diese dargestellt. Mit „−0+“ werden dabei Kombinationen der jeweiligen Zeilen- und Spaltenkennwerte bezeichnet, die innerhalb der Stichprobe sowohl mit negativer als auch mit positiver oder ohne Korrelation auftreten. Entsprechend zeigen „−0“ und „0+“ Kombinationen an, die entweder nicht oder negativ bzw. die nicht oder positiv korrelieren. Mit „+“ sind Kombinationen bezeichnet, die innerhalb der Stichprobe immer positiv korrelieren. Ein „−“ kennzeichnet solche, für die innerhalb der Stichprobe immer eine negative Korrelation vorliegt[22].

Bei der Betrachtung der Tabellen fällt auf, dass auf den Hauptdiagonalen nur vollständig positive Korrelationen auftreten. Dies ist allerdings trivial, da diese Einträge die Korrelation von Kennwerten mit sich selbst darstellen, welche immer gegeben ist. Entsprechend sind auch die in den Bubble-Plots angegebenen Korrelationskoeffizienten für diese Fälle eins, und die p-Werte sind Null.

Darüber hinaus lassen sich nur zwischen den Kennwerten E_1, E_2, E_3, G_4, G_5, G_6, ν_{12} und ν_{13} sowie den Schub-Schub-Kopplungskennwerten μ_{56} und μ_{65} für alle drei Stichproben lineare Korrelationen feststellen. Allerdings bleiben während des Schädigungsprozesses Steifigkeits- und Nachgiebigkeitsmatrix (Gl. 2.8) unter den hier gewählten Bedingungen (keine Kontaktbedingungen zwischen Rissufern; siehe S. 62) symmetrisch. Das heißt es gilt weiterhin:

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \qquad i,j \in \{1,2,3\} \tag{6.12}$$

$$\frac{\eta_{i4}}{G_4} = \frac{\eta_{4i}}{E_i} \qquad i \in \{1,2,3\} \tag{6.13}$$

$$\frac{\mu_{ij}}{G_j} = \frac{\mu_{ji}}{G_i} \qquad i,j \in \{5,6\} \tag{6.14}$$

[21] Die ausgewerteten Berechnungsmodelle sind jeweils eindeutig mit der Faseranzahl (4, 9 oder 16), der Elementgröße (0,2 µm) und einer laufenden Nummer (von 1 bis 24) benannt. Für die erste untersuchte Anordnung von vier Fasern ergibt sich damit z. B. die Bezeichnung 4-02-1.

[22] Dieser Fall tritt bei den betrachteten Stichproben nicht auf.

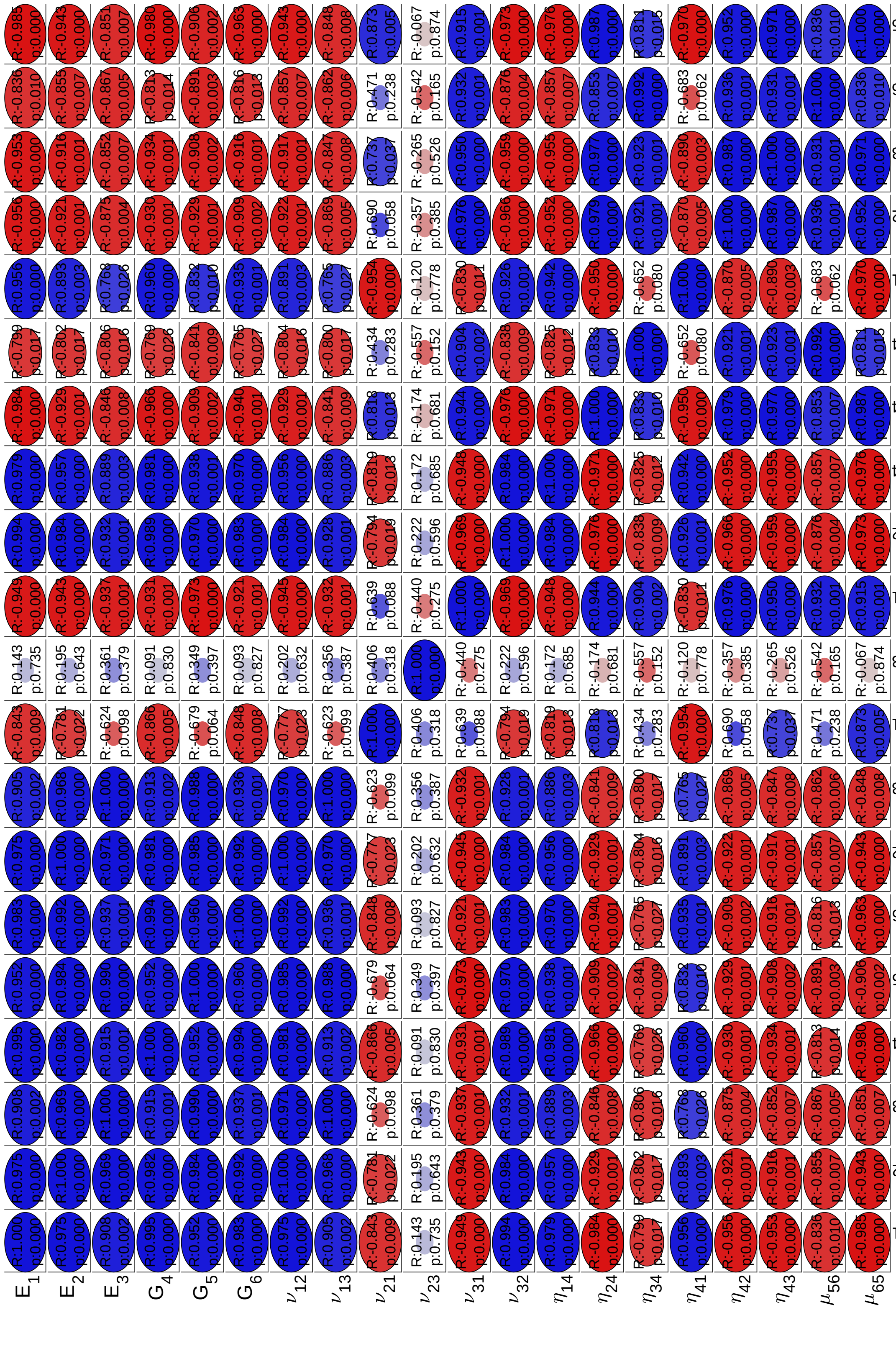


Abbildung 6.9: *Bubble-Plot für die Korrelation der elastischen Kennwerte über die Lebensdauer des Modells der Faseranordnung 4-02-1; Farben: blau bedeutet positive, rot bedeutet negative Korrelation; Blasengröße: groß bedeutet stark signifikante lineare Korrelation, mittel bedeutet schwach signifikante lineare Korrelation, klein bedeutet keine signifikante lineare Korrelation; vgl. [629].*

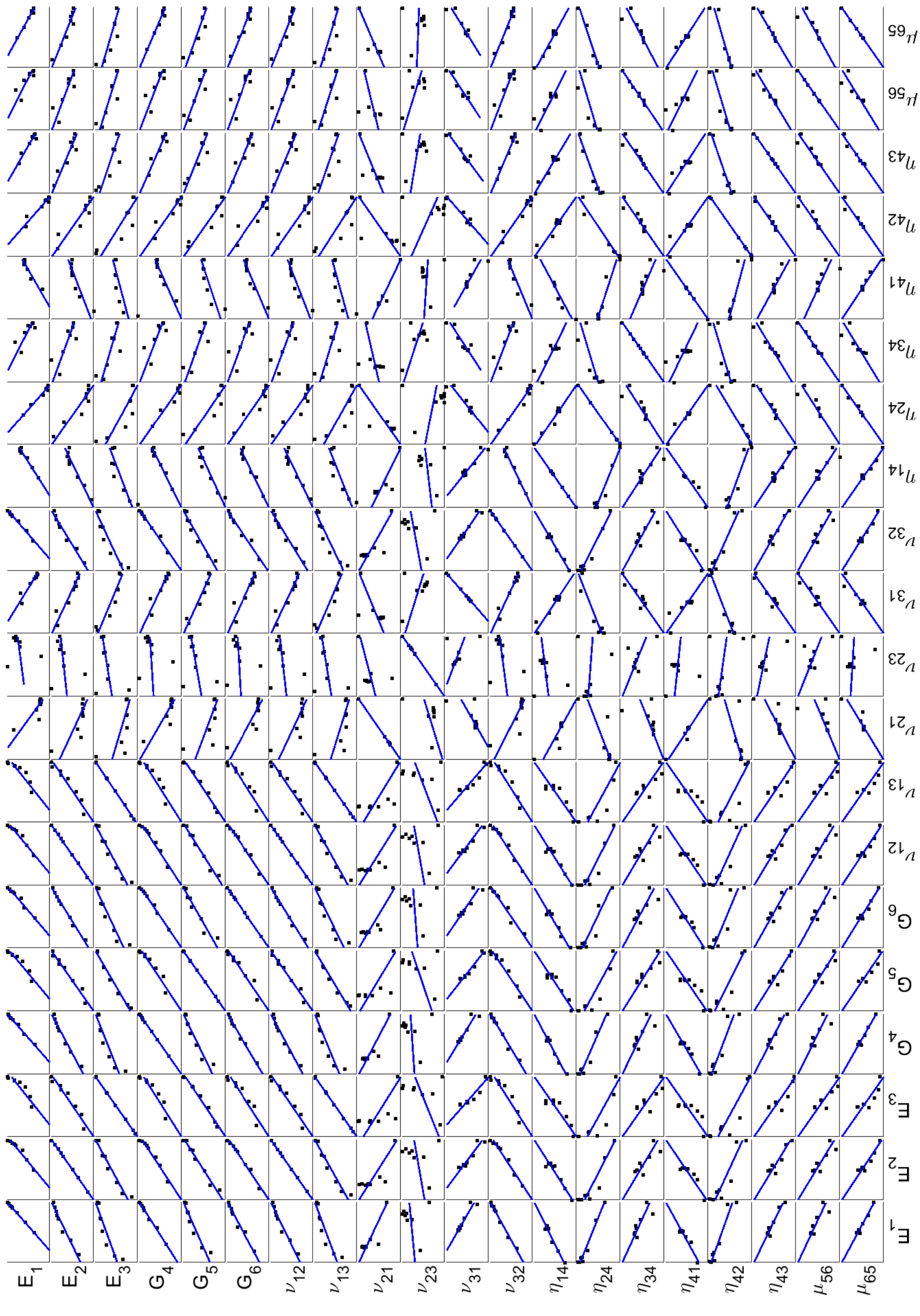


Abbildung 6.10: *Korrelationsdiagramm für die Korrelation der elastischen Kennwerte des Modells der Faseranordnung 4-02-1; schwarze Punkte: Kennwerte im jeweiligen Schädigungszustand; blaue Linien: Ausgleichsgeraden; vgl. [629].*

	E_1	E_2	E_3	G_4	G_5	G_6	ν_{12}	ν_{13}	ν_{21}	ν_{23}	ν_{31}	ν_{32}	η_{14}	η_{24}	η_{34}	η_{41}	η_{42}	η_{43}	μ_{56}	μ_{65}
E_1	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
E_2	+	+	+	+	+	+	+	+	−0	0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
E_3	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
G_4	+	+	+	+	+	+	+	+	−0	0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
G_5	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
G_6	+	+	+	+	+	+	+	+	−0	0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{12}	+	+	+	+	+	+	+	+	−0	0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{13}	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{21}	−0+	−0	−0+	−0	−0+	−0	−0	−0+	+	−0+	−0+	−0	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{23}	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0+	0+	−0+	+	−0+	0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{31}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{32}	+	+	+	+	+	+	+	+	−0	0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
η_{14}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	0+	−0	−0+	−0+	−0+
η_{24}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	+	−0+	+	+	−0+	−0+
η_{34}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	+	−0+	0+	+	−0+	−0+
η_{41}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+
η_{42}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0	+	0+	−0+	+	+	−0+	−0+
η_{43}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	+	−0+	+	+	−0+	−0+
μ_{56}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	+
μ_{65}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	+

Tabelle 6.8: *Darstellung der paarweisen linearen Korrelation der homogenisierten Ingenieurkennwerte während des Schädigungsfortschritts als Übersicht für alle 24 Anordnungen mit $n_f = 4$ Fasern; +: positive lineare Korrelation, −: negative Korrelation, 0+: teilweise nicht vorhandene und teilweise positive Korrelation, −0: teilweise negative und teilweise nicht vorhandene Korrelation, −0+: teilweise negative und teilweise nicht vorhandene und teilweise positive Korrelation*

	E_1	E_2	E_3	G_4	G_5	G_6	ν_{12}	ν_{13}	ν_{21}	ν_{23}	ν_{31}	ν_{32}	η_{14}	η_{24}	η_{34}	η_{41}	η_{42}	η_{43}	μ_{56}	μ_{65}
E_1	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0+	−0+	−0	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
E_2	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0	−0+	−0	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
E_3	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0	−0+	−0	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
G_4	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0	−0+	−0	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
G_5	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0	−0+	−0	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
G_6	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0+	−0+	−0	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{12}	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0	−0+	−0	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{13}	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0	−0+	−0	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{21}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{23}	−0+	−0	−0	−0	−0	−0+	−0	−0	−0+	+	−0+	−0	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{31}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{32}	−0	−0	−0	−0	−0	−0	−0	−0	−0+	−0	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
η_{14}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	−0	−0+	−0+	−0+	−0+
η_{24}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0	−0+	+	−0	−0	−0
η_{34}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0	+	−0+	−0	+	−0	+
η_{41}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0	−0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+
η_{42}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0	−0+	+	+	−0	+
η_{43}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0	+	−0+	+	+	−0	+
μ_{56}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0	−0	−0+	−0	−0	+	+
μ_{65}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0	+	−0+	+	+	+	+

Tabelle 6.9: *Darstellung der paarweisen linearen Korrelation der homogenisierten Ingenieurkennwerte während des Schädigungsfortschritts als Übersicht für alle 24 Anordnungen mit $n_f = 9$ Fasern; +: positive lineare Korrelation, −: negative Korrelation, 0+: teilweise nicht vorhandene und teilweise positive Korrelation, −0: teilweise negative und teilweise nicht vorhandene Korrelation, −0+: teilweise negative und teilweise nicht vorhandene und teilweise positive Korrelation*

	E_1	E_2	E_3	G_4	G_5	G_6	ν_{12}	ν_{13}	ν_{21}	ν_{23}	ν_{31}	ν_{32}	η_{14}	η_{24}	η_{34}	η_{41}	η_{42}	η_{43}	μ_{56}	μ_{65}
E_1	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0+	−0	−+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
E_2	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0+	−0+	−+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
E_3	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0+	−0+	−+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
G_4	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0+	−0	−+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
G_5	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0+	−0	−+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
G_6	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0+	−0+	−+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{12}	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0+	−0+	−+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{13}	+	+	+	+	+	+	+	+	−0+	−0+	−0+	−+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{21}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{23}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0+	−+	−0+	−+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{31}	−0	−0+	−0+	−0	−0	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
ν_{32}	−+	−+	−+	−+	−+	−+	−+	−+	−0+	−+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+
η_{14}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	0+	−0+	−0+	−0+	−0+
η_{24}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−+	−0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+
η_{34}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	+	+	+
η_{41}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+	−0+
η_{42}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	−0+
η_{43}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	+	0+	+
μ_{56}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	0+	+	+
μ_{65}	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	−0+	+	−0+	−0+	+	+	+

Tabelle 6.10: *Darstellung der paarweisen linearen Korrelation der homogenisierten Ingenieurkennwerte während des Schädigungsfortschritts als Übersicht für alle 24 Anordnungen mit $n_f = 16$ Fasern; +: positive lineare Korrelation, −: negative Korrelation, 0+: teilweise nicht vorhandene und teilweise positive Korrelation, −0: teilweise negative und teilweise nicht vorhandene Korrelation, −0+: teilweise negative und teilweise nicht vorhandene und teilweise positive Korrelation*

Die Kennwerte ν_{21} und ν_{31} lassen sich also aus den in allen Fällen korrelierenden Größen berechnen.

Bezüglich des Kennwerts ν_{32} ist zu erwähnen, dass sich für ihn in einem einzigen untersuchten Schädigungszustand (Anordnung 9-02-10 direkt vor dem planmäßigen Abbruch der Rechnung), verglichen mit allen anderen Zuständen aller anderen Faseranordnungen, ein extrem hoher Wert ergibt. Grund hierfür ist vermutlich das im Modellvolumen stark verteilte Rissgeschehen, bei dem es durch die nicht modellierten Kontaktbedingungen zwischen den Rissufern zu erheblicher Durchdringung kommt und bei dem das Versagen trotz makroskopisch reiner Quer-Zugbeanspruchung infolge der Beanspruchungsumlagerung schließlich durch eine eher horizontal (also parallel zur 12-Ebene) verlaufende Verbindung von Rissen eintritt. Diese Anordnung ist auch die einzige, bei der sich für ν_{32} keine Korrelation mit den restlichen Kennwerten feststellen lässt. Bei Vernachlässigung von 9-02-10 würde in Tabelle 6.9 für die Korrelation mit E_1, E_2, E_3, G_4, G_5, G_6, ν_{12} und ν_{13} die Angabe des Werts Null (keine Korrelation) also entfallen. Für die Korrelation aller anderen Kennwerte wird bei 9-02-10, verglichen mit denen der anderen Anordnungen, keine Auffälligkeit festgestellt.

Insgesamt lässt sich sagen, dass für die überwiegende Zahl von Kennwert-Kombinationen und hierbei insbesondere für die der Normal-Schub-Kopplungskennwerte abhängig von der Faseranordnung entweder eine positive, eine negative oder auch keine Korrelation festzustellen ist. Auf diese Größen kann also im Rahmen von Versuchen nicht ohne Weiteres, wie auf S. 65 erhofft, durch Messung anderer Kennwerte geschlossen werden.

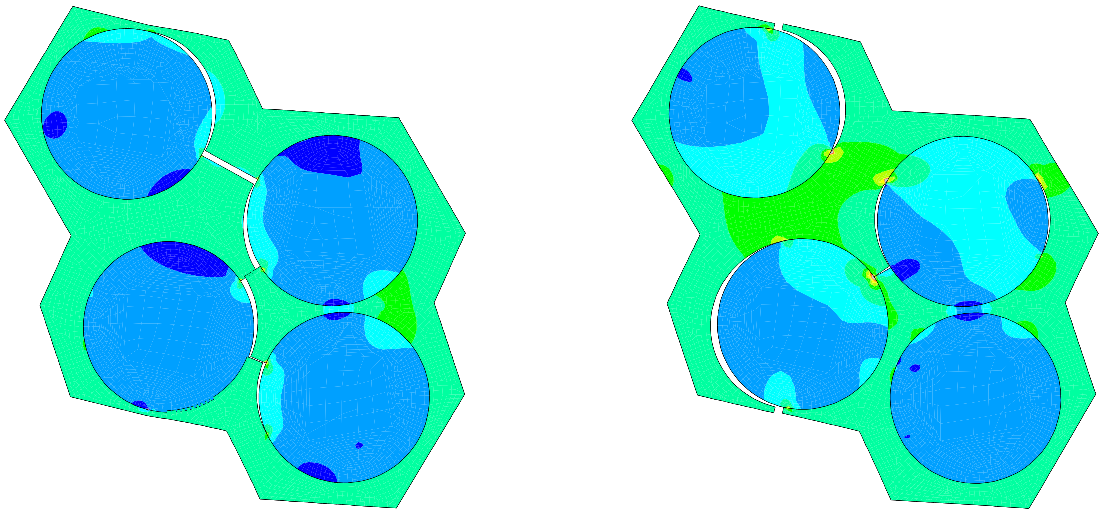
6.4 Einfluss des Beanspruchungsniveaus

Bei Variation des Beanspruchungsniveaus sind zwei verschiedene Effekte zu beobachten, die im Folgenden als primärer und sekundärer Einfluss auf die Schädigung bezeichnet werden.

Abbildung 6.11 zeigt die Faseranordnung 4-02-1, nachdem unter zwei verschiedenen makroskopischen Querdehnungsniveaus jeweils zehn Risse entstanden sind. Wie in Abschnitt 5.3 beschrieben, sind die übrigen Verzerrungen so eingestellt, dass makroskopisch dabei ausschließlich Quer-Normalspannungen entstehen. Die Schädigungszustände für die beiden Dehnungsniveaus unterscheiden sich deutlich. Tatsächlich entsteht abhängig von $\varepsilon_{2,a}$ bereits der erste Anriss an unterschiedlichen Orten (für $\varepsilon_{2,a} = 0,001$ am linken Rand der unten rechts positionierten Faser, für $\varepsilon_{2,a} = 0,002$ am linken Rand der unten links positionierten Faser). Dies ist der primäre Einfluss, der bei starker Variation des Beanspruchungsniveaus zu beobachten ist. Ursache sind die im Modell berücksichtigten thermischen Eigenspannungen. Sie sind den zyklischen Spannungszuständen überlagert. Da sie konstant bleiben, ändern sich bei der Skalierung der Makro-Dehnungsamplitude die R-Werte der zyklischen Mikro-Spannungen. Unter Vernachlässigung der thermischen Eigenspannungen (Berechnungen mit $\Delta T = 0$) ergeben sich für beide Querdehnungsamplituden in Reihenfolge und Ort identische Risse[23] (vgl. Abschnitt 3.4).

Der sekundäre Einfluss wird anhand von Abb. 6.12 deutlich. Sie zeigt das Ergebnis von Berechnungen mit den Faseranordnungen 9-02-1, 9-02-2 und 9-02-3 für die an der Ordinate beschrifteten makroskopischen Querdehnungsamplitude. Die Amplituden sind über der jeweiligen Schwingspielzahl bis zum Anriss bzw. bis zur Bildung des zweiten Risses aufgetragen. Da für die Wöhlerlinien aller Mikro-Spannungen hier vereinfachend gleiche Neigungen angenommen werden (siehe Tabelle 5.3), verlaufen die berechneten Anriss-WL für die drei

[23] Die absoluten Schwingspielzahlen, bei denen die Risse entstehen, sind selbstverständlich umso kleiner, je höher die Dehnungsamplitude ist.



(a) *Anordnung 4-02-1 nach Bildung von zehn Rissen bei* $\varepsilon_{2,a} = 0,001$

(b) *Anordnung 4-02-1 nach Bildung von zehn Rissen bei* $\varepsilon_{2,a} = 0,002$

Abbildung 6.11: *Einfluss des Beanspruchungsniveaus auf die Schädigung; Farbkonturen zeigen die erste Hauptspannung, sind für die hiesige Betrachtung aber irrelevant; nach je zehn gebildeten Rissen ist der Schädigungszustand der Faseranordnung 4-02-1 für die beiden makroskopischen Querdehnungsamplituden deutlich unterschiedlich; vgl. [1].*

Faseranordnungen parallel zueinander. Die Neigung der WL für den zweiten Riss ist jedoch sowohl davon beeinflusst, wie hoch die Beanspruchung am zweiten Rissort vor dem Anriss ist, als auch davon, wie stark sie sich durch die rissbedingte Umlagerung der Spannungen ändert. Entsprechend zeigen die WL für den zweiten Riss im Diagramm deutlich unterschiedliche Neigungen. Damit besteht also die Möglichkeit, dass sich Zweitriss-Wöhlerlinien verschiedener Werkstoffbereiche schneiden. Entsprechend ist ebenfalls denkbar, dass die jeweils zweiten Risse der Bereiche abhängig vom makroskopischen Beanspruchungsniveau in unterschiedlicher Reihenfolge auftreten. Auch der sekundäre Effekt des Beanspruchungsniveaus ist für die vorausgesetzten Schwingfestigkeitskennwerte (siehe Tabelle 5.3) durch die thermischen Eigenspannungen bedingt. Ob er für anders gewählte Kennwerte auch unabhängig von thermischen Eigenspannungen auftritt, sollte in zukünftigen Arbeiten untersucht werden.

Da die experimentelle Ermüdungsprüfung zwangsläufig zerstörend erfolgt, ein und dieselbe Werkstoffprobe also nie mehrmals untersucht werden kann, ist der hier gezeigte Effekt nur mit Hilfe numerischer Simulation direkt untersuchbar. Nach Kenntnis des Autors geschieht dies hier zum ersten Mal. Die Beobachtung der beiden beschriebenen Effekte ist ein Hauptergebnis der vorliegenden Arbeit und wird in Abschnitt 6.6 weiter diskutiert.

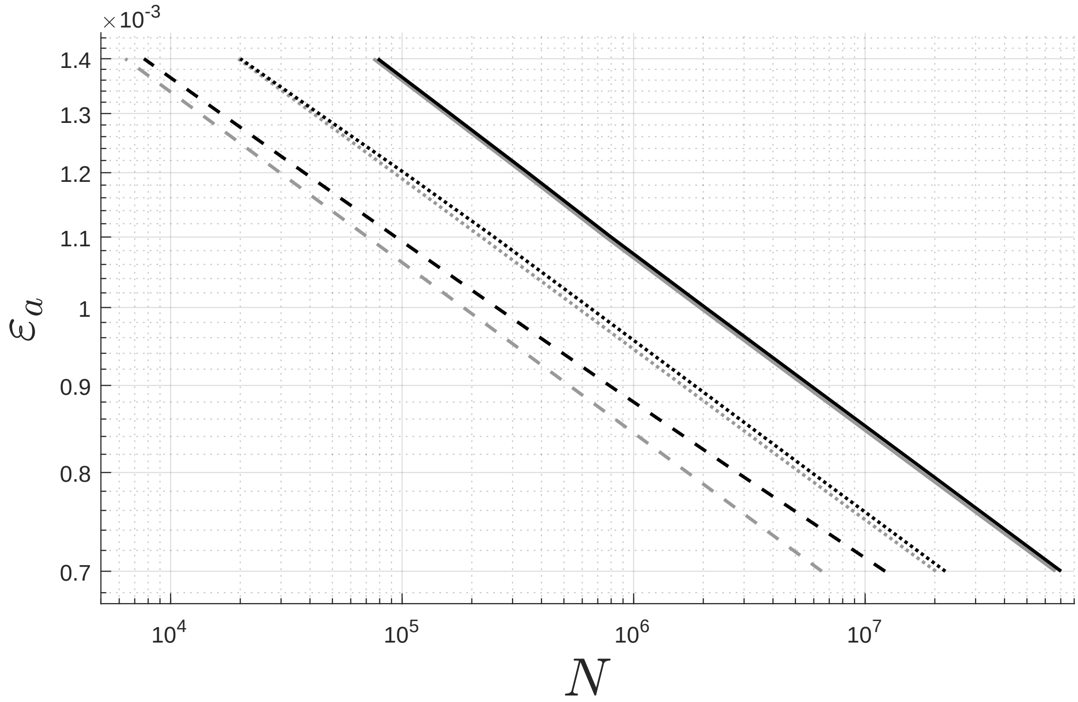


Abbildung 6.12: *Berechnete Wöhlerlinien des jeweils ersten und zweiten Risses für drei Faseranordnungen; die Neigung der Anriss-WL ist für alle Anordnungen gleich, die der zweiten Risse ist es nicht; durchgezogene Linien: Anordnung 9-02-1; unterbrochene Linien: Anordnung 9-02-2; gepunktete Linie: Anordnung 9-02-3; graue Linien: Anriss-WL; schwarze Linien: WL des zweiten Risses; für 9-02-1 liegen die Linien beider Risse fast aufeinander [1].*

6.5 Vergleich mit Modellen aus der Literatur

Drei aus der Literatur bekannte Degradationsmodelle (CDM, siehe Abschnitt 4.3) sollen nun mit dem anhand der Mikromodelle beobachteten Verhalten verglichen werden. Dabei werden gezielt solche Modelle gewählt, die eine schädigungsbedingte Veränderung der vollständigen Materialsteifigkeits- bzw. -nachgiebigkeitsmatrix beschreiben. Modelle, die nur ebene Spannungszustände (ESZ) betrachten und hierzu entsprechend reduzierte Materialsteifigkeitsmatrizen verwenden, werden hier nicht berücksichtigt. Da es um die prinzipielle Möglichkeit zur Darstellung der beobachteten Effekte geht, werden allerdings neben Modellen, die speziell für den Fall zyklischer Belastung formuliert sind, auch solche behandelt, die in der jeweiligen Quelle für quasi-statische Lastfälle verwendet werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die im deutschsprachigen Raum übliche Indizierungsreihenfolge für die Querkontraktionszahlen (*Wirkung-Ursache*) verwendet. Wenn in den Quellen selbst die umgekehrte Indizierungsreihenfolge verwendet wird[24], so sind die hier gezeigten Gleichungen der deutschen Vereinbarung angepasst. Gemäß der in Abschnitt 6.3 verwendeten Nomenklatur bezeichnet der Index $\cdot^0$ Materialeigenschaften im ungeschädigten Ausgangszustand.

Hier besprochene Abweichungen zwischen den Modellen und den Ergebnissen der oben beschriebenen Berechnungen sind nicht als Kritik an der Modellformulierung oder der Arbeitsweise der Autoren zu verstehen. Im Interesse der praktischen Anwendbarkeit sind Vereinfa-

[24]im englischen Sprachraum üblich

chungen bei der Modellierung meist unvermeidbar und sinnvoll. Nichtsdestoweniger können auf Basis eines Vergleichs ggf. Möglichkeiten zur Weiterentwicklung der Modelle oder Gegenstände zukünftiger Forschungsarbeit identifiziert werden.

Das Modell von *Li et al.* [397] geht davon aus, dass sich das Material im ungeschädigten Zustand transversal-isotrop verhält. Damit ergeben sich die Vereinfachungen $E_2^0 = E_3^0$, $\nu_{12}^0 = \nu_{13}^0$, $\nu_{21}^0 = \nu_{31}^0$ und $\nu_{23}^0 = \nu_{32}^0$. Für den geschädigten Zustand werden dann die Elemente C_{ij} der Steifigkeitsmatrix als Funktion der beiden Schädigungsvariablen d_F (Faserschädigung) und d_M (Matrixschädigung) ausgedrückt[25]. Die angegebenen Gleichungen sind äquivalent mit der folgenden Degradation der Ingenieur-Kennwerte:

$$E_1 = (1 - d_F)E_1^0 \qquad E_2 = (1 - d_M)E_2^0 \tag{6.15}$$
$$\nu_{12} = (1 - d_M)\nu_{12}^0 \qquad \nu_{21} = (1 - d_F)\nu_{21}^0 \tag{6.16}$$
$$\nu_{13} = (1 - d_M)\nu_{13}^0 \qquad \nu_{31} = (1 - d_F)\nu_{31}^0 \tag{6.17}$$
$$\nu_{23} = (1 - d_M)\nu_{23}^0 \qquad \nu_{32} = (1 - d_M)\nu_{32}^0 \tag{6.18}$$
$$G_{12} = (1 - d_M)(1 - d_F)G_{12}^0 \qquad G_{13} = (1 - d_M)(1 - d_F)G_{13}^0 \tag{6.19}$$
$$G_{23} = (1 - d_M)(1 - d_F)G_{23}^0 \tag{6.20}$$

Abweichend von diesen Annahmen zeigen die Berechnungsergebnisse der vorliegenden Arbeit (siehe Anhang A) durchaus unterschiedliche Degradationen für E_2 und E_3 bzw. auch für ν_{12}, ν_{13}, ν_{23}, ν_{32} und ν_{21} bzw. ν_{31}.

Die Degradation aller Schub-Nachgiebigkeiten (S_{44}, S_{55}, S_{66}) bzw. auch die von S_{22} und S_{33} (d. h. von E_2 und E_3) werden von *Li et al.* als jeweils gleich angenommen. Auch das lässt sich anhand der hier gezeigten Berechnungsergebnisse nicht bestätigen. Es bestehen in Anhang A deutliche Unterschiede zwischen den Degradationskurven für G_4 bzw. G_6 und G_5 sowie zwischen denen für E_2 und E_3. Auch ist nicht ersichtlich, warum die Faserschädigung d_f auf G_4 ebenso stark wirken sollte wie auf G_5 und G_6.

Die transversale Isotropie des Ausgangszustands geht als Folge der Schädigung im Modell verloren, was sich dadurch bemerkbar macht, dass gilt:

$$G_{23} \neq \frac{E_2}{2(1 + \nu_{23})} \tag{6.21}$$

Das in der vorliegenden Arbeit beobachtete monokline Verhalten berücksichtigt das Modell von *Li et al.* nicht. Die Material-Nachgiebigkeitsmatrix im geschädigten Zustand ergibt sich dort auf Basis der Modellannahmen zu (vgl. Gl. 2.9):

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-d_F)E_1^0} & \frac{(1-d_M)\nu_{12}^0}{(1-d_M)E_2^0} & \frac{(1-d_M)\nu_{13}^0}{(1-d_M)E_3^0} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{(1-d_F)\nu_{21}^0}{(1-d_F)E_1^0} & \frac{1}{(1-d_M)E_2^0} & \frac{(1-d_M)\nu_{23}^0}{(1-d_M)E_3^0} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{(1-d_F)\nu_{31}^0}{(1-d_F)E_1^0} & \frac{(1-d_M)\nu_{32}^0}{(1-d_M)E_2^0} & \frac{1}{(1-d_M)E_3^0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_F)(1-d_M)G_{23}^0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_F)(1-d_M)G_{13}^0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_F)(1-d_M)G_{12}^0} \end{bmatrix} \tag{6.22}$$

[25] In der Gleichung für C_{23} ist dabei offensichtlich ein Fehler enthalten. Anstelle der angegebenen Gleichung $C_{23} = E_1(1 - d_m)^2 \left[\nu_{23}^2 + (1 - d_f)\nu_{12}\nu_{31}\right]/A$ sollte es gemäß der Invertierung der Nachgiebigkeitsmatrix (siehe Gl. 2.9) lauten: $C_{23} = E_1(1 - d_m)^2 \left[\nu_{23} + (1 - d_f)\nu_{12}\nu_{31}\right]/A$

Auffällig ist, dass sich die hier grau dargestellten Terme kürzen lassen, sodass die Schädigung ausschließlich auf die Hauptdiagonalelemente der Nachgiebigkeitsmatrix S_{ij} wirkt. Dies unterscheidet sich von den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit, wie etwa an den Degradationskurven für ν_{21} und E_1 (siehe Anhang A) besonders deutlich wird. Während sich der Wert von E_1 durch die Querzug-Schädigung kaum ändert, ist dies für ν_{21} sehr deutlich der Fall. Das Verhältnis $S_{21} = -\nu_{21}/E_1$ ändert sich also ebenfalls erheblich.

Das Modell von *Van Paepegem* und *Degrieck* [405] wird von den Autoren für gewebeverstärkte FKV-Schichten vorgeschlagen. Es wird hier dennoch diskutiert, da es die Degradation eines orthotropen Materials unter Beanspruchung in der Schichtebene im Allgemeinen beschreibt und sich somit für den Vergleich mit den Berechnungsergebnissen der vorliegenden Arbeit eignet, da transversal isotrope UD-Schichten als Spezialfälle orthotroper Materialien angesehen werden können. Das Modell berücksichtigt ebenfalls keinerlei monoklines Verhalten, sondern nimmt an, dass sich auch das geschädigte Material orthotrop verhält. Der Einfluss der drei Schädigungsvariablen D_{11} (Schädigung in Faserrichtung), D_{22} (Schädigung quer zur Faserrichtung) und D_{12} (Schädigung in Quer-längs-Schubrichtung) wird in Form der modifizierten Material-Steifigkeitsmatrix angegeben. Das Invertieren dieser ergibt die folgende Nachgiebigkeitsmatrix für den geschädigten Zustand:

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-D_{11})E_1^0} & -\frac{\nu_{12}^0}{\sqrt{1-D_{11}}\sqrt{1-D_{22}}E_2^0} & -\frac{\nu_{13}^0}{\sqrt{1-D_{11}}E_3^0} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}^0}{\sqrt{1-D_{11}}\sqrt{1-D_{22}}E_1^0} & \frac{1}{(1-D_{22})E_2^0} & -\frac{\nu_{23}^0}{\sqrt{1-D_{22}}E_3^0} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}^0}{\sqrt{1-D_{11}}E_1^0} & -\frac{\nu_{32}^0}{\sqrt{1-D_{22}}E_2^0} & \frac{1}{E_3^0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_4^0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_5^0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-D_{12})G_6^0} \end{bmatrix} \tag{6.23}$$

Für E_3, G_4 und G_5 wird keine Degradation angenommen. Anhand der hiesigen Berechnungsergebnisse muss damit allerdings gerechnet werden.

Für die hier untersuchte makroskopische Querzug-Beanspruchung kann davon ausgegangen werden, dass sich im Modell $D_{11} \approx 0$ ergibt. Unter dieser Bedingung gilt

$$S_{12} = -\frac{\nu_{12}^0}{\sqrt{1-D_{22}}E_2^0} \qquad S_{22} = \frac{1}{(1-D_{22})E_2^0} \tag{6.24}$$

Dies ist äquivalent zur Annahme geschädigter Ingenieur-Kennwerte in der Form

$$\nu_{12} = \sqrt{1-D_{22}}\nu_{12}^0 \qquad E_2 = (1-D_{22})E_2^0 \tag{6.25}$$

Allerdings zeigt Abschnitt 6.3, dass im Verlauf der Schädigung von einem linearen Zusammenhang zwischen den jeweils aktuellen Werten für ν_{12} und E_2 ausgegangen werden darf. Ob die Korrelation unter Annahme eines durch eine Wurzelfunktion beschriebenen Zusammenhangs noch stärker ausfällt, ist ggf. im Rahmen zukünftiger Arbeiten zu prüfen.

Das Modell von *Lubineau* und *Ladevèze* [650], welches in Teilen auf [651] zurückgeht, unterscheidet zwischen Faserschädigung, diffuser Schädigung (Ablösung von Faser-Matrix-Grenzflächen) und diskreter Matrixschädigung. Die Material-Nachgiebigkeitsmatrix im geschädigten Zustand ergibt sich zu

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1^0(1-d_F)} & -\frac{\nu_{21}^0}{E_1^0(1-d_F)} & -\frac{\nu_{21}^0}{E_1^0(1-d_F)} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}^0}{E_1^0(1-d_F)} & \frac{1}{(1-[\sigma_{22}]^+\bar{d}_{22})(1-[\sigma_{22}]^+\tilde{d}')E_2^0} & -\frac{\nu_{32}^0}{(1-[\sigma_{22}]^+\bar{d}_{22})E_2^0} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}^0}{E_1^0(1-d_F)} & -\frac{\nu_{32}^0}{(1-[\sigma_{22}]^+\bar{d}_{22})E_2^0} & \frac{1}{E_2^0(1-[\sigma_{33}]^+\tilde{d}')} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}^0(1-\bar{d}_{23})(1-\tilde{d}_{23})} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}^0(1-\tilde{d})} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}^0(1-\bar{d}_{12})(1-\tilde{d})} \end{bmatrix} \tag{6.26}$$

mit:

d_F Schädigung durch Faserbruch
$\tilde{d}'$ diffuse Schädigung der Elastizitätsmoduln E_2 und E_3
$\tilde{d}$ diffuse Schädigung der Schubmoduln G_{12} und G_{13}
$\tilde{d}_{23}$ diffuse Schädigung des Schubmoduls G_{23}
$\bar{d}_{22}$ Schädigung des Elastizitätsmoduls E_{22} durch Zwischenfaserbrüche
$\bar{d}_{12}$ Schädigung des Schubmoduls G_{12} durch Zwischenfaserbrüche
$\bar{d}_{23}$ Schädigung des Schubmoduls G_{23} durch Zwischenfaserbrüche

Das Modell berücksichtigt Rissschließeffekte (vgl. S. 62), indem folgende Definition für $[x]^+$ gilt:

$$[x]^+ = 1 \;\forall\; x \geq 0 \tag{6.27}$$

$$[x]^+ = 0 \;\forall\; x < 0 \tag{6.28}$$

Es wird angenommen, dass der diffuse Schädigungsanteil isotrop ist, wobei die Autoren mit Verweis auf [536] (vgl. S. 39) anmerken, dass dies eine Näherung darstellt. Es gilt damit:

$$(1-\tilde{d}_{23}) = \frac{1-\tilde{d}'}{1-\frac{\nu_{32}^0}{1+\nu_{32}^0}\tilde{d}'} \tag{6.29}$$

Obwohl dieses Modell im Gegensatz zu dem von *Li et al.* zumindest unterschiedliche Degradationen für S_{22} und S_{33} bzw. S_{55} und S_{66} vorsieht, wird das anhand der Berechnungsergebnisse beobachtete monokline Materialverhalten ebenfalls nicht vollständig abgebildet. Es wird angenommen, dass S_{12} und S_{13} bzw. S_{21} und S_{31} im Ausgangszustand gleich sind und dies auch im Verlauf der Schädigung bleiben. Auch dies lässt sich anhand der hiesigen Rechenergebnisse nicht bestätigen.

Die Vernachlässigung der bei monoklinem Materialverhalten auftretenden Kopplungen zwischen Normal- und Schubbeanspruchung (siehe Gl. 2.8) ist keine Besonderheit der drei hier besprochenen Ansätze. Vielmehr ist sie bei in der einschlägigen Literatur beschriebenen Degradationsmodellen allgemein üblich. Inwiefern dies zu einer relevanten Fehleinschätzung der lokalen Beanspruchung führen kann, wird mit Hilfe der beiden folgenden Beispielrechnungen untersucht:

Exemplarisch wird die Faseranordnung 4-02-1 betrachtet, da bei ihr kurz vor Ende der Rechnung das bezogen auf alle Schädigungszustände aller betrachteter Anordnungen größte Verhältnis S_{24}/S_{22} auftritt. Im ungeschädigten Ausgangszustand ergibt sich für sie die Nachgiebigkeitsmatrix anhand der berechneten Ingenieur-Kennwerte zu

$$S_{ij}^0 = \begin{bmatrix} 7,0363 \cdot 10^{-06} & -2,1006 \cdot 10^{-06} & -2,0407 \cdot 10^{-06} & 1,1877 \cdot 10^{-08} & 0 & 0 \\ -2,1006 \cdot 10^{-06} & 1,2687 \cdot 10^{-04} & -5,7602 \cdot 10^{-05} & 1,6528 \cdot 10^{-06} & 0 & 0 \\ -2,0407 \cdot 10^{-06} & -5,7602 \cdot 10^{-05} & 1,2140 \cdot 10^{-04} & -2,7367 \cdot 10^{-06} & 0 & 0 \\ 1,1877 \cdot 10^{-08} & 1,6528 \cdot 10^{-06} & -2,7367 \cdot 10^{-06} & 3,8066 \cdot 10^{-04} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,5413 \cdot 10^{-04} & -5,5071 \cdot 10^{-06} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5,5071 \cdot 10^{-06} & 2,9039 \cdot 10^{-04} \end{bmatrix} \frac{\mathrm{mm}^2}{\mathrm{N}} \tag{6.30}$$

Im Vergleich zu den anderen Elementen in ihrer jeweiligen Spalte sind die S_{ij}^0 mit $i \neq j$ und $i, j > 3$ deutlich kleiner. Um dies weiter zu veranschaulichen, wird der Spannungszustand für den angenommenen Verzerrungszustand $\varepsilon_2 = 0,001$ mit $\varepsilon_j = 0 \; \forall \; j \neq 2$ betrachtet. Mit $\sigma_i = C_{ij}\varepsilon_j$ und $C_{ij} = S_{ij}^{-1}$ ergibt sich im ungeschädigten Zustand der Spannungsvektor σ_j^0. Zum Vergleich werden dann die Normal-Schub-Kopplungsterme von S_{ij} der Nachgiebigkeitsmatrix zu Null gesetzt (d. h. $S_{ij}^0 = 0$ für $i \neq j$ und $i, j > 3$) und damit für den gleichen Verzerrungszustand der Spannungszustand $\sigma_j^{0\prime}$ berechnet. Es ergibt sich:

$$\sigma_j^0 = \begin{pmatrix} 4,4634 \cdot 10^{+00} \\ 1,0184 \cdot 10^{+01} \\ 4,9068 \cdot 10^{+00} \\ -9,0808 \cdot 10^{-03} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}, \qquad \sigma_j^{0\prime} = \begin{pmatrix} 4,4634 \cdot 10^{+00} \\ 1,0184 \cdot 10^{+01} \\ 4,9070 \cdot 10^{+00} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \tag{6.31}$$

Die beschriebene Vorgehensweise wird für den stark geschädigten Zustand kurz vor Abbruch der Rechnung wiederholt. Hierfür ergeben sich S_{ij}, σ_j und σ_j' zu

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} 7,0365 \cdot 10^{-06} & -2,2048 \cdot 10^{-06} & -2,0137 \cdot 10^{-06} & 8,4675 \cdot 10^{-09} & 0 & 0 \\ -2,2048 \cdot 10^{-06} & 2,9357 \cdot 10^{-03} & -5,6561 \cdot 10^{-06} & 1,0835 \cdot 10^{-04} & 0 & 0 \\ -2,0137 \cdot 10^{-06} & -5,6561 \cdot 10^{-06} & 1,4663 \cdot 10^{-04} & 3,4448 \cdot 10^{-06} & 0 & 0 \\ 8,4675 \cdot 10^{-09} & 1,0835 \cdot 10^{-04} & 3,4448 \cdot 10^{-06} & 1,2523 \cdot 10^{-02} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,8710 \cdot 10^{-04} & 1,7012 \cdot 10^{-06} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,7012 \cdot 10^{-06} & 4,2967 \cdot 10^{-03} \end{bmatrix} \frac{\mathrm{mm}^2}{\mathrm{N}} \tag{6.32}$$

$$\sigma_j = \begin{pmatrix} 1,1102 \cdot 10^{-01} \\ 3,4085 \cdot 10^{-01} \\ 1,4742 \cdot 10^{-02} \\ -2,9530 \cdot 10^{-03} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}, \qquad \sigma_j' = \begin{pmatrix} 1,1096 \cdot 10^{-01} \\ 3,4074 \cdot 10^{-01} \\ 1,4668 \cdot 10^{-02} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \tag{6.33}$$

In beiden Fällen macht sich ein wesentlicher Unterschied nur bei $\sigma_4 = \tau_{23}$ (bzw. $\sigma_4^0 = \tau_{23}^0$) bemerkbar[26]. Im ungeschädigten Zustand kann der Wert allerdings aufgrund seiner im Vergleich mit den anderen Spannungen geringen Größe vernachlässigt werden. Im geschädigten

[26] Auch bei den geringen Unterschieden, die für σ_1, σ_2 und σ_3 auftreten, handelt es sich aber keinesfalls nur um Rundungsfehler.

Zustand jedoch beträgt σ_4 immerhin 20 % der durch die behinderte Querkontraktion bedingten Normalspannung σ_3. Der Einfluss des Normal-Schub-Kopplungsterms S_{42} ist hier also rein numerisch nicht vollständig vernachlässigbar.

Hierbei ist zu berücksichtigen, dass sich das hier betrachtete Material im Zustand stark fortgeschrittener Schädigung befindet, sodass die Spannungen in σ_j aufgrund der verringerten Steifigkeiten insgesamt deutlich kleiner ausfallen als in σ_j^0. Daher ist denkbar, dass innerhalb eines größeren Werkstoffgebiets, bei dem entsprechende Schädigungszustände nur lokal auftreten, die weniger stark geschädigten jeweils umliegenden Regionen des Materials einen Großteil der Beanspruchung übernehmen. Die stark geschädigten Bereiche würden dadurch entlastet, sodass die bei ihnen auftretende Normal-Schub-Kopplung kaum Auswirkung auf die Beanspruchungsverteilung insgesamt hätte. Die Untersuchung derartiger Zusammenhänge kann im Rahmen zukünftiger Arbeiten mit Hilfe makroskopischer FE-Modelle erfolgen, bei denen die Streuung der effektiven Materialeigenschaften innerhalb der UD-Schichten berücksichtigt wird. Sie erfordert einen erheblichen Berechnungsaufwand, da alle im Laminat enthaltenen Schichten in Richtung ihrer Dicke mit mehreren Elementen diskretisiert werden müssen, um die Beanspruchungsverteilung mit ausreichender Genauigkeit berechnen zu können. Bei gleichzeitiger Begrenzung der zulässigen Verhältnisse der Elementkantenlängen zwecks Begrenzung numerischer Fehler zwingt dies auch in den übrigen Raumrichtungen zu vergleichsweise feinen Diskretisierungen und somit insgesamt zu einer großen Anzahl von Elementen und damit von Freiheitsgraden im FE-Modell, was zu einem großen Aufwand bei der Lösung des mathematischen Gleichungssystems führt.

6.6 Schlussfolgerung

Die in diesem Kapitel dargestellten Ergebnisse zeigen, dass bei der Betrachtung relativ kleiner Gebiete innerhalb des Materialverbunds mit einer erheblichen Streuung der Elastizitätskennwerte zu rechnen ist, welche zudem von der Größe des betrachteten Gebiets abhängt. Dies ist zu bedenken, falls etwa zur weiteren Untersuchung der schädigungsbedingten Beanspruchungsumlagerung makroskopische Berechnungsmodelle aufgebaut werden, bei denen jede UD-Schicht über ihre Dicke mit mehreren Lagen finiter Volumenelemente diskretisiert wird. Jedem Element können hier zufällige Steifigkeitskennwerte zugewiesen werden, um die resultierende Inhomogenität des Schicht-Beanspruchungsfelds zumindest näherungsweise berücksichtigen zu können. In Anbetracht der in Abschnitt 5.1.1 (insbes. Abb. 5.4) diskutierten Größenverhältnisse zwischen Elementkantenlänge und Schichtdicke sollte die hierfür angenommene Streuung der Parameter von der Elementgröße abhängig gemacht werden. Wie in Abschnitt 6.1 bemerkt, ist zuvor eine weitere Überprüfung der statistischen Verteilungsannahmen anhand vergrößerter Stichprobenumfänge sinnvoll.

Von noch deutlich größerer Bedeutung als für die Elastizitätskennwerte ist die Größe des betrachteten Materialgebiets für den Beginn der Schädigung. Wie in Abschnitt 6.2 nachgewiesen, nehmen logarithmischer Mittelwert und Streuung der Anriss-Schwingspielzahl mit zunehmender Modellgröße ab. Grund hierfür ist im Rahmen der vorliegenden Arbeit allein die durch die zufällige Anordnung der Fasern bedingte Variabilität der Mikro-Beanspruchungen. In Realität ist zusätzlich mit einer Streuung der Festigkeitsparameter (quasi-statisch und zyklisch) zu rechnen. Diese dürfte die beschriebene Größenabhängigkeit der Anriss-Schwingspielzahl zusätzlich verstärken. Bei der Übertragung experimentell ermittelter (Schwing-) Festigkeitskennwerte auf Berechnungsmodelle ist dieser statistische Größeneinfluss zu berücksichtigen, wenn sich – wie es die Regel ist – die Größe der finiten Elemente deutlich von der der im Experiment verwendeten Probekörper unterscheidet. Bei der Ermittlung von

Querzug-Kennwerten an üblichen UD-Flachproben etwa versagen die Proben i. d. R. durch einen einzelnen ZFB, sodass die ermittelte Festigkeit der der effektiv schwächsten Stelle der Probe entspricht. Der überwiegende Teil des im Probevolumen enthaltenen Materials besitzt dann jedoch eine gegenüber dem ermittelten Kennwert größere Festigkeit. Eine direkte Anwendung des Kennwerts auf finite Elemente, die deutlich kleiner als die Probekörper sind, kann in diesem Fall deutlich zu konservativ sein[27] (vgl. Abschnitt 3.5). Im Rahmen progressiver Schädigungsmodelle (siehe Abschnitt 4.5) und ihrer Verwendung für Mehrschichtverbunde würde dadurch ggf. schon in einem frühen Stadium das Schädigungsgeschehen falsch eingeschätzt und so das Erreichen einer hohen Modellgüte für die späteren Phasen der Lebensdauer so gut wie unmöglich gemacht.

In Kombination der Streuungen von Steifigkeit und Festigkeit wäre es denkbar, dass beispielsweise in durch Querzug belasteten 90°-Schichten eines Kreuzverbunds entsprechend unterschiedliche Materialregionen existieren. Bereiche höherer Steifigkeit würden dann unter der im Kreuzverbund näherungsweise verzerrungsgeregelten Beanspruchung höhere Spannungen übertragen und daher einen früheren Beginn der Schädigung erfahren, sodass aufgrund der damit einhergehenden Steifigkeitsdegradation eine teilweise Homogenisierung des Spannungsfelds einträte. Abschnitt 6.2 zeigt jedoch, das dies unter den gewählten Modellbedingungen nicht der Fall ist. Das beschriebene Szenario müsste eine negative Korrelation zwischen E_2^0 und $log_{10}(N_A)$ verursachen, die nicht nachgewiesen werden kann.

Für die Elastizitätskennwerte E_1, E_2, E_3, G_4, G_5, G_6, ν_{12}, ν_{13} sowie mittelbar (siehe S. 86) auch ν_{21} und ν_{31} lassen sich über den Schädigungsverlauf paarweise lineare Korrelationen feststellen. Insofern erscheint es möglich, anhand weniger im Versuch aufgezeichneter Steifigkeitsparameter auf die übrigen zu schließen. Allerdings ist auch hierbei das Größenverhältnis zwischen den Probekörpern und den Berechnungsmodellen zu berücksichtigen. So entspricht etwa die Betrachtung der globalen Probensteifigkeit einer Homogenisierung über das gesamte geprüfte Materialvolumen, während die hier untersuchten Effekte aufgrund der geringen Größe der FE-Modelle deutlich lokaler sind. Abhilfe könnte eine lokale Auswertung des z. B. mittels digitaler Bildkorrelation erfassten Verzerrungsfelds schaffen. Unabhängig davon lassen sich die Korrelationen ggf. bei der Formulierung von Degradationsmodellen nutzen, um die Anzahl der Modellparameter möglichst gering zu halten. Der für Kalibrierung und Validierung der Modelle notwendige Aufwand lässt sich dadurch auf das Mindestmaß begrenzen. In Anbetracht der hier gezeigten Ergebnisse erscheint in diesem Zusammenhang eine konsequent statistische Betrachtungsweise bei der Modellformulierung angebracht. Voraussetzung für die Formulierung ist also, die Verteilungen der Parameter der linearen Korrelationsfunktionen zu untersuchen.

Die beschriebene Abhängigkeit der Schädigungsentwicklung vom makroskopischen Beanspruchungsniveau lässt sich in Bezug auf die bislang ungeklärte Frage der Lastabhängigkeit des CDS (siehe Abschnitte 3.2.7 und 3.5) deuten. Selbst wenn beispielsweise Kreuzverbundproben unter verschiedenen Belastungsniveaus im Sättigungszustand die gleiche ZFB-Dichte aufweisen, ist es nun denkbar, dass in einer bestimmten Probe auf einem anderen als dem für sie gewählten Belastungsniveau die ZFB in gleicher Dichte, aber an individuell anderen Orten entstanden wären. Eine direkte experimentelle Untersuchung dieses Umstands in Schwingversuchen ist nicht möglich, da keine Probe mehr als ein Mal geprüft werden kann. Allerdings erscheint auch eine generelle Abhängigkeit der Sättigungsrissdichte vom Lastniveau in Anbetracht der hiesigen Ergebnisse plausibel. Unter welchen Bedingungen dies zu in

[27] Im umgekehrten Fall von finiten Elementen oder auch realen Bauteilstrukturen, die deutlich größer als die Probekörper sind, muss damit gerechnet werden, dass die ermittelten Kennwerte ggf. nicht konservativ genug sind (vgl. hierzu z. B. [652]).

Experimenten messbaren Unterschieden führen kann, sollte im Rahmen zukünftiger Arbeiten mit Hilfe von FE-Laminat-Einheitszellen untersucht werden, deren Schichten mit Hilfe von Volumenelementen diskretisiert sind. Ggf. sind hierzu weitere Vorarbeiten notwendig, um die unter dem sich ständig ändernden Spannungsfeld zu erwartende Steifigkeitsänderung jedes Elements noch genauer statistisch beschreiben zu können.

Inwiefern die durch das monokline Materialverhalten bedingten Kopplungsparameter η_{14}, η_{24}, η_{34}, η_{41}, η_{42}, η_{43}, μ_{56} und μ_{65} im Rahmen von Degradationsmodellen berücksichtigt werden müssen, ist aus den in Abschnitt 6.5 diskutierten Gründen anhand makroskopischer Berechnungsmodelle zu untersuchen. Dabei ist auch zu berücksichtigen, dass experimentell ermittelte (Schwing-) Festigkeitskennwerte ggf. Einflüsse der lokal auftretenden Verzerrungskopplung bereits implizit enthalten können. Wird etwa die Querzug-Festigkeit der UD-Schicht an Proben mit einer Faserorientierung von 90° gemessen, so beträgt die Probendicke üblicherweise 2 bis 3 mm. Materialbereiche von der Größe der hier untersuchten Mikromodelle (Kantenlänge zwischen 17 und 34 μm), die aufgrund statistischer Streuung jeweils unterschiedliche Werte für η_{24} besitzen, üben also zwangsläufig eine gegenseitige Zwängung aufeinander aus, die lokal Schubspannungen $\sigma_4 = \tau_{23}$ in Dickenrichtung hervorruft, welche der globalen σ_2-Beanspruchung überlagert sind. Kommt es nun im Berechnungsmodell eines MSV, dessen Schichten beispielsweise eine Dicke von 125 μm aufweisen, zu ähnlichen Zwangsspannungen, so ist zu berücksichtigen, dass die anhand der Probekörper ermittelte Querzug-Festigkeit den Einfluss dieser bereits implizit enthält.

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung der vorliegenden Arbeit

Die vorliegende Arbeit beschreibt zunächst das mechanische Verhalten von Laminaten aus unidirektional endlosfaserverstärkten Faser-Kunststoff-Verbund-Schichten unter zyklischer mechanischer Belastung sowie aktuell bestehende Ansätze zu dessen rechnerischer Abschätzung. In Anbetracht der Vielzahl im Material wirkender Schädigungsmechanismen und der dadurch bedingten räumlichen Umverteilung von Beanspruchungen während des Ermüdungsprozesses wird in dieser Arbeit den progressiven Schädigungsmodellen das langfristig größte Potential in Bezug auf eine für beliebige Belastungsfälle realistische Bewertung der Laminatlebensdauer beigemessen.

Eine wesentliche Herausforderung bei der Formulierung progressiver Ermüdungsmodelle besteht darin, die schädigungsbedingte Änderung der lokalen Steifigkeiten ausreichend genau darzustellen, um die daraus resultierenden Änderungen des Beanspruchungsfelds und auf deren Basis den weiteren Verlauf der Schädigung abschätzen zu können. Die Arbeit behandelt in diesem Zusammenhang die Änderung der effektiven Schichtsteifigkeit infolge intralaminarer Mikrorisse. Da eine Skalenseparation im Sinne der klassischen Homogenisierungstheorie aufgrund der Größenverhältnisse von Faserdurchmesser, Schichtdicke und Laminatdicke nicht möglich ist, wird eine statistische Betrachtungsweise vorgeschlagen. Diese beruht auf der Untersuchung vieler FE-Mikromodelle mit jeweils unterschiedlicher Faseranordnung.

Die Anordnungen der Fasern innerhalb der sie umgebenden Matrix werden mit Hilfe eines Zufallsalgorithmus erzeugt. Anschließend erfolgt eine geometrische Einteilung des modellierten Werkstoffgebiets in *Voronoi*-Zellen und *Delaunay*-Dreiecke, die einerseits die spätere Vernetzung erleichtert und andererseits der Definition potentieller Risspfade an Faser-Matrix-Grenzflächen und in der Matrix dient. Die Modelle werden mit finiten Elementen vernetzt, und es werden Kontrollpunkte definiert, anhand deren zyklischer Beanspruchung das Versagen der einzelnen potentiellen Risspfade gesteuert wird. Hierzu wird eigens ein mehrachsiges zyklisches Versagenskriterium auf Basis der an den Kontrollpunkten wirkenden Spannungen formuliert, das die Lebensdauer der potentiellen Risspfade beschreibt.

Im Hinblick auf die statistische Betrachtung werden für die Faseranzahlen vier, neun und 16 Stichproben mit je 24 unterschiedlichen Faseranordnungen erzeugt und deren Schädigung unter einachsigem, zyklischem Querzug simuliert. Sowohl für den ungeschädigten als auch für alle geschädigten Zustände werden die effektiven Steifigkeitsparameter der FE-Modelle ermittelt.

Die Ergebnisse zeigen ein effektiv monoklines Materialverhalten mit deutlicher Streuung und starker Änderung der ingenieurmäßigen Steifigkeitsparameter über die Lebensdauer sowie in Bezug auf die Anriss-Schwingspielzahl einen deutlichen statistischen Größeneffekt. Insbesondere letztgenannter sollte bei der Übertragung von Festigkeits- bzw. Schwingfestigkeitsannahmen von der Mikro- auf die Makro-Skala unbedingt berücksichtigt werden. Die hier verwandten Modelle zeigen darüber hinaus eine ausgeprägte Abhängigkeit des Schädigungsbeginns und -fortschritts vom Niveau der makroskopischen zyklischen Beanspruchung.

Für einen Teil der Steifigkeitskennwerte lassen sich paarweise Korrelationen identifizieren, die bei der Formulierung zukünftiger Degradationsmodelle ggf. zur Reduktion der Modellparameter genutzt werden können. Vergleicht man die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit mit bereits aus der Literatur bekannten Degradationsmodellen, so bestehen offensichtliche Unterschiede zu der dort angenommenen Änderung der effektiven Materialsteifigkeit.

7.2 Ausgangspunkte zukünftiger Forschung

Auf Basis der hier vorgeschlagenen Methodik besteht eine Vielzahl von Anknüpfungsmöglichkeiten für weitere Forschungsaktivität. Naheliegend sind beispielsweise die Erweiterung der Stichprobenumfänge zur Klärung der Verteilungsannahme für die effektiven Materialkennwerte im Ausgangszustand oder auch die Untersuchung weiterer Lastfälle anhand der hier beschriebenen Mikromodelle. Falls notwendig, kann auch versucht werden, die statistische Verteilung der Kennwerte mit Hilfe anderer Funktionen als der Normalverteilung zu beschreiben bzw. die Korrelation von Kennwerten mit nichtlinearen Ansatzfunktionen zu beschreiben.

Zusätzliche Kontaktelemente auf den Rissufern einzubringen, mit deren Hilfe sich Rissschließeffekte untersuchen lassen, ist prinzipiell unproblematisch. Außer mit verlängerten Rechenzeiten ist lediglich damit zu rechnen, dass aufgrund der zu erwartenden Abhängigkeit des Materialverhaltens vom Vorzeichen der Verzerrungen zur Steifigkeitsermittlung eine größere Anzahl von Lastfällen betrachtet werden muss. Noch effizienter wäre allerdings die Implementierung des mehrachsigen Versagenskriteriums in nutzerdefinierte Kohäsivzonenelemente, die sowohl die gegenseitige Durchdringung der Rissufer vermeiden als auch die Schädigungsentwicklung steuern. Gegenüber der bisherigen Steuerung mittels Kontrollpunkten und APDL-Skripten verspricht dies einerseits eine deutliche Beschleunigung des Simulationsablaufs und andererseits ein realistischeres Risswachstum. Daher sollte angestrebt werden, die Ergebnisse zur Steifigkeitsdegradation, zur Korrelation der Ingenieur-Kennwerte und zur Abhängigkeit des Schädigungsprozesses vom Beanspruchungsniveau anhand derart verbesserter Modelle zu bestätigen.

Eine Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens der Matrix ist im Rahmen der vorgestellten Berechnungsmodelle prinzipiell möglich und erfordert lediglich die Verwendung entsprechender Materialmodelle. Allerdings ist zu berücksichtigen, dass dadurch die Linearität des Modells insgesamt verlorengeht, sodass u. a. die Superposition der thermischen Eigenspannungen mit den durch die Makro-Beanspruchung hervorgerufenen Spannungen nicht mehr möglich ist. Im Berechnungsablauf für die Simulation der progressiven Schädigung müssten neben zyklischen auch zeitabhängige Effekte (Kriechen, Relaxation) berücksichtigt werden, da sich durch sie das Beanspruchungsfeld auch dann ändert, wenn gerade keine neuen Risse entstehen. Auch kann unter diesen Bedingungen das Materialverhalten nicht mehr durch die lineare Steifigkeits- bzw. Nachgiebigkeitsmatrix ausgedrückt werden, sodass die Beschreibung des jeweils aktuellen Materialzustands deutlich aufwendiger wird.

Ein wesentlicher Inhalt zukünftiger Arbeiten sollte die Übertragung des auf der Mikroskala untersuchten Materialverhaltens auf die Makroskala sein. Dies kann geschehen, indem FE-Modelle von Laminat-Einheitszellen aufgebaut werden. Die einzelnen Schichten sollten hierbei so mit Volumenelementen diskretisiert sein, dass über die Schichtdicke ausreichend viele Elemente vorhanden sind, um 23-Schubverzerrungen realistisch abbilden zu können. In Anbetracht der beschriebenen Größeneffekte wäre es naheliegend, die Kantenlänge der Volumenelemente so zu wählen, dass sie der der Mikromodelle entspricht. Im Vorfeld sollte anhand von Schliffbildern oder Mikro-Röntgen-Computertomographien realer Laminatschichten geprüft werden, welche Schwankungen des Faservolumengehalts hierbei im Hinblick auf die gewählte Größe der finiten Elemente zu berücksichtigen sind. Entsprechend sind dann ggf. auch Mikromodelle mit unterschiedlichen Faservolumengehalten zu untersuchen. Ziel der Arbeiten sollte sein, die Degradation des Materials unter zyklischer Beanspruchung anhand der Mikromodelle zu charakterisieren, sie statistisch zu beschreiben und dann in Form nutzerdefinierter Materialgesetze auf die Makro-Volumenelemente zu übertragen. Anhand der Makromodelle können dann u. a. die sich unter verschiedenen Lastfällen einstellende Sättigungsrissdichte, die Validität der *Strength-Life Equal Rank Assumption* (SLERA, siehe S. 27) oder die Auswirkung der in Degradationsmodellen getroffenen Vereinfachungen auf den Schädigungsverlauf in multidirektionalen Laminaten untersucht werden.

Da für absehbare Zeit nicht mit der Verfügbarkeit experimentell ermittelter Schwingfestigkeitskennwerte für die Mikro-Skala (z. B. für die Faser-Matrix-Grenzflächen) gerechnet werden kann, geht es hierbei nicht um eine quantitative Übertragung des Materialverhaltens von der Mikro- auf die Makro-Skala. Vielmehr gilt es, die für das Schichtverhalten relevanten Mikro-Effekte zu erkennen, um sie bei der Formulierung von Makro-Berechnungsmodellen berücksichtigen zu können. Die Parameter der so entwickelten Makro-Modelle sind anschließend experimentell zu kalibrieren.

Insgesamt bildet die im Rahmen dieser Arbeit gezeigte Vorgehensweise eine vielfältig nutzbare Grundlage dafür, Schädigungsprozesse in Mehrschichtverbunden aus unidirektionalen Schichten noch besser zu verstehen und auf dieser Basis die Modellgüte von Berechnungsverfahren künftig weiter zu steigern.

Literaturverzeichnis

[1] Laveuve, Dominik M. ; Büter, Andreas: Modeling fatigue life of composite laminates: A statistical micro-mechanics approach. In: *International Journal of Fatigue* 128 (2019), S. 105201. http://dx.doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.105201. – DOI 10.1016/j.ijfatigue.2019.105201

[2] Laveuve, D. ; Büter, A.: Numerical investigation of elastic property degradation in unidirectional plies under transverse fatigue load. In: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018*

[3] Laveuve, Dominik ; Sandkühler, Timo ; Büter, Andreas: Abschätzung der elastischen Eigenschaften zyklisch beanspruchter UD-Schichten unter Berücksichtigung von Schädigung. In: *14. Darmstädter Kunststofftag.* 24.06.2016

[4] Laveuve, D. M. ; Büter, A.: Effektive Steifigkeit unidirektional endlosfaserverstärkter Kunststoffe mit Ermüdungsschädigung. In: *Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung e.V., 52. Tagung des DVM-Arbeitskreises Bruchmechanik und Bauteilsicherheit - Bruchmechanische Werkstoff- und Bauteilbewertung: Beanspruchungsanalyse, Prüfmethoden und Anwendungen, Hamburg, Deutschland, 18. und 19. Februar 2020*, 2020. – noch unveröffentlicht

[5] Batra, Romesh C.: *Elements of continuum mechanics.* Chichester : American Institute of Aeronautics and Astronautics and Wiley, 2006. – ISBN 0470018739

[6] Greve, Ralf: *Kontinuumsmechanik: Ein Grundkurs für Ingenieure und Physiker ; mit 48 Aufgaben mit Lösungen.* Berlin : Springer, 2003 (Physics and astronomy online library). – ISBN 3540007601

[7] Maloney, John: *Notes on true strain e vs. engineering strain ϵ.* http://john.maloney.org/Papers/On\%20strain\%20(9-20-06).pdf, Sept. 20, 2006. – zuletzt geprüft: 29.01.2018, 10.29 Uhr

[8] Rand, Omri ; Rovenskii, Vladimir Y.: *Analytical methods in anisotropic elasticity: With symbolic computational tools.* Boston, Mass. : Birkhäuser, 2005. – ISBN 0817642722

[9] Lai, W. M. ; Rubin, David ; Krempl, Erhard: *Introduction to continuum mechanics.* 3. ed., reprint. 1996. – ISBN 0750628944

[10] Hetnarski, Richard B. ; Ignaczak, Józef: *Mathematical theory of elasticity.* New York, NY : Taylor & Francis, 2004. – ISBN 1–59169–020–X

[11] Ogden, R. W.: *Non-linear elastic deformations.* Mineola, NY : Dover, 1997. – ISBN 0486696480

[12] Nemeth, Michael P. ; Langley Research Center, Hampton, Virginia (Hrsg.): *An In-Depth Tutorial on Constitutive Equations for Elastic Anisotropic Materials: NASA/TM-2011-217314*. – `https://shellbuckling.com/papers/classicNASAReports/2011NASA-TM-2011-217314.pdf`, zuletzt geprüft: 16.01.2018, 17.10 Uhr

[13] Murakami, Sumio: *Solid Mechanics and Its Applications*. Bd. 185: *Continuum Damage Mechanics: A Continuum Mechanics Approach to the Analysis of Damage and Fracture*. 2012. Dordrecht : Springer Netherlands, 2012. – ISBN 978–94–007–2665–9

[14] Altenbach, Holm ; Altenbach, Johannes ; Rikards, Rolands: *Einführung in die Mechanik der Laminat- und Sandwichtragwerke: Modellierung und Berechnung von Balken und Platten aus Verbundwerkstoffen ; 47 Tabellen*. Nachdr. der Ausg. Stuttgart 1996. Weinheim : Dt. Verl. für Grundstoffindustrie and Wiley-VCH, 2001. – ISBN 3342006811

[15] Göldner, Hans ; Altenbach, Johannes: *Lehrbuch höhere Festigkeitslehre*. Bd. 1 [Federführung: Hans Göldner unter Mitarb. von J. Altenbach ...]: *Grundlagen der Elastizitätstheorie*. 3., verbesserte Aufl. Leipzig : Fachbuchverlag, op. 1991. – ISBN 3343004952

[16] Altenbach, Holm ; Altenbach, Johannes ; Kissing, Wolfgang: *Mechanics of composite structural elements: With 23 tables*. Berlin : Springer, 2004 (Engineering online library). – ISBN 3540408657

[17] Schürmann, Helmut: *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005 (VDI-Buch). – ISBN 3540402837

[18] Dimitrov, N. ; Der Kiureghian, A. ; Berggreen, C.: Bayesian inference model for fatigue life of laminated composites. In: *Journal of Composite Materials* 50 (2016), Nr. 2, S. 131–143. – ISSN 1530793X

[19] Epaarachchi, Jayantha A.: A study on estimation of damage accumulation of glass fibre reinforce plastic (GFRP) composites under a block loading situation: Thirteenth International Conference on Composite Structures - ICCS/13. In: *Composite Structures* 75 (2006/9), Nr. 1-4, S. 88–92. – ISSN 0263–8223

[20] Epaarachchi, Jayantha A. ; Clausen, Philip D.: An empirical model for fatigue behavior prediction of glass fibre-reinforced plastic composites for various stress ratios and test frequencies. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 34 (2003/4), Nr. 4, S. 313–326

[21] Epaarachchi, Jayantha A. ; Clegg, Richard: An experimental investigation of the properties of cross-ply laminate used for manufacturing of small aircraft components: Thirteenth International Conference on Composite Structures - ICCS/13. In: *Composite Structures* 75 (2006/9), Nr. 1-4, S. 93–99. – ISSN 0263–8223

[22] Passipoularidis, V. A. ; Philippidis, T. P. ; Brondsted, P.: Fatigue life prediction in composites using progressive damage modelling under block and spectrum loading. In: *International Journal of Fatigue* 33 (2011), Nr. 2, S. 132–144. – ISSN 01421123

[23] Pinter, G. ; Maier, J. ; Wolfahrt, M. ; Schuecker, C.: Suitability of stiffness and strength based concepts for the fatigue-life prediction of composites. In: *Proceedings of the 17th European Conference on Composite Materials, ECCM17, 26-30th June 2016, Munich, Germany.* 2016

[24] Verde, P.: Modeling the strength degradation and fatigue of carbon fiber reinforced composites. In: *Open Materials Science Journal* 6 (2012), S. 77–82. – ISSN 1874088X

[25] Heislitz, Alexandra J.: *Ein Beitrag zur Abschätzung der Lebensdauer von Faser-Kunststoff-Verbunden mit einer Erweiterung der nicht-linearen, klassischen Laminattheorie: Randeffekte, Methoden, Prüfung.* Herzogenrath : Shaker Verlag, 2016 (Schriftenreihe Konstruktiver Leichtbau mit Faser-Kunststoff-Verbunden). – ISBN 9783844048391. – Zugl.: Dissertation, Technische Universität Darmstadt

[26] Boisseau, A. ; Davies, P. ; Thiebaud, F.: Fatigue behaviour of glass fibre reinforced composites for ocean energy conversion systems. In: *Applied Composite Materials* 20 (2013), Nr. 2, S. 145–155. – ISSN 0929–189X

[27] Sharma, Mohit ; Gao, Shanglin ; Mäder, Edith ; Sharma, Himani ; Wei, Leong Y. ; Bijwe, Jayashree: Carbon fiber surfaces and composite interphases. In: *Composites Science and Technology* 102 (2014), S. 35–50. – ISSN 0266–3538

[28] Knickrehm, Andre ; Schürmann, Helmut: Möglichkeiten zur Steigerung der Lebensdauer von unidirektionalen FKV bei Biegeschwellbeanspruchung. In: *2. Internationale AVK-TV Tagung, Baden-Baden, Oktober 1999*

[29] Tao, Gang ; Xia, Zihui: Biaxial fatigue behavior of an epoxy polymer with mean stress effect. In: *International Journal of Fatigue* 31 (2009/4), Nr. 4, S. 678–685. – ISSN 0142–1123

[30] Quaresimin, M. ; Ricotta, M. ; Susmel, L.: Fatigue Life Prediction Of Composite Laminates. In: *ECCM11 11th European Conference on Composite Materials, 31 May - 3 June 2004, Rhodes, Greece*

[31] Hosoi, A. ; Fukushima, S. ; Higashikata, Y. ; Tsunoda, D. ; Sugiura, N. ; Hayashi, T. ; Kawada, H.: Fatigue damage growth behavior of quasi-isotropic CF/PEEK and CF/Epoxy laminates. In: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018*

[32] Kawai, M. ; Yajima, S. ; Hachinohe, A. ; Takano, Y.: Off-Axis Fatigue Behavior of Unidirectional Carbon Fiber-Reinforced Composites at Room and High Temperatures. In: *Journal of Composite Materials* 35 (2001), Nr. 7, S. 545–576. – ISSN 0021–9983

[33] Philippidis, Theodore P. ; Vassilopoulos, Anastasios P.: Complex stress state effect on fatigue life of GRP laminates. Part II, Theoretical formulation. In: *International Journal of Fatigue* 24 (2002/8), Nr. 8, S. 825–830. – ISSN 0142–1123

[34] Vieille, B. ; Albouy, W.: About the applicability of a simple model to predict the fatigue life and behavior of woven-ply thermoplastic laminates at $T > T_g$. In: *Composites Part B: Engineering* 61 (2014), S. 181–190. – ISSN 13598368

[35] Filis, P.A. ; Farrow, I.R. ; Bond, I.P.: Classical fatigue analysis and load cycle mix-event damage accumulation in fibre reinforced laminates. In: *International Journal of Fatigue* 26 (2004/6), Nr. 6, S. 565–573. – ISSN 0142–1123

[36] Satapathy, M. R. ; Vinayak, B. G. ; Jayaprakash, K. ; Naik, N. K.: Fatigue behavior of laminated composites with a circular hole under in-plane multiaxial loading. In: *Materials and Design* 51 (2013), S. 347–356. – ISSN 02613069

[37] Lafarie-Frenot, M. C. ; Hénaff-Gardin, C. ; Gamby, D.: Matrix cracking induced by cyclic ply stresses in composite laminates. In: *Composites Science and Technology* 61 (2001), Nr. 15, S. 2327–2336. – ISSN 0266–3538

[38] McCartney, L. N.: Energy methods for fatigue damage modelling of laminates. In: *Composites Science and Technology* 68 (2008/10//), Nr. 13, S. 2601–2615. – ISSN 0266–3538

[39] Turon, A. ; Costa, J. ; Maimí, P. ; Trias, D. ; Mayugo, J. A.: A progressive damage model for unidirectional fibre-reinforced composites based on fibre fragmentation. Part I: Formulation. In: *Composites Science and Technology* 65 (2005), Nr. 13, S. 2039–2048. – ISSN 02663538

[40] Costa, J. ; Turon, A. ; Trias, D. ; Blanco, N. ; Mayugo, J. A.: A progressive damage model for unidirectional fibre-reinforced composites based on fibre fragmentation. Part II: Stiffness reduction in environment sensitive fibres under fatigue. In: *Composites Science and Technology* 65 (2005), Nr. 14, S. 2269–2275. – ISSN 02663538

[41] Pauchard, V. ; Grosjean, F. ; Campion-Boulharts, H. ; Chateauminois, A.: Application of a stress-corrosion-cracking model to an analysis of the durability of glass/epoxy composites in wet environments. In: *Composites Science and Technology* 62 (2002), Nr. 4, S. 493–498. – ISSN 02663538

[42] Beaumont, Peter W. R. ; Sekine, Hideki: Solving problems of composite fracture by multiscale modeling. In: *Journal of Multiscale Modeling* 1 (2009), Nr. 1

[43] Quaresimin, Marino ; Susmel, Luca: Multiaxial fatigue behaviour of composite laminates. In: *Key Engineering Materials* (2002), Nr. 221-222, S. 71–80

[44] Gerharz, J. J.: *Mechanisms of Fatigue Damage and Fatigue Testing: Bericht aus dem Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit (LBF) Darmstadt* (Practical Considerations of Design, Fabrication and Tests for Composite Materials AGARD Lecture Series No. 124 (1982))

[45] Gerharz, J.J. ; Mattheij. P. ; Huth, H.: *Werkstoffkennwerte fuer den Betriebsfestigkeitsnachweis von Faserverbundbauteilen: DGLR-Bericht 91 01, S. 185-205.* 1991

[46] Huth, H. ; Mattheij, P. ; Gerharz, J.J.: Auswirkung von Kerben und Impactschäden auf die Betriebsfestigkeit von Faserverbundwerkstoffen: Konferenzbeitrag. In: Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung (Hrsg.): *Mit Kerben leben?* Bd. DVM-Bericht 127. Berlin, 2000, S. 39–49

[47] Magin, Michael: *IVW-Schriftenreihe*. Bd. 99: *Schadensfortschrittsentwicklung durch zyklische Belastung und deren numerische Modellierung unter Berücksichtigung nichtlinearer Werkstoffgesetze bei endloskohlenstofffaserverstärkten Polymerwerkstoffen: Zugl.: Kaiserslautern, Techn. Univ., Diss., 2011*. Als Ms. gedr. Kaiserslautern : Inst. für Verbundwerkstoffe, 2012. – ISBN 978–3–934930–95–7. – `https://kluedo.ub.uni-kl.de/files/4733/Magin+2012+-+Schadensfortschrittsentwicklung+durch+zyklische+Belastung.pdf`, zuletzt geprüft: 26.01.2018, 11.08 Uhr

[48] Aymerich, F. ; Found, M. S.: Response of notched carbon/PEEK and carbon/epoxy laminates subjected to tension fatigue loading. In: *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 23 (2000), Nr. 8, S. 675–683. – ISSN 8756758X

[49] Lubineau, G. ; Violeau, D. ; Ladevèze, P.: Illustrations of a microdamage model for laminates under oxidizing thermal cycling: Mechanical Response of Fibre Reinforced Composites. In: *Composites Science and Technology* 69 (2009/1//), Nr. 1, S. 3–9. – ISSN 0266–3538

[50] Marín, J. C. ; Barroso, A. ; París, F. ; Cañas, J.: Study of fatigue damage in wind turbine blades. In: *Engineering Failure Analysis* 16 (2009), S. 656–668

[51] Riddle, Trey ; Cairns, Doug ; Nelson, Jared ; Peterson, Matt ; Workman, Julie ; Pallardy, James ; Guest, Daniel ; Ritchie, Tammy ; Tiok, Agastra: *Incorporating the Effects of Defects with a Probabilistic Reliability Risk Assessment Framework* (2012 Sandia Blade Workshop). – `http://energy.sandia.gov/wp-content/gallery/uploads/2A-D-1-Riddle1.pdf`, zuletzt geprüft: 21.01.2018, 09.53 Uhr

[52] Schulz, A. ; Sayer, F. ; van Wingerde, A.: Experimental investigation of the influence of ply drop geometry on the fatigue behavior of tapered composites. In: *3rd ECCOMAS Thematic Conference on Mechanical Response of Composites, 21st-23rd September 2011, Hannover, Germany*, S. 111–118

[53] Fan, Z. ; Jiang, Y. ; Zhang, S. ; Chen, X.: Experimental Research on Vibration Fatigue of CFRP and Its Influence Factors Based on Vibration Testing. In: *Shock and Vibration* 2017 (2017). – ISSN 10709622

[54] Jeans, L. L. ; Grimes, G. C. ; Kan, H. P.: Fatigue Sensitivity of Composite Structure for Fighter Aircraft. In: *AIAA/ASME/ASCE/AHS 22nd Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Atlanta, Ga., April 6-8, 1981*

[55] Hongneng Cai ; Miyano, Yasushi ; Nakada, Masayuki ; Sihn, Sangwook: Master Curves of Residual Creep and Fatigue Strengths for Damaged CFRP Composites. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 29 (2010), Nr. 7, S. 1009–1019. `http://dx.doi.org/10.1177/0731684409102702`. – DOI 10.1177/0731684409102702

[56] Hoffmann, M. ; Otto, V. ; Havar, T. ; Ahci, E.: Numerical and experimental evaluation of the fatigue performance of bearing laminates. In: *Proceedings of the 17th European Conference on Composite Materials, ECCM17, 26-30th June 2016, Munich, Germany*. 2016

[57] Hosoi, A. ; Tsuge, S. ; Seki, S. ; Fujita, Y. ; Taketa, I. ; Kawada, H.: Fatigue life prediction of thick CFRP laminates with toughened interlaminar layers in the out-of-plane direction at different stress ratio. In: *Proceedings of the 17th European Conference on Composite Materials, ECCM17, 26-30th June 2016, Munich, Germany.* 2016

[58] Kawai, M. ; Itoh, N.: A failure-mode based anisomorphic constant life diagram for a unidirectional carbon/epoxy laminate under off-axis fatigue loading at room temperature. In: *Journal of Composite Materials* 48 (2014), Nr. 5, S. 571–592. – ISSN 1530793X

[59] Quaresimin, M. ; Carraro, P. A. ; Maragoni, L.: Influence of load ratio on the biaxial fatigue behaviour and damage evolution in glass/epoxy tubes under tension-torsion loading. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 78 (2015), S. 294–302. – ISSN 1359835X

[60] Reis, P. N. B. ; Ferreira, J. A. M. ; Costa, J. D. M. ; Richardson, M. O. W.: Fatigue life evaluation for carbon/epoxy laminate composites under constant and variable block loading. In: *Composites Science and Technology* 69 (2009/2//), Nr. 2, S. 154–160. – ISSN 0266–3538

[61] Wang, Hua: Effect of Spring-in Deviation on Fatigue Life of Composite Elevator Assembly. In: *Applied Composite Materials* 25 (2018), Nr. 6, S. 1357–1367. – ISSN 1573–4897

[62] Brunbauer, J. ; Pinter, G.: Technological approach to fatigue life prediction of CFRP. In: *ECCM16 - 16th European Conference on Composite Materials, Seville, Spain, 22-26 June 2014*, 2014

[63] Yao, W. X. ; Himmel, N.: A new cumulative fatigue damage model for fibre-reinforced plastics. In: *Composites Science and Technology* 60 (2000/1/1), Nr. 1, S. 59–64. – ISSN 0266–3538

[64] Burks, B. ; Middleton, J. ; Kumosa, M.: Micromechanics modeling of fatigue failure mechanisms in a hybrid polymer matrix composite. In: *Compos. Sci. Technol.* 72 (2012), Nr. 15, S. 1863–1869. – ISSN 02663538

[65] Häfele, P. ; Herrera, O.: Schwingfestigkeitsverhalten von CFK-Werkstoffen unter Berücksichtigung von Umwelt-, Frequenz- und Kriecheinflüssen. In: *42. Tagung des DVM-Arbeitskreises Betriebsfestigkeit „Betriebsfestigkeit - Bauteile und Systeme unter komplexer Belastung“*. Dresden, 2015 (Berichtsbände (ISSN 1616-5144) des DVM Arbeitskreises Betriebsfestigkeit), S. 323–338

[66] Minak, Giangiacomo: On the Determination of the Fatigue Life of Laminated Graphite-Epoxy Composite by Means of Temperature Measurement. In: *Journal of Composite Materials* 44 (2010), S. 1739–1752. – ISSN 0021–9983

[67] Qi, Dongtao ; Cheng, Guangxu: Fatigue behavior of filament-wound glass fiber reinforced epoxy composite tubes under tension/torsion biaxial loading. In: *Polymer Composites* 28 (2007), Nr. 1, S. 116–123

[68] Förtsch, Wolfgang ; Franz, Horst E. ; Friedrich, Klaus: On the Failure Behaviour of a High-Frequency Loaded CFRP-Composite. In: *ECCM11 11th European Conference on Composite Materials, 31 May - 3 June 2004, Rhodes, Greece*

[69] Katunin, A.: Influence of Self-heating Effect on Fatigue of Polymeric Laminates. In: *ECCM15 - 15th European Conference on Composite Materials, Venice, Italy, 24-28 June 2012*

[70] Ye, L. (Hrsg.) ; Jiang, Y. (Hrsg.) ; Shuhong, X. (Hrsg.) ; Ling, Z. (Hrsg.) ; Wei, Z. (Hrsg.): *The investigation for acoustic fatigue on composite solar panel.* International Institute of Acoustics and Vibration, IIAV, 2017 . – `https://www.iiav.org/archives_icsv_last/2017_icsv24/content/papers/papers/full_paper_517_20170503050847969.pdf`, zuletzt geprüft: 04.11.2017, 12.36 Uhr

[71] Quaresimin, M. ; Carraro, P. A.: On the investigation of the biaxial fatigue behaviour of unidirectional composites. In: *Composites Part B: Engineering* 54 (2013), Nr. 1, S. 200–208. – ISSN 13598368

[72] Inoue, Atsushi ; Fujii, Toru ; Kawakami, Hiroshi: Effect of Loading Path on Mechanical Response of a Glass Fabric Composite at Low Cyclic Fatigue under Tension/Torsion Biaxial Loading. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 19 (2000), Nr. 2, S. 111–123

[73] Vassilopoulos, Anastasios P.: Parametric Investigation Of Fatigue Life Prediction Methodology. In: *ECCM11 11th European Conference on Composite Materials, 31 May - 3 June 2004, Rhodes, Greece*

[74] Gamstedt, E. K. ; Sjögren, B. A.: An experimental investigation of the sequence effect in block amplitude loading of cross-ply composite laminates. In: *International Journal of Fatigue* 24 (2002), Nr. 2-4, S. 437–446. – ISSN 01421123

[75] Bourchak, M. ; Farrow, I. R. ; Bond, I. P. ; Rowland, C. T.: Acoustic Emission Study of Damage Accumulation In CFRP Composites Under Block Loading. In: *ECCM11 11th European Conference on Composite Materials, 31 May - 3 June 2004, Rhodes, Greece*

[76] Rajaneesh, A. ; Satrio, W. ; Chai, G. B. ; Sridhar, I.: Long-term life prediction of woven CFRP laminates under three point flexural fatigue. In: *Composites Part B: Engineering* 91 (2016), S. 539–547. – ISSN 13598368

[77] Gerharz, J. J.: *Standardized environmental fatigue sequence for the evaluation of composite components in combat aircraft (ENSTAFF = ENvironmental FalSTAFF).* Darmstadt : Fraunhofer-Inst. für Betriebsfestigkeit, 1987 (Bericht / Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit)

[78] Khan, Rehan ; Khan, Z. ; Al-Sulaiman, F. ; Merah, N.: Fatigue Life Estimates in Woven Carbon Fabric/Epoxy Composites at Non-Ambient Temperatures. In: *Journal of Composite Materials* 36 (2002), Nr. 22, S. 2517–2535. – ISSN 0021–9983

[79] Shindo, Y. ; Takeda, T. ; Narita, F. ; Yamaki, S.: Strength characterization of woven glass/epoxy composites under tensile fatigue loading at cryogenic temperatures using open hole specimens. In: *Journal of Composite Materials* 47 (2013), Nr. 22, S. 2885–2893. – ISSN 1530793X

[80] Montesano, John ; Selezneva, Marina ; Fawaz, Zouheir ; Poon, Cheung ; Behdinan, Kamran: Elevated temperature off-axis fatigue behavior of an eight-harness satin woven carbon-fiber/bismaleimide laminate. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 43 (2012), Nr. 9, S. 1454–1466

[81] Montesano, J. ; Fawaz, Z. ; Behdinan, K. ; Poon, C.: Fatigue damage characterization and modeling of a triaxially braided polymer matrix composite at elevated temperatures. In: *Composite Structures* 101 (2013), S. 129–137. – ISSN 02638223

[82] Berg, M. ; Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit (LBF) Darmstadt (Hrsg.): *Berücksichtigung einsatztypischer Klimabedingungen bei der Festigkeitsuntersuchung von Faserverbundwerkstoffen: Sonderdruck aus "Bauteil '90". Vorträge des DVM-Tages 1990 in Berlin. Hrsg. Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung, Berlin (1990), S. 203-221: Bericht aus dem Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit (LBF) Darmstadt*

[83] Lubineau, G. ; Ladevèze, P. ; Violeau, D.: Durability of CFRP laminates under thermomechanical loading: A micro-meso damage model. In: *Composites Science and Technology* 66 (2006), Nr. 7-8, S. 983–992. – ISSN 0266–3538

[84] Berg, Matthias ; Gerharz, Johann J. ; Gökgöl, Oguz: Consideration of Environmental Conditions for the Fatigue Evaluation of Composite Airframe Structure. In: *ASTM/STP 1012 Composite Materials - Fatigue and Fracture* Bd. 2, S. 29–44

[85] Jaksic, V. ; Kennedy, C. R. ; Grogan, D. M. ; Leen, S. B. ; Brádaigh, C.M.Ó.: Influence of Composite Fatigue Properties on Marine Tidal Turbine Blade Design. In: Davies, P. (Hrsg.) ; Rajapakse, Y. (Hrsg.): *Durability of Composites in a Marine Environment 2* Bd. 245. Springer Verlag, 2018. – ISBN 978–3–319–65145–3, S. 195–223. – `http://www.research.ed.ac.uk/portal/files/46066132/20161219_IFREMER_Book_Chapter_Jaksic_et_al._final_.pdf`, zuletzt geprüft: 29.12.2017, 14.33 Uhr; bzw. `http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-65145-3_11`

[86] Malpot, A. ; Touchard, F. ; Bergamo, S.: Influence of water on the cyclic behaviour of a woven glass/PA6,6 composite. In: *Proceedings of the 17th European Conference on Composite Materials, ECCM17, 26-30th June 2016, Munich, Germany.* 2016

[87] Ellyin, Fernand ; Maser, Rachel: Environmental effects on the mechanical properties of glass-fiber epoxy composite tubular specimens. In: *Composites Science and Technology* 64 (2004/9), Nr. 12, S. 1863–1874. – ISSN 0266–3538

[88] Tang, H. C. ; Nguyen, T. ; Chuang, T. J. ; Chin, J. W. ; Lesko, J. ; Wu, H. F.: Fatigue Model for Fiber-Reinforced Polymeric Composites. In: *Journal of Materials in Civil Engineering* 12 (2000), Nr. 2, S. 97–104

[89] Och, F.: Ageing of Composite Rotor Blades: Paper No. 63. In: *Seventh European Rotorcraft and Powered Lift Aircraft Forum, Garmisch-Partenkirchen, Federal Republic of Germany, September 8-11, 1981.* 1981

[90] Gentz, M. ; Benedikt, B. ; Sutter, J. K. ; Kumosa, M.: Residual stresses in unidirectional graphite fiber/polyimide composites as a function of aging. In: *Composites Science and Technology* 64 (2004), Nr. 10-11, S. 1671–1677. – ISSN 02663538

[91] Zheng, L. ; Yue, L. ; Xu, X. ; Xie, Y. ; Wang, L.: Effects of γ irradiation on fatigue properties of GFRP. In: *Fuhe Cailiao Xuebao/Acta Materiae Compositae Sinica* 34 (2017), Nr. 10, S. 2240–2245. – ISSN 10003851

[92] Minak, G. ; Morelli, P. ; Zucchelli, A.: Fatigue residual strength of circular laminate graphite-epoxy composite plates damaged by transverse load: Special Issue on the 12th European Conference on Composite Materials (ECCM12), organized by the European Society for Composite Materials (ESCM). In: *Composites Science and Technology* 69 (2009/7//), Nr. 9, S. 1358–1363. – ISSN 0266–3538

[93] Wagner, H. ; Keilig, T. ; Drechsler, K.: Fatigue Behavior and Residual Strength of Textile Based Materials. In: *Conference on Damage in Composite Materials: Non Destructive Testing and Simulation (CDCM06) 18-19 September 2006, Stuttgart, Germany*

[94] Margueres, Ph ; Meraghni, F. ; Benzeggagh, M. L.: Comparison of stiffness measurements and damage investigation techniques for a fatigued and post-impact fatigued GFRP composite obtained by RTM process. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 31 (2000/2), Nr. 2, S. 151–163

[95] Kang, Ki-Weon ; Kim, Jung-Kyu: Fatigue life prediction of impacted carbon/epoxy laminates under constant amplitude loading. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 35 (2004/5//), Nr. 5, S. 529–535

[96] Koo, J.-M. ; Choi, J.-H. ; Seok, C.-S.: Prediction of post-impact residual strength and fatigue characteristics after impact of CFRP composite structures. In: *Composites Part B: Engineering* 61 (2014), S. 300–306. – ISSN 13598368

[97] Nelson, Jared W. ; Riddle, Trey W. ; Cairns, Douglas S.: Effects of defects in composite wind turbine blades – Part 1: Characterization and mechanical testing. In: *Wind Energy Science* 2 (2017), Nr. 2, S. 641–652. – ISSN 2366–7451. – `https://www.wind-energ-sci.net/2/641/2017/wes-2-641-2017.pdf`, zuletzt geprüft: 20.01.2017, 11.45 Uhr

[98] Garbe, J. ; Rott, D.: *Bruchhypothesen und Bruchkriterien für schwingend beanspruchte Glasfaser-Kunststoff-Verbunde: LBF-Bericht Nr. 7366*. Darmstadt, Fraunhofer Institut für Betriebsfestigkeit LBF, 1996

[99] Natarajan, Venkatakrishnan ; Gangarao, Hota V. S. ; Shekar, Vimala: Fatigue Response of Fabric-reinforced Polymeric Composites. In: *Journal of Composite Materials* 39 (2005), Nr. 17, S. 1541–1559. – ISSN 0021–9983

[100] Schmidt, F. ; Rheinfurth, M. ; Horst, P. ; Busse, G.: Multiaxial fatigue behaviour of GFRP with evenly distributed or accumulated voids monitored by various NDT methodologies. In: *International Journal of Fatigue* 43 (2012), Nr. 0, S. 207–216. – ISSN 0142–1123

[101] Maragoni, L.: Porosity effect on fatigue life of composite laminates. In: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018*

[102] Riddle, Trey W. ; Nelson, Jared W. ; Cairns, Douglas S.: Probabilistic Design of Wind Turbine Blades with Treatment of Manufacturing Defects as Uncertainty Variables in a Framework. In: *Wind Energy Science Discussions* (2017), S. 1–21. – ISSN 2366–7621. – `https://www.wind-energ-sci-discuss.net/wes-2017-14/wes-2017-14.pdf`, zuletzt geprüft: 20.01.2018, 11.45 Uhr

[103] Schmidt, F. ; Rheinfurth, M. ; Horst, P. ; Busse, G.: Effects of local fibre waviness on damage mechanisms and fatigue behaviour of biaxially loaded tube specimens. In: *Composites Science and Technology* 72 (2012), Nr. 10, S. 1075–1082. – ISSN 0266–3538

[104] Cruanes, C. ; Shanwan, A. ; Méo, S. ; Allaoui, S. ; Deffarges, M.-P. ; Lacroix, F. ; Hivet, G.: Effect of mesoscopic out-of-plane defect on the fatigue behavior of a GFRP. In: *Mechanics of Materials* 117 (2018), S. 214–224. – ISSN 01676636

[105] Nixon-Pearson, O. J. ; Hallett, S. R. ; Withers, P. J. ; Rouse, J.: Damage development in open-hole composite specimens in fatigue. Part 1: Experimental investigation. In: *Composite Structures* 106 (2013), S. 882–889. – ISSN 02638223

[106] Alderliesten, R. C.: Critical review on the assessment of fatigue and fracture in composite materials and structures. In: *Engineering Failure Analysis* 35 (2013), S. 370–379. – ISSN 13506307

[107] Vasiukov, D. ; Panier, S. ; Hachemi, A.: Direct method for life prediction of fibre reinforced polymer composites based on kinematic of damage potential. In: *International Journal of Fatigue* 70 (2015), S. 289–296. – ISSN 01421123

[108] Adam, T. J. ; Horst, P. ; Lorsch, P. ; Sinapius, M.: Experimental investigation of VHCF of polymer composites: Two alternative approaches. In: *Materialpruefung/Materials Testing* 54 (2012), Nr. 11-12, S. 734–741. – ISSN 00255300

[109] Glud, J. A. ; Dulieu-Barton, J. M. ; Thomsen, O. T. ; Overgaard, L. C. T.: Fatigue damage evolution in GFRP laminates with constrained off-axis plies. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 95 (2017), S. 359–369. – ISSN 1359835X

[110] Subramanian, S. ; Reifsnider, K.L. ; Stinchcomb, W.W.: A cumulative damage model to predict the fatigue life of composite laminates including the effect of a fibre-matrix interphase. In: *International Journal of Fatigue* 17 (1995), Nr. 5, S. 343–351. – ISSN 0142–1123

[111] Wharmby, A. W. ; Ellyin, F. ; Wolodko, J. D.: Observations on damage development in fibre reinforced polymer laminates under cyclic loading. In: *International Journal of Fatigue* 25 (2003), Nr. 5, S. 437–446. – ISSN 0142–1123

[112] Wicaksono, S. ; Chai, G. B.: A review of advances in fatigue and life prediction of fiber-reinforced composites. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications* 227 (2013), Nr. 3, S. 179–195. – ISSN 14644207

[113] Wu, Fuqiang ; Yao, Weixing: A fatigue damage model of composite materials: Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4). In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010), Nr. 1, S. 134–138. – ISSN 0142–1123

[114] Zhang, W. ; Zhou, Z. ; Zheng, P. ; Zhao, S.: The fatigue damage mesomodel for fiber-reinforced polymer composite lamina. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 33 (2014), Nr. 19, S. 1783–1793. – ISSN 07316844

[115] Mohammadi, B. ; Rohanifar, M. ; Salimi-Majd, D. ; Farrokhabadi, A.: Micromechanical prediction of damage due to transverse ply cracking under fatigue loading in composite laminates. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 36 (2017), Nr. 5, S. 377–395. – ISSN 07316844

[116] Asp, L. E. ; Berglund, L. A. ; Talreja, R.: A criterion for crack initiation in glassy polymers subjected to a composite-like stress state. In: *Composites Science and Technology* 56 (1996), Nr. 11, S. 1291–1301. – ISSN 0266–3538

[117] Harik, V. M. ; Bogetti, T. A.: Low Cycle Fatigue of Composite Laminates: A Damage-mode-sensitive Model. In: *Journal of Composite Materials* 37 (2003), S. 597–610. – ISSN 0021–9983

[118] Talreja, R.: Fatigue of composite materials: damage mechanisms and fatigue-life diagrams. In: *Proc. R. Soc. Lond. A Math. Phys. Sci.* 378 (1981), Nr. 1775, S. 461–475. – `https://www.researchgate.net/profile/Ramesh_Talreja/publication/243684067_Fatigue_of_Composite_Materials_Damage_Mechanisms_and_Fatigue-Life_Diagrams/links/59a6ebf1a6fdcc61fcfbc5ff/Fatigue-of-Composite-Materials-Damage-Mechanisms-and-Fatigue-Life-Diagrams.pdf`, zuletzt geprüft: 08.02.2017, 11.03 Uhr

[119] Quaresimin, M. ; Carraro, P. A.: Damage initiation and evolution in glass/epoxy tubes subjected to combined tension-torsion fatigue loading. In: *International Journal of Fatigue* 63 (2014), S. 25–35. – ISSN 01421123

[120] Quaresimin, M.: A damage-based approach for the fatigue design of composite structures. In: Madsen B. (Hrsg.) ; Biel A. (Hrsg.) ; Kusano Y. (Hrsg.) ; Mishnaevsky L. (Hrsg.) ; Lilholt H. (Hrsg.) ; Mikkelsen L.P. (Hrsg.) ; Sørensen B.F. (Hrsg.) ; Quaresimin, M. (Hrsg.): *37th Risø International Symposium on Materials Science* Bd. 139, Institute of Physics Publishing, 2016. – ISBN 17578981

[121] Talreja, Ramesh: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018 – Anmerkung zum Konferenzvortrag von D. Laveuve: Persönliches Gespräch, 05.07.2018*

[122] Asp, Leif E. ; Berglund, Lars A. ; Gudmundson, Peter: Effects of a composite-like stress state on the fracture of epoxies. In: *Composites Science and Technology* 53 (1995), Nr. 1, S. 27–37. – ISSN 0266–3538

[123] Asp, L. E. ; Berglund, L. A. ; Talreja, R.: Prediction of matrix-initiated transverse failure in polymer composites. In: *Composites Science and Technology* 56 (1996), Nr. 9, S. 1089–1097. – ISSN 0266–3538

[124] Purslow, D.: Matrix fractography of fibre-reinforced epoxy composites. In: *Composites* 17 (1986), Nr. 4, S. 289–302

[125] Koimtzoglou, Christos ; Dassios, Konstantinos G. ; Galiotis, Costas: Effect of fatigue on the interface integrity of unidirectional Cf-reinforced epoxy resin composites. In: *Acta Materialia* 57 (2009/5//), Nr. 9, S. 2800–2811. – ISSN 1359–6454

[126] Garbe, J. ; Puck, A.: Erfahrungen mit Bruchkriterien an schwellend belasteten GFK-Drehfedern. In: *Kunststoffe* 83 (1993), Nr. 5, S. 406–411. – ISSN 0023–5563

[127] Puck, Alfred: *Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten: Modelle für die Praxis.* München : Hanser, 1996. – ISBN 3446181946

[128] Puck, Alfred: Praxisgerechte Bruchkriterien für hochbeanspruchte Faser-Kunststoff-Verbunde. In: *Kunststoffe* 82 (1992), Nr. 2, S. 149–155. – ISSN 0023–5563

[129] Quaresimin, M. ; Carraro, P. A. ; Maragoni, L.: Early stage damage in off-axis plies under fatigue loading. In: *Composites Science and Technology* 128 (2016), S. 147–154. – ISSN 02663538

[130] Quaresimin, M. ; Carraro, P. A. ; Novello, E.: Modelling initiation and evolution of fatigue damage in composite laminates. In: *Proceedings of the 17th European Conference on Composite Materials, ECCM17, 26-30th June 2016, Munich, Germany.* 2016

[131] Kim, Ho S. ; Zhang, Jianping: Fatigue Damage and Life Prediction of Glass/Vinyl Ester Composites. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 20 (2001), Nr. 10, S. 834–848

[132] Eitzenberger, Johannes ; Varna, Janis: Debond crack growth in fatigue along fiber in UD composite with broken fibers. In: *ECCM13, 13th European Conference on Composite Materials, 2-5 June 2008, Stockholm, Sweden*

[133] Pupurs, A. ; Goutianos, S. ; Brondsted, P. ; Varna, J.: Interface debond crack growth in tension-tension cyclic loading of single fiber polymer composites. In: *Compos Part A Appl Sci Manuf* 44 (2012), S. 86–94. – ISSN 1359835X

[134] Pupurs, A. ; Krasnikovs, A. ; Varna, J.: Energy release rate based fiber/matrix debond growth in fatigue. Part II: Debond growth analysis using paris law. In: *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 20 (2013), Nr. 4, S. 288–296. – ISSN 15376494

[135] Franke, Oliver ; Schürmann, H.: Analysis of the interaction of adjacent layers of a GFRP-laminate under fatigue loading: Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4). In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010/1//), Nr. 1, S. 54–59. – ISSN 0142–1123

[136] Pagano, F.: Fiber-dominated fatigue failure in CFRP composite laminates. In: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018*

[137] Zhang, Z. ; Hartwig, G.: Relation of damping and fatigue damage of unidirectional fibre composites. In: *International Journal of Fatigue* 24 (2002/7), Nr. 7, S. 713–718. – ISSN 0142–1123

[138] Kawai, M.: A phenomenological model for off-axis fatigue behavior of unidirectional polymer matrix composites under different stress ratios. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 35 (2004/7), Nr. 7-8, S. 955–963

[139] Gutkin, R. ; Pinho, S. T. ; Robinson, P. ; Curtis, P. T.: Physical Mechanisms Associated With Initation And Propagation of Kink-bands. In: *ECCM13, 13th European Conference on Composite Materials, 2-5 June 2008, Stockholm, Sweden*

[140] Davila, Carlos G. ; Camanho, Pedro P. ; Rose, Cheryl A.: Failure Criteria for FRP Laminates. In: *Journal of Composite Materials* 39 (2005), Nr. 4, S. 323–345. – ISSN 0021–9983

[141] Trappe, V. ; Harbich, K. W.: Intralaminar fatigue behaviour of carbon fibre reinforced plastics: The Third International Conference on Fatigue of Composites. In: *International Journal of Fatigue* 28 (2006), Nr. 10, S. 1187–1196. – ISSN 0142–1123

[142] Weber, Thorsten: *Nichtlineare Analyse von Faser-Kunststoff-Verbunden: Grundlagen, Methoden und Auswirkungen auf den Konstruktionsprozess: Dissertation, TU Darmstadt*. Aachen : Shaker, 2009. – ISBN 9783832285272

[143] Bartley-Cho, Jonathan ; Gyu Lim, Seung ; Hahn, H. T. ; Shyprykevich, Peter: Damage accumulation in quasi-isotropic graphite/epoxy laminates under constant-amplitude fatigue and block loading. In: *Composites Science and Technology* 58 (1997/9//), Nr. 9, S. 1535–1547. – ISSN 0266–3538

[144] Sihn, S. ; Kim, R. Y. ; Kawabe, K. ; Tsai, S. W.: Experimental studies of thin-ply laminated composites. In: *Composites Science and Technology* 67 (2007), Nr. 6, S. 996–1008. – ISSN 02663538

[145] Begemann, B. ; Horst, P.: Investigation of the stacking sequence on crack evolution in cross-ply glass-fiber laminates under fatigue loading. In: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018*

[146] Glud, J. A. ; Dulieu-Barton, J. M. ; Thomsen, O. T. ; Overgaard, L. C. T.: A stochastic multiaxial fatigue model for off-axis cracking in FRP laminates. In: *International Journal of Fatigue* 103 (2017), S. 576–590. – ISSN 01421123

[147] Lambrecht, L. ; Michaeli, W.: The Influence of Inter-Fibre Fracture in Layered Laminates on Stiffness Degradation: A Numerical Investigation. In: *Macromol. Mater. Eng.* 294 (2009), Nr. 10, S. 691–698. – ISSN 1439–2054

[148] van Paepegem, W. ; Baere, I. d. ; Lamkanfi, E. ; Degrieck, J.: Monitoring quasi-static and cyclic fatigue damage in fibre-reinforced plastics by Poisson's ratio evolution: Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4). In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010/1//), Nr. 1, S. 184–196. – ISSN 0142–1123

[149] Dzenis, Y. A.: Cycle-based analysis of damage and failure in advanced composites under fatigue: 1. Experimental observation of damage development within loading

cycles. In: *International Journal of Fatigue* 25 (2003/6), Nr. 6, S. 499–510. – ISSN 0142–1123

[150] Paepegem, W.Van ; Degrieck, J.: Simulating damage and permanent strain in composites under in-plane fatigue loading. In: *Computers & Structures* 83 (2005/9), Nr. 23-24, S. 1930–1942. – ISSN 0045–7949

[151] Puck, Alfred: Zum Deformationsverhalten und Bruchmechanismus von unidirektionalem und orthogonalem Glasfaser/Kunststoff. In: *Kunststoffe* 55 (1965), Nr. 12, S. 913–922. – ISSN 0023–5563

[152] Plumtree, A. ; Melo, M. ; Dahl, J.: Damage evolution in a $[\pm 45]_{2S}$ CFRP laminate under block loading conditions: Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4). In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010/1//), Nr. 1, S. 139–145. – ISSN 0142–1123

[153] Vinogradov, Vladimir ; Hashin, Zvi: Probabilistic energy based model for prediction of transverse cracking in cross-ply laminates: Micromechanics of Materials. In: *International Journal of Solids and Structures* 42 (2005/1), Nr. 2, S. 365–392. – ISSN 0020–7683

[154] Hosoi, A. ; Sakuma, S. ; Fujita, Y. ; Kawada, H.: Prediction of initiation of transverse cracks in cross-ply CFRP laminates under fatigue loading by fatigue properties of unidirectional CFRP in 90° direction. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 68 (2015), S. 398–405. `http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2014.10.022`. – DOI 10.1016/j.compositesa.2014.10.022

[155] Found, M. S. ; Quaresimin, M.: Two-stage fatigue loading of woven carbon fibre reinforced laminates. In: *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 26 (2003), Nr. 1, S. 17–26. – ISSN 8756758X

[156] Carvelli, V. ; Pazmino, J. ; Lomov, S. V. ; Bogdanovich, A. E. ; Mungalov, D. D. ; Verpoest, I.: Quasi-static and fatigue tensile behavior of a 3D rotary braided carbon/epoxy composite. In: *Journal of Composite Materials* 47 (2013), Nr. 25, S. 3195–3209. – ISSN 1530793X

[157] K. Schulte, Ch. B.: Schädigungsentwicklung bei Ermüdung verschiedener CFK-Laminate. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 18 (1987), Nr. 4, S. 103–110

[158] Taheri-Behrooz, Fathollah ; Shokrieh, Mahmood M. ; Lessard, Larry B.: Residual stiffness in cross-ply laminates subjected to cyclic loading. In: *Composite Structures* 85 (2008), Nr. 3, S. 205–212. – ISSN 0263–8223

[159] Taheri-Behrooz, F. ; Shokrieh, M. M. ; Lessard, L. B.: Progressive Fatigue Damage Modeling of Cross-ply Laminates, II: Experimental Evaluation. In: *Journal of Composite Materials* 44 (2010), Nr. 10, S. 1261–1277. – ISSN 0021–9983

[160] Aghazadeh Mohandesi, J. ; Majidi, B.: Fatigue damage accumulation in carbon/epoxy laminated composites. In: *Materials & Design* 30 (2009/6//), Nr. 6, S. 1950–1956

[161] Wharmby, A. W. ; Ellyin, F.: Damage growth in constrained angle-ply laminates under cyclic loading. In: *Composites Science and Technology* 62 (2002), Nr. 9, S. 1239–1247. – ISSN 0266–3538

[162] Bathias, Claude: Fracture and fatigue of high performance composite materials: mechanisms and prediction. In: *Engineering Fracture Mechanics* 40 (1991), Nr. 4-5, S. 757–783

[163] Nikishkov, Yuri ; Makeev, Andrew ; Seon, Guillaume: Progressive fatigue damage simulation method for composites. In: *International Journal of Fatigue*. http://dx.doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.11.05. – DOI 10.1016/j.ijfatigue.2012.11.05. – article in press

[164] van Paepegem, W. ; Degrieck, J. ; Baets, P. d.: Finite element approach for modelling fatigue damage in fibre-reinforced composite materials. In: *Composites Part B: Engineering* 32 (2001), Nr. 7, S. 575–588. http://dx.doi.org/10.1016/S1359-8368(01)00038-5. – DOI 10.1016/S1359–8368(01)00038–5

[165] Aono, Yuuta ; Hirota, Kazuya ; Lee, Seun-Hwan ; Kuroiwa, Takao ; Takita, Katsuhiko: Fatigue damage of GFRP laminates consisting of stitched unit layers. In: *International Journal of Fatigue* 30 (2008), S. 1720–1728. – ISSN 0142–1123

[166] Zangenberg, J. ; Brøndsted, P. ; Gillespie, J. W.: Fatigue damage propagation in unidirectional glass fibre reinforced composites made of a non-crimp fabric. In: *Journal of Composite Materials* 48 (2014), Nr. 22, S. 2711–2727. – ISSN 1530793X

[167] Jespersen, K. M. ; Mikkelsen, L. P.: Three dimensional fatigue damage evolution in non-crimp glass fibre fabric based composites used for wind turbine blades. In: *Composites Science and Technology* 153 (2017), S. 261–272. – ISSN 02663538

[168] Jespersen, K. M. ; Mikkelsen, L. P.: Ex-situ X-ray computed tomography data for a non-crimp fabric based glass fibre composite under fatigue loading. In: *Data in Brief* 15 (2017), S. 1003–1005. – ISSN 23523409

[169] Samborsky, Daniel D. ; Agastra, Pancasatya ; Mandell, John F.: Effects of Glass Fabric and Laminate Construction on the Fatigue of Resin Infused Blade Materials. In: *46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 7-10 January 2008, Reno, Nevada.* – http://highorder.berkeley.edu/proceedings/aiaa-annual-2008/paper0417.pdf, zuletzt geprüft: 04.02.2018, 13.29 Uhr

[170] Montesano, J. ; Fawaz, Z. ; Poon, C. ; Behdinan, K.: Fatigue Damage Characterization of a Tri-axially Braided Polymer Matrix Composite Material. In: *ECCM15 - 15th European Conference on Composite Materials, Venice, Italy, 24-28 June 2012*

[171] Montesano, J. ; Bougherara, H. ; Fawaz, Z.: Application of infrared thermography for the characterization of damage in braided carbon fiber reinforced polymer matrix composites. In: *Composites Part B: Engineering* 60 (2014), S. 137–143. – ISSN 13598368

[172] Herrla, F. ; Rapp, H.: Investigation of the fatigue behaviour of triaxial braided composites for structural applications. In: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018*

[173] Sonsino, C. M.: "Dauerfestigkeit" - Eine Fiktion: "Endurance Limit" - A Fiction. In: *Konstruktion* 57 (2005), Nr. 4, S. 87–92

[174] Haibach, Erwin: *Betriebsfestigkeit: Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung.* Düsseldorf : VDI-Verl., 1989. – ISBN 3184008282

[175] Michel, Silvain A. ; Kieselbach, Rolf ; Martens, Hans J.: Fatigue strength of carbon fibre composites up to the gigacycle regime (gigacycle-composites). In: *International Journal of Fatigue* 28 (2006), S. 261–270. – ISSN 0142–1123

[176] Weibel, Dominic ; Balle, Frank: Ultrasonic fatigue of CF-PPS and CF-EP: A comparison of VHCF characteristics. In: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018*

[177] Adam, T. J. ; Horst, P.: Fatigue damage and fatigue limits of a GFRP angle-ply laminate tested under very high cycle fatigue loading. In: *International Journal of Fatigue* 99 (2017), S. 202–214. – ISSN 01421123

[178] Gerharz, J. J. ; NATO, Advisory Group for Aerospace Research and Development -AGARD- (Hrsg.): *Prediction of Fatigue Failure: Bericht aus dem Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit (LBF) Darmstadt.* Neuilly-sur-Seine, (Practical Considerations of Design, Fabrication and Tests for Composite Materials AGARD Lecture Series No. 124 (1982))

[179] Nixon-Pearson, O. J. ; Hallett, S. R. ; Harper, P. W. ; Kawashita, L. F.: Damage development in open-hole composite specimens in fatigue. Part 2: Numerical modelling. In: *Composite Structures* 106 (2013), S. 890–898. – ISSN 02638223

[180] Vieille, B. ; Albouy, W.: Fatigue damage accumulation in notched woven-ply thermoplastic and thermoset laminates at high-temperature: Influence of matrix ductility and fatigue life prediction. In: *International Journal of Fatigue* 80 (2015), S. 1–9. – ISSN 01421123

[181] Kötter, B. ; Polyak, D. ; Körbelin, J. ; Fiedler, B.: Influence of ply thickness on failure initiation, propagation and mechanical properties in CFRP lamiantes. In: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018*

[182] Diao, Xiaoxue ; Ye, Lin ; Mai, Yiu-Wing: A statistical model of residual strength and fatigue life of composite laminates. In: *Composites Science and Technology* 54 (1995), Nr. 3, S. 329–336. – ISSN 0266–3538

[183] Reifsnider, K. L. ; Talug, A.: Analysis of fatigue damage in composite laminates. In: *International Journal of Fatigue* 2 (1980), Nr. 1, S. 3–11. – ISSN 0142–1123

[184] Li, Chingshen ; Ellyin, Fernand ; Wharmby, Alan: On matrix crack saturation in composite laminates. In: *Composites Part B: Engineering* 34 (2003), Nr. 5, S. 473–480. `http://dx.doi.org/10.1016/S1359-8368(03)00020-9`. – DOI 10.1016/S1359–8368(03)00020–9

[185] Varna, J.: Modelling mechanical performance of damaged laminates. In: *Journal of Composite Materials* 47 (2013), Nr. 20-21, S. 2443–2474. – ISSN 1530793X

[186] Quaresimin, M. ; Carraro, P. A. ; Mikkelsen, L. P. ; Lucato, N. ; Vivian, L. ; Brøndsted, P. ; Sørensen, B. F. ; Varna, J. ; Talreja, R.: Damage evolution under cyclic multiaxial stress state: A comparative analysis between glass/epoxy laminates and tubes. In: *Composites Part B: Engineering* 61 (2014), S. 282–290. – ISSN 1359–8368

[187] Hahne, Clemens: *Zur Festigkeitsbewertung von Strukturbauteilen aus Kohlenstofffaser-Kunststoff-Verbunden unter PKW-Betriebslasten*. Aachen : Shaker Verlag, 2014 (Schriftenreihe Konstruktiver Leichtbau mit Faser-Kunststoff-Verbunden). – ISBN 9783844032260. – Zugl.: Dissertation, Technische Universität Darmstadt

[188] Hoang, Nguyen T. ; Gamby, Denys ; Lafarie-Frenot, Marie-Christine: Predicting fatigue transverse crack growth in cross-ply carbon-epoxy laminates from quasi static strength tests by using iso-damage curves: Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4). In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010/1//), Nr. 1, S. 166–173. – ISSN 0142–1123

[189] Xiong, J. J. ; Shenoi, R. A.: A two-stage theory on fatigue damage and life prediction of composites. In: *Composites Science and Technology* 64 (2004), Nr. 9, S. 1331–1343. – ISSN 0266–3538

[190] Chen, Fang ; Yao, WeiXing ; Shen, HaoJie: Static-Fatigue Correlation Experiments and Analysis of GFRP Progressive Residual Strength. In: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018*

[191] Charewicz, Alain ; Daniel, Isaac M.: Damage mechanisms and accumulation in graphite/epoxy laminates. In: Hahn, H. T. (Hrsg.): *Composite materials*. Philadelphia, Pa : American Society for Testing Materials, 1986 (ASTM STP 907). – ISBN 0–8031–0470–7, S. 274–297

[192] Tong, J. ; Guild, F. J. ; Ogin, S. L. ; Smith, P. A.: On matrix crack growth in quasi-isotropic laminates - I. Experimental investigation. In: *Composites Science and Technology* 57 (1997), Nr. 11, S. 1527–1535. – ISSN 02663538

[193] Muc, A. ; Krawiec, Z.: Design of composite plates under cyclic loading. In: *Composite Structures* 48 (/1//), Nr. 1-3, S. 139–144. – ISSN 0263–8223

[194] Tao, Gang ; Xia, Zihui: Ratcheting behavior of an epoxy polymer and its effect on fatigue life. In: *Polymer Testing* 26 (2007/6), Nr. 4, S. 451–460. – ISSN 0142–9418

[195] Tao, Gang ; Xia, Zihui: Mean stress/strain effect on fatigue behavior of an epoxy resin. In: *International Journal of Fatigue* 29 (2007/12), Nr. 12, S. 2180–2190. – ISSN 0142–1123

[196] Tao, Gang ; Xia, Zihui: Fatigue behavior of an epoxy polymer subjected to cyclic shear loading. In: *Materials Science and Engineering: A* 486 (2008/7/15), Nr. 1-2, S. 38–44. – ISSN 0921–5093

[197] Kästner, M. ; Haasemann, G. ; Ulbricht, V.: Multiscale XFEM-modelling and simulation of the inelastic material behaviour of textile-reinforced polymers. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 86 (2011), Nr. 4-5, S. 477–498. – ISSN 00295981

[198] Adibnazari, S. ; Farsadi, M. ; Koochi, A. ; Khorashadizadeh, S. N.: New approach for fatigue life prediction of composite plates using micromechanical bridging model. In: *Journal of Composite Materials* 49 (2015), Nr. 3, S. 309–319. – ISSN 1530793X

[199] González, C. ; LLorca, J.: Mechanical behavior of unidirectional fiber-reinforced polymers under transverse compression: Microscopic mechanisms and modeling. In: *Composites Science and Technology* 67 (2007), Nr. 13, S. 2795–2806. – ISSN 0266–3538

[200] Kawai, M. ; Honda, N.: Off-axis fatigue behavior of a carbon/epoxy cross-ply laminate and predictions considering inelasticity and in situ strength of embedded plies. In: *International Journal of Fatigue* 30 (2008), S. 1743–1755. – ISSN 0142–1123

[201] Noll, T. ; Magin, M. ; Himmel, N.: Fatigue life simulation of multi-axial CFRP laminates considering material non-linearity: Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4). In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010/1//), Nr. 1, S. 146–157. – ISSN 0142–1123

[202] Puck, A. ; Schürmann, H.: Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models. In: *Composites Science and Technology* 58 (1998/7), Nr. 7, S. 1045–1067. – ISSN 0266–3538

[203] Wicaksono, Satrio ; Chai, Gin B.: The response of woven CFRP under static and fatigue loading. In: *Advanced Materials Research* 651 (2013), S. 221–226. `http://dx.doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.651.221`. – DOI 10.4028/www.scientific.net/AMR.651.221

[204] Epaarachchi, Jayantha A. ; Clausen, Philip D.: A new cumulative fatigue damage model for glass fibre reinforced plastic composites under step/discrete loading. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 36 (2005/9), Nr. 9, S. 1236–1245

[205] Anderssen, R. ; Bingslien, K.: Change of glass fiber composite characteristic dynamic fatigue curve due to accumulated static fatigue damage. In: *Proceedings of the 17th European Conference on Composite Materials, ECCM17, 26-30th June 2016, Munich, Germany.* 2016

[206] Bhuiyan, F. H. ; Fertig, R.S., III: A physics-based combined creep and fatigue methodology for fiber-reinforced polymer composites. Version: 2017. `http://dx.doi.org/10.2514/6.2017-0201`. In: *58th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference.* American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, AIAA, 2017 (AIAA SciTech Forum). – DOI 10.2514/6.2017–0201. – `https://www.researchgate.net/profile/Faisal_H_Bhuiyan/publication/312419735_A_Physics-Based_Combined_Creep_Strain_and_Fatigue_Prediction_Methodology_for_Fiber-Reinforced_Polymer_Composites/links/588b81ebaca272fa50ddd623/A-Physics-Based-Combined-Creep-Strain-and-Fatigue-Prediction-Methodology-for-Fiber-Reinforced-Polymer-Composites.pdf`, zuletzt geprüft: 11.06.2017, 16.07 Uhr

[207] Kujawski, Daniel ; Ellyin, Fernand ; Culen, Martin: The Fatigue Behaviour of Filament-Wound Fiberglass/Epoxy Tubes under Cyclic Pressure. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 17 (1998), Nr. 3, S. 268–281

[208] Treasurer, P. ; Poirette, Y. ; Perreux, D. ; Thiebaud, F.: A Contribution to Time-Dependent Damage Modeling of Composite Structures. In: *Applied Composite Materials* 21 (2014), Nr. 4, S. 677–688. – ISSN 0929–189X

[209] Rau, Thomas: *Zur Entwicklung hochfester Drehstabfedern aus Faser-Kunststoff-Verbunden.* Kassel, Universität - Gesamthochschule Kassel, Dissertation, 1988

[210] Galucio, A. C. ; Mohite, P. M. ; Lubineau, G. ; Ladevèze, P.: Validation on Intralaminar Behavior of the Enhanced Damage LMT-Mesomodel. In: *ECCM13, 13th European Conference on Composite Materials, 2-5 June 2008, Stockholm, Sweden*

[211] Choi, J. ; Tamma, K.: Woven fabric composites - part I: Predictions of homogenized elastic properties and micromechanical damage analysis. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 50 (2001), Nr. 10, S. 2285–2298. – ISSN 1097–0207

[212] Knops, Martin: *Analysis of Failure in Fiber Polymer Laminates: The Theory of Alfred Puck.* Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2008. – ISBN 978–3–540–75764–1

[213] Schürmann, Helmut: *Fortschritt-Berichte VDI Reihe 1.* Bd. 170: *Zur Erhöhung der Belastbarkeit von Bauteilen aus Faser-Kunststoff-Verbunden durch gezielt eingebrachte Eigenspannungen: Zugl.: Dissertation, Universität/Gesamthochschule Kassel.* Als Ms. gedr. Düsseldorf : VDI-Verl., 1989. – ISBN 3–18–147001–5

[214] Melro, A. R. ; Camanho, P. P. ; Andrade Pires, F. M. ; Pinho, S. T.: Micromechanical analysis of polymer composites reinforced by unidirectional fibres: Part II – Micromechanical analyses. In: *International Journal of Solids and Structures* 50 (2013), Nr. 11, S. 1906–1915. – ISSN 0020–7683

[215] Bleier, Andreas: *Prüfverfahren zur Ermittlung exakter Werkstoffkennwerte einer unidirektionalen Schicht unter besonderer Berücksichtigung physikalischer Nichtlinearitäten.* 1. Aachen : Shaker, 2011 www.worldcat.org/oclc/906212390. – ISBN 9783844006568. – Zugl.: Dissertation, Technische Universität Darmstadt

[216] Knops, M. ; Bögle, C.: Gradual failure in fibre/polymer laminates. In: *Composites Science and Technology* 66 (2006), Nr. 5, S. 616–625. – ISSN 0266–3538

[217] Koch, I. ; Just, G. ; Tittmann, K. ; Brod, M. ; Jansen, E. ; Gude, M. ; Rolfes, R.: Influence of stress ratio and manufacturing induced residual stresses to fatigue cracking of CFRP. In: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018*

[218] Schnell, Walter ; Gross, Dietmar ; Hauger, Werner: *Technische Mechanik 2: Elastostatik.* 7. Aufl. Berlin : Springer, 2002. – ISBN 3–540–43108–X

[219] Trösch, Erich: *Tragverhalten von überlappend laminierten Verbundglasträgern für grosse Spannweiten.* Zürich, ETH Zürich, Dissertation, 2015. – https://www.research-collection.ethz.ch/bitstream/handle/20.500.11850/110152/eth-48164-02.pdf?sequence=2&isAllowed=y, zuletzt geprüft: 14.02.2018, 08.21 Uhr

[220] Carraro, P. A. ; Quaresimin, M.: A damage based model for crack initiation in unidirectional composites under multiaxial cyclic loading. In: *Composites Science and Technology* 99 (2014), S. 154–163. – ISSN 02663538

[221] Hobbiebrunken, T. ; Fiedler, B. ; Hojo, M. ; Ochiai, S. ; Schulte, K.: Microscopic yielding of CF/epoxy composites and the effect on the formation of thermal residual stresses. In: *Composites Science and Technology* 65 (2005), Nr. 10, S. 1626–1635. – ISSN 02663538

[222] Fiedler, B. ; Hojo, M. ; Ochiai, S. ; Schulte, K. ; Ochi, M.: Finite-element modeling of initial matrix failure in CFRP under static transverse tensile load. In: *Composites Science and Technology* 61 (2001), Nr. 1, S. 95–105. – ISSN 02663538

[223] Vaughan, T. J. ; McCarthy, C. T.: A micromechanical study on the effect of intra-ply properties on transverse shear fracture in fibre reinforced composites. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 42 (2011), Nr. 9, S. 1217–1228

[224] Vaughan, T. J. ; McCarthy, C. T.: Micromechanical modelling of the transverse damage behaviour in fibre reinforced composites. In: *Composites Science and Technology* 71 (2011), Nr. 3, S. 388–396. – ISSN 0266–3538

[225] Frass, Alexander: *Virtuelle Materialversuche an unidirektional verstärktem Faser-Kunststoff-Verbund mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode*. Darmstadt, Technische Universität Darmstadt, Master-Thesis (unveröffentlicht), September 2014

[226] Joosten, M. W. ; Agius, S. ; Hilditch, T. ; Wang, C.: Effect of residual stress on the matrix fatigue cracking of rapidly cured epoxy/anhydride composites. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 101 (2017), S. 521–528. – ISSN 1359835X

[227] Kushch, V. I. ; Shmegera, S. V. ; Mishnaevsky Jr., L.: Meso cell model of fiber reinforced composite: Interface stress statistics and debonding paths. In: *International Journal of Solids and Structures* 45 (2008), Nr. 9, S. 2758–2784. – ISSN 0020–7683

[228] Kuna, Meinhard: *Numerische Beanspruchungsanalyse von Rissen: Finite Elemente in der Bruchmechanik ; mit zahlreichen Beispielen*. 2., verb. Aufl. Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2010 (Studium). – ISBN 978–3–8348–1006–9

[229] Camanho, P. P. ; Dávila, C. G. ; Pinho, S. T. ; Iannucci, L. ; Robinson, P.: Prediction of in situ strengths and matrix cracking in composites under transverse tension and in-plane shear. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 37 (2006), Nr. 2, S. 165–176. – ISSN 1359835X

[230] Degrieck, J. ; van Paepegem, W.: Fatigue Damage Modelling of Fibre-reinforced Composite Materials: Review. In: *Applied Mechanics Reviews* 54 (2001), Nr. 4, S. 279–300

[231] Krüger, H. ; Rolfes, R.: A physically based fatigue damage model for fibre-reinforced plastics under plane loading. In: *International Journal of Fatigue* 70 (2014), S. 241–251. – ISSN 01421123

[232] Xu, J. ; Lomov, S. V. ; Verpoest, I. ; Daggumati, S. ; van Paepegem, W. ; Degrieck, J.: A comparative study of twill weave reinforced composites under tension-tension fatigue loading: Experiments and meso-modelling. In: *Composite Structures* 135 (2016), S. 306–315. – ISSN 02638223

[233] van Paepegem, W. ; Degrieck, J.: Modelling Strategies for Fatigue Damage Behaviour of Fibre-reinforced Composites. In: *European Journal of Mechanical and Environmental Engineering* 46 (2001), Nr. 4, S. 217–227

[234] Flore, D. ; Wegener, K.: Modelling the mean stress effect on fatigue life of fibre reinforced plastics. In: *International Journal of Fatigue* 82 (2016), S. 689–699. – ISSN 01421123

[235] Král, Michal ; Cabrnoch, Bohuslav ; Holý, Stanislav: Stiffness Reduction Model for Composite Materials Under Cyclic Loading - Identification of Model Coefficients. In: *Materials Today: Proceedings* 3 (2016), Nr. 4, S. 1014 – 1018. – ISSN 2214–7853. – 32nd DANUBIA ADRIA SYMPOSIUM on Advanced in Experimental Mechanics

[236] Llobet, J. ; Maimí, P. ; Mayugo, J. A. ; Essa, Y. ; Martin de la Escalera, F.: A fatigue damage and residual strength model for unidirectional carbon/epoxy composites under on-axis tension-tension loadings. In: *International Journal of Fatigue* 103 (2017), S. 508–515. – ISSN 01421123

[237] Rakotoarisoa, C. ; Laurin, F. ; Hirsekorn, M. ; Maire, J. F. ; Olivier, L.: Development of a Fatigue Model For 3D Woven Polymer Matrix Composites Based on a Damage Model. In: *ECCM15 - 15th European Conference on Composite Materials, Venice, Italy, 24-28 June 2012*

[238] Shokrieh, M. M. ; Taheri-Behrooz, F.: Progressive Fatigue Damage Modeling of Cross-ply Laminates, I: Modeling Strategy 44. In: *Journal of Composite Materials* (2010), S. 1217–1231. – ISSN 0021–9983

[239] Vasiukov, D. ; Trameçon, A. ; Panier, S. ; Mueller, S.: Strategies and numerical implementation of fatigue life models for continuous fiber reinforced polymers. In: Davidson, Barry D. (Hrsg.) ; Ratcliffe, James G. (Hrsg.) ; Czabaj, Michael W. (Hrsg.): *Proceedings of the American Society for Composites Thirty-First Technical Conference*. Lancaster, PA : DEStech Publications, Inc, 2016. – ISBN 9781605953168. – `https://mech.utah.edu/ASC2016/assets/1116.pdf`, zuletzt geprüft 05.06.2017, 15.51 Uhr

[240] Ben Sghaier, R. ; Majed, N. ; Ben Dali, H. ; Fathallah, R.: High cycle fatigue prediction of glass fiber-reinforced epoxy composites: reliability study. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 92 (2017), Nr. 9, S. 4399–4413. – ISSN 1433–3015

[241] Gude, M. ; Hufenbach, W. ; Koch, I.: Fracture Mode Dependent Damage Modelling of 3D Textile-Reinforced Composites Under Multiaxial Fatigue Loading. In: *ICCM-17 17th International Conference on Composite Materials, 27 Jul 2009 - 31 Jul 2009, Edinburgh, UK*

[242] Gude, M. ; Hufenbach, W. ; Koch, I. ; Koschichow, R.: Fatigue testing of carbon fibre-reinforced polymers under VHCF loading. In: *Materialpruefung/Materials Testing* 54 (2012), Nr. 11-12, S. 756–761. – ISSN 00255300

[243] Sayyidmousavi, A. ; Bougherara, H. ; Fawaz, Z.: A multiscale approach for fatigue life prediction of polymer matrix composite laminates. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 34 (2015), Nr. 13, S. 1099–1109. – ISSN 07316844

[244] Sendeckyj, George P.: Life Prediction for Resin-Matrix Composite Materials. In: Reifsnider, Kenneth L. (Hrsg.): *Fatigue of composite materials* Bd. 4. Amsterdam : Elsevier, 1991. – ISBN 0444705074, S. 431–483

[245] Giancane, S. ; Panella, F. W. ; Dattoma, V.: Characterization of fatigue damage in long fiber epoxy composite laminates: Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4). In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010/1//), Nr. 1, S. 46–53. – ISSN 0142–1123

[246] Shen, W. ; Luo, B. ; Yan, R. ; Zeng, H. ; Xu, L.: The mechanical behavior of sandwich composite joints for ship structures. In: *Ocean Engineering* 144 (2017), S. 78–89. – ISSN 00298018

[247] Sun, Zuo ; Daniel, Isaac M. ; Luo, J. J.: Modeling of fatigue damage in a polymer matrix composite. In: *Materials Science and Engineering A* 361 (2003/11/25), Nr. 1-2, S. 302–311

[248] Huang, Y. ; Talreja, R.: Stochastic Cracking Evolution in Multi-Directional Laminates under Fatigue Loading. In: *ECCM15 - 15th European Conference on Composite Materials, Venice, Italy, 24-28 June 2012*

[249] Moon, Tae-Chul ; Kim, Hyeung-Yun ; Hwang, Woonbong: Natural-frequency reduction model for matrix-dominated fatigue damage of composite laminates. In: *Composite Structures* 62 (2003/10), Nr. 1, S. 19–26. – ISSN 0263–8223

[250] Montesano, J. ; Fawaz, Z. ; Poon, C. ; Behdinan, K.: A microscopic investigation of failure mechanisms in a triaxially braided polyimide composite at room and elevated temperatures. In: *Materials and Design* 53 (2014), S. 1026–1036. – ISSN 02613069

[251] Montesano, J. ; Selezneva, M. ; Levesque, M. ; Fawaz, Z.: Modeling fatigue damage evolution in polymer matrix composite structures and validation using in-situ digital image correlation. In: *Composite Structures* 125 (2015), S. 354–361. – ISSN 02638223

[252] Corbetta, M. ; Saxena, A. ; Giglio, M. ; Goebel, K.: Evaluation of multiple damage-mode models for prognostics of carbon fiber-reinforced polymers. In: Chang F.-K. (Hrsg.) ; Kopsaftopoulos F. (Hrsg.): *10th International Workshop on Structural Health Monitoring: System Reliability for Verification and Implementation, IWSHM 2015* Bd. 2, DEStech Publications, 2015. – ISBN 9781605951119. – `https://www.researchgate.net/publication/283343664`, zuletzt geprüft: 20.05.2017, 13.42 Uhr

[253] Corbetta, M. ; Saxena, A. ; Giglio, M. ; Goebel, K.: An investigation of strain energy release rate models for real-time prognosis of fiber-reinforced laminates. In: *Composite Structures* 165 (2017), S. 99–114. – ISSN 02638223

[254] Gagel, Andreas ; Fiedler, Bodo ; Schulte, Karl: On modelling the mechanical degradation of fatigue loaded glass-fibre non-crimp fabric reinforced epoxy laminates: Reliability and Life Prediction of Composite Structures. In: *Composites Science and Technology* 66 (2006), Nr. 5, S. 657–664. – ISSN 0266–3538

[255] Gagel, Andreas L. ; Schulte, Karl ; Weltin, Uwe: *Technisch-wissenschaftliche Schriftenreihe / TUHH Polymer Composites*. Bd. 4: *Über die Schädigung und Degradation von Glasfaser-Multiaxialgelege verstärktem Epoxid unter mechanischer Last: Zugl.: Hamburg-Harburg, Techn. Univ., Institut für Kunststoffe und Verbundwerkstoffe, Diss., 2007*. Hamburg : TuTech Innovation, 2007. – ISBN 9783930400911

[256] Varvani-Farahani, A. ; Haftchenari, H. ; Panbechi, M.: A Fatigue Damage Parameter for Life Assessment of Off-axis Unidirectional GRP Composites. In: *Journal of Composite Materials* 40 (2006), S. 1659–1670. – ISSN 0021–9983

[257] El Kadi, H. ; Al-Assaf, Y.: Energy-based fatigue life prediction of fiberglass/epoxy composites using modular neural networks. In: *Composite Structures* 57 (2002/7), Nr. 1-4, S. 85–89. – ISSN 0263–8223

[258] Koch, Ilja: *Modellierung des Ermüdungsverhaltens textilverstärkter Kunststoffe*. Dresden, Technische Universität Dresden, Dissertation, 2010

[259] Mejlej, Vahid G. ; Osorio, Daniel ; Vietor, Thomas: An Improved Fatigue Failure Model for Multidirectional Fiber-reinforced Composite Laminates under any Stress Ratios of Cyclic Loading. In: *Procedia CIRP* 66 (2017), S. 27 – 32. – ISSN 2212–8271. – 1st CIRP Conference on Composite Materials Parts Manufacturing (CIRP CCMPM 2017)

[260] Sun, B. ; Wang, J. ; Wu, L. ; Fang, F. ; Gu, B.: Computational schemes on the bending fatigue deformation and damage of three-dimensional orthogonal woven composite materials. In: *Computational Materials Science* 91 (2014), S. 91–101. – ISSN 09270256

[261] Wu, L. ; Zhang, F. ; Sun, B. ; Gu, B.: Finite element analyses on three-point low-cyclic bending fatigue of 3-D braided composite materials at microstructure level. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 84 (2014), S. 41–53. – ISSN 00207403

[262] Corbetta, M. ; Sbarufatti, C. ; Giglio, M. ; Saxena, A. ; Goebel, K.: A Bayesian framework for fatigue life prediction of composite laminates under co-existing matrix cracks and delamination. In: *Composite Structures* 187 (2018), S. 58–70. – ISSN 02638223

[263] Hosoi, Atsushi ; Sato, Narumichi ; Kusumoto, Yasuyuki ; Fujiwara, Keita ; Kawada, Hiroyuki: High-cycle fatigue characteristics of quasi-isotropic CFRP laminates over 10^8 cycles (Initiation and propagation of delamination considering interaction with transverse cracks): Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4). In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010/1//), Nr. 1, S. 29–36. – ISSN 0142–1123

[264] Naderi, M. ; Khonsari, M. M.: Thermodynamic analysis of fatigue failure in a composite laminate. In: *Mech Mater* 46, Nr. 1, S. 113–122. – ISSN 01676636

[265] Naderi, M. ; Khonsari, M. M.: On the role of damage energy in the fatigue degradation characterization of a composite laminate. In: *Composites Part B: Engineering* 45 (2013), Nr. 1, S. 528–537

[266] Gall, M. ; Luke, M. ; Gauch, H. ; Hohe, J.: Ermüdungsverhalten gewickelter CFK Werkstoffe für den Einsatz im Kryodruck-Wasserstoffspeicher. In: *42. Tagung des DVM-Arbeitskreises Betriebsfestigkeit „Betriebsfestigkeit - Bauteile und Systeme unter komplexer Belastung“*. Dresden, 2015 (Berichtsbände (ISSN 1616-5144) des DVM Arbeitskreises Betriebsfestigkeit), S. 91–104

[267] Ertas, A. H. ; Sonmez, F. O.: Design optimization of fiber-reinforced laminates for maximum fatigue life. In: *Journal of Composite Materials* 48 (2014), Nr. 20, S. 2493–2503. – ISSN 1530793X

[268] Voigt, Matthias: Grundlagen der Probabilistik. In: *1. Dresdner Probabilistik-Workshop der Professur für Turbomaschinen und Strahlantriebe am Institut für Strömungsmechanik, Technische Universität Dresden, 9.-10. Oktober 2008.* – http://ipw15.probabilistic.info/vortrag/Vortrag0102_Voigt_TUD.pdf, zuletzt geprüft: 26.02.2018, 11.53 Uhr

[269] Kaminski, Marcin: On probabilistic fatigue models for composite materials. In: *International Journal of Fatigue* 24 (2002/0), Nr. 2-4, S. 477–495. – ISSN 0142–1123

[270] Chang F.-K. ; Kopsaftopoulos F. ; Eleftheroglou, N. ; Zarouchas, D. ; Loutas, T. ; Alderliesten, R. ; Benedictus, R.: Online remaining useful life prognosis for composite materials based on acoustic emission and strain data. In: Chang, Fu-Kuo (Hrsg.) ; Kopsaftopoulos, Fotis (Hrsg.): *11th International Workshop on Structural Health Monitoring 2017: Real-Time Material State Awareness and Data-Driven Safety Assurance, IWSHM 2017 // Structural health monitoring 2017* Bd. 1. Lancaster, Pennsylvania, U.S.A. : DEStech Publications and DEStech Publishing Inc, 2017. – ISBN 9781605953304. – https://www.researchgate.net/profile/Nick_Eleftheroglou/publication/317752476_Online_Remaining_Useful_Life_Prognosis_for_Composite_Materials_Based_on_Acoustic_Emission_and_Strain_Data/links/59d1e928aca2721f436972d8/Online-Remaining-Useful-Life-Prognosis-for-Composite-Materials-Based-on-Acoustic-Emission-and-Strain-Data.pdf?origin=publication_detail, zuletzt geprüft: 24.02.2019, 12.40 Uhr

[271] Chiachio, Manuel ; Chiachio, Juan ; Rus, Guillermo: Fatigue Diagnosis in Composites - A Robust Bayesian Approach. In: *ECCM15 - 15th European Conference on Composite Materials, Venice, Italy, 24-28 June 2012*

[272] Chiachío, M. ; Chiachío, J. ; Rus, G. ; Beck, J. L.: Predicting fatigue damage in composites: A Bayesian framework. In: *Structural Safety* 51 (2014), S. 57–68. – ISSN 01674730

[273] Eleftheroglou, N. ; Zarouchas, D.S. ; Loutas, T.H. ; Alderliesten, R.C. ; Benedictus, R.: Online remaining fatigue life prognosis for composite materials based on strain data and stochastic modeling. In: *Key Engineering Materials* 713 (2016), S. 34–37. – ISSN 10139826 (ISBN 9783038357162). – 15th International Conference on Fracture and Damage Mechanics, FDM 2016, 14 September 2016 - 16 September 2016, Alicante, Spain, Conference Code:184779

[274] Rowatt, J. D. ; Spanos, P. D.: Markov chain models for life prediction of composite laminates. In: *Structural Safety* 20 (1998), Nr. 2, S. 117–135. – ISSN 0167–4730

[275] Wei, Bo-Siou ; Johnson, Shane ; Haj-Ali, Rami: A stochastic fatigue damage method for composite materials based on Markov chains and infrared thermography. In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010/2//), Nr. 2, S. 350–360. – ISSN 0142–1123

[276] Kassapoglou, Christos: Fatigue Life Prediction of Composite Structures Under Constant Amplitude Loading. In: *Journal of Composite Materials* 41 (2007), Nr. 22, S. 2737–2754. – ISSN 0021–9983

[277] Reifsnider, Ken ; Case, Scott ; Duthoit, Jeremy: The mechanics of composite strength evolution. In: *Composites Science and Technology* 60 (2000/9), Nr. 12-13, S. 2539–2546. – ISSN 0266–3538

[278] Nakada, M. ; Hanatani, Y. ; Miyano, Y.: Advanced Accelerated Testing Methodology For Long-Term Life Prediction of Polymer Composites. In: *ICCM-17 17th International Conference on Composite Materials, 27 Jul 2009 - 31 Jul 2009, Edinburgh, UK*

[279] Cimini, C. A. J.: A damage prediction of high temperature polymer matrix composites. In: *Sci. Eng. Compos. Mater.* 18 (2011), Nr. 4, S. 247–257. – ISSN 0334181X

[280] Wang, L. ; Wang, B. ; Wei, S. ; Hong, Y. ; Zheng, C.: Prediction of long-term fatigue life of CFRP composite hydrogen storage vessel based on micromechanics of failure. In: *Composites Part B: Engineering* 97 (2016), S. 274–281. – ISSN 13598368

[281] Sayyidmousavi, A. ; Bougherara, H. ; Fawaz, Z.: The Role of Viscoelasticity on the Fatigue of Angle-ply Polymer Matrix Composites at High and Room Temperatures-A Micromechanical Approach. In: *Applied Composite Materials* 22 (2015), Nr. 3, S. 307–321. – ISSN 0929–189X

[282] Kennedy, C. R. ; Ó Brádaigh, C. M. ; Leen, S. B.: A multiaxial fatigue damage model for fibre reinforced polymer composites. In: *Composite Structures* 106 (2013), S. 201–210. – ISSN 02638223

[283] Movahedi-Rad, A. ; Keller, T. ; Vassilopoulos, A. P.: Creep-fatigue interaction in composite materials. In: *Proceedings of the 17th European Conference on Composite Materials, ECCM17, 26-30th June 2016, Munich, Germany*. 2016

[284] Epaarachchi, Jayantha A.: Effects of static-fatigue (tension) on the tension-tension fatigue life of glass fibre reinforced plastic composites. In: *Composite Structures* 74 (2006/8), Nr. 4, S. 419–425. – ISSN 0263–8223

[285] Christensen, Richard M.: A Physically Based Cumulative Damage Formalism. In: Daniel, I. M. (Hrsg.) ; Gdoutos, E. E. (Hrsg.) ; Rajapakse, Y. D. S. (Hrsg.): *Major Accomplishments in Composite Materials and Sandwich Structures*. Dordrecht : Springer Netherlands, 2010. – ISBN 978–90–481–3140–2

[286] Cai, Hongneng ; Miyano, Yasushi ; Nakada, Masayuki ; Ha, Sung K.: Long-term fatigue strength prediction of CFRP structure based on micromechanics of failure. In: *Journal of Composite Materials* 42 (2008), Nr. 8, S. 825–844. – ISSN 0021–9983

[287] Ha, Sung K. ; Jin, Kyo K. ; Huang, Yuanchen: Life Prediction of Composites using MMF and ATM. In: Tsai, Stephen W. (Hrsg.): *Strength & Life of Composites.* 2008. – ISBN 0981914306

[288] Miyano, Y. ; Nakada, M. ; Cai, H.: Characterization of time-temperature dependent static and fatigue behavior of unidirectional CFRP. In: *16th International Conference on Composite Materials, ICCM-16*, 2007. – ISBN 9784931136052. – http://www.iccm-central.org/Proceedings/ICCM16proceedings/contents/pdf/FriJ/FrJM1-01ge_miyanoy224660p.pdf, zuletzt geprüft: 06.04.2018, 10.56 Uhr

[289] Miyano, Y. ; Nakada, M. ; Sekine, N.: Accelerated testing for long-term durability of FRP laminates for marine use. In: *Journal of Composite Materials* 39 (2005), Nr. 1, S. 5–20. – ISSN 1530793X

[290] Miyano, Yasushi ; Kimpara, Isao: *Verification of accelerated test methodology for long-term durability of CFRP laminates for marine use: Office of Naval Research Report Number KIT-MSRL-12-01.* http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a554751.pdf. – http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a554751.pdf, zuletzt geprüft: 06.04.2018, 11.27 Uhr

[291] Miyano, Yasushi ; Nakada, Masayuki: Accelerated Testing for Long-Term Durability of Various FRP Laminates for Marine Use. In: Daniel, I. M. (Hrsg.) ; Gdoutos, E. E. (Hrsg.) ; Rajapakse, Y. D. S. (Hrsg.): *Major Accomplishments in Composite Materials and Sandwich Structures.* Dordrecht : Springer Netherlands, 2010. – ISBN 978–90–481–3140–2

[292] Miyano, Yasushi ; Nakada, Masayuki ; Cai, Hongneng: *Long-term Life Prediction of CFRP Structures Based on MMF/ATM Method* (The 15th Composites Durability Workshop (CDW-15), October 17 to 20, 2010, Kanazawa Institute of Technology). – http://wwwr.kanazawa-it.ac.jp/MSRL/Proceedings_cdw/Session%202/2-1%20Yasushi%20Miyano.pdf, zuletzt geprüft: 06.04.2018, 11.38 Uhr

[293] Miyano, Yasushi ; Nakada, Masayuki ; Cai, Hongneng: Formulation of Long-term Creep and Fatigue Strengths of Polymer Composites Based on Accelerated Testing Methodology. In: Tsai, Stephen W. (Hrsg.): *Strength & Life of Composites.* 2008. – ISBN 0981914306

[294] Miyano, Yasushi ; Nakada, Masayuki ; Kato, Hisaya: *Application of MMF/ATM Method for Long-term Fatigue Life of CFRP Structures for Aircraft.* – ftp://iristor.vub.ac.be/patio/MEMC/pub/pickup/00%20stik%20duracosys%20012/full%20manuscript%20-%20USB%20stick/M17%20PS%20A2%20(Miyano).pdf, zuletzt geprüft: 06.04.2018, 11.55 Uhr

[295] Miyano, Yasushi ; Nakada, Masayuki ; Sekine, Naoyuki: Accelerated testing for long-term durability of GFRP laminates for marine use. In: *Composites Part B: Engineering* 35 (2004), Nr. 6, S. 497–502. http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesb.2003.11.006. – DOI 10.1016/j.compositesb.2003.11.006

[296] Nakada, M. ; Miyano, Y.: Accelerated testing for long-term durability of various FRP laminates for marine use. In: *16th International Conference on Composite Materials, ICCM-16*, 2007. – ISBN 9784931136052.

– http://www.iccm-central.org/Proceedings/ICCM16proceedings/contents/pdf/WedF/WeFM1-02sp_nakadam220696p.pdf, zuletzt geprüft: 05.04.2018, 13.37 Uhr

[297] Nakada, M. ; Miyano, Y.: Accelerated testing for long-term fatigue strength of various FRP laminates for marine use. In: *Composites Science and Technology* 69 (2009), Nr. 6, S. 805–813. – ISSN 02663538

[298] Sihn, Sangwook ; Park, Jin W.: MAE: An Integrated Design Tool for Failure and Life Prediction of Composites. In: Tsai, Stephen W. (Hrsg.): *Strength & Life of Composites*. 2008. – ISBN 0981914306

[299] Miyano, Yasushi ; Nakada, Masayuki ; Cai, Hongneng: Formulation of Long-term Creep and Fatigue Strengths of Polymer Composites Based on Accelerated Testing Methodology. In: *Journal of Composite Materials* 42 (2008), Nr. 18, S. 1897–1919. – ISSN 0021–9983

[300] Guedes, R. M.: Creep and fatigue lifetime prediction of polymer matrix composites based on simple cumulative damage laws. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 39 (2008), Nr. 11, S. 1716–1725. – ISSN 1359835X

[301] Shokrieh, Mahmood M. ; Yazdi, Mojtaba H.: A Simplified Approach to Fatigue Damage Modelling of Composite Laminates with Stress Concentration: Regional Elements Model. In: *Iranian Polymer Journal* 18 (2009), Nr. 3, S. 233–246. – http://journal.ippi.ac.ir/manuscripts/IPJ-2009-03-3999.pdf, zuletzt geprüft: 17.08.2009; 15.11 Uhr

[302] Sevenois, R.D.B. ; Garoz, D. ; Gilabert, F. A. ; Spronk, S.W.F. ; van Paepegem, W.: Microscale based prediction of matrix crack initiation in UD composite plies subjected to multiaxial fatigue for all stress ratios and load levels. In: *Composites Science and Technology* 142 (2017), S. 124–138. – ISSN 02663538

[303] Crouch, R. ; Oskay, C. ; Clay, S.: Multiple spatio-temporal scale modeling of composites subjected to cyclic loading. In: *Comput Mech* (2012), S. 1–15. – ISSN 01787675

[304] Zabihpoor, Mahmood ; Adibnazari, Saeed: Simulation of Fiber/Matrix Debonding in Unidirectional Composites under Fatigue Loading. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 26 (2007), Nr. 8, S. 743–760

[305] Huang, Z.-M.: Fatigue life prediction of a woven fabric composite subjected to biaxial cyclic loads. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 33 (2002), Nr. 2, S. 253–266

[306] Huang, Z.-M. ; Ramakrishna, S. ; Thwe, A. A.: Modeling and Characterization of Fatigue Strength of Laminated Composites with Knitted Fabric Reinforcement. In: *Journal of Composite Materials* 36 (2002), Nr. 15, S. 1781–1801. – ISSN 0021–9983

[307] Bidaine, B. ; Brunbauer, J. ; Adam, L.: Fatigue of carbon/epoxy laminates: Beyond experimental testing thanks to multi-scale modeling, The Composites and Advanced Materials Expo (CAMX), 2016. – https://www.researchgate.net/publication/313812920_Fatigue_of_CarbonEpoxy_Laminates_Beyond_Experimental_Testing_Thanks_to_Multiscale_Modeling, zuletzt geprüft: 04.06.2017, 10.57Uhr

[308] Jia, X. ; Xia, Z. ; Gu, B.: Nonlinear numerical predictions of three-dimensional orthogonal woven composite under low-cycle tension using multiscale repeating unit cells. In: *International Journal of Damage Mechanics* 24 (2015), Nr. 3, S. 338–362. – ISSN 10567895

[309] Jain, A. ; Verpoest, I. ; Hack, M. ; Lomov, S. ; Adam, L. ; Paepegem, W.: Fatigue Life Simulation on Fiber Reinforced Composites - Overview and Methods of Analysis for the Automotive Industry. In: *SAE Int. J. Mater. Manuf.* 5 (2012), Nr. 1, S. 205–214. – ISSN 19463979

[310] André, A. ; Nilsson, S. ; Asp, L. E.: Finite Element Delamination Study of a Notched Composite Plate Under Flexural Loads. In: *ICCM-17 17th International Conference on Composite Materials, 27 Jul 2009 - 31 Jul 2009, Edinburgh, UK*

[311] May, M. ; Hallett, S. R.: Damage initiation in polymer matrix composites under high-cycle fatigue loading - A question of definition or a material property? In: *International Journal of Fatigue* 87 (2016), S. 59–62. – ISSN 01421123

[312] May, Michael ; Hallet, Stephen R.: Modelling Mode I Crack Initiation In Composites Under Fatigue Loading Using Interface Elements. In: *ECCM13, 13th European Conference on Composite Materials, 2-5 June 2008, Stockholm, Sweden*

[313] Allegri, G. ; Wisnom, M. R.: A non-linear damage evolution model for mode II fatigue delamination onset and growth. In: *International Journal of Fatigue* 43 (2012), Nr. 0, S. 226–234. – ISSN 0142–1123

[314] Makeev, A. ; Nikishkov Y. ; Seon, G. ; Lee, E.: Fatigue Structural Substantiation For Thick Composites. In: *ICCM-17 17th International Conference on Composite Materials, 27 Jul 2009 - 31 Jul 2009, Edinburgh, UK*

[315] Momenkhani, Kourosh ; Sarkani, Shahram: A New Method for Predicting the Fatigue Life of Fiber-reinforced Plastic Laminates. In: *Journal of Composite Materials* 40 (2006), S. 1971–1982. – ISSN 0021–9983

[316] Passipoularidis, V. A. ; Philippidis, T.P.: A study of factors affecting life prediction of composites under spectrum loading. In: *International Journal of Fatigue* 31 (2009), S. 408–417. – ISSN 0142–1123

[317] Post, N. L. ; Case, S. W. ; Lesko, J. J.: Modeling the variable amplitude fatigue of composite materials: A review and evaluation of the state of the art for spectrum loading. In: *International Journal of Fatigue* 30 (2008/12), Nr. 12, S. 2064–2086. – ISSN 0142–1123

[318] Quaresimin, Marino ; Susmel, Luca ; Talreja, Ramesh: Fatigue behaviour and life assessment of composite laminates under multiaxial loadings: Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4). In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010/1//), Nr. 1, S. 2–16. – ISSN 0142–1123

[319] Read, P. J. C. L. ; Shenoi, R. A.: A review of fatigue damage modelling in the context of marine FRP laminates. In: *Marine Structures* 8 (1995), Nr. 3, S. 257–278. – ISSN 0951–8339

[320] Vassilopoulos, Anastasios P. ; Sarfaraz, Roohollah ; Manshadi, Behzad D. ; Keller, Thomas: A computational tool for the life prediction of GFRP laminates under irregular complex stress states: Influence of the fatigue failure criterion. In: *Computational Materials Science* In Press, Corrected Proof (2010). http://dx.doi.org/10.1016/j.commatsci.2010.05.039. – DOI 10.1016/j.commatsci.2010.05.039

[321] Sarfaraz, R. ; Vassilopoulos, A. P. ; Keller, T.: A hybrid S-N formulation for fatigue life modeling of composite materials and structures. In: *Compos Part A Appl Sci Manuf* 43 (2012), Nr. 3, S. 445–453. – ISSN 1359835X

[322] Vassilopoulos, Anastasios P. ; Georgopoulos, Efstratios F. ; Keller, Thomas: Comparison of genetic programming with conventional methods for fatigue life modeling of FRP composite materials. In: *International Journal of Fatigue* 30 (2008), Nr. 9, S. 1634–1645. – ISSN 0142–1123

[323] Sutherland, Herbert J. ; Mandell, John F. ; Sandia (Hrsg.): *Updated Goodman Diagrams for Fiberglass Composite Materials Using the DOE/MSU Fatigue Database.* – http://www.sandia.gov/wind/other/Global04_18983_Sutherland_Final.pdf, zuletzt geprüft: 15.09.2009, 14.52 Uhr

[324] Sutherland, Herbert J. ; Mandell, John F.: Effect of Mean Stress on the Damage of Wind Turbine Blades. In: *ASME/AIAA Wind Energy Symposium, Jan. 2004 pp. AIAA-2004-0172.* 2004. – http://www.sandia.gov/wind/asme/AIAA-2004-0172.pdf, zuletzt geprüft: 15.09.2009, 14.50 Uhr

[325] Sutherland, Herbert J. ; Mandell, John F.: The effect of mean stress on damage predictions for spectral loading of fibreglass composite coupons. In: *Wind Energy* 8 (2004), Nr. 1, S. 93–108

[326] Ji, Q. ; Zhu, P. ; Lu, J. ; Liu, Z.: Study of in-plane fatigue failure and life prediction of weave composites under constant and variable amplitude loading. In: *Polymers and Polymer Composites* 24 (2016), Nr. 8, S. 597–608. – ISSN 14782391. – http://www.polymerjournals.com/pdfdownload/1238338.pdf, zuletzt geprüft: 06.05.2017, 14.36 Uhr

[327] Kawai, M. ; Matsuda, Y.: Anisomorphic constant fatigue life diagrams for a woven fabric carbon/epoxy laminate at different temperatures. In: *Compos Part A Appl Sci Manuf* 43 (2012), Nr. 4, S. 647–657. – ISSN 1359835X

[328] Kawai, M. ; Matsuda, Y. ; Yoshimura, R.: A general method for predicting temperature-dependent anisomorphic constant fatigue life diagram for a woven fabric carbon/epoxy laminate. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 43 (2012), Nr. 6, S. 915–925

[329] Kawai, M. ; Teranuma, T.: A multiaxial fatigue failure criterion based on the principal constant life diagrams for unidirectional carbon/epoxy laminates. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 43 (2012), Nr. 8, S. 1252–1266

[330] Kawai, M. ; Yano, K.: Anisomorphic constant fatigue life diagrams of constant probability of failure and prediction of P-S-N curves for unidirectional carbon/epoxy laminates. In: *International Journal of Fatigue* 83 (2016), S. 323–334. – ISSN 01421123

[331] Kawai, M. ; Yano, K.: Probabilistic anisomorphic constant fatigue life diagram approach for prediction of P-S-N curves for woven carbon/epoxy laminates at any stress ratio. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 80 (2016), S. 244–258. – ISSN 1359835X

[332] Vassilopoulos, Anastasios P. ; Manshadi, Behzad D. ; Keller, Thomas: Influence of the constant life diagram formulation on the fatigue life prediction of composite materials. In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010/4//), Nr. 4, S. 659–669. – ISSN 0142–1123

[333] Westphal, T. ; Nijssen, R.P.L.: Fatigue life prediction of rotor blade composites: Validation of constant amplitude formulations with variable amplitude experiments. In: *4th Scientific Conference on the Science of Making Torque from Wind* 555 (2014), Nr. 1. – ISSN 17426588

[334] Hahne, C. ; Knaust, U. ; Schürmann, H.: Zur Festigkeitsbewertung von CFK-Strukturen unter Pkw-Betriebslasten (Fatigue evaluation of CFRP structures under complex car loads). In: *Materialprüfung (Materials Testing)* 56 (2014), Nr. 7-8, S. 542–549. `http://dx.doi.org/\url{10.3139/120.110595}`. – DOI `10.3139/120.110595`

[335] Hahne, C.: Zur Festigkeitsbewertung von Strukturbauteilen aus Kohlenstofffaser-Kunststoff-Verbunden unter PKW-Betriebslasten. In: *21. Nationales Symposium SAMPE Deutschland e. V., Darmstadt, 18./19. Februar 2015*

[336] Zhang, Z. ; Friedrich, K.: Artificial neural networks applied to polymer composites: a review: Polymer Composites: Design, Materials, Manufacturing, Dedicated to Professor M. Neitzel. In: *Composites Science and Technology* 63 (2003/11), Nr. 14, S. 2029–2044. – ISSN 0266–3538

[337] Vassilopoulos, Anastasios P. ; Georgopoulos, Efstratios F. ; Dionysopoulos, Vasileios: Artificial neural networks in spectrum fatigue life prediction of composite materials. In: *International Journal of Fatigue* 29 (2007/1), Nr. 1, S. 20–29. – ISSN 0142–1123

[338] Silverio Freire Júnior, R. C. ; Dória Neto, A. D. ; Freire De Aquino, E. M.: Comparative study between ANN models and conventional equations in the analysis of fatigue failure of GFRP. In: *International Journal of Fatigue* 31 (2009/5), Nr. 5, S. 831–839. – ISSN 0142–1123

[339] Zuluaga-Ramírez, Pablo ; Frövel, Malte ; Arconada, Álvaro ; Belenguer, Tomás ; Salazar, Félix: Evaluation of the Fatigue Linear Damage Accumulation Rule for Aeronautical CFRP Using Artificial Neural Networks. In: *Mechanical and Aerospace Engineering V* Bd. 1016, Trans Tech Publications, 11 2014 (Advanced Materials Research), S. 8–13

[340] Bedi, Raman ; Vassilopoulos, Anastasios P.: Modelling Fatigue Life of Composite Laminates With ANFIS. In: *ECCM13, 13th European Conference on Composite Materials, 2-5 June 2008, Stockholm, Sweden*

[341] Varvani-Farahani, A. ; Haftchenari, H. ; Panbechi, M.: An energy-based fatigue damage parameter for off-axis unidirectional FRP composites. In: *Composite Structures* 79 (2007/7), Nr. 3, S. 381–389. – ISSN 0263–8223

[342] Kawai, M. ; Suda, H.: Effects of non-negative mean stress on the off-axis fatigue behavior of unidirectional carbon/epoxy composites at room temperature. In: *Journal of Composite Materials* 38 (2004), Nr. 10, S. 833–854. – ISSN 1530793X

[343] Petermann, J. ; Plumtree, A.: A unified fatigue failure criterion for unidirectional laminates. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 32 (2001), Nr. 1, S. 107–118

[344] Shokrieh, M. M. ; Taheri-Behrooz, F.: A unified fatigue life model based on energy method: Thirteenth International Conference on Composite Structures - ICCS/13. In: *Composite Structures* 75 (2006), Nr. 1-4, S. 444–450. – ISSN 0263–8223

[345] Kawai, M. ; Shiratsuchi, T.: Vanishing notch sensitivity approach to fatigue life prediction of notched cross-ply CFRP laminates at room temperature. In: *Journal of Composite Materials* 46 (2012), Nr. 23, S. 2935–2950. – ISSN 0021–9983

[346] Schütz, Dr.-Ing. D. ; Gerharz, J. J.: Die Schwingfestigkeit von Bauteilen aus faserverstärkten Werkstoffen. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 8 (1977), Nr. 12, S. 417–424

[347] Strizhius, V.: Fatigue Damage Accumulation Under Quasi-Random Loading of Composite Airframe Elements. In: *Mechanics of Composite Materials* 52 (2016), Sep, Nr. 4, S. 455–468. `http://dx.doi.org/10.1007/s11029-016-9597-9`. – DOI 10.1007/s11029–016–9597–9

[348] Strizhius, V.: Analysis of the Fatigue Life of Composite Airframe Elements According to the Conditions Of Their Residual Strength. In: *Mechanics of Composite Materials* 50 (2014), Nr. 5, S. 569–578. – ISSN 01915665

[349] Strizhius, V.: Fatigue damage accumulation under biaxial cyclic loading of off-axis composites. In: Davidson, Barry D. (Hrsg.) ; Ratcliffe, James G. (Hrsg.) ; Czabaj, Michael W. (Hrsg.): *Proceedings of the American Society for Composites Thirty-First Technical Conference*. Lancaster, PA : DEStech Publications, Inc, 2016. – ISBN 9781605953168. – `http://mech.utah.edu/ASC2016/assets/3305.pdf`, zuletzt geprüft: 05.06.2017, 15.49 Uhr

[350] van Paepegem, W. ; Degrieck, J.: Effects of Load Sequence and Block Loading on the Fatigue Response of Fibre-reinforced Composites. In: *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 9 (2002), Nr. 1, S. 19–35

[351] Mustafa, G. ; Crawford, C. ; Suleman, A.: Fatigue life prediction of laminated composites using a multi-scale M-LaF and Bayesian inference. In: *Composite Structures* 151 (2016), S. 149–161. – ISSN 02638223

[352] Brunbauer, Julia ; Pinter, Gerald: Stiffness and Strength Based Models for the Fatigue-Life Prediction of Continuously Fiber Reinforced Composites. In: *20th Symposium on Composites* Bd. 825, Trans Tech Publications, 8 2015 (Materials Science Forum), S. 960–967

[353] Deveci, H. A. ; Artem, H. S.: Optimum design of fatigue-resistant composite laminates using hybrid algorithm. In: *Composite Structures* 168 (2017), S. 178–188. – ISSN 02638223

[354] Fawaz, Z. ; Ellyin, F.: Fatigue Failure Model for Fibre-Reinforced Materials under General Loading Conditions. In: *Journal of Composite Materials* 28 (1994), Nr. 15, S. 1432–1451. – ISSN 0021–9983

[355] Gude, M. ; Hufenbach, W. ; Koch, I. ; Protz, R.: Fatigue Failure Criteria And Degradation Rules For Composites Under Multiaxial Loadings. In: *Mechanics of Composite Materials* 42 (2006), Nr. 5, S. 443–450

[356] Nyman, Tonny: Composite fatigue design methodology: a simplified approach. In: *Composite Structures* 35 (1996/6), Nr. 2, S. 183–194. – ISSN 0263–8223

[357] Philippidis, T. P. ; Vassilopoulos, A. P.: Fatigue Strength Prediction under Multiaxial Stress. In: *Journal of Composite Materials* 33 (1999), Nr. 17, S. 1578–1599. – ISSN 0021–9983

[358] Pörtner, Hartwig: *Multi-axial Fatigue Models for Composite Lightweight Structures*. Göteborg, Chalmers University of Technology, Master's Thesis, 2013. – `http://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/195134/195134.pdf`, zuletzt geprüft: 18.04.2017, 08.50 Uhr

[359] Strizhius, V.: Fatigue Failure Criterion of Laminated Composites Under a Complex Stress-Strain State. In: *Mechanics of Composite Materials* 52 (2016), Nr. 3, S. 369–378. – ISSN 01915665

[360] Orth, M. ; Butz, M. ; Gaier, C.: Durability assessment of CFRP components with static failure criteria. In: *Materialpruefung/Materials Testing* 56 (2014), Nr. 7-8, S. 559–566. – ISSN 00255300

[361] Brunbauer, J. ; Gaier, C. ; Pinter, G.: Computational fatigue life prediction of continuously fibre reinforced multiaxial composites. In: *Composites Part B: Engineering* 80 (2015), S. 269–277. – ISSN 13598368

[362] Pinter, G. ; Gaier, Ch. ; Maier, J. ; Fischmeister, S. ; Dannbauer, H.: A strength based approach on S-N curves for the fatigue life assessment of continuously fiber reinforced composites. In: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018*

[363] Kennedy, C. R. ; Leen, S. B. ; Ó Brádaigh, C. M.: A preliminary design methodology for fatigue life prediction of polymer composites for tidal turbine blades. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications* 226 (2012), Nr. 3, S. 203–218. – ISSN 14644207

[364] Manjunatha, C. M. ; Bojja, R. ; Jagannathan, N. ; Kinloch, A. J. ; Taylor, A. C.: Enhanced fatigue behavior of a glass fiber reinforced hybrid particles modified epoxy nanocomposite under WISPERX spectrum load sequence. In: *International Journal of Fatigue* 54 (2013), S. 25–31. – ISSN 01421123

[365] Strizhius, V.: Estimation of the residual fatigue life of laminated composites under a multistage cyclic loading. In: *Mechanics of Composite Materials* 52 (2016), Nr. 5, S. 611–622. – ISSN 01915665

[366] Kulkarni, P. A. ; Hu, W. ; Dhoble, A. S. ; Padole, P. M.: Statistical wind prediction and fatigue analysis for horizontal-axis wind turbine composite material blade under dynamic loads. In: *Advances in Mechanical Engineering* 9 (2017), Nr. 9. – ISSN 16878132

[367] Capela, C. ; Ferreira, J.A.M. ; Febra, T. ; Costa, J. D.: Fatigue strength of tubular carbon fibre composites under bending/torsion loading. In: *International Journal of Fatigue* 70 (2014), S. 216–222. – ISSN 0142–1123

[368] Philippidis, Theodore P. ; Vassilopoulos, Anastasios P.: Complex stress state effect on fatigue life of GRP laminates.: part I, experimental. In: *International Journal of Fatigue* 24 (2002/8), Nr. 8, S. 813–823. – ISSN 0142–1123

[369] Philippidis, Theodore P. ; Vassilopoulos, Anastasios P.: Life prediction methodology for GFRP laminates under spectrum loading. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 35 (2004/6), Nr. 6, S. 657–666

[370] Ismaiel, A.M.M. ; Metwalli, S. M. ; Elhadidi, B.M.N. ; Yoshida, S.: Fatigue analysis of an optimized HAWT composite blade. In: *Evergreen* 4 (2017), Nr. 2-3, S. 1–6. – ISSN 21890420. – `http://www.tj.kyushu-u.ac.jp/evergreen/contents/EG2017-4_23_content/pdf/Pages%201-6.pdf`, zuletzt geprüft: 29.12.2017, 15.20 Uhr

[371] Mouritz, A. P.: A Simple Fatigue Life Model for Three-dimensional Fiber-Polymer Composites. In: *Journal of Composite Materials* 40 (2006), Nr. 5, S. 455–469. – ISSN 0021–9983

[372] Eulitz, J. ; Grothaus, R. ; Kroll, S.: Rechnerische Methoden zur Lebensdauerauslegung moderner Faserverbundwerkstoffe: Überblick und Ausblick. In: *NAFEMS Magazin* Ausgabe 19 (2011), Nr. 2, S. 38–48

[373] Germanischer Lloyd WindEnergie GmbH: *Richtlinie für die Zertifizierung von Windenergieanlagen.* 2003

[374] Krause, D.: A physically based micromechanical approach to model damage initiation and evolution of fiber reinforced polymers under fatigue loading conditions. In: *Composites Part B: Engineering* 87 (2016), S. 176–195. – ISSN 13598368

[375] WENG, Jingmeng ; WEN, Weidong ; ZHANG, Hongjian: Multiaxial fatigue life prediction of composite materials. In: *Chinese Journal of Aeronautics* 30 (2017), Nr. 3, S. 1012 – 1020. – ISSN 1000–9361

[376] Passipoularidis, V. A. ; Philippidis, T.P.: Strength Degradation due to Fatigue in Fiber Dominated Glass/Epoxy Composites: A Statistical Approach. In: *Journal of Composite Materials* 43 (2009), Nr. 9, S. 997–1013. – ISSN 0021–9983

[377] D'Amore, A. ; Grassia, L.: Constitutive law describing the strength degradation kinetics of fibre-reinforced composites subjected to constant amplitude cyclic loading. In: *Mechanics of Time-Dependent Materials* 20 (2016), Nr. 1, S. 1–12. – ISSN 13852000

[378] Chou, Pei C. ; Croman, Robert: Residual Strength in Fatigue Based on the Strength-Life Equal Rank Assumption. In: *Journal of Composite Materials* 12 (1978), Nr. 2, S. 177–194. – ISSN 0021–9983. – `http://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/002199837801200206`, zuletzt geprüft: 04.03.2018, 12.23 Uhr

[379] Hahn, H. T. ; Kim, R. Y.: Proof Testing of Compsite Materials. In: *Journal of Composite Materials* 9 (1975), Nr. 3, S. 297–311. – ISSN 0021–9983. – http://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/002199837500900308, zuletzt geprüft: 04.03.2018, 12.24 Uhr

[380] Yang, Jann N. ; Jones, Douglas L. ; NASA Langley-Research Center (Hrsg.): *Statistical Characterization Of The Fatigue Behavior Of Composite Lamina: Final Technical Report Grant NSG 1415.* – School of Engineering and Applied Science, The George Washington University, Washington, D. C. 20052, Reproduced by National Technical Information Service, U.S. Department of Commerce, Springfield, VA, 22161

[381] D'Amore, A. ; Grassia, L.: Phenomenological approach to the study of hierarchical damage mechanisms in composite materials subjected to fatigue loadings. In: *Composite Structures* 175 (2017), S. 1–6. – ISSN 02638223

[382] Guedes, R. M.: Durability of polymer matrix composites: Viscoelastic effect on static and fatigue loading. In: *Composites Science and Technology* 67 (2007/9), Nr. 11-12, S. 2574–2583. – ISSN 0266–3538

[383] Vinayak, B. G. ; Jayaprakash, K. ; Naik, N. K.: Fatigue behavior of laminated composites with a circular hole under in-plane uniaxial random loading. In: *Materials and Design* 40 (2012), Nr. 0, S. 245–256. – ISSN 0261–3069

[384] Drašković, Miloš ; Pickett, Anthony ; Carosella, Stefan ; Kärger, Luise ; Henning, Frank ; Middendorf, Peter: Accelerated residual strength after fatigue testing using in-situ image processing for damage detection. In: *SAMPE Europe Conference 2017, Stuttgart, Germany*

[385] Kadoya, A. ; Yashiro, S.: Prediction of Fatigue Damage in Holed Composite Laminates With Embedded FBG Sensors: B8.8. In: *ICCM-17 17th International Conference on Composite Materials, 27 Jul 2009 - 31 Jul 2009, Edinburgh, UK*

[386] Talreja, Ramesh: Statistical Considerations. In: Reifsnider, Kenneth L. (Hrsg.): *Fatigue of composite materials* Bd. 4. Amsterdam : Elsevier, 1991. – ISBN 0444705074, S. 485–501

[387] Reifsnider, Kenneth L. ; Stinchcomb, W. W.: A Critical-Element Model of the Residual Strength and Life of Fatigue-Loaded Composite Coupons. In: Hahn, H. T. (Hrsg.): *Composite materials*. Philadelphia, Pa : American Society for Testing Materials, 1986 (ASTM STP 907). – ISBN 0–8031–0470–7

[388] André Lavoir, J. ; L.Reifsnider, Kenneth ; Renshaw, Andrew J. ; Mitten, William A.: Prediction of stress-rupture life of glass/epoxy laminates. In: *International Journal of Fatigue* 22 (2000/7), Nr. 6, S. 467–480. – ISSN 0142–1123

[389] Diao, Xiaoxue ; Ye, Lin ; Mai, Yiu-Wing: Fatigue Life Prediction of Composite Laminates Using a Stress Redistribution Function. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 15 (1996), Nr. 3, S. 249–266

[390] Magin, M. ; Himmel, N.: Physical non-linearity of unidirectional polymer matrix composites in cyclic fatigue life analysis. In: *ICCM-17 17th International Conference on Composite Materials, 27 Jul 2009 - 31 Jul 2009, Edinburgh, UK*

[391] El Mahi, Abderrahim ; Bezazi, Abderrezak: Describing the Flexural Behaviour of Cross-ply Laminates Under Cyclic Fatigue. In: *Applied Composite Materials* 16 (2009/02/01/), Nr. 1, S. 33–53. http://dx.doi.org/10.1007/s10443-008-9076-0. – DOI 10.1007/s10443–008–9076–0

[392] Fong, J. T.: What Is Fatigue Damage? In: Reifsnider, K. L. (Hrsg.): *Damage in composite materials: Basic Mechanisms, Accumulation, Tolerance, and Characterization, ASTM STP 775.* American Society for Testing and Materials, 1982 (ASTM Special Technical Publication). – ISBN 978–0–8031–4840–6, S. 243–266

[393] Stojković, N. ; Folić, R. ; Pasternak, H.: Mathematical model for the prediction of strength degradation of composites subjected to constant amplitude fatigue. In: *International Journal of Fatigue* 103 (2017), S. 478–487. – ISSN 01421123

[394] Wang, Wei ; Zhu, Yu L. ; Xiao, Qi M.: Calculating Fatigue Life of Helicopter Composite Blades Based on the Residual Strength Theory. In: *Materials and Processes Technologies V* Bd. 941, Trans Tech Publications, 7 2014 (Advanced Materials Research). – ISSN 1662–8985, S. 1552–1557

[395] Jen, M.-H.R. ; Chang, C.-K. ; Tseng, Y.-C.: Fatigue response of hybrid magnesium/APC-2 nanocomposite laminates at elevated temperature. In: *Composite Structures* 174 (2017), S. 211–220. – ISSN 0263–8223

[396] Arnold, Steven M. ; Murthy, Pappu L. ; Bednarcyk, Brett A. ; Pineda, Evan J.: Microstructural Influence on Deformation and Fatigue Life of Composites Using the Generalized Method of Cells. In: *56th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2015 (AIAA SciTech Forum). – https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20150010723.pdf, zuletzt geprüft: 20.05.2017, 11.24 Uhr

[397] Li, W. ; Cai, H. ; Li, C. ; Wang, K. ; Fang, L.: Micro-mechanics of failure for fatigue strength prediction of bolted joint structures of carbon fiber reinforced polymer composite. In: *Composite Structures* 124 (2015), S. 345–356. – ISSN 02638223

[398] Yao, L. ; Rong, Q. ; Shan, Z. ; Qiu, Y.: Static and bending fatigue properties of ultra-thick 3D orthogonal woven composites. In: *Journal of Composite Materials* 47 (2013), Nr. 5, S. 569–577. – ISSN 1530793X

[399] Shokrieh, M. M. ; Esmkhani, M.: Fatigue life prediction of nanoparticle/fibrous polymeric composites based on the micromechanical and normalized stiffness degradation approaches. In: *Journal of Materials Science* 48 (2013), Nr. 3, S. 1027–1034. – ISSN 00222461

[400] Philippidis, T. P. ; Vassilopoulos, A. P.: Fatigue design allowables for GRP laminates based on stiffness degradation measurements. In: *Composites Science and Technology* 60 (2000/11), Nr. 15, S. 2819–2828. – ISSN 0266–3538

[401] Haynes, R. ; Henry, T. ; Cole, D. ; Weiss, V.: Damage precursor detection and identification in composite structures. In: Davidson, Barry D. (Hrsg.) ; Ratcliffe, James G. (Hrsg.) ; Czabaj, Michael W. (Hrsg.): *Proceedings of the American Society*

for Composites Thirty-First Technical Conference. Lancaster, PA : DEStech Publications, Inc, 2016. – ISBN 9781605953168. – `https://mech.utah.edu/ASC2016/assets/0902.pdf`, zuletzt geprüft: 05.06.2017, 15.41 Uhr

[402] Peng, T. ; Liu, Y. ; Saxena, A. ; Goebel, K.: In-situ fatigue life prognosis for composite laminates based on stiffness degradation. In: *Composite Structures* 132 (2015), S. 155–165. – ISSN 02638223

[403] Zong, J. ; Yao, W.: Fatigue life prediction of composite structures based on online stiffness monitoring. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 36 (2017), Nr. 14, S. 1038–1057. – ISSN 07316844

[404] Zhang, W. ; Zhou, Z. ; Zhang, B. ; Zhao, S.: A phenomenological fatigue life prediction model of glass fiber reinforced polymer composites. In: *Materials and Design* 66 (2015), Nr. PA, S. 77–81. – ISSN 02613069

[405] Van Paepegem, W. ; Degrieck, J.: Simulating inplane fatigue damage in woven glass fibre-reinforced composites subject to fully-reversed cyclic loading. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 27 (2004), Nr. 12, S. 1197–1208. – ISSN 1460–2695

[406] Shiri, S. ; Yazdani, M. ; Pourgol-Mohammad, M.: A fatigue damage accumulation model based on stiffness degradation of composite materials. In: *Materials and Design* 88 (2015), S. 1290–1295. – ISSN 02613069

[407] Sun, B. ; Liu, R. ; Gu, B.: Numerical simulation of three-point bending fatigue of four-step 3-D braided rectangular composite under different stress levels from unit-cell approach. In: *Comput Mater Sci* 65 (2012), S. 239–246. – ISSN 09270256

[408] Mao, H. ; Mahadevan, S.: Fatigue damage modelling of composite materials. In: *Composite Structures* 58 (2002), Nr. 4, S. 405–410. – ISSN 02638223

[409] Boukharouba, W. ; Bezazi, A. ; Scarpa, F.: Identification and prediction of cyclic fatigue behaviour in sandwich panels. In: *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation* 53 (2014), S. 161–170. – ISSN 02632241

[410] El Mahi, A. ; Khawar Farooq, M. ; Sahraoui, S. ; Bezazi, A.: Modelling the flexural behaviour of sandwich composite materials under cyclic fatigue. In: *Materials & Design* 25 (2004), Nr. 3, S. 199–208

[411] Brunbauer, J. ; Pinter, G.: Fatigue life prediction of carbon fibre reinforced laminates by using cycle-dependent classical laminate theory. In: *Composites Part B: Engineering* 70 (2015), S. 167–174. – ISSN 13598368

[412] Varvani-Farahani, A. ; Shirazi, A.: A Fatigue Damage Model for (0/90) FRP Composites based on Stiffness Degradation of 0° and 90° Composite Plies. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 26 (2007), Nr. 13, S. 1319–1336

[413] Yamada, Y. ; Iwata, K. ; Kadowaki, T. ; Sumiya, T.: Method of reduced variables for stiffness degradation process of unidirectional CFRP composites subjected to alternating bending. In: *Composites Science and Technology* 138 (2017), S. 117–123. – ISSN 02663538

[414] Muc, A. ; Muc-Wierzgoń, M.: Discrete optimization of composite structures under fatigue constraints. In: *Composite Structures* 133 (2015), S. 834–839. – ISSN 02638223

[415] Ahmadzadeh, G. R. ; Varvani-Farahani, A.: Ratcheting Assessment of GFRP Composites in Low-Cycle Fatigue Domain. In: *Applied Composite Materials* 21 (2014), Nr. 3, S. 417–428. – ISSN 0929–189X

[416] Shiri, S. ; Pourgol-Mohammad, M. ; Yazdani, M.: Effect of strength dispersion on fatigue life prediction of composites under two-stage loading. In: *Materials and Design* 65 (2015), S. 1189–1195. – ISSN 02613069

[417] Lemaitre, Jean ; Desmorat, Rodrigue: *Engineering damage mechanics: Ductile, creep, fatigue and brittle failures.* Berlin : Springer, 2005. – ISBN 3–540–21503–4

[418] Fish, Jacob ; Yu, Qing: Computational mechanics of fatigue and life predictions for composite materials and structures. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 191 (2002), Nr. 43, S. 4827–4849

[419] Mohammadi, B. ; Fazlali, B.: Off-axis fatigue behaviour of unidirectional laminates based on a microscale fatigue damage model under different stress ratios. In: *International Journal of Fatigue* 106 (2018), S. 11–23. – ISSN 01421123

[420] Bednarcyc, Brett A. ; Yarrington, Phillip W. ; Arnold, Steven M.: *Multiscale Fatigue Life Prediciton for Composite Panels: NASA/TM—2012-217694.* – `https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20120015395.pdf`, zuletzt geprüft: 28.02.2019, 8.30 Uhr

[421] Hochard, Ch. ; Thollon, Y.: A generalized damage model for woven ply laminates under static and fatigue loading conditions: Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4). In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010/1//), Nr. 1, S. 158–165. – ISSN 0142–1123

[422] Hochard, Ch. ; Lahellec, N. ; Montagnier, O.: Damage and failure of laminated composite structures under fatigue loads. In: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018*

[423] Eyer, G. ; Montagnier, O. ; Hochard, C. ; Charles, J.-P.: Effect of matrix damage on compressive strength in the fiber direction for laminated composites. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 94 (2017), S. 86–92. `http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2016.12.012`. – DOI 10.1016/j.compositesa.2016.12.012

[424] Varna, J. ; Talreja, R.: Integration of Macro- and Micro damage mechanics for the performance evaluation of composite materials. In: *Mech. Compos. Mater.* 48 (2012), Nr. 2, S. 145–160. – ISSN 01915665

[425] Zhang, W. ; Zhou, Z. ; Scarpa, F. ; Zhao, S.: A fatigue damage meso-model for fiber-reinforced composites with stress ratio effect. In: *Materials and Design* 107 (2016), S. 212–220. – ISSN 02613069

[426] Gude, M. ; Hufenbach, W. ; Koch, I.: Damage evolution of novel 3D textile-reinforced composites under fatigue loading conditions. In: *Composites Science and Technology* 70 (2010), Nr. 1, S. 186–192. – ISSN 0266–3538

[427] Hufenbach, W. ; Ulbricht, V. ; Böhm, R. ; Grüber, B. ; Cichy, F. ; Füssel, R. ; Hornig, A. ; Koch, I. ; Zscheyge, M. ; Thielsch, K. ; Van, B. P. ; Kästner, M. ; Blobel, S.: *SIMOTEX - Praxisgerechte Simulationsmodelle zur virtuellen Entwicklung neuartiger Textilverbundwerkstoffe für Crash- und Impactanwendungen unter Berücksichtigung von Mikro-Meso-Makro-Interaktionen: Abschlussbericht Nr.: 1/A157/11: BMBF-Förderkennzeichen: 03X0505H.* – https://www.tib.eu/de/suchen/id/TIBKAT%3A667096930/Praxisgerechte-Simulationsmodelle-zur-virtuellen/, zuletzt geprüft: 26.03.2018, 10.38 Uhr

[428] Oppermann, Helge: *SIMOTEX - Praxisgerechte Simulationsmodelle zur virtuellen Entwicklung neuartiger Textilverbundwerkstoffe für Crash- und Impactanwendungen unter Berücksichtigung von Mikro-Meso-Makro-Interaktionen: Schlussbericht BMW Group zum 31.01.2011: BMBF-Förderkennzeichen: 03X0505A.* – https://www.tib.eu/de/suchen/id/TIBKAT%3A667387889/Praxisgerechte-Simulationsmodelle-zur-virtuellen/, zuletzt geprüft: 26.03.2018, 10.42 Uhr

[429] Koch, I. ; Zscheyge, M. ; Tittmann, K. ; Gude, M.: Numerical fatigue analysis of CFRP components. In: *Composite Structures* 168 (2017), S. 392–401. – ISSN 02638223

[430] Krasnobrizha, A. ; Gornet, L. ; Rozycki, P. ; Cosson, P.: Modelling the hysteresis behavior of fabric carbon composite using a collaborative elastoplasto-damage model with fractional derivative. In: *Proceedings of the 17th European Conference on Composite Materials, ECCM17, 26-30th June 2016, Munich, Germany.* 2016

[431] Hochard, C. ; Miot, S. ; Thollon, Y.: Fatigue of laminated composite structures with stress concentrations. In: *Composites Part B: Engineering* 65 (2014), S. 11–16. – ISSN 13598368

[432] Hochard, Ch. ; St. Miot ; Thollon, Y. ; Lahellec, N. ; Charles, J.-P.: *Corrigendum to "Fatigue of laminated composite structures with stress concentrations" [Composites: Part B (2013)] (DOI:10.1016/j.compositesb.2013.10.020).* 01.01.2014 (Composites Part B: Engineering)

[433] R. Desmorat ; Ragueneau, F. ; Pham, H.: Continuum damage mechanics for hysteresis and fatigue of quasi-brittle materials and structures. In: *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 31 (2007), Nr. 2, 307–329. http://dx.doi.org/10.1002/nag.532. – ISSN 1096–9853

[434] Movaghghar, A. ; Lvov, G. I.: A method of estimating wind turbine blade fatigue life and damage using continuum damage mechanics. In: *Int J Damage Mech* 21 (2012), Nr. 6, S. 810–821. – ISSN 10567895

[435] Yazdani, Siamak ; Salehi, Amin ; Sboori, Ashkan ; Jahani, Babak ; Borgersen, Svenn: Damage modeling and assessment for brittle materials. In: Pellicer, Eugenio (Hrsg.) ; Adam, José M. (Hrsg.) ; Yepes, Víctor (Hrsg.) ; Singh, Amarjit (Hrsg.) ; Yazdani, Siamak (Hrsg.): *Resilient structures and sustainable construction.* Fargo (North Dakota, USA) : ISEC Press, 2017. – ISBN 978–0–9960437–4–8. – https://www.google.de/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwi196yezprWAhXDlxoKHQAZCRMQFggrMAA&url=http%3A%2F%2Fdoi.nrct.go.th%2FListDoi%2FDownload%2F321687%2Ff1f62d134570caa22527eedd3a2d849e%3FResolve_DOI%3D10.14455%

2FISEC.res.2017.170&usg=AFQjCNFLnCHnpaStWFuwPN2bVCX3-q9nZg, zuletzt geprüft: 10.09.2017, 14.20 Uhr

[436] Kaminski, M. ; Laurin, F. ; Angrand, L. ; Desmorat, R.: Lifetime prediction of 3D woven interlock composite made of organic matrix under fatigue loading. In: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018*

[437] Pupurs, A. ; Varna, J.: FEM modeling of fiber/matrix debond growth in tension-tension cyclic loading of unidirectional composites. In: *International Journal of Damage Mechanics* 22 (2013), Nr. 8, S. 1144–1160. – ISSN 10567895

[438] Pupurs, A. ; Varna, J.: Energy release rate based fiber/matrix debond growth in fatigue. Part I: Self-similar crack growth. In: *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 20 (2013), Nr. 4, S. 276–287. – ISSN 15376494

[439] Pupurs, A. ; Varna, J.: UD Composite In Mechanica Fatigue: Modeling Multiple Fiber Breaks And Debond Growth. In: *ICCM-17 17th International Conference on Composite Materials, 27 Jul 2009 - 31 Jul 2009, Edinburgh, UK*

[440] Chiachío, J. ; Chiachío, M. ; Saxena, A. ; Sankararaman, S. ; Rus, G. ; Goebel, K.: Bayesian model selection and parameter estimation for fatigue damage progression models in composites. In: *International Journal of Fatigue* 70 (2015), S. 361–373. – ISSN 01421123

[441] Chiachio, M. ; Chiachio, J. ; Saxena, A. ; Rus, G. ; Goebel, K.: An efficient algorithm to predict the expected end-of-life in composites under fatigue conditions. In: *ECCM16 - 16th European Conference on Composite Materials, Seville, Spain, 22-26 June 2014*, 2014

[442] Ogi, Keiji ; Yashiro, Shigeki ; Takahashi, Manabu ; Ogihara, Shinji: A probabilistic static fatigue model for transverse cracking in CFRP cross-ply laminates. In: *Composites Science and Technology* 69 (2009/3//), Nr. 3-4, S. 469–476. – ISSN 0266–3538

[443] Dong, H. ; Li, Z. ; Wang, J. ; Karihaloo, B. L.: A new fatigue failure theory for multidirectional fiber-reinforced composite laminates with arbitrary stacking sequence. In: *International Journal of Fatigue* 87 (2016), S. 294–300. – ISSN 01421123

[444] Liu, Yongming ; Mahadevan, Sankaran: Probabilistic fatigue life prediction of multidirectional composite laminates. In: *Composite Structures* 69 (2005/6), Nr. 1, S. 11–19. – ISSN 0263–8223

[445] Liu, Yongming ; Mahadevan, Sankaran: Corrigendum to "Probabilistic fatigue life prediction of multidirectional composite laminates" [Composite Structures 69 (2005) 11-19]. In: *Composite Structures* 77 (2007/1), Nr. 1, S. 125. – ISSN 0263–8223

[446] Krüger, Heiko ; Rolfes, Raimund: Energiebasiertes Degradationsmodell zur schichtenweisen Beschreibung der Ermüdung von Faserkunststoffverbunden unter Berücksichtigung verschiedener Versagensmodi. In: *NAFEMS Magazin* Ausgabe 19 (2011), Nr. 2, 49–57. https://www.nafems.org/publications/magazin/archive/

[447] Lian, Wei ; Yao, Weixing: Fatigue life prediction of composite laminates by FEA simulation method: Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4). In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010/1//), Nr. 1, S. 123–133. – ISSN 0142–1123

[448] Montesano, J. ; Chu, H. ; Singh, C. V.: Development of a physics-based multi-scale progressive damage model for assessing the durability of wind turbine blades. In: *Composite Structures* 141 (2016), S. 50–62. – ISSN 02638223

[449] Zuo, Y. ; Montesano, J. ; Singh, C. V.: Assessing progressive failure in long wind turbine blades under quasi-static and cyclic loads. In: *Renewable Energy* (2017). http://dx.doi.org/10.1016/j.renene.2017.10.103. – DOI 10.1016/j.renene.2017.10.103. – Article in Press

[450] Grogan, D. M. ; Leen, S. B. ; O. Brádaigh, O. C. M.: An XFEM-based methodology for fatigue delamination and permeability of composites. In: *Composite Structures* 107 (2014), Nr. 1, S. 205–218. – ISSN 02638223

[451] Tonatto, M.L.P. ; Forte, M.M.C. ; Tita, V. ; Amico, S. C.: Progressive fatigue damage modeling of composite curved structures used in offloading hoses. In: *Proceedings of the 17th European Conference on Composite Materials, ECCM17, 26-30th June 2016, Munich, Germany.* 2016

[452] Xiao, J. ; Fang, E. ; Lua, J. ; Zhang, D.: A multiscale model for fatigue damage prediction of notched composite components. Version: 2017. http://dx.doi.org/10.2514/6.2017-0655. In: *58th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structural Dynamics, and Materials Conference, 9 - 13 January 2017, Grapevine, Texas.* American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2017 (AIAA SciTech Forum). – DOI 10.2514/6.2017–0655. – https://www.google.de/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=4&ved=0ahUKEwi8sduZ9KbUAhUC1hQKHT4BBawQFgg2MAM&url=http%3A%2F%2Fjournal-dl.com%2Fdownloadpdf%2F591088433fbb6e13743f8fab&usg=AFQjCNHqO-qfOanX0b9ZK5mvNN2_ZNU3BQ&cad=rja, zuletzt geprüft: 05.06.2017, 16.27 Uhr

[453] Hosseini Kordkheili, S. A. ; Toozandehjani, H. ; Soltani, Z.: A progressive multi-scale fatigue model for life prediction of laminated composites. In: *Journal of Composite Materials* 51 (2017), Nr. 20, S. 2949–2960. – ISSN 1530793X

[454] Greaves, P. ; McKeever, P. ; Dominy, R. G. ; Koziara, T.: Fatigue analysis of wind turbine composites using multi-continuum theory and the kinetic theory of fracture. In: *ECCM16 - 16th European Conference on Composite Materials, Seville, Spain, 22-26 June 2014*, 2014

[455] Bhuiyan, F. H. ; Mavriplis, D. J. ; Fertig, R.S., III: Predicting fatigue life of composite wind turbine blades using constituent-level physics and realistic aerodynamic loads. Version: 2016. http://dx.doi.org/10.2514/6.2016-0988. In: *57th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference.* American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, AIAA, 2016 (AIAA SciTech Forum). – DOI 10.2514/6.2016–0988. – https://www.researchgate.net/publication/292608534_Predicting_Fatigue_Life_of_Composite_Wind_Turbine_Blades_Using_Constituent-Level_Physics_

and_Realistic_Aerodynamic_Loads/download, zuletzt geprüft, 02.03.2019, 14.40 Uhr

[456] Bhuiyan, F. H. ; Fertig, R.S., III: A multiscale approach for progressive fatigue failure modeling of a woven composite RVE. In: Davidson, Barry D. (Hrsg.) ; Ratcliffe, James G. (Hrsg.) ; Czabaj, Michael W. (Hrsg.): *Proceedings of the American Society for Composites Thirty-First Technical Conference*. Lancaster, PA : DEStech Publications, Inc, 2016. – ISBN 9781605953168. – https://www.researchgate.net/publication/309155715_A_Multiscale_Approach_for_Progressive_Fatigue_Failure_Modeling_of_a_Woven_Composite_RVE, zuletzt geprüft: 05.06.2017, 15.28 Uhr

[457] Mishnaevsky Jr., L. ; Brøndsted, P.: *Micromechanical Modeling of Strength and Damage of Fiber Reinforced Composites: Annual Report on EU FP6 Project UpWind Integrated Wind Turbine Design (WP 3.2)*. Roskilde, . – orbit.dtu.dk/files/7703144/ris_r_1601.pdf, zuletzt geprüft: 02.03.2019, 15.13 Uhr

[458] Carvalho, N. V. d. ; Krueger, R.: Modeling fatigue damage onset and progression in composites using an element-based virtual crack closure technique combined with the floating node method. In: Davidson, Barry D. (Hrsg.) ; Ratcliffe, James G. (Hrsg.) ; Czabaj, Michael W. (Hrsg.): *Proceedings of the American Society for Composites Thirty-First Technical Conference*. Lancaster, PA : DEStech Publications, Inc, 2016. – ISBN 9781605953168. – https://mech.utah.edu/ASC2016/assets/1102.pdf, zuletzt geprüft: 05.06.2017, 15.34 Uhr

[459] Liu, Yongming ; Mahadevan, Sankaran: A unified multiaxial fatigue damage model for isotropic and anisotropic materials. In: *International Journal of Fatigue* 29 (2007/2), Nr. 2, S. 347–359. – ISSN 0142–1123

[460] Fang, E. ; Cui, X. ; Lua, J.: A continuum damage and discrete crack-based approach for fatigue response and residual strength prediction of notched laminated composites. In: *Journal of Composite Materials* 51 (2017), Nr. 15, S. 2203–2225. – ISSN 1530793X

[461] Iarve, E. V. ; Hoos, K. H. ; Mollenhauer, D. H.: Damage initiation and propagation modeling in laminated composites under fatigue loading. In: Davidson, Barry D. (Hrsg.) ; Ratcliffe, James G. (Hrsg.) ; Czabaj, Michael W. (Hrsg.): *Proceedings of the American Society for Composites Thirty-First Technical Conference*. Lancaster, PA : DEStech Publications, Inc, 2016. – ISBN 9781605953168. – https://mech.utah.edu/ASC2016/assets/3301.pdf, zuletzt geprüft: 05.06.2017, 15.25 Uhr

[462] Wicaksono, S. ; Chai, G. B.: Life prediction of woven CFRP structure subject to static and fatigue loading. In: *Composite Structures* 119 (2015), S. 185–194. – ISSN 02638223

[463] Wang, X. ; Ma, Y. ; Wang, L. ; Geng, X. ; Wu, D.: Composite laminate oriented reliability analysis for fatigue life under non-probabilistic time-dependent method. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 326 (2017), S. 1–19. – ISSN 00457825

[464] Stens, C. ; Middendorf, P.: Computationally efficient modelling of the fatigue behaviour of composite materials. In: *International Journal of Fatigue* 80 (2015), S. 69–75. – ISSN 01421123

[465] Caron, J. F. ; Ehrlacher, A.: Modeling of fatigue microcracking kinetics in crossply composites and experimental validation. In: *Composites Science and Technology* 59 (1999), Nr. 9, S. 1349–1359. – ISSN 02663538

[466] Brod, M. ; Just, G. ; Jansen, E. ; Koch, I. ; Rolfes, R. ; Gude, M.: Simulation of the fatigue damage behavior of carbon composites under consideration of manufacturing induced residual stresses. In: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018*

[467] Gerendt, C. ; Englisch, N. ; Jansen, E. ; Rolfes, R.: Energy based fatiue damage analysis of CFRP-GFRP hybrid laminates. In: *ICFC7 - the 7th International Conference on Fatigue of Composites, Vicenza, Italy, 4-6 July 2018*

[468] Neumeister, M. ; Wagner, M. ; Becker, I. ; Decker, M.: Schichtweise Bewertung der Lebensdauer von multidirektionalen Faser-Kunststoff-Verbunden. Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung e.V. DVM (43. Tagung des DVM-Arbeitskreises Betriebsfestigkeit). – `https://www.iabg.de/fileadmin/media/Geschaeftsfelder/Automotive/PDF/Neumeister_et_al_-_Betriebsfestigkeit_Faserverbunde_-_FatiLaminate__DVM_2016_.pdf`, zuletzt geprüft: 02.03.2019, 15.05 Uhr

[469] Kennedy, C. R. ; Ó Brádaigh, C. M. ; Leen, S. B.: Fatigue of glass fibre reinforced polymers for ocean energy. In: *ECCM16 - 16th European Conference on Composite Materials, Seville, Spain, 22-26 June 2014*, 2014

[470] Glud, J. A. ; Dulieu-Barton, J. M. ; Thomsen, O. T. ; Overgaard, L. C. T.: Efficient micro-mechanical multiaxial fatigue testing and modelling for GFRP laminates. In: *Proceedings of the 17th European Conference on Composite Materials, ECCM17, 26-30th June 2016, Munich, Germany.* 2016

[471] Yamaguchi, T. ; Okabe, T. ; Yashiro, S.: Fatigue simulation for titanium/CFRP hybrid laminates using cohesive elements: Experimental Techniques and Design in Composite Materials (ETDCM8) with Regular Papers. In: *Composites Science and Technology* 69 (2009/9//), Nr. 11-12, S. 1968–1973. – ISSN 0266–3538

[472] Silling, S. A.: Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 48 (2000), Nr. 1, S. 175–209. – ISSN 00225096

[473] Hu, Y. ; Madenci, E. ; Phan, N.: Peridynamics for fatigue damage prediction in notched composites. In: *Proceedings of the 17th European Conference on Composite Materials, ECCM17, 26-30th June 2016, Munich, Germany.* 2016

[474] Hu, Y. L. ; Madenci, E.: Peridynamics for fatigue life and residual strength prediction of composite laminates. In: *Composite Structures* 160 (2017), S. 169–184. – ISSN 02638223

[475] Rafiee, R.: Stochastic fatigue analysis of glass fiber reinforced polymer pipes. In: *Composite Structures* 167 (2017), S. 96–102. – ISSN 02638223

[476] Dzenis, Y. A.: Cycle-based analysis of damage and failure in advanced composites under fatigue: 2. Stochastic mesomechanics modeling. In: *International Journal of Fatigue* 25 (2003/6), Nr. 6, S. 511–520. – ISSN 0142–1123

[477] Clay, S. B. ; Engelstad, S. P.: Benchmarking of composite progressive damage analysis methods: The background. In: *Journal of Composite Materials* 51 (2017), Nr. 10, S. 1325–1331. – ISSN 1530793X

[478] Clay, S. B. ; Knoth, P. M.: Experimental results of fatigue testing for calibration and validation of composite progressive damage analysis methods. In: *Journal of Composite Materials* 51 (2017), Nr. 15, S. 2083–2100. – ISSN 1530793X

[479] Bogdanor, M. J. ; Oskay, C.: Prediction of progressive fatigue damage and failure behavior of IM7/977-3 composites using the reduced-order multiple space-time homogenization approach. In: *Journal of Composite Materials* 51 (2017), Nr. 15, S. 2101–2117. – ISSN 1530793X

[480] Dalgarno, R. W. ; Action, J. E. ; Robbins, D. H. ; Engelstad, S. P.: Failure simulations of open-hole IM7/977-3 coupons subjected to fatigue loading using Autodesk Helius PFA. In: *Journal of Composite Materials* 51 (2017), Nr. 15, S. 2119–2129. – ISSN 1530793X

[481] DorMohammdi, S. ; Godines, C. ; Abdi, F. ; Huang, D. ; Repupilli, M. ; Minnetyan, L.: Damage-tolerant composite design principles for aircraft components under fatigue service loading using multi-scale progressive failure analysis. In: *Journal of Composite Materials* 51 (2017), Nr. 15, S. 2181–2202. – ISSN 1530793X

[482] Iarve, E. V. ; Hoos, K. ; Braginsky, M. ; Zhou, E. ; Mollenhauer, D. H.: Progressive failure simulation in laminated composites under fatigue loading by using discrete damage modeling. In: *Journal of Composite Materials* 51 (2017), Nr. 15, S. 2143–2161. – ISSN 1530793X

[483] Iarve, E. V. ; Hoos, K. H. ; Braginsky, M. ; Zhou, E. ; Mollenhaur, D. H.: Composite fatigue damage evolution using discrete damage modeling. In: *Proceedings of the 17th European Conference on Composite Materials, ECCM17, 26-30th June 2016, Munich, Germany.* 2016. – Autor „Mollenhaur“ ist in dieser Schreibweise im Konferenzbeitrag angegeben. In der für ihn im Konferenzbeitrag angegebenen E-Mail Adresse heißt es jedoch „Mollenhauer“.

[484] Naghipour, P. ; Pineda, E. J. ; Bednarcyk, B. A. ; Arnold, S. M. ; Waas, A. M.: Fatigue analysis of notched laminates: A time-efficient macro-mechanical approach. In: *Journal of Composite Materials* 51 (2017), Nr. 15, S. 2163–2180. – ISSN 1530793X

[485] Yuan, Z. ; Crouch, R. ; Wollschlager, J. ; Fish, J.: Assessment of multiscale designer for fatigue life prediction of advanced composite aircraft structures. In: *Journal of Composite Materials* 51 (2017), Nr. 15, S. 2131–2141. – ISSN 1530793X

[486] Engelstad, S. P. ; Clay, S. B.: Comparison of composite damage growth tools for fatigue behavior of notched composite laminates. In: *Journal of Composite Materials* 51 (2017), Nr. 15, S. 2227–2249. – ISSN 1530793X

[487] Clay, S. ; Engelstad, S.: Observations and lessons learned from composite progressive damage analysis benchmarking exercise. In: Davidson, Barry D. (Hrsg.) ; Ratcliffe, James G. (Hrsg.) ; Czabaj, Michael W. (Hrsg.): *Proceedings of the American Society for Composites Thirty-First Technical Conference*. Lancaster, PA : DEStech Publications, Inc, 2016. – ISBN 9781605953168. – `https://mech.utah.edu/ASC2016/assets/3106.pdf`, zuletzt geprüft: 05.06.2017, 15.38 Uhr

[488] Iarve, E. (Hrsg.) ; Hoos, K. (Hrsg.) ; Mollenhauer, D. (Hrsg.): *Discrete damage simulation and measurement in composite laminates under fatigue loading*. European Conference on Composite Materials, ECCM, 2014 . – ISBN 9780000000002

[489] Hochard, C.: Fatigue of Laminated Composite Structures. In: *ECCM15 - 15th European Conference on Composite Materials, Venice, Italy, 24-28 June 2012*

[490] Zhao, L. ; Shan, M. ; Hong, H. ; Qi, D. ; Zhang, J. ; Hu, N.: A residual strain model for progressive fatigue damage analysis of composite structures. In: *Composite Structures* 169 (2017), S. 69–78. – ISSN 02638223

[491] Xu, J. ; Lomov, S. V. ; Verpoest, I. ; Daggumati, S. ; van Paepegem, W. ; Degrieck, J.: A progressive damage model of textile composites on meso-scale using finite element method: Fatigue damage analysis. In: *Computers and Structures* 152 (2015), S. 96–112. – ISSN 00457949

[492] Wu, L. ; Gu, B.: Fatigue behaviors of four-step three-dimensional braided composite material: a meso-scale approach computation. In: *Textile Research Journal* 84 (2014), Nr. 18, S. 1915–1930. – ISSN 00405175

[493] Sun, X. S. ; Haris, A. ; Tan, V. B. C. ; Tay, T. E. ; Narasimalu, S. ; Della, C. N.: A multi-axial fatigue model for fiber-reinforced composite laminates based on Puck's criterion. In: *Journal of Composite Materials* 46 (2012), Nr. 4, S. 449–469. – ISSN 0021–9983

[494] Abdi, F. ; Dormohammadi, S. ; Talagani, M. R. ; Antoun B.: Prediction validation of thermal aging performance of military composite bridges. In: *SEM Annual Conference and Exposition on Experimental and Applied Mechanics, 2015* 2 (2016), S. 61–72. – ISSN 21915644 (ISSN); 9783319224428 (ISBN)

[495] Akshantala, Nagendra V. ; Talreja, Ramesh: A micromechanics based model for predicting fatigue life of composite laminates. In: *Materials Science and Engineering: A* 285 (2000), Nr. 1–2, S. 303–313. – ISSN 0921–5093

[496] Lessard, Larry B. ; Shokrieh, Mahmood M.: Two-Dimensional Modeling of Composite Pinned-Joint Failure. In: *Journal of Composite Materials* 29 (1995), Nr. 5, S. 671–697. – ISSN 0021–9983

[497] Shokrieh, Mahmood M. ; Lessard, Larry B.: Multiaxial fatigue behaviour of unidirectional plies based on uniaxial fatigue experiments – I. Modelling. In: *International Journal of Fatigue* 19 (1997/3), Nr. 3, S. 201–207. – ISSN 0142–1123

[498] Shokrieh, Mahmood M. ; Lessard, Larry B.: Multiaxial fatigue behaviour of unidirectional plies based on uniaxial fatigue experiments–II. Experimental evaluation. In: *International Journal of Fatigue* 19 (1997/3), Nr. 3, S. 209–217. – ISSN 0142–1123

[499] Shokrieh, Mahmood M. ; Lessard, Larry B.: Progressive Fatigue Damage Modeling of Composite Materials, Part I: Modeling. In: *Journal of Composite Materials* 34 (2000), Nr. 13, S. 1056–1080. – ISSN 0021–9983

[500] Shokrieh, Mahmood M. ; Lessard, Larry B.: Progressive Fatigue Damage Modeling of Composite Materials, Part II: Material Characterization and Model Verification. In: *Journal of Composite Materials* 34 (2000), Nr. 13, S. 1081–1116. – ISSN 0021–9983

[501] Shokrieh, Mahmood M. ; Zakeri, Mahnaz: Generalized Technique for Cumulative Damage Modeling of Composite Laminates. In: *Journal of Composite Materials* 41 (2007), Nr. 22, S. 2643–2656. – ISSN 0021–9983

[502] Diao, Xiaoxue ; Lessard, Larry B. ; Shokrieh, Mahmood M.: Statistical model for multiaxial fatigue behavior of unidirectional plies. In: *Composites Science and Technology* 59 (1999/10), Nr. 13, S. 2025–2035. – ISSN 0266–3538

[503] Bojja, R. ; Anil Chandra, A. R. ; Jagannathan, N. ; Manjunatha, C. M.: Micromechanics Modeling and Prediction of Stiffness Degradation Behavior of a Fiber Reinforced Polymer Nanocomposite Under Block Amplitude Fatigue Loads. In: *Transactions of the Indian Institute of Metals* 69 (2016), Nr. 2, S. 403–407. – ISSN 09722815

[504] Hassanifard, S. ; Feyzi, M.: Experimental and numerical investigation of fatigue damage accumulation in composite laminates. In: *International Journal of Damage Mechanics* 26 (2017), Nr. 6, S. 840–858. – ISSN 10567895

[505] Naderi, M. ; Maligno, A. R.: Fatigue life prediction of carbon/epoxy laminates by stochastic numerical simulation. In: *Compos. Struct.* 94 (2012), Nr. 3, S. 1052–1059. – ISSN 02638223

[506] Naderi, M. ; Maligno, A. R.: Finite element simulation of fatigue life prediction in carbon/epoxy laminates. In: *Journal of Composite Materials* 47 (2013), Nr. 4, S. 475–484. – ISSN 1530793X

[507] Riccio, A. ; Mozillo, G. ; Scaramuzzino, F.: A Progressive Damage Approach for Composite Structures under Fatigue Loading Conditions. In: *ECCM15 - 15th European Conference on Composite Materials, Venice, Italy, 24-28 June 2012*

[508] Riccio, A. ; Mozzillo, G. ; Scaramuzzino, F.: Stacking Sequence Effects on Fatigue Intra-laminar Damage Progression in Composite Joints. In: *Appl Compos Mater* (2012), S. 1–25. – ISSN 0929189X

[509] Rivera, J. A. ; Aguilar, E. ; Cárdenas, D. ; Elizalde, H. ; Probst, O.: Progressive failure analysis for thin-walled composite beams under fatigue loads. In: *Composite Structures* 154 (2016), S. 79–91. – ISSN 02638223

[510] van Paepegem, W. ; Degrieck, J.: Coupled residual stiffness and strength model for fatigue of fibre-reinforced composite materials. In: *Composites Science and Technology* 62 (2002/4), Nr. 5, S. 687–696. – ISSN 0266–3538

[511] van Paepegem, W. ; Degrieck, J.: A New Coupled Approach of Residual Stiffness and Strength for Fatigue of Fibre-reinfoced Composites. In: *International Journal of Fatigue* 24 (2002), Nr. 7, S. 747–762. – ISSN 0142–1123

[512] van Paepegem, W. ; Degrieck, J.: Tensile and Compressive Damage Coupling for Fully-reversed Bending Fatigue of Fibre-reinforced Composites. In: *Fatigue and Fracture of Engineering Materials & Structures* 25 (2002), Nr. 6, S. 547–562

[513] Carrella-Payan, D. ; Magneville, B. ; Hack, M. ; Lequesne, C. ; Naito, T. ; Urushiyama, Y. ; Yamazaki, W. ; Yokozeki, T. ; van Paepegem, W.: Implementation of fatigue model for unidirectional laminate based on finite element analysis: Theory and practice. In: *Frattura ed Integrità Strutturale* 10 (2016), Nr. 38, S. 184–190. http://dx.doi.org/10.3221/IGF-ESIS.38.25. – DOI 10.3221/IGF–ESIS.38.25

[514] Carraro, P. A. ; Quaresimin, M.: A Model for the Crack Initiation Process In Composite Materials under Multiaxial Fatigue Loading. In: *ECCM15 - 15th European Conference on Composite Materials, Venice, Italy, 24-28 June 2012*

[515] Carraro, P. A. (Hrsg.) ; Maragoni, L. (Hrsg.) ; Quaresimin, M. (Hrsg.): *A tool for the simulation of fatigue damage evolution in multidirectional laminates*. European Conference on Composite Materials, ECCM, 2014 . – ISBN 9780000000002

[516] Carraro, P. A. ; Quaresimin, M.: A damage-based approach to the fatigue of composite. In: *ECCM16 - 16th European Conference on Composite Materials, Seville, Spain, 22-26 June 2014*, 2014

[517] Krimmer, Alexander: Ermüdungsbewertung von Faser-Kunstsstoff-Verbunden am Beispiel von Rotorblättern. In: *Lightweight Design* (5/2017), S. 28–33

[518] Qian, C. ; Westphal, T. ; Kassapoglou, C. ; Nijssen, R. P. L.: Development of a multi-fibre unit cell for use in modelling of fatigue of unidirectional composites. In: *Composite Structures* 99 (2013), S. 288–295. – ISSN 02638223

[519] Qian, C. ; Westphal, T. ; Nijssen, R. P. L.: Fatigue Simulations of Multiple-fibre Unit Cells and Meso-structure Models of Unidirectional GFRP Composites. In: *ECCM15 - 15th European Conference on Composite Materials, Venice, Italy, 24-28 June 2012*

[520] Qian, C. ; Westphal, T. ; Nijssen, R.P.L.: Micro-mechanical fatigue modelling of unidirectional glass fibre reinforced polymer composites. In: *Computational Materials Science* 69 (2013), S. 62–72. – ISSN 0927–0256

[521] Nairn, J. A. ; Hu, S.: Matrix microcracking, in Damage Mechanics of Composite Materials. In: Talreja, Ramesh (Hrsg.): *Damage mechanics of composite materials* Bd. 9. Amsterdam and London and New York : Elsevier, 1994. – ISBN 0–444–88852–7, S. 187–243

[522] Nairn, J. A. ; Hu, S.: The initiation and growth of delaminations induced by matrix microcracks in laminated composites. In: *International Journal of Fracture* 57 (1992/09/01/), Nr. 1, S. 1–24. http://dx.doi.org/10.1007/BF00013005. – DOI 10.1007/BF00013005

[523] Laws, Norman ; Dvorak, George J.: Progressive Transverse Cracking In Composite Laminates. In: *Journal of Composite Materials* 22 (1988), Nr. 10, S. 900–916. – ISSN 0021–9983

[524] Hashin, Z.: Analysis of cracked laminates: a variational approach. In: *Mechanics of Materials* 4 (1985), Nr. 2, S. 121–136. – ISSN 01676636

[525] Lim, Szu-Hui ; Li, Shuguang: Energy release rates for transverse cracking and delaminations induced by transverse cracks in laminated composites. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 36 (2005), Nr. 11, S. 1467–1476. http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2005.03.015. – DOI 10.1016/j.compositesa.2005.03.015

[526] Laws, N. ; Dvorak, G. J. ; Hejazi, M.: *College of Aeronautics Report*. Bd. 8311: *Stiffness changes in unidirectional composites caused by crack systems*. Cranfield : Cranfield Institute of Technolgoy College of Aeronautics, 1983. – ISBN 0902937901. – https://repository.tudelft.nl/assets/uuid:71507107-c1d5-4481-b125-a5b30468e10e/Cranfield_College_of_Aeronautics_Report_8311-1983.pdf, zuletzt geprüft: 14.08.2018, 08.00 Uhr

[527] Dvorak, George J. ; Laws, Norman ; Hejazi, Mehdi: Analysis of Progressive Matrix Cracking in Composite Laminates I. Thermoelastic Properties of a Ply with Cracks. In: *Journal of Composite Materials* 19 (1985), Nr. 3, S. 216–234. – ISSN 0021–9983

[528] Hashin, Z.: Thermoelastic properties of fiber composites with imperfect interface. In: *Mechanics of Materials* 8 (1990), Nr. 4, S. 333–348. – ISSN 01676636

[529] Bisegna, P. ; Luciano, R.: Bounds on the overall properties of composites with debonded frictionless interfaces. In: *Mechanics of Materials* 28 (1998), Nr. 1-4, S. 23–32. – ISSN 01676636

[530] Hiremath, C. P. ; Senthilnathan, K. ; Naik, N. K. ; Guha, A. ; Tewari, A.: Microstructural damage based micromechanics model to predict stiffness reduction in damaged unidirectional composites. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 37 (2018), Nr. 12, S. 797–807. – ISSN 07316844

[531] Hiremath, C. P. ; Senthilnathan, K. ; Naik, N. K. ; Guha, A. ; Tewari, A.: Numerical Study and Experimental Validation of Effect of Varying Fiber Crack Density on Stiffness Reduction in CFRP Composites. In: *Journal of Materials Engineering and Performance* 27 (2018), Nr. 4, S. 1685–1693. – ISSN 15441024

[532] Hiremath, Chandrashekhar ; Senthilnathan, K. ; Guha, Anirban ; Tewari, Asim: *Finite Element Simulation of Damaged CFRP for Predicting Stiffness Degradation using 3D Stereology*. \url{https://www.researchgate.net/profile/Chandrashekhar_Hiremath/publication/313649052_Finite_Element_Simulation_of_Damaged_CFRP_for_Predicting_Stiffness_Degradation_using_3D_Stereology/links/58a17ae792851c7fb4bf634e/Finite-Element-Simulation-of-Damaged-CFRP-for-Predicting-Stiffness-Degradation-using-3D-Stereology.pdf?origin=publication_detail}. – https://www.researchgate.net/profile/Chandrashekhar_Hiremath/publication/313649052_Finite_Element_Simulation_of_Damaged_CFRP_for_Predicting_Stiffness_Degradation_using_3D_Stereology/links/58a17ae792851c7fb4bf634e/Finite-Element-Simulation-of-Damaged-CFRP-for-Predicting-Stiffness-Degradation-using-3D-Stereology.pdf?origin=publication_detail, zuletzt geprüft: 14.07.2018, 12.13 Uhr

[533] Senthilnathan, K. ; Hiremath, C. P. ; Naik, N. K. ; Guha, A. ; Tewari, A.: Microstructural damage dependent stiffness prediction of unidirectional CFRP composite under cyclic loading. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 100 (2017), S. 118–127. – ISSN 1359835X

[534] Wang, H. W. ; Zhou, H. W. ; Mishnaevsky Jr., L. ; Brøndsted, P. ; Wang, L. N.: Single fibre and multifibre unit cell analysis of strength and cracking of unidirectional composites. In: *Computational Materials Science* 46 (2009), Nr. 4, S. 810–820. – ISSN 09270256

[535] Zheng, S. F. ; Denda, M. ; Weng, G. J.: Interfacial partial debonding and its influence on the elasticity of a two-phase composite. In: *Mechanics of Materials* 32 (2000), Nr. 12, S. 695–709. – ISSN 01676636

[536] Caporale, A. ; Luciano, R. ; Sacco, E.: Micromechanical analysis of interfacial debonding in unidirectional fiber-reinforced composites. In: *Computers and Structures* 84 (2006), Nr. 31-32, S. 2200–2211. – ISSN 00457949

[537] Wriggers, P. ; Zavarise, G. ; Zohdi, T. I.: A computational study of interfacial debonding damage in fibrous composite materials. In: *Computational Materials Science* 12 (1998), Nr. 1, S. 39–56. – ISSN 09270256

[538] Liu, S. ; Zhu, J.: Effective Moduli of Unidirectional Fiber Composites Containing Radial Cracking and Interfacial Debonding. In: *International Journal of Damage Mechanics* 4 (1995), Nr. 4, S. 380–401. – ISSN 10567895

[539] Nguyen, Vinh P. ; Stroeven, Martijn ; Sluys, Lambertus J.: Multiscale continuous and discontinuous modeling of heterogeneous materials: a review on recent developments. In: *Journal of Multiscale Modeling* 3 (2011), Nr. 4, S. 229–270. – `https://www.researchgate.net/profile/Vinh_Phu_Nguyen/publication/235784549_Multiscale_continuous_and_discontinuous_modeling_of_heterogeneous_materials_A_review_on_recent_developments/links/0912f5137f06cd7933000000/Multiscale-continuous-and-discontinuous-modeling-of-heterogeneous-materials-A-review-on-recent-developments.pdf?origin=publication_detail`, zuletzt geprüft: 14.10.2018, 11.08 Uhr

[540] Cid Alfaro, M. V. ; Suiker, A.S.J. ; Verhoosel, C. V. ; Borst, R. d.: Numerical homogenization of cracking processes in thin fibre-epoxy layers. In: *European Journal of Mechanics - A/Solids* 29 (2010), Nr. 2, S. 119–131. – ISSN 0997–7538. – `https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00531142/document`, zuletzt geprüft: 10.03.2019, 12.23 Uhr

[541] Verhoosel, C. V. ; Remmers, J.J.C. ; Gutiérrez, M. A. ; Borst, R. d.: Computational homogenization for adhesive and cohesive failure in quasi-brittle solids. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 83 (2010), Nr. 8-9, S. 1155–1179. – ISSN 00295981

[542] Jain, Jayesh R. ; Ghosh, Somnath: Damage Evolution in Composites with a Homogenization-based Continuum Damage Mechanics Model 18. In: *International Journal of Damage Mechanics* 18 (2009), Nr. 6, S. 533–568

[543] Zhu, H. ; Wang, Q. ; Zhuang, X.: A nonlinear semi-concurrent multiscale method for fractures. In: *International Journal of Impact Engineering* 87 (2016), S. 65–82. – ISSN 0734743X

[544] Ghosh, S.: Adaptive Hierarchical-Concurrent Multiscale Modeling of Ductile Failure in Heterogeneous Metallic Materials. In: *JOM* 67 (2015), Nr. 1, S. 129–142. – ISSN 10474838

[545] Matzenmiller, A. ; Köster, B.: Consistently linearized constitutive equations of micromechanical models for fibre composites with evolving damage. In: *International Journal of Solids and Structures* 44 (2007), Nr. 7-8, S. 2244–2268. – ISSN 00207683

[546] Kurnatowski, B. ; Matzenmiller, A.: Coupled twoscale analysis of fiber reinforced composite structures with microscopic damage evolution. In: *International Journal of Solids and Structures* 49 (2012), Nr. 18, S. 2404–2417. – ISSN 00207683

[547] Belytschko, Ted ; Loehnert, Stefan ; Song, Jeong-Hoon: Multiscale aggregating discontinuities: A method for circumventing loss of material stability. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 73 (2008), Nr. 6, S. 869–894. – ISSN 1097–0207

[548] Belytschko, Ted ; Song, Jeong-Hoon: Coarse-graining of multiscale crack propagation. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 81 (2010), Nr. 5, S. 537–563. – ISSN 1097–0207

[549] Bosco, E. ; Kouznetsova, V. G. ; Geers, M. G. D.: Multi-scale computational homogenization–localization for propagating discontinuities using X-FEM. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 102 (2015), Nr. 3-4, S. 496–527. – ISSN 0029–5981

[550] Coenen, E. W. C. ; Kouznetsova, V. G. ; Geers, M. G. D.: Multiscale modelling of damage and fracture. In: *2nd ECCOMAS Young Investigators Conference 2013*. – `https://www.researchgate.net/profile/Erica_Coenen/publication/278806361_Multi-scale_modelling_of_damage_and_fracture/links/5660750808ae4931cd597bf2/Multi-scale-modelling-of-damage-and-fracture.pdf?origin=publication_detail`, zuletzt geprüft: 14.10.2018, 09.57 Uhr

[551] Coenen, E.W.C. ; Kouznetsova, V. G. ; Geers, M.G.D.: Novel boundary conditions for strain localization analyses in microstructural volume elements. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 90 (2012), Nr. 1, S. 1–21. – ISSN 00295981

[552] Nguyen, V. P. ; Lloberas-Valls, O. ; Stroeven, M. ; Sluys, L. J.: Homogenization-based multiscale crack modelling: From micro-diffusive damage to macro-cracks. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 200 (2011), Nr. 9-12, S. 1220–1236. – ISSN 00457825

[553] Nguyen, V. P. ; Lloberas-Valls, O. ; Stroeven, M. ; Sluys, L. J.: Computational homogenization for multiscale crack modeling. Implementational and computational aspects. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 89 (2012), Nr. 2, S. 192–226. – ISSN 00295981. – `https://www.researchgate.net/profile/Vinh_Phu_Nguyen/publication/230547967_Computational_homogenization_`

`for_multiscale_crack_modeling_Implementational_and_computational_aspects/links/59efdbf2aca272a25001319f/Computational-homogenization-for-multiscale-crack-modeling-Implementational-and-computational-aspects.pdf?origin=publication_detail`, zuletzt geprüft: 14.10.2018, 10.35 Uhr

[554] Ye, C. ; Shi, J. ; Cheng, G. J.: An eXtended Finite Element Method (XFEM) study on the effect of reinforcing particles on the crack propagation behavior in a metal-matrix composite. In: *Int J Fatigue* 44 (2012), S. 151–156. – ISSN 01421123

[555] Segurado, J. ; LLorca, J.: A computational micromechanics study of the effect of interface decohesion on the mechanical behavior of composites. In: *Acta Materialia* 53 (2005), Nr. 18, S. 4931–4942. – ISSN 1359–6454

[556] Segurado, J. ; González, C. ; LLorca, J.: A numerical investigation of the effect of particle clustering on the mechanical properties of composites. In: *Acta Materialia* 51 (2003), Nr. 8, S. 2355–2369. – ISSN 1359–6454

[557] Segurado, J. ; LLorca, J.: A numerical approximation to the elastic properties of sphere-reinforced composites. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 50 (2002), Nr. 10, S. 2107–2121

[558] Yoshimura, A. ; Okabe, T.: Damage growth analysis in particle-reinforced composite using cohesive element. In: *Advanced Composite Materials* 20 (2011), Nr. 6, S. 569–583. – ISSN 15685519

[559] Segurado, J. ; LLorca, J. ; González, C.: On the accuracy of mean-field approaches to simulate the plastic deformation of composites. In: *Scripta Materialia* 46 (2002), Nr. 7, S. 525–529. – ISSN 1359–6462

[560] Segurado, J. ; LLorca, J.: Computational micromechanics of composites: The effect of particle spatial distribution: Advances in Disordered Materials. In: *Mechanics of Materials* 38 (2006), Nr. 8-10, S. 873–883. – ISSN 0167–6636

[561] Gusev, A. A.: Representative volume element size for elastic composites: A numerical study. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 45 (1997), Nr. 9, S. 1449–1459

[562] Brassart, L. ; Inglis, H. M. ; Delannay, L. ; Doghri, I. ; Geubelle, P. H.: An extended Mori-Tanaka homogenization scheme for finite strain modeling of debonding in particle-reinforced elastomers: Proceedings of the 17th International Workshop on Computational Mechanics of Materials - IWCMM-17. In: *Computational Materials Science* 45 (2009/5//), Nr. 3, S. 611–616

[563] Adden, S. ; Horst, P.: Characterization of Glass-Fibre Reinforced Plastics/ Non-Crimp-Fabrics by Using a Mesomechanical Point of View. In: *Proceedings of the Seventh International Conference on Mesomechanics, Montreal, Canada, 2005*

[564] Choi, J. ; Tamma, K.: Woven fabric composites - part II: Characterization of macro-crack initiation loads for global damage analysis. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 50 (2001), Nr. 10, S. 2299–2315. – ISSN 1097–0207

[565] Gager, J. ; Pettermann, H. E.: Numerical homogenization of textile composites based on shell element discretization. In: *Composites Science and Technology* 72 (2012), Nr. 7, S. 806–812. – ISSN 0266–3538

[566] Himmel, N. ; Schmidt, H.: Einheitszellenmodellierung strukturell vernähter Multiaxialgelege-Laminate: Vorhersage von Elastizitäts- und Festigkeitskennwerten. In: *Lightweight Design* 3 (2009), Nr. 1, S. 48–53

[567] Shady, E. ; Gowayed, Y.: Mapping of stress distribution in woven-fabric composites. In: *Polymer Composites* 29 (2008), Nr. 8, S. 861–868

[568] Šmilauer, Vít ; Hoover, Christian G. ; Bažant, Zdeněk P. ; Caner, Ferhun C. ; Waas, Anthony M. ; Shahwan, Khaled W.: Multiscale simulation of fracture of braided composites via repetitive unit cells. In: *Engineering Fracture Mechanics* 78 (2011), Nr. 6, S. 901–918. `http://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2010.10.013`. – DOI 10.1016/j.engfracmech.2010.10.013

[569] van Den Broucke, B. ; Eisenhauer, Ch. ; Middendorf, P. ; Lomov, S. V. ; Verpoest, I.: Modelling of Damage in Textile Reinforced Composites: Micro-Meso Approach. In: *Conference on Damage in Composite Materials*. Stuttgart, 2006

[570] Adden, Stephan ; Horst, Peter: Stiffness degradation under fatigue in multiaxially loaded non-crimped-fabrics: Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4). In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010/1//), Nr. 1, S. 108–122. – ISSN 0142–1123

[571] Li, S. ; Singh, C. V. ; Talreja, R.: A representative volume element based on translational symmetries for FE analysis of cracked laminates with two arrays of cracks. In: *International Journal of Solids and Structures* 46 (2009/4//), Nr. 7-8, S. 1793–1804. – ISSN 0020–7683

[572] Andrä, H. ; Kabel, M. ; Staub, S. ; Krzikalla, F. ; Schulz, V.: Numerische Homogenisierung für viskoelastische Faserverbundwerkstoffe. In: *NAFEMS Magazin* (2012), Nr. Ausgabe 21 1/2012

[573] Berger, H. ; Kari, S. ; Gabbert, U. ; Rodríguez-Ramos, R. ; Bravo-Castillero, J. ; Guinovart-Díaz, R.: A comprehensive numerical homogenisation technique for calculating effective coefficients of uniaxial piezoelectric fibre composites: International Conference on Recent Advances in Composite Materials. In: *Materials Science and Engineering: A* 412 (2005), Nr. 1-2, S. 53–60. – ISSN 0921–5093

[574] Ernst, G. ; Vogler, M. ; Hühne, C. ; Rolfes, R.: Virtuelle Versuche zur Bestimmung von Steifigkeiten und Festigkeiten textiler Faserkunststoffverbunde. In: *NAFEMS Magazin* (2008), Nr. 9, S. 53–58

[575] Isometsä, J. ; Sjölind, S.-G.: A Continuum Damage Mechanics Model for Fiber Reinforced Composites. In: *International Journal of Damage Mechanics* 8 (1999), Nr. 1, S. 2–17

[576] Zhang, Y. ; Xia, Z. ; Ellyin, F.: Nonlinear viscoelastic micromechanical analysis of fibre-reinforced polymer laminates with damage evolution: Micromechanics of Materials. In: *International Journal of Solids and Structures* 42 (2005), Nr. 2, S. 591–604. – ISSN 0020–7683

[577] Zhang, Y. ; Xia, Z. ; Ellyin, F.: Viscoelastic and Damage Analyses of Fibrous Polymer Laminates by Micro/meso-mechanical Modeling. In: *Journal of Composite Materials* 39 (2005), Nr. 22, S. 2001–2022. – ISSN 0021–9983

[578] Heinrich, C. ; Aldridge, M. ; Wineman, A. S. ; Kieffer, J. ; Waas, A. M. ; Shahwan, K.: The influence of the representative volume element (RVE) size on the homogenized response of cured fiber composites. In: *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* 20 (2012), Nr. 7, 75007. `http://stacks.iop.org/0965-0393/20/i=7/a=075007`. – ISSN 0965–0393

[579] Wang, Xiaoqiang ; Zhang, Jifeng ; Wang, Zhenqing ; Zhou, Song ; Sun, Xinyang: Effects of interphase properties in unidirectional fiber reinforced composite materials. In: *Materials & Design* 32 (2011), Nr. 6, S. 3486–3492. `http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2011.01.029`. – DOI 10.1016/j.matdes.2011.01.029

[580] Chen, X. ; Papathanasiou, T. D.: Interface stress distributions in transversely loaded continuous fiber composites: parallel computation in multi-fiber RVEs using the boundary element method. In: *Composites Science and Technology* (2004), Nr. 64, S. 1101–1114. – ISSN 0266–3538

[581] Totry, E. ; González, C. ; LLorca, J.: Failure Criteria For Composite Materials Under Multiaxial Stress States. In: *13th European Conference on Composite Materials, 2. - 5. June 2008,*. Stockholm, 2008

[582] O'Dwyer, D. J. ; O'Dowd, N. P. ; McCarthy, C. T.: Numerical micromechanical investigation of interfacial strength parameters in a carbon fibre composite material. In: *Journal of Composite Materials* (2013). – ISSN 0021–9983

[583] McCarthy, C. T. ; Vaughan, T. J.: COMM Toolbox: A MATLAB toolbox for micromechanical analysis of composite materials. In: *Journal of Composite Materials* 46 (2012), Nr. 14, S. 1715–1729. – ISSN 0021–9983

[584] Totry, Essam ; González, Carlos ; LLorca, Javier: Prediction of the failure locus of C/PEEK composites under transverse compression and longitudinal shear through computational micromechanics. In: *Composites Science and Technology* 68 (2008/12), Nr. 15-16, S. 3128–3136. – ISSN 0266–3538

[585] Ghosh, Somnath ; Nowak, Zdzislaw ; Lee, Kyunghoon: Quantitative characterization and modeling of composite microstructures by Voronoi cells. In: *Acta Materialia* 45 (1997), Nr. 6, S. 2215–2234. – ISSN 1359–6454

[586] Swaminathan, S. ; Ghosh, S. ; Pagano, N. J.: Statistically Equivalent Representative Volume Elements for Unidirectional Composite Microstructures: Part I - Without Damage. In: *Journal of Composite Materials* 40 (2006), Nr. 7, S. 583–604. – ISSN 0021–9983

[587] Swaminathan, S. ; Ghosh, S.: Statistically Equivalent Representative Volume Elements for Unidirectional Composite Microstructures: Part II - With Interfacial Debonding. In: *Journal of Composite Materials* 40 (2006), Nr. 7, S. 605–621. – ISSN 0021–9983

[588] Totry, E. ; González, C. ; LLorca, J.: Failure locus of fiber-reinforced composites under transverse compression and out-of-plane shear. In: *Composites Science and Technology* 68 (2008), Nr. 3-4, S. 829–839. – ISSN 0266–3538

[589] Mikkelsen, L. P. ; Mishnaevsky Jr., L.: Computational modelling of materials for wind turbine blades: Selected DTU wind energy activities. In: *Materials* 10 (2017), Nr. 11. – ISSN 19961944

[590] Totry, E. ; González, C. ; LLorca, J.: Influence of the loading path on the strength of fiber-reinforced composites subjected to transverse compression and shear. In: *International Journal of Solids and Structures* 45 (2008), Nr. 6, S. 1663–1675. – ISSN 0020–7683

[591] Kushch, V. I. ; Shmegera, S. V. ; Brøndsted, P. ; Mishnaevsky Jr. , L.: Numerical simulation of progressive debonding in fiber reinforced composite under transverse loading. In: *Recent Advances in Micromechanics of Materials* 49 (2011), Nr. 1, S. 17–29. – ISSN 0020–7225

[592] Kushch, V. I. ; Shmegera, S. V. ; Mishnaevsky Jr. , L.: Explicit modeling the progressive interface damage in fibrous composite: Analytical vs. numerical approach. In: *Composites Science and Technology* 71 (2011), Nr. 7, S. 989–997. – ISSN 0266–3538

[593] Buryachenko, V. A. ; Pagano, N. J. ; Kim, R. Y. ; Spowart, J. E.: Quantitative description and numerical simulation of random microstructures of composites and their effective elastic moduli. In: *International Journal of Solids and Structures* 40 (2003), Nr. 1, S. 47–72. – ISSN 0020–7683

[594] Vaughan, T. J. ; McCarthy, C. T.: A combined experimental-numerical approach for generating statistically equivalent fibre distributions for high strength laminated composite materials. In: *Composites Science and Technology* 70 (2010), Nr. 2, S. 291–297. – ISSN 0266–3538

[595] Trias Mansilla, Daniel: *Analysis and simulation of transverse rando fracture of long fibre reinforced composites.* Girona, Universitat de Girona Escola politècnica superior, Dissertation, 2005. – `https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0ahUKEwiD2My8v5ncAhWJxaYKHQx_DugQFggsMAA&url=https%3A%2F%2Fwww.tdx.cat%2Fbitstream%2Fhandle%2F10803%2F7762%2Ftdtm.pdf%3Fsequence%3D11&usg=AOvVaw0AEOaj2gjD9f32LVlOI9Fb`, zuletzt geprüft: 13.07.2018, 13.55 Uhr

[596] Pyrz, R.: Quantitative description of the microstructure of composites. Part I: Morphology of unidirectional composite systems. In: *Composites Science and Technology* 50 (1994), Nr. 2, S. 197–208. – ISSN 02663538

[597] Srinivasaa, V. ; Shivakumar, V. ; Nayakaa, V. ; Jagadeeshaiaiha, S. ; Seethrama, M. ; Shenoya, R. ; Nafidie, A.: Fracture morphology of carbon fiber reinforced plastic composite laminates. In: *Materials Research* 13 (2010), Nr. 3, S. 417–424. – ISSN 15161439

[598] Cole, D. P. ; Henry, T. C. ; Gardea, F. ; Haynes, R. A.: Interphase mechanical behavior of carbon fiber reinforced polymer exposed to cyclic loading. In: *Composites Science and Technology* 151 (2017), S. 202–210. – ISSN 02663538

[599] Asp, L. E. ; Berglund, L. A. ; Talreja, R.: Effects of fiber and interphase on matrix-initiated transverse failure in polymer composites. In: *Composites Science and Technology* 56 (1996), Nr. 6, S. 657–665. – ISSN 0266–3538

[600] Liu, Yijun J. ; Xu, Nan: Modeling of interface cracks in fiber-reinforced composites with the presence of interphases using the boundary element method. In: *Mechanics of Materials* 32 (2000/12//), Nr. 12, S. 769–783. – ISSN 0167–6636

[601] Gao, Shang-Lin ; Mäder, Edith: Characterisation of interphase nanoscale property variations in glass fibre reinforced polypropylene and epoxy resin composites. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 33 (2002), Nr. 4, S. 559–576. http://dx.doi.org/10.1016/S1359-835X(01)00134-8. – DOI 10.1016/S1359–835X(01)00134–8

[602] Li, Min ; Wang, Ji ; Zhang, Zuoguang Gu Y.: Characterization of the Interphase Width in Carbon Fibre Reinforced Epoxy Resin Composites. In: *ICCM-17 17th International Conference on Composite Materials, 27 Jul 2009 - 31 Jul 2009, Edinburgh, UK*

[603] LLorca, J. ; González, C. ; Molina-Aldareguía, J. M. ; Lópes, C. S.: Multiscale modeling of composites: Toward virtual testing ... and beyond. In: *JOM* 65 (2013), Nr. 2, S. 215–225. – ISSN 10474838

[604] Zhou, X. F. ; Wagner, H. D. ; Nutt, S. R.: Interfacial properties of polymer composites measured by push-out and fragmentation tests. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 32 (2001/11), Nr. 11, S. 1543–1551

[605] Romanowicz, Marek: The effect of damage due to interfacial debonding on the post initial failure behavior of unidirectional fiber-reinforced. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 41 (2010), Nr. 12, S. 1829–1838

[606] Anifantis, N. K.: Micromechanical stress analysis of closely packed fibrous composites. In: *Composites Science and Technology* 60 (2000), Nr. 8, S. 1241–1248. – ISSN 0266–3538

[607] Stommel, Markus: Prozess und Struktursimulation kurzfaserverstärkter Kunststoffe. In: *Sitzung des Arbeitskreises Werkstoffmodelle und Simulation der Forschungsgemeinschaft Kunststoffe zum Thema „Angepasste Konzepte zur Simulation komplexen Materialverhaltens“, Fraunhofer LBF, Darmstadt, 25.09.2018*, 2018. – (Vortrag)

[608] Hendrik Hermans: *Entwicklung eines repräsentativen Volumenelements zur Analyse von unidirektional verstärkten Faser-Kunststoff-Verbunden.* Darmstadt, TU Darmstadt, Master-Thesis (unveröffentlicht), 2010

[609] Matzenmiller, Anton ; Kurnatowski, Benjamin: A Comparison of Micromechanical Models for the Homogenization of Microheterogeneous Elastic Composites. In: Gilat, Rivka (Hrsg.) ; Banks-Sills, Leslie (Hrsg.): *Advances in Mathematical Modeling and Experimental Methods for Materials and Structures* Bd. 168. Springer Netherlands, 2010. – ISBN 978–90–481–3467–0, S. 57–71

[610] Shen, H. ; Brinson, L. C.: A numerical investigation of the effect of boundary conditions and representative volume element size for porous titanium. In: *Journal of Mechanics of Materials and Structures* 1 (2006), Nr. 7, S. 1179–1204

[611] Drago, A. ; Pindera, M.-J.: Micro-macromechanical analysis of heterogeneous materials: Macroscopically homogeneous vs periodic microstructures. In: *Composites Science and Technology* 67 (2007), Nr. 6, S. 1243–1263. – ISSN 0266–3538

[612] CADFEM GmbH ; CADFEM GmbH (Hrsg.): *Newsletter_04_2004*. 2004. – `http://www.cadfem.de/fileadmin/files/9_service_newsletter/2004/0404/Newsletter_04_2004.pdf`, zuletzt geprüft: 15.11.2010, 11.30 Uhr

[613] Metropolis, N. ; Rosenbluth, A. W. ; Rosenbluth, M. N. ; Teller, A. H. ; Teller, E.: Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. In: *Journal of Chemical Physics* 21 (1953), Nr. 6, S. 1087–1092

[614] Torquato, S.: *Random heterogeneous materials: Microstructure and macroscopic properties*. New York, NY : Springer Science + Business Media, 2002. – ISBN 978–0–387–95167–6

[615] Talmon l'Armée, Andreas: *Weiterentwicklung eines repräsentativen Volumenelements zur Analyse von unidirektional verstärkten Faser-Kunststoff-Verbunden*. Darmstadt, Technische Universität Darmstadt, Diplomarbeit (unveröffentlicht), Mai 2012

[616] Trias, D. ; Costa, J. ; Turon, A. ; Hurtado, J. E.: Determination of the critical size of a statistical representative volume element (SRVE) for carbon reinforced polymers. In: *Acta Materialia* 54 (2006), Nr. 13, S. 3471–3484. – ISSN 1359–6454

[617] González, Carlos ; LLorca, Javier: Mechanical behavior of unidirectional fiber-reinforced polymers under transverse compression: Microscopic mechanisms and modeling. In: *Composites Science and Technology* 67 (2007), Nr. 13, S. 2795–2806. – ISSN 0266–3538

[618] Elnekhaily, Sarah A. ; Talreja, Ramesh: Damage initiation in unidirectional fiber composites with different degrees of nonuniform fiber distribution. In: *Composites Science and Technology* 155 (2018), S. 22–32. – ISSN 0266–3538

[619] Gross, Dietmar ; Seelig, Thomas: *Bruchmechanik: Mit einer Einführung in die Mikromechanik*. 4., bearbeitete Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. – ISBN 3–540–37113–3

[620] Ernst, Gerald: *Multiscale analysis of textile composites: Stiffness and strength*. Hannover, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, Dissertation (gleichzeitig: Mitteilungen des Instituts für Statik und Dynamik der Leibniz Universität Hannover), 01.01.2009

[621] Laveuve, Dominik ; Büter, Andreas: Current trends in fatigue of polymer matrix composites. In: *carhs automotive CAE Grand Challenge, Hanau, Germany, April 17-18, 2018*

[622] Klein, Rolf: *Algorithmische Geometrie: Grundlagen, Methoden, Anwendungen*. 2., vollst. überarb. Aufl. Berlin : Springer, 2005 (eXamen.press). – ISBN 3–540–20956–5

[623] Štigler, Jaroslav: *Optimal Mapped Mesh on the Circle*. 2009. – `http://www.ansys.stuba.sk/ANSYS2009/prednasky/PRISPEVKY/VUT_Stigler.pdf`, zuletzt geprüft: 05.05.2018, 10.17 Uhr

[624] Li, S. ; Ghosh, S.: Modeling interfacial debonding and matrix cracking in fiber reinforced composites by the extended Voronoi cell FEM. In: *Finite Elements in Analysis and Design* 43 (2007), Nr. 5, S. 397–410. – ISSN 0168–874X

[625] Guo, R. ; Zhang, W. ; Tan, T. ; Qu, B.: Modeling of fatigue crack in particle reinforced composites with Voronoi cell finite element method. In: *Procedia Eng.* 31 (2012), S. 288–296. – ISSN 18777058

[626] Weyer, Stefan ; Fröhlich, Andreas ; Riesch-Oppermann, Heinz ; Cizelj, Leon ; Kovac, Marko: Automatic finite element meshing of planar Voronoi tessellations. In: *Engineering Fracture Mechanics* 69 (2002), Nr. 8, S. 945–958. http://dx.doi.org/10.1016/S0013-7944(01)00124-2. – DOI 10.1016/S0013–7944(01)00124–2

[627] Johansson, Thoralf: *Fortschritt-Berichte VDI Reihe 18, Mechanik, Bruchmechanik*. Bd. 170: *Analytische Beschreibung von Experimenten an faserverstärkten Keramiken zur Bestimmung von Grenzflächenparametern: Zugl.: Karlsruhe, Univ., Diss.* Als Ms. gedr. Düsseldorf : VDI-Verl., 1995. – ISBN 3–18–317018–3

[628] Schmitt, Marcus: *Virtual Studies on a Stochastic Repeating Unit Cell of a Unidirectional Carbon Fibre Reinforced Polymer Layer*, Fraunhofer Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit (LBF), Darmstadt, Praktikumsbericht (unveröffentlicht), August 2014

[629] Sandkühler, Timo: *Effektive elastische Eigenschaften geschädigter Faser-Kunststoff-Verbunde*. Darmstadt, Hochschule Darmstadt, Masterthesis (unveröffentlicht), 2016

[630] Hawel, Stefan: *Praktikumsbericht*, Fraunhofer Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit (LBF), Darmstadt, (unveröffentlicht), 2013

[631] Wortmann, Jonas: *Praktikumsbericht*, Fraunhofer Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit (LBF), Darmstadt, (unveröffentlicht), 2013

[632] Wollstadt, Stephan: *Praktikumsbericht*, Fraunhofer Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit (LBF), Darmstadt, (unveröffentlicht), 2013

[633] Hill, R.: Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 11 (1963), Nr. 5, S. 357–362

[634] Hill, R.: The essential structure of constitutive laws for metal composites and polycrystals. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 15 (1967), Nr. 2, S. 79–95

[635] Mohr, O.: Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materiales? In: *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure* XXXXIV (1900), Nr. 45, S. 1524–1530

[636] Mohr, O.: Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materiales? In: *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure* XXXXIV (1900), Nr. 46, S. 1572–1577

[637] Sung Kyu Ha ; Kyo Kook Jin ; Yuanchen Huang: Micro-Mechanics of Failure (MMF) for Continuous Fiber Reinforced Composites. In: *Journal of Composite Materials* 42 (2008), Nr. 18, S. 1873–1895. – ISSN 0021–9983

[638] Fiedler, Bodo ; Hobbiebrunken, Thomas ; Hojo, Masaki ; Schulte, Karl: *Influence of stress state and temperature on the strength of epoxy resins.* – `http://www.gruppofrattura.it/ocs/index.php/ICF/ICF11/paper/viewFile/9990/9388`, zuletzt geprüft: 01.07.2018, 12.44 Uhr

[639] Kaddour, A. S. ; Hinton, M. J. ; Smith, P. A. ; Li, S.: Mechanical properties and details of composite laminates for the test cases used in the third world-wide failure exercise. In: *Journal of Composite Materials* 47 (2013), Nr. 20-21, S. 2427–2442. – ISSN 0021–9983

[640] Svenning, E. ; Fagerström, M. ; Larsson, F.: On computational homogenization of microscale crack propagation. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 108 (2016), Nr. 1, S. 76–90. – ISSN 00295981

[641] Fein, Carsten: *Schädigungsanalyse eines unidirektional verstärkten Faser-Kunststoff-Verbunds*, Hochschule Darmstadt und Fraunhofer Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit (LBF), Darmstadt, Abschlusspräsentation zum Ingenieur-Forschungsprojekt (unveröffentlicht), 2016

[642] Hedderich, Jürgen ; Sachs, Lothar: *Angewandte Statistik: Methodensammlung mit R.* 15., überarb. und erw. Aufl. Berlin : Springer Spektrum, 2016. – ISBN 978–3–662–45690–3

[643] BenSaïda, Ahmed: *Shapiro-Wilk and Shapiro-Francia normality tests.* 18.06.2014. – `https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/13964-shapiro-wilk-and-shapiro-francia-normality-tests?focused=3823443&tab=function#feedbacks`, zuletzt geprüft: 09.10.2018, 11.35 Uhr

[644] Royston, Patrick: Remark AS R94: A Remark on Algorithm AS 181: The W-test for Normality. In: *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)* 44 (1995), Nr. 4, S. 547–551

[645] Pearson, E. S. ; Stephens, M. A.: The Ratio of Range to Standard Deviation in the Same Normal Sample. In: *Biometrika* 51 (1965), Nr. 3/4, S. 484–487

[646] Bosch, Karl: *Statistik für Nichtstatistiker: Zufall und Wahrscheinlichkeit.* 6., korrigierte und akt. Aufl. München : R. Oldenbourg, 2012. – ISBN 978–3–486–59778–3

[647] Soares, Edward: *Kommentar zu Shapiro-Wilk and Shapiro-Francia normality tests von Ahmed BenSaïda.* 19.09.2017. – `https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/13964-shapiro-wilk-and-shapiro-francia-normality-tests?focused=3823443&tab=function#feedbacks`, zuletzt geprüft: 09.10.2018, 11.25 Uhr

[648] Zok, Frank W.: On weakest link theory and Weibull statistics. In: *Journal of the American Ceramic Society* 100 (2017), Nr. 4, S. 1265–1268. – ISSN 0002–7820. – `https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1111/jace.14665`, zuletzt geprüft: 04.10.2018, 14.48 Uhr

[649] Lin, Wei-Ting: *Visualization of correlation matrix: mycorrplot_1, mycorrplot_2.* 21.11.2015. – `https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/48131-visualization-of-correlation-matrix--mycorrplot-1--mycorrplot-2?focused=5727753&tab=function`, zuletzt geprüft: 09.10.2018, 11.05 Uhr

[650] Lubineau, G. ; Ladevèze, P.: Construction of a micromechanics-based intralaminar mesomodel, and illustrations in ABAQUS/Standard. In: *Computational Materials Science* 43 (2008), Nr. 1, S. 137–145. – ISSN 09270256

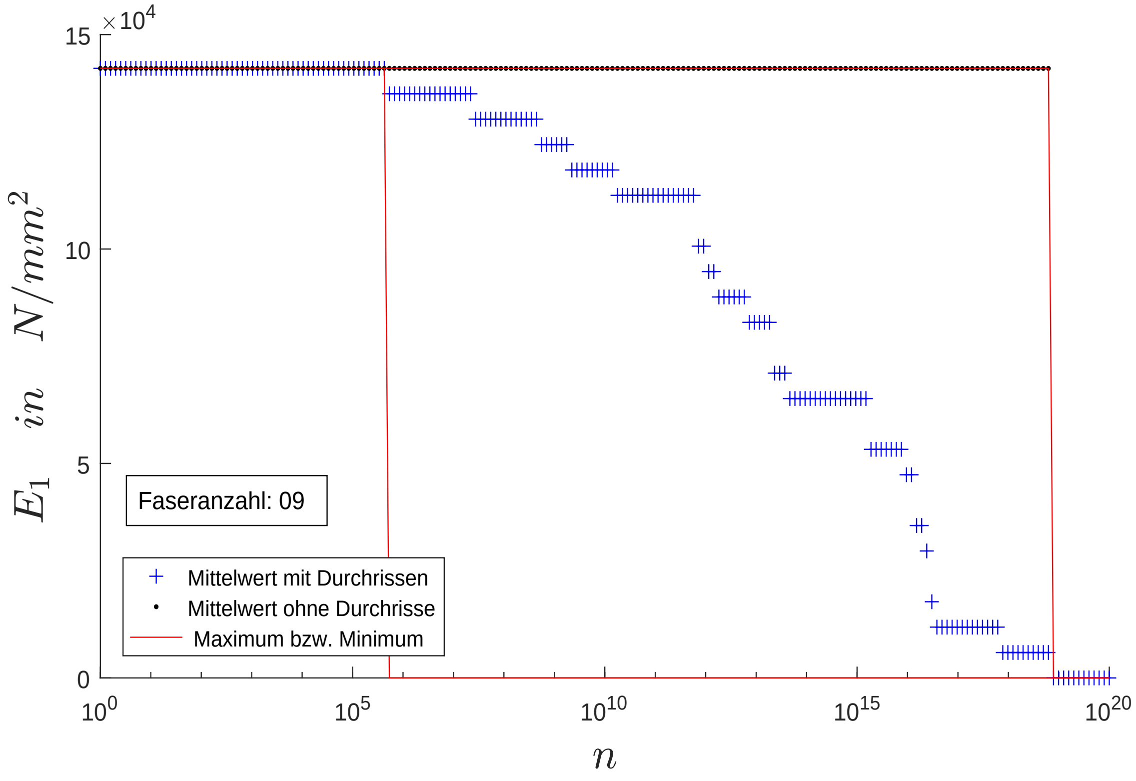
[651] Ladeveze, P. ; LeDantec, E.: Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. In: *Composites Science and Technology* 43 (1992), Nr. 3, S. 257–267. – ISSN 02663538

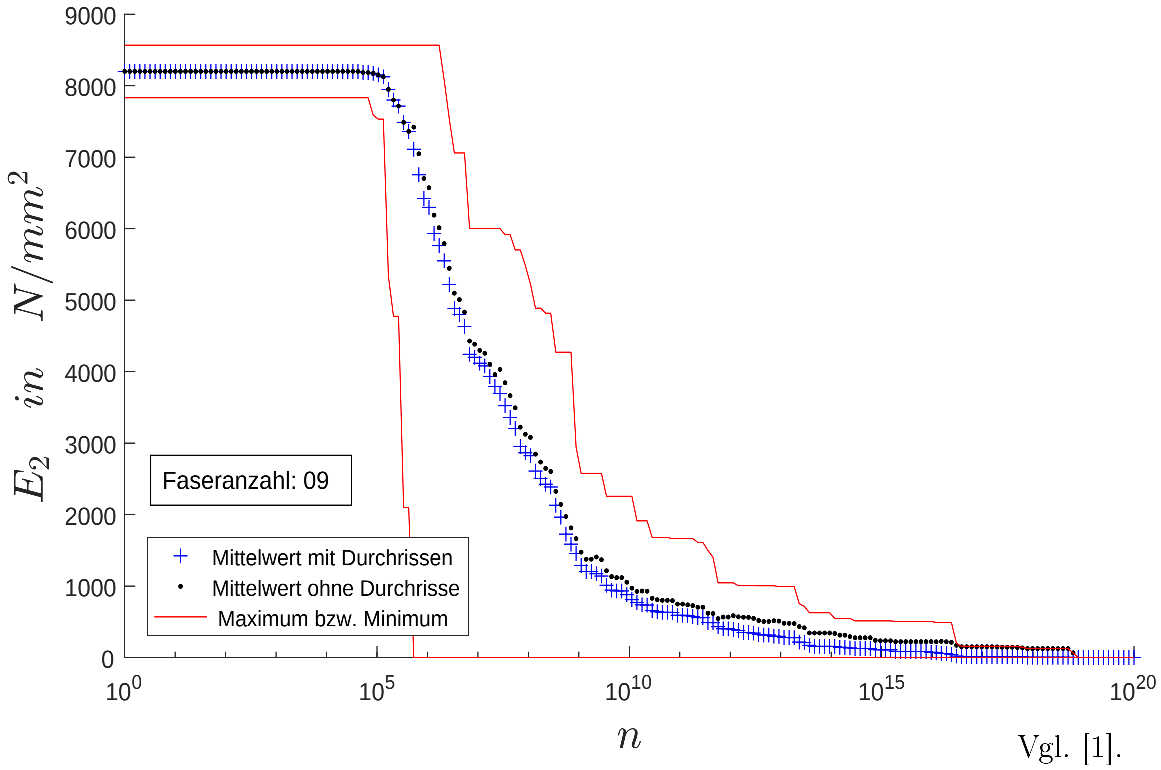
[652] Wisnom, M. R. ; Hallet, S. R. ; Green, B. G. ; Jiang, W. ; Soutis, C. ; Lee, J.: Scaling Effects in Notched Composites. In: *ECCM13, 13th European Conference on Composite Materials, 2-5 June 2008, Stockholm, Sweden*

Anhang A

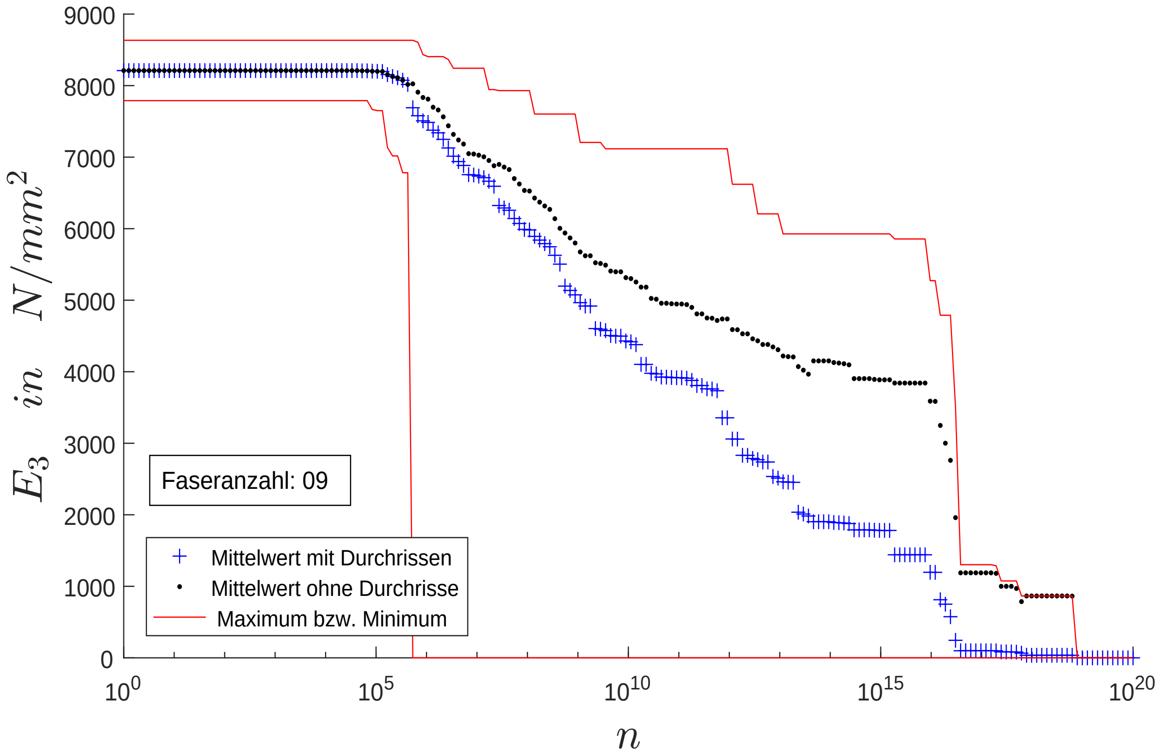
Degradationskurven

Die folgenden Abbildungen beschreiben die Degradation der effektiven Ingenieurkonstanten während der Schädigungsentwicklung für die Stichprobe von Berechnungsmodellen mit Faseranzahl $n_f = 9$. Sie sind qualitativ gleich denen für $n_f = 4$ und $n_f = 16$. Vgl. auch [629].

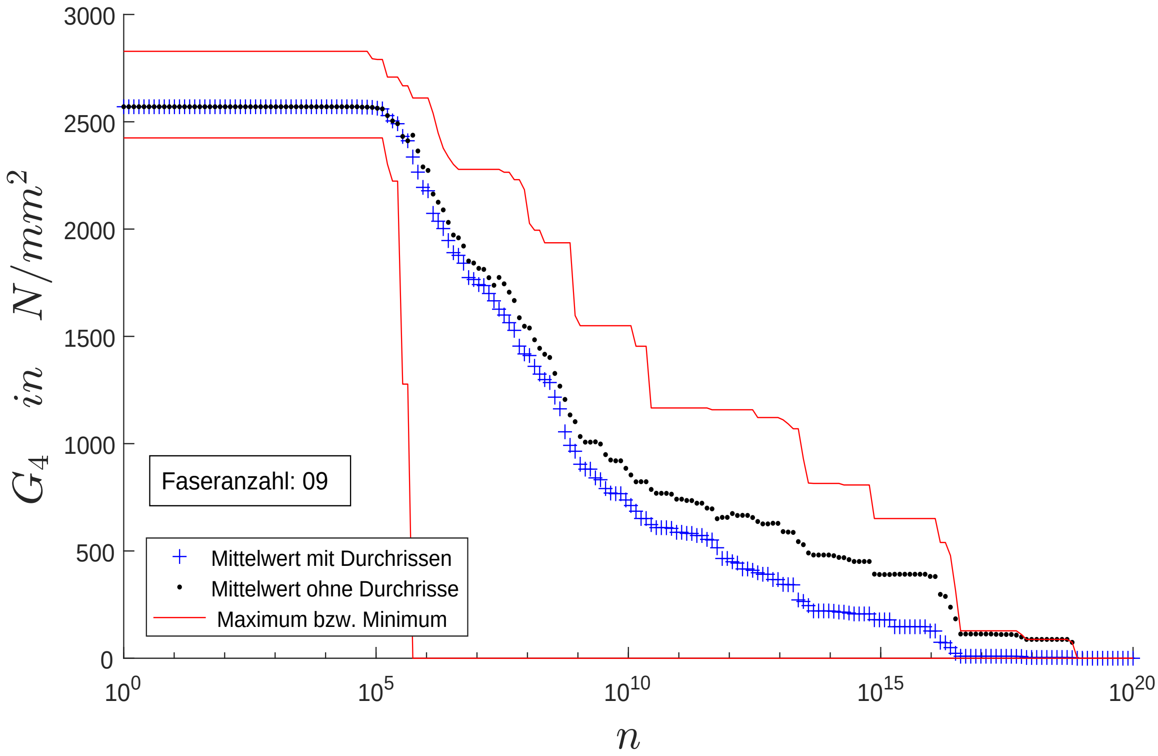

×10^4
15
10
5
0
E_1 in N/mm^2
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
10^0
10^5
10^10
10^15
10^20
n


9000
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
E_2 in N/mm^2
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
10^0
10^5
10^10
10^15
10^20
n

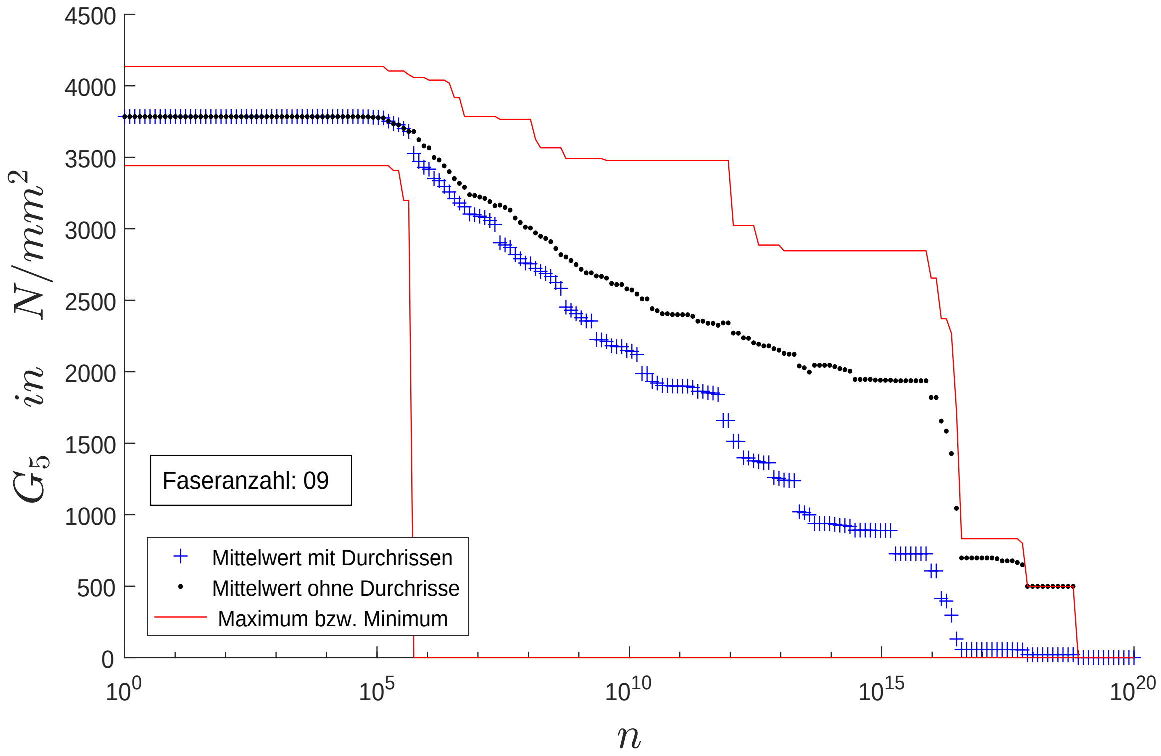
Vgl. [1].



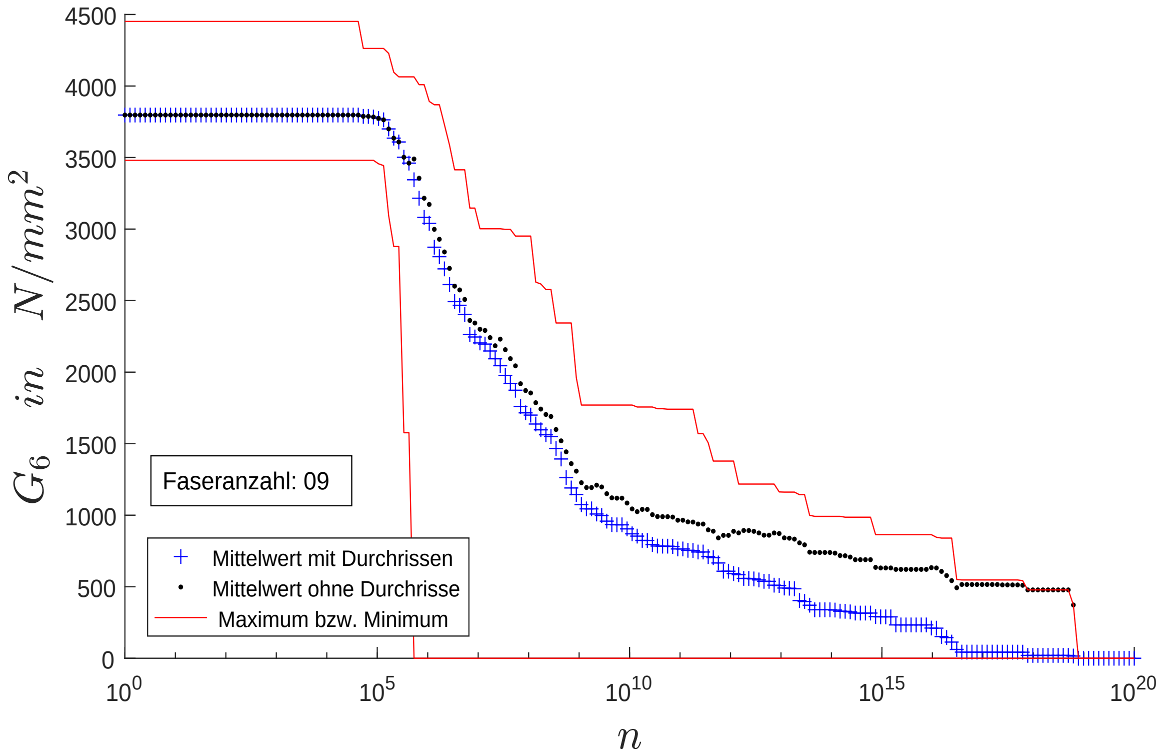
9000
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
$E_3 \quad in \quad N/mm^2$
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
10^0
10^5
10^{10}
10^{15}
10^{20}
n



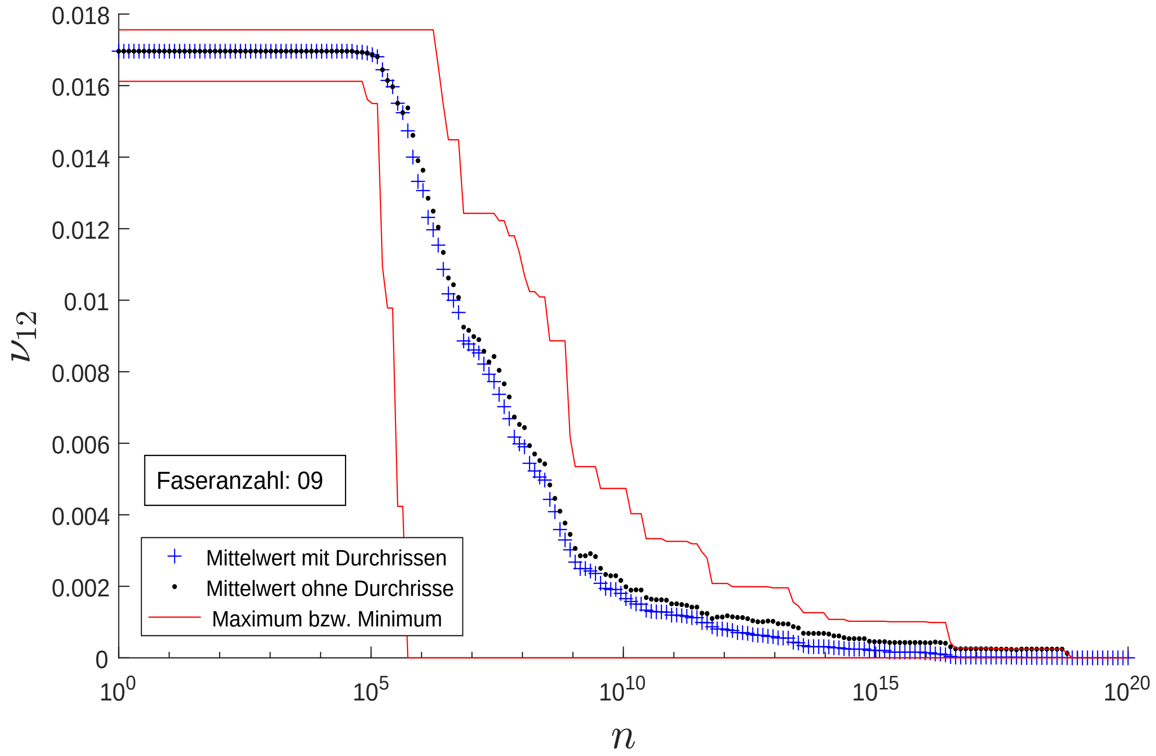
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
$G_4 \quad in \quad N/mm^2$
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
10^0
10^5
10^{10}
10^{15}
10^{20}
n



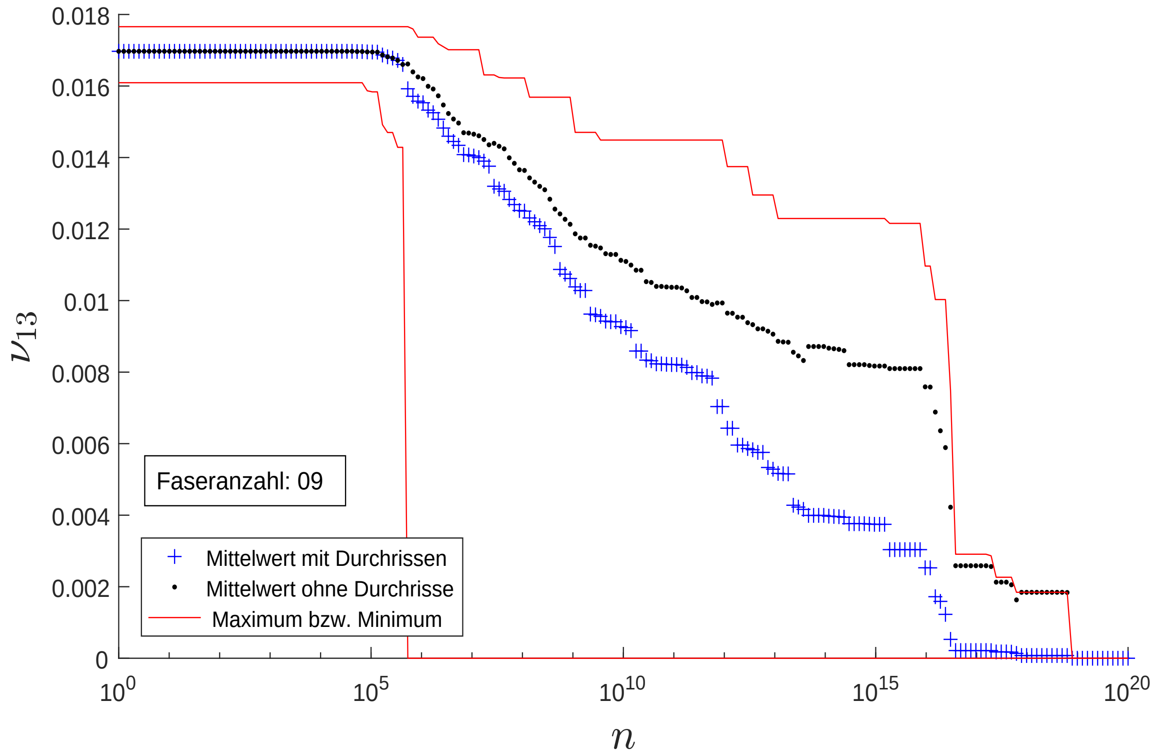
4500
4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
G_5 in N/mm^2
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
10^0
10^5
10^{10}
10^{15}
10^{20}
n



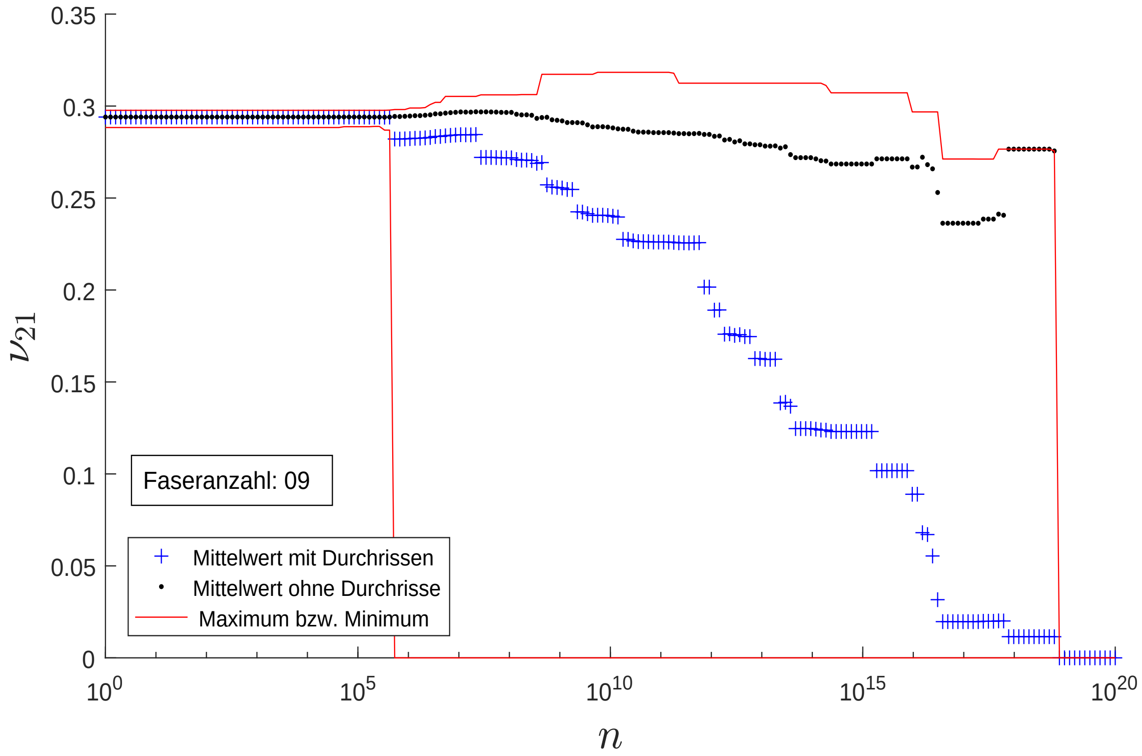
4500
4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
G_6 in N/mm^2
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
10^0
10^5
10^{10}
10^{15}
10^{20}
n

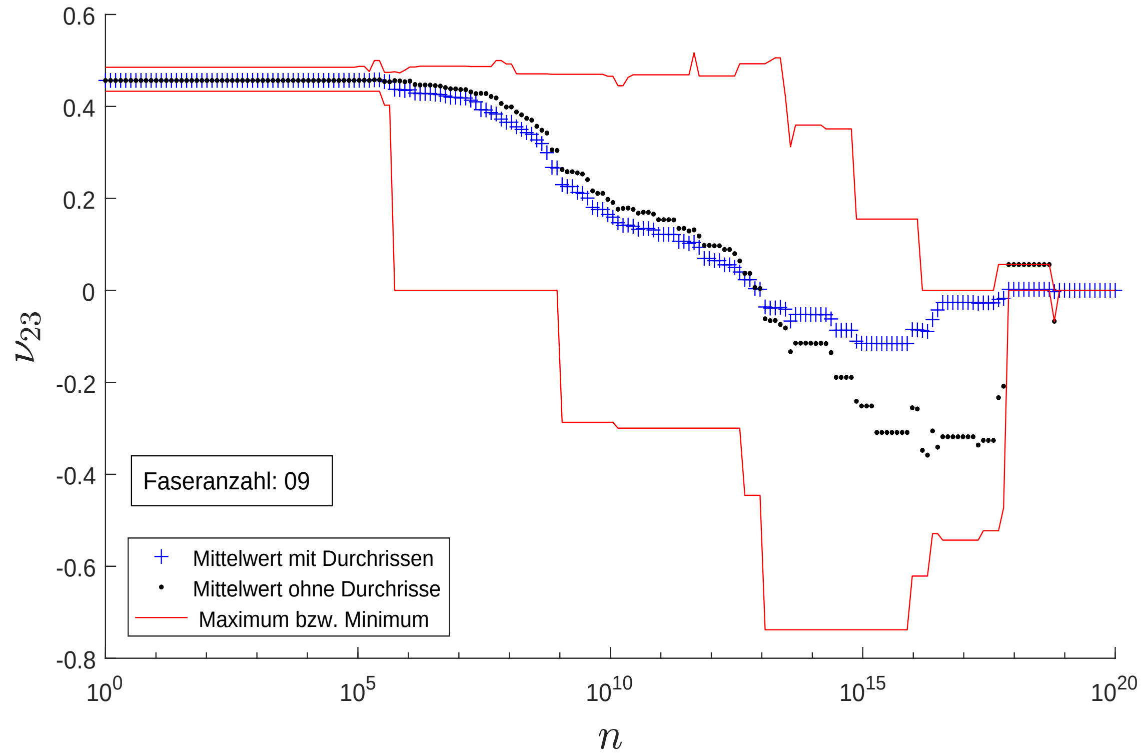


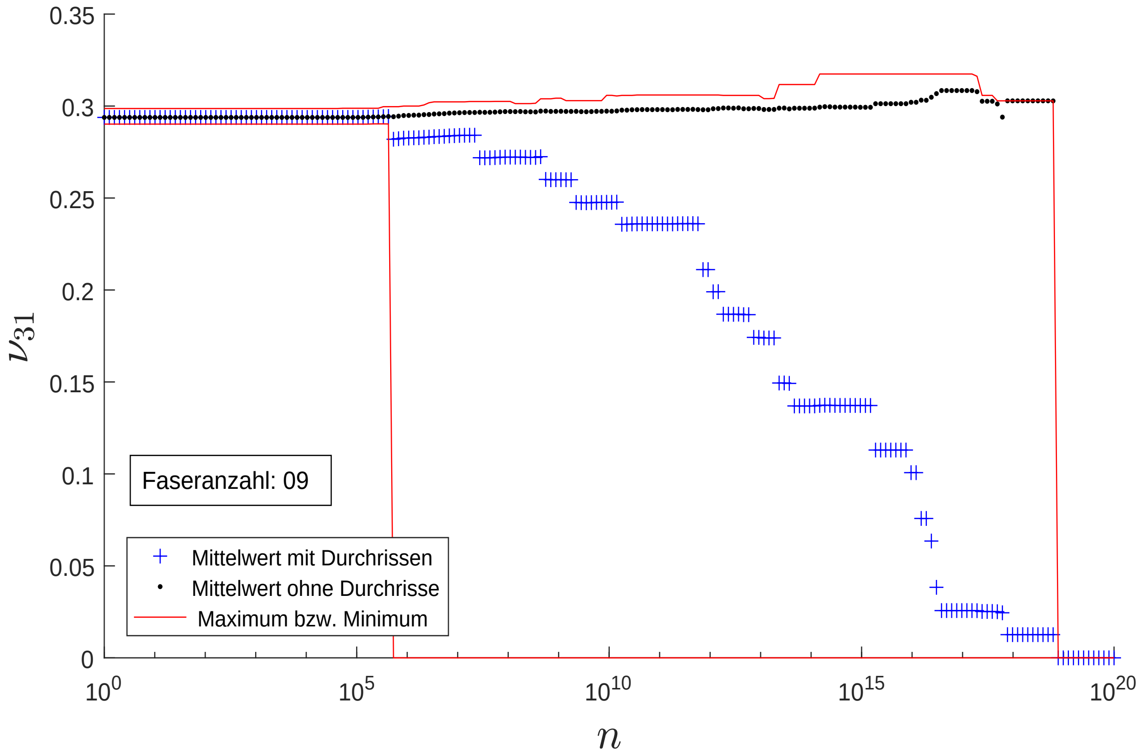
0.018
0.016
0.014
0.012
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0
ν_{12}
10^0
10^5
10^{10}
10^{15}
10^{20}
n
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum



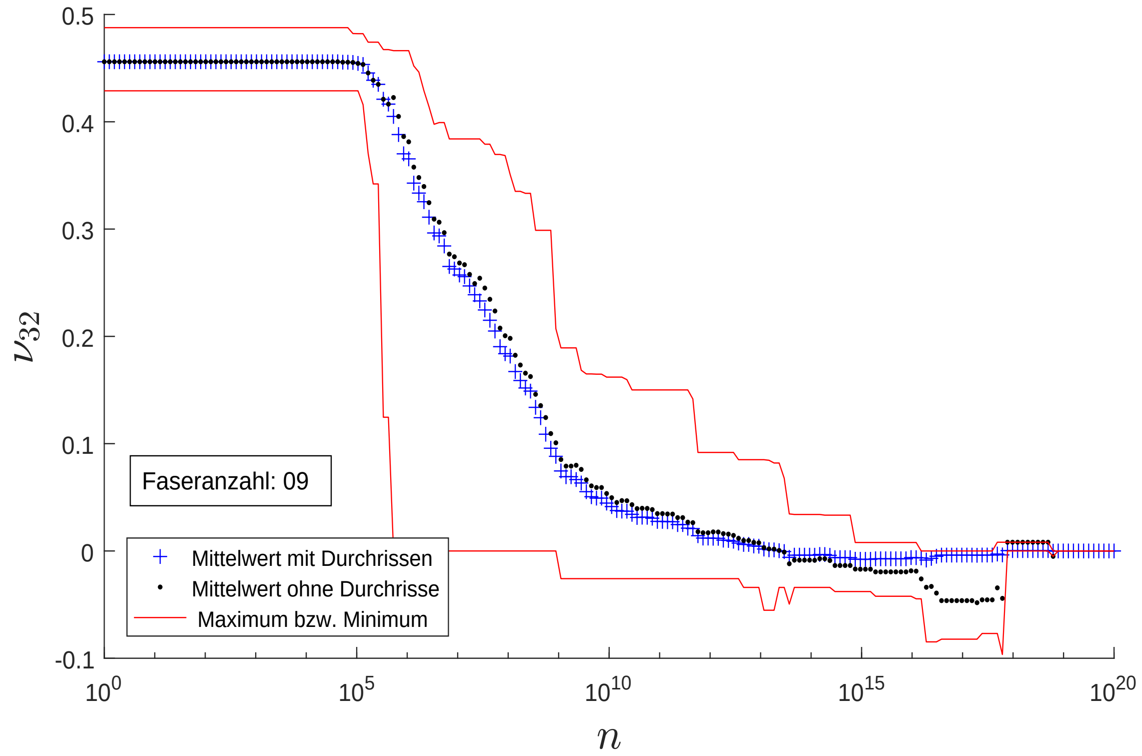
0.018
0.016
0.014
0.012
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0
ν_{13}
10^0
10^5
10^{10}
10^{15}
10^{20}
n
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum


0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
ν_{21}
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
10^0
10^5
10^{10}
10^{15}
10^{20}
n

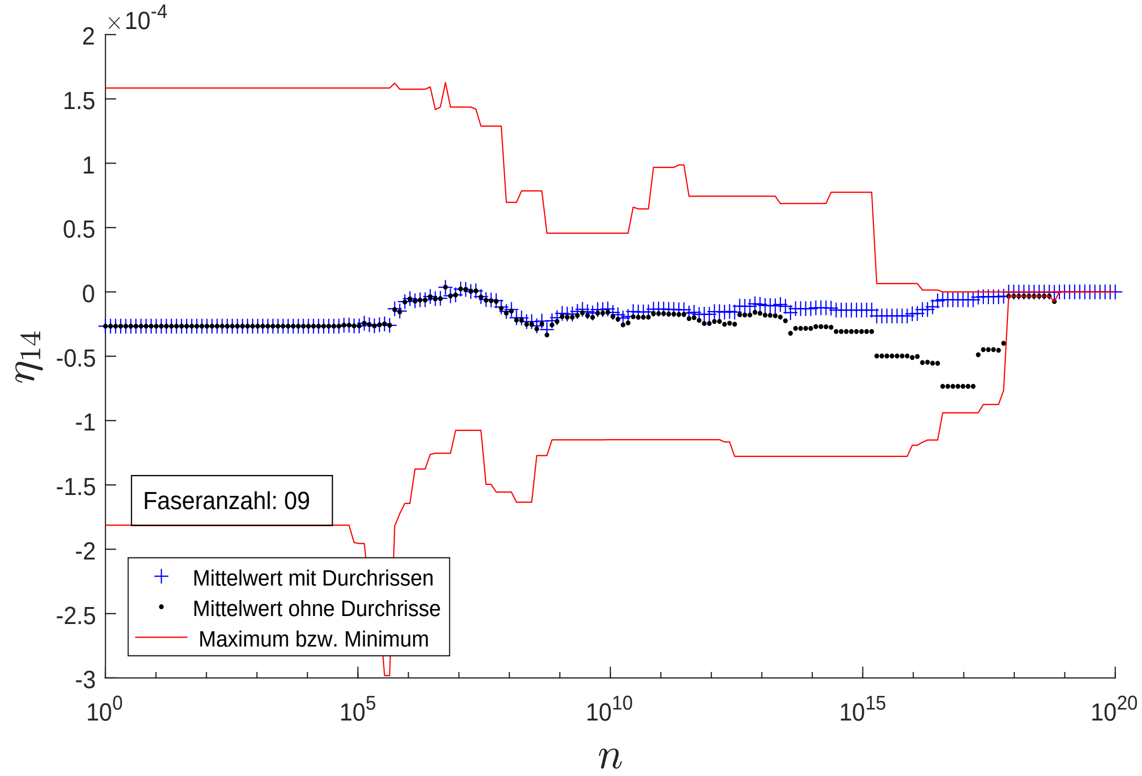

0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
ν_{23}
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
10^0
10^5
10^{10}
10^{15}
10^{20}
n

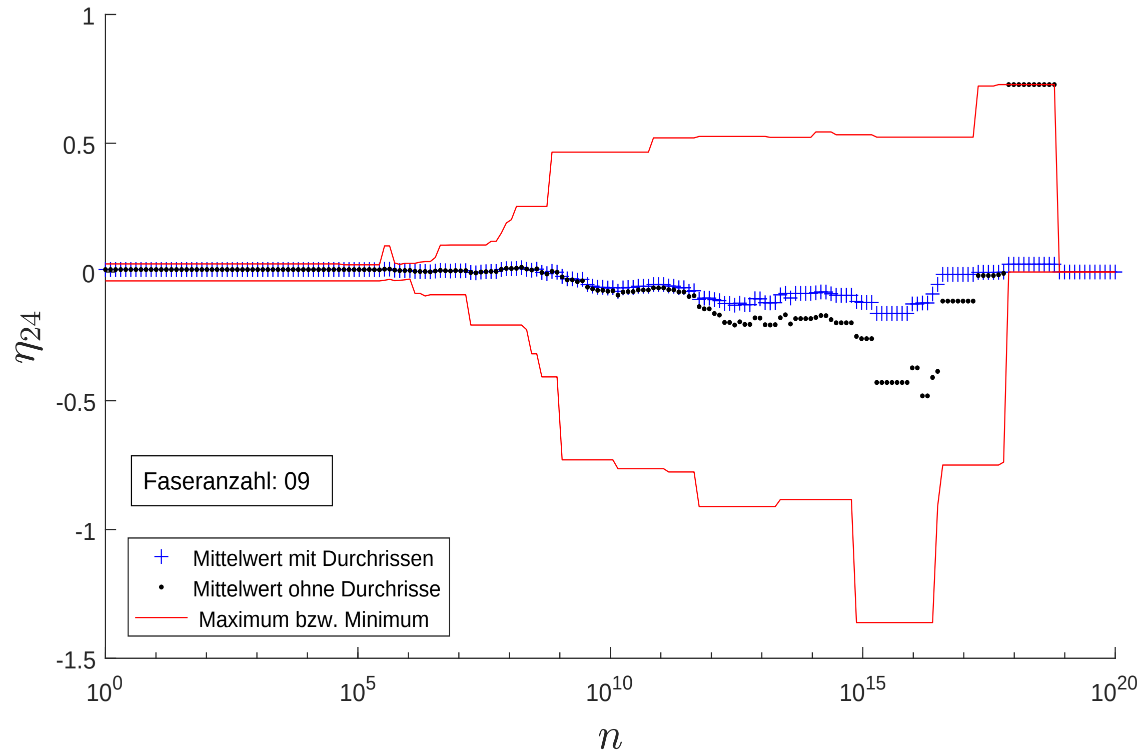


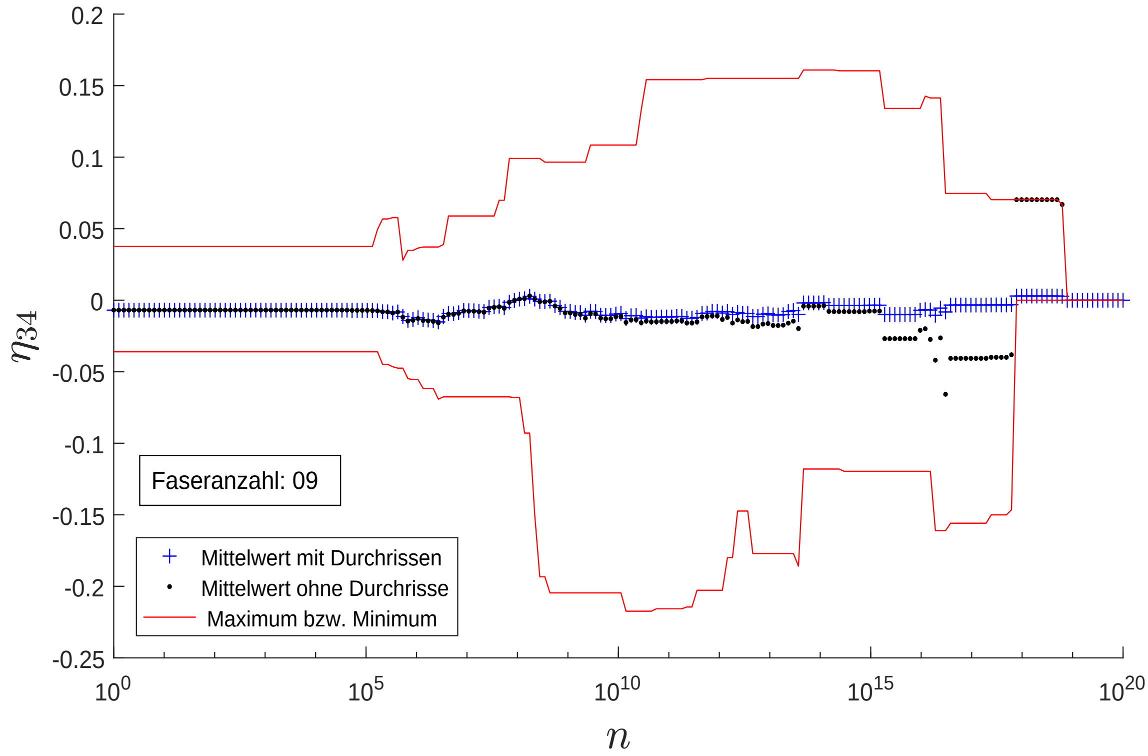
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
ν_{31}
n



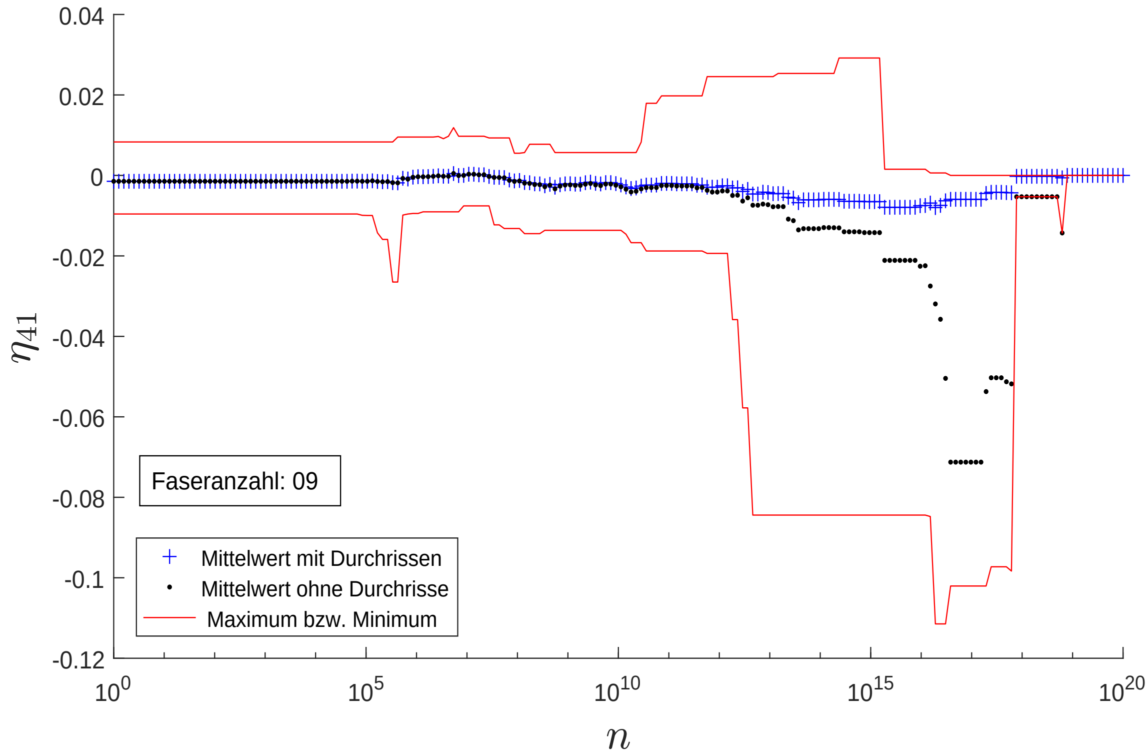
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
ν_{32}
n


×10^-4
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3
η14
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
10^0
10^5
10^10
10^15
10^20
n

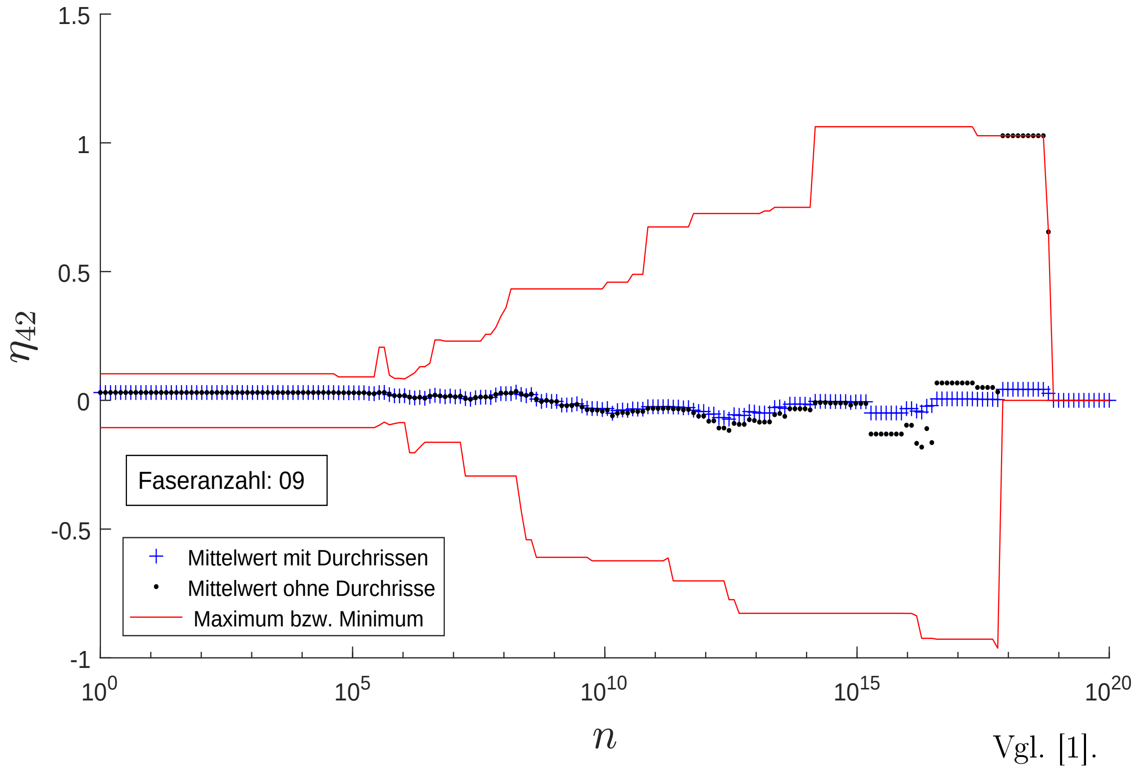

1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
η24
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
10^0
10^5
10^10
10^15
10^20
n



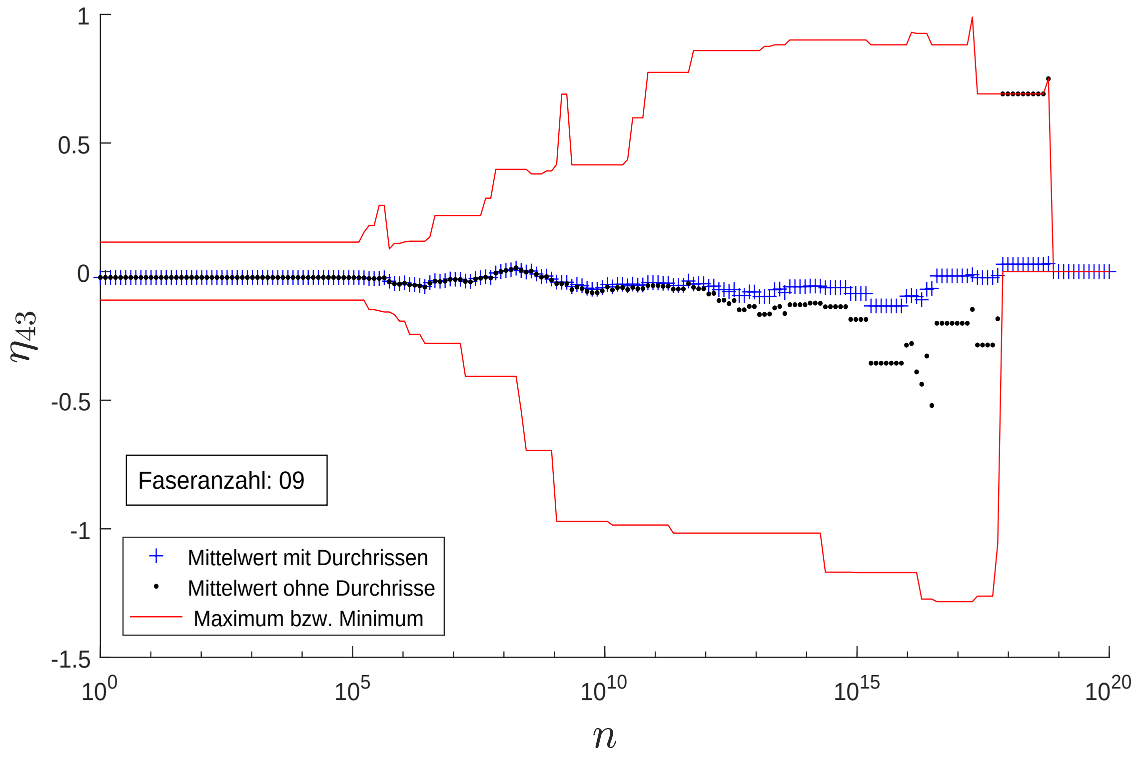
0.2
0.15
0.1
0.05
0
-0.05
-0.1
-0.15
-0.2
-0.25
η_{34}
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
10^0
10^5
10^{10}
10^{15}
10^{20}
n

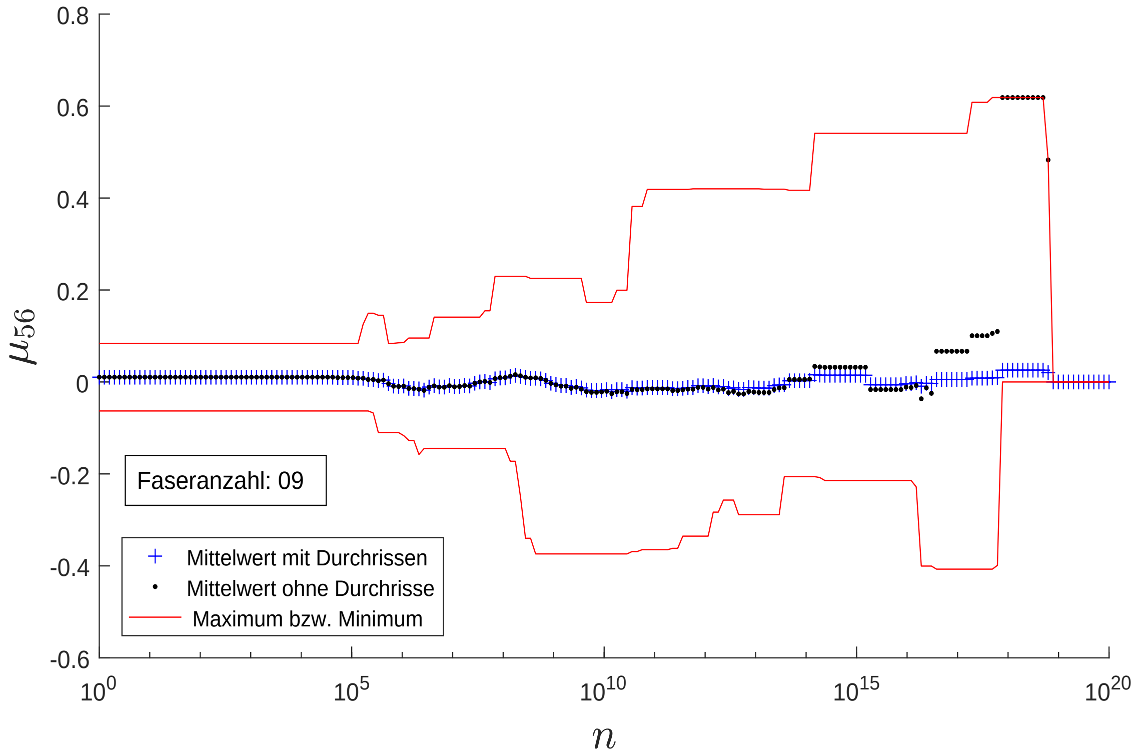


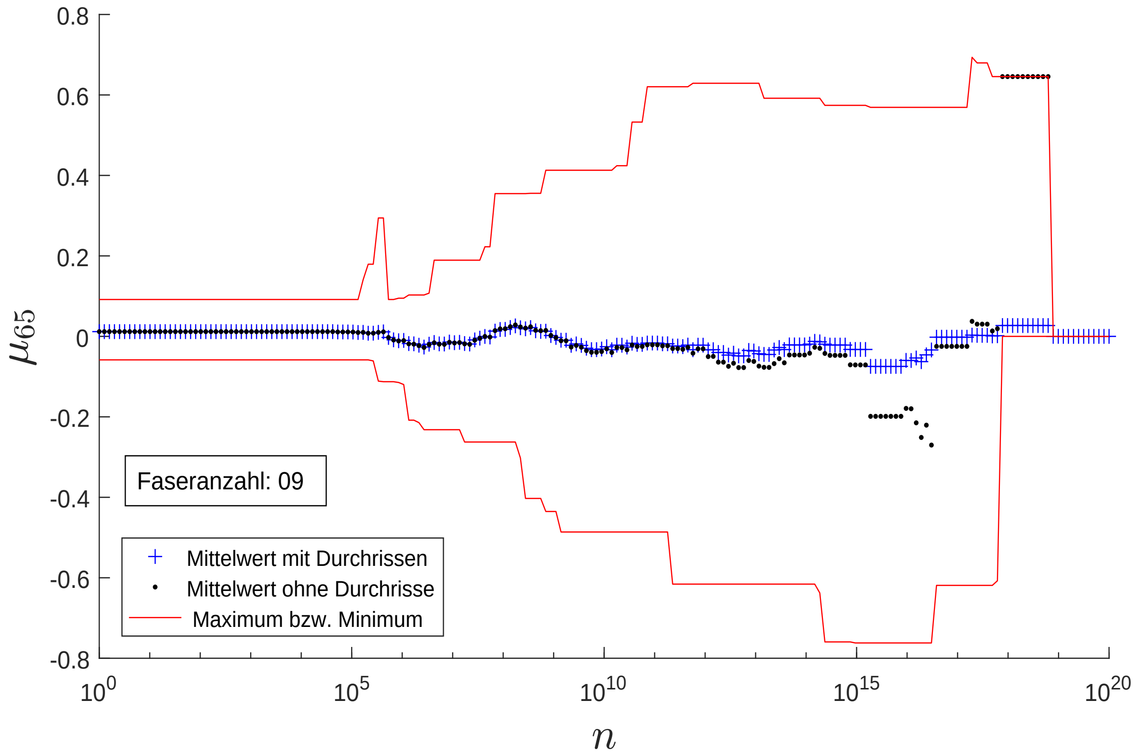
0.04
0.02
0
-0.02
-0.04
-0.06
-0.08
-0.1
-0.12
η_{41}
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
10^0
10^5
10^{10}
10^{15}
10^{20}
n


1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
η_{42}
10^0
10^5
10^{10}
10^{15}
10^{20}
n
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum

Vgl. [1].


1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
η_{43}
10^0
10^5
10^{10}
10^{15}
10^{20}
n
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum


0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
μ_{56}
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
10^0
10^5
10^{10}
10^{15}
10^{20}
n


0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
μ_{65}
Faseranzahl: 09
Mittelwert mit Durchrissen
Mittelwert ohne Durchrisse
Maximum bzw. Minimum
10^0
10^5
10^{10}
10^{15}
10^{20}
n

Bei der zyklischen Belastung von Faser-Kunststoff-Verbunden kommt es durch schädigungsbedingte Änderung der Steifigkeit über die gesamte Lebensdauer zu Umlagerungen von Beanspruchungen. Die vorliegende Arbeit untersucht Schädigungsprozesse auf der Mikroskala hinsichtlich ihrer Auswirkungen auf die homogenisierten Materialsteifigkeiten unidirektional endlosfaserverstärkter Schichten. Sie schafft so die Grundlage für eine verbesserte Berücksichtigung der damit verbundenen Beanspruchungsumlagerungen und somit auch für eine realistischere Lebensdauerabschätzung für Mehrschichtverbunde. Ziel der Untersuchung ist die Modellierung von Schädigungszuständen im Rahmen der Finite-Elemente-Methode und eine numerische Untersuchung von deren Auswirkung auf die homogenisierten Schichtsteifigkeiten. Die Berechnungsmodelle enthalten zufällige Faseranordnungen, sodass die Ergebnisse statistisch ausgewertet werden müssen. Beobachtet werden u. a. ein statistischer Größeneffekt in Bezug auf die Anriss-Lebensdauer, eine durch Eigenspannungen bedingte Abhängigkeit der Rissbildung vom Beanspruchungsniveau sowie paarweise Korrelationen zwischen einigen der Steifigkeitsparameter.

ISBN 978-3-8396-1571-3

9 783839 615713