

Schriftenreihe

LBF-Berichte

FB-244

Björn Haffke

**Modellbasierte Fehlerdiagnoseverfahren
zur Validierung von Simulationsmodellen
dynamischer Systeme**

Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit
und Systemzuverlässigkeit LBF

Schriftenreihe
LBF-Berichte

FB-244

Björn Haffke

**Modellbasierte Fehlerdiagnoseverfahren
zur Validierung von Simulationsmodellen
dynamischer Systeme**

FRAUNHOFER VERLAG

Kontaktadresse:

Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit LBF
Bartningstr. 47
64289 Darmstadt
Telefon 06151 705-0
Telefax 06151 705-214
E-Mail info@lbf.fraunhofer.de
URL www.lbf.fraunhofer.de

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.
ISBN (Print): 978-3-8396-0967-5
ISSN 0721-5320

D Ma 9

Zugl.: Magdeburg, Univ., Diss., 2015

Druck: Mediendienstleistungen des
Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau IRB, Stuttgart

Für den Druck des Buches wurde chlor- und säurefreies Papier verwendet.

© by **FRAUNHOFER VERLAG**, 2016

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau IRB
Postfach 800469, 70504 Stuttgart
Nobelstraße 12, 70569 Stuttgart
Telefon 0711 970-2500
Telefax 0711 970-2508
E-Mail verlag@fraunhofer.de
URL <http://verlag.fraunhofer.de>

Alle Rechte vorbehalten

Dieses Werk ist einschließlich aller seiner Teile urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die über die engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes hinausgeht, ist ohne schriftliche Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen sowie die Speicherung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen und Handelsnamen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass solche Bezeichnungen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und deshalb von jedermann benutzt werden dürften.

Soweit in diesem Werk direkt oder indirekt auf Gesetze, Vorschriften oder Richtlinien (z.B. DIN, VDI) Bezug genommen oder aus ihnen zitiert worden ist, kann der Verlag keine Gewähr für Richtigkeit, Vollständigkeit oder Aktualität übernehmen.

Modellbasierte Fehlerdiagnoseverfahren zur Validierung von Simulationsmodellen dynamischer Systeme

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur
(Dr.-Ing.)

von M.Sc. Björn Haffke

geb. am 13.10.1981 in Ibbenbüren

genehmigt durch die Fakultät für Maschinenbau
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Jens Strackeljan
Prof. Dr.-Ing. Tobias Melz

Promotionskolloquium am 23.09.2015

Ehrenerklärung

Ich versichere hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die Hilfe eines kommerziellen Promotionsberaters habe ich nicht in Anspruch genommen. Dritte haben von mir weder unmittelbar noch mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen. Verwendete fremde und eigene Quellen sind als solche kenntlich gemacht.

Ich habe insbesondere nicht wissentlich:

- Ergebnisse erfunden oder widersprüchliche Ergebnisse verschwiegen,
- statistische Verfahren absichtlich missbraucht, um Daten in ungerechtfertigter Weise zu interpretieren,
- fremde Ergebnisse oder Veröffentlichungen plagiiert,
- fremde Forschungsergebnisse verzerrt wiedergegeben

Mir ist bekannt, dass Verstöße gegen das Urheberrecht Unterlassungs- und Schadensersatzansprüche des Urhebers sowie eine strafrechtliche Ahndung durch die Strafverfolgungsbehörden begründen kann.

Ich erkläre mich damit einverstanden, dass die Dissertation ggf. mit Mitteln der elektronischen Datenverarbeitung auf Plagiate überprüft werden kann.

Die Arbeit wurde bisher weder im Inland noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form als Dissertation eingereicht und ist als Ganzes auch noch nicht veröffentlicht.

Darmstadt, 28.10.2015

Björn Haffke

Danksagung

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Jens Strackeljan gebührt mein ganz besonderer Dank für die Übernahme der Erstprüferschaft und den damit verbundenen fachlichen Diskussionen, wissenschaftlichen Anregungen und der organisatorischen Unterstützung bei dieser Arbeit.

Prof. Dr.-Ing. Tobias Melz danke ich herzlich für die Übernahme der Zweitprüferschaft und seine fachlichen und inhaltlichen Ratschläge, die einen wertvollen Beitrag zu dieser Arbeit darstellen.

Prof. Dr.-Ing. Holger Hanselka, Dipl.-Ing. Riccardo Möller und Dr.-Ing. Thomas Bruder haben maßgeblich die organisatorischen Randbedingungen geschaffen, durch die diese Arbeit erst ermöglicht wurde. Hierfür ebenfalls vielen Dank.

Die vielen fachlichen Diskussionen, Anregungen und die Durchsicht dieser Arbeit sind zusätzliche und wesentliche Beiträge von Herrn Dipl.-Ing. Riccardo Möller, die zum erfolgreichen Gelingen beigetragen haben und für die ich mich ganz besonders bedanken möchte.

Prof. Dr.-Ing. Karl-Heinrich Grote hat freundlicherweise den Vorsitz des Promotionsverfahrens übernommen, vielen Dank hierfür.

Dr. Riccardo Bartolozzi war immer ein kompetenter Ansprechpartner, insbesondere für alle Fragestellungen im Umfeld der Fahrzeugtechnik. Ihm möchte ich, ebenso wie meinen weiteren Kollegen vom Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit LBF, herzlich für die langjährige und sehr gute Zusammenarbeit danken.

Nicht zuletzt danke ich ganz besonders meiner Lebensgefährtin und meinen Eltern für ihre stete Unterstützung.

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit zeigt die Einsetzbarkeit von modellbasierten Fehlerdiagnoseverfahren, zur effizienten Validierung von Simulationsmodellen. Der Fokus liegt zu Beginn auf Validierungsmethoden aus dem Umfeld der Systemidentifikation. Hierzu wird zunächst gezeigt, wie genetische Algorithmen für die Modellvalidierung verwendet werden können, indem mit ihnen eine Identifikation reduzierter Modelle durchgeführt wird. Mit diesen reduzierten Modellen lassen sich zusätzliche Systemsignale generieren, die zu einem deutlich besseren Verständnis von Fehlerursachen führen. Schließlich wird ein Kriterium für die Vertrauenswürdigkeit der identifizierten Modelle vorgeschlagen und die gesamte Methoden anhand zweier Ganzfahrzeugmodelle evaluiert und diskutiert.

Aufgrund der begrenzt Aussagekraft dieses Ansatzes, werden anschließend Methoden aus der Differentialalgebra verwendet und weiterentwickelt, die ein sehr breites Anwendungsspektrum bieten. Hiermit können Modellansätze auf ihre Eignung hin überprüft werden, ohne dass die Parameter des Systems bekannt sein müssen. Zusätzlich wird gezeigt, wie diese Methoden erweitert werden können, um eindeutig zu entscheiden, dass mehrere Messdatensätze von dem gleichen System mit den gleichen physikalischen Parametern erzeugt wurden. Hierfür ist keine Kenntnis über die numerischen Werte dieser Parameter erforderlich. Aufgrund der hohen Relevanz dieser Methoden werden diese im Detail auf ihre Einsetzbarkeit hin untersucht und schließlich ein Überblick über noch zu lösende Fragestellungen gegeben.

Abstract

The present work shows the applicability of model-based fault diagnosis methods for the efficient validation of simulation models. At the beginning the focus is on system identification methods. It is shown how these methods can be used for model validation. The main idea is to use genetic algorithms to identify reduced models with which several state signals of the model can be generated. These state signals lead to a much better understanding of the causes of errors. Finally a criterion for the reliability of the identified models is proposed and the method is evaluated by using two full vehicle models. System identification methods are an interesting approach for model validation problems but the applications of these methods are limited due to their limited accuracy.

Therefore methods from the field of differential algebra were investigated, which offer a very wide range of applications. These methods are able to check if a model is able to represent the input and output dynamics of a system without knowledge of any system parameter. In addition it is shown how these methods can be extended in order to clearly determine that several sets of measurement data were generated by the same system with the same physical parameters. This requires no knowledge of the numerical values of these parameters. Due to the high relevance of these methods they are investigated in detail within this thesis.

Inhalt

Kurzfassung	IV
Abstract.....	V
Formelzeichen	IX
Abbildungsverzeichnis	XIV
Tabellenverzeichnis	XVIII
1 Einleitung und Aufbau der Arbeit.....	1
1.1 Aufbau der Arbeit.....	2
1.2 Zielstellung.....	5
2 Übersicht über Stand der Forschung zu Modellvalidierungsmethoden	11
2.1 Validierung durch qualitativen Vergleich der Systemausgangsdaten.....	12
2.2 Validierung durch quantitative Fehlermaße	12
2.3 Validierung durch Anpassung des Modells.....	12
2.4 Validierung durch Intervallarithmetik.....	13
2.5 Validierungsmethoden basierend auf Diagnose- und Identifikationsverfahren	16
2.6 Weitere Werkzeuge und Methoden zur Modellbildung und Modellvalidierung	18
2.6.1 Validierung und Modellierung durch Linearitätstests	18
2.6.2 Sensitivitätsanalysen und statistische Methoden	18
2.7 Zusammenfassung und Diskussion der Validierungsmethoden.....	19
3 Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse	21
3.1 Fehlerdetektion mittels Zustandsbeobachtern und Zustandsschätzern	21
3.2 Fehlerdetektion mittels Paritätsgleichungen	25
3.3 Fehlerdetektion mittels künstlicher neuronaler Netze (KNN)	27
3.4 Fehlerdetektion mittels Parameterschätzung.....	29
3.5 Identifizierbarkeit	30
3.6 Strukturelle Identifizierbarkeit	31
3.7 Differentialalgebra zur Identifizierbarkeitsanalyse	38
3.7.1 Transformation in Differentialpolynome.....	39
3.7.2 Formale Definitionen zur Differentialalgebra	40
3.7.2.1 Definition Ring.....	40
3.7.2.2 Definition differentieller Ring.....	40
3.7.2.3 Definition Ideal	41
3.7.3 Pseudodivision und Eliminierungsreihenfolgen.....	41
3.7.4 Pseudodivisionsalgorithmus von Ritt	42

3.7.5	Identifizierbarkeitsanalyse mittels Differentialalgebra.....	44
3.8	Zusammenfassung möglicher Fehlerdetektionsmethoden für die Modellvalidierung und Auswahl geeigneter Lösungen.....	48
4	Modellvalidierung mittels Systemidentifikation.....	50
4.1	Übersicht über geeignete Identifikationsverfahren	54
4.2	Genetische Programmierung	55
4.2.1	Beispiel: Identifikation eines nichtlinearen Einmassenschwingers	58
4.3	Anwendung der Validierungsmethode auf Ganzfahrzeugmodelle	63
4.4	Validierungsmodell des Fahrzeugaufbaus.....	64
4.4.1	Berechnung der Aufbaubeschleunigung im Schwerpunkt aus verteilten Sensorsignalen	68
4.4.2	Gesamtsystem Validierungsmodell	71
4.4.3	Sicherstellung der Vertrauenswürdigkeit der identifizierten Funktionen	72
4.4.4	Theoretisch erkennbare Fehler und Auswirkungen	73
4.5	Vereinfachtes Fahrzeugmodell zur Überprüfung der Validierungsmethode ...	75
4.6	Identifikationsergebnisse des Validierungsmodells	77
4.6.1	Matrix der Beträge der empirischen Korrelationskoeffizienten des Ausgangssystems	78
4.6.2	Vergleich der identifizierten Kennlinien	80
4.6.3	Analyse der Signalanteile im Zeitbereich.....	85
4.6.4	Identifikation der Feder- und Dämpferkennlinien mittels Beschleunigungssignal hinten links.....	90
4.7	Anwendung der Validierungsmethode auf ein komplexes Ganzfahrzeugmodell	93
4.8	Zusammenfassung der Modellvalidierung mittels Systemidentifikation.....	100
5	Modellvalidierung mithilfe differentialalgebraischer Algorithmen.....	102
5.1	Strukturelle Validierung von Modellansätzen.....	103
5.1.1	Beispiel: Nachweis der Existenz von Parametern für eine Masse.....	104
5.1.2	Arbeitsablauf bei der Modellvalidierung mittels Differentialalgebra.....	106
5.1.3	Beispiel: Strukturelle Validierung eines Viertelfahrzeugmodells	107
5.2	Neue und erweiterte Lösungen zur Modellvalidierung mittels Differentialalgebra.....	111
5.2.1	Änderungserkennung von Systemparametern	111
5.2.1.1	Beispiel: Änderungserkennung von Parametern am Viertelfahrzeugmodell.....	114
5.2.2	Eingrenzung geänderter Systemparameter	116
5.2.2.1	Beispiel: Eingrenzung geänderter Systemparameter am Viertelfahrzeugmodell.....	117

Inhalt

5.2.3	Prozesskette zum Auffinden und Eingrenzen von Fehlern mittels Differentialalgebra	120
5.2.4	Berücksichtigung von Parametergrenzen	122
5.2.5	Approximierbarkeit von Systemen und konstante Parametrierungen bei der strukturellen Validierung	125
5.2.6	Ein neues Fehlerkriterium zur Untersuchung der Approximierbarkeit und Sensitivität	126
5.2.7	Untersuchung der Existenz konstanter Parameter bei Unterbrechung der strukturellen Übereinstimmung	131
5.2.8	Untersuchung der Sensitivität der strukturellen Methoden	133
5.3	Entwickelbarkeit und Substituierbarkeit von Systemen.....	134
5.4	Fazit differentialalgebraische Modellvalidierung	136
6	Zusammenfassung und Ausblick	137
A	Anhang	139
A.1	Lineares Gleichungssystem zur Überprüfung der strukturellen Übereinstimmung	139
A.2	Parameter des vereinfachten Fahrzeugmodells	141
A.3	Charakteristische Menge mit explizitem Residuum.....	142
A.4	Parameterbegrenzungsbeispiel	143
A.5	Identifizierte Fahrzeuggleichungen vereinfachtes Modell	144
A.5.1	Gleichung aus Identifikation vorne links	144
A.5.2	Gleichung aus Identifikation hinten links	145
A.6	Parameter des unveränderten veDYNA-Modells.....	147
A.7	Parameter des veränderten veDYNA-Modells.....	159
	Literaturverzeichnis	171

Formelzeichen¹

w	Gewichtungsfaktor	–
y_{Gi}	Gemessene Signale	–
z_{Gi}	Simulierte Signale	–
x	Zustandsvektor sowie Zustandsvariablen	–
x_0	Vektor mit Anfangswerten	–
u	Eingangssignal	–
θ	Parameter	–
$\hat{\theta}$	Parameter mit expliziter Begrenzung	–
t	Zeit	s
A	Systemmatrix eines Zustandsraummodells	–
B	Eingangsmatrix eines Zustandsraummodells	–
C	Ausgangsmatrix eines Zustandsraummodells	–
D	Durchgangsmatrix eines Zustandsraummodells	–
H	Rückführmatrix des Luenberger-Beobachters	–
y	Ausgangssignal	–
α	Vektor konstanter Parameter zur Modellanpassung	–
x_α	Zustandsvektor eines angepassten Modells	–
y_α	Ausgangssignalvektor eines angepassten Modells	–
C_α	Ausgangsmatrix eines angepassten Modells	–
x_I	Skalare Werte der Grenzen von Intervallen	–
y_I	Mittelpunkt des Intervalls X_I	–
X_I	Intervall	–
Y_I	Approximation einer Jacobi-Intervall-Matrix	–
F'_I	Jacobi-Intervall-Matrix	–
K	Krawczyk-Operator	–
m_p	Mittelpunkt eines Intervalls	–
I	Einheitsmatrix	–
$X_I^{(0)}$	Startintervall	–
x_1, x_2	Variablen für nichtlineares Gleichungssystem	–
$f(\dots)$	Funktion von mehreren Variablen, sowie Systemgleichung eines nichtlinearen Systems in Zustandsraumdarstellung	–

¹ Aufgrund der hohen Anzahl von Gleichungen innerhalb dieser Arbeit ist die Zeitabhängigkeit einzelner Variablen nur dort explizit angegeben, wo diese für das eindeutige Verständnis notwendig ist.

Formelzeichen

$g(\dots)$	Ausgangsgleichung eines nichtlinearen Modells in Zustandsraumdarstellung	–
e	Fehler	–
\hat{x}	Zustandsvektor eines Beobachters und eines Zustandsschätzers	–
r	Residuum	–
W	Verstärkungsmatrix eines Beobachterfehlers	–
μ_r	Weißer Rauschprozess	–
ρ_r	Weißer Rauschprozess	–
Q	Kovarianzmatrix	–
S	Kovarianzmatrix	–
P	Prädiktion des Zustandsvektors	–
h	Funktionen des Lie-Ableitungen	–
s	Laplace-Variable	–
G, G_m	Lineare Übertragungsfunktion	–
y_m	Ausgangssignal eines Modells zur Fehlerdetektion	–
B_m	Zählerpolynom einer Übertragungsfunktion	–
A_m	Nennerpolynom einer Übertragungsfunktion	–
y_p	Ausgangssignal eines zu überwachenden Systems	–
y	Ausgangssignal	–
θ^*	Zu identifizierender Parametervektor	–
a	Koeffizienten des Nennerpolynoms einer linearen Übertragungsfunktion und Koeffizienten einer linearen Differentialgleichung	–
b	Koeffizienten des Zählerpolynoms einer linearen Übertragungsfunktion und Koeffizienten einer linearen Differentialgleichung	–
Y	Laplace-Transformierte des Ausgangssignals	–
U	Laplace-Transformierte des Eingangssignals	–
k	Diskrete Abtastzeitpunkte	–
N	Letzter Abtastzeitpunkt	–
Ψ	Matrix gemessener Ein- und Ausgangssignale zu diskreten Zeitpunkten	–
V	Verlustfunktion bzw. Gütemaß	–
$F, F_i, F_I, F_D, F_M, F_F$ F_V, F_H	Kräfte	N
m, m_C, m_W, m_1, m_2	Massen	kg
Δt	Abtastzeit	s

x_C, x_E, x_I, x_W, x_M	Auslenkungen von Massen	m
Δx_S	Relative Auslenkung von Massen	m
$c_1, c_2, c_F, c_I, c_S, c_W$	Federkonstanten	$N \cdot m^{-1}$
c_{SNL}	Federkonstante für kubische Steifigkeit	$N \cdot m^{-3}$
d_1, d_2, d_D, d_S, d_W	Dämpfungskonstanten	$N \cdot s \cdot m^{-1}$
A_l	Koeffizientenmatrix eines linearen Gleichungssystems	–
x_l	Parametervektor eines linearen Gleichungssystems	–
p	Physikalische Parameter	–
q	Gleichungssystem zur Identifizierbarkeitsanalyse	–
Q	Funktionalmatrix	–
f_p	Differentialpolynom	–
$a_p, b_p, r_p, x_p, y_p, z_p$	Variablen von allgemeinen Gleichungen	–
a_z	Systemgleichungen eines nichtlinearen Systems mit linearem Steuerungseingang	–
B_z	Eingangsgleichungen eines nichtlinearen Systems mit linearem Steuerungseingang	–
c_z	Ausgangsgleichungen eines nichtlinearen Systems mit linearem Steuerungseingang	–
R	Ring	–
I	Ideal	–
$[\Phi], \Pi$	Differentielle Ideale	–
Φ	Menge von Differentialpolynomen	–
R_e	Pseudorest	–
μ, ν, σ, τ	Ableitungsordnungen	–
u_i, u_j	Leitterme eines Differentialpolynoms	–
$A_i, A_j, A_p, A_r, B_d, B_i, B_k, B_s, C_n, g_i, \phi, \psi, \pi$	Differentialpolynome	–
A_m, B_m	Mengen von Differentialpolynomen	–
ρ	Ableitungen nach der Zeit	–
h_d, m_d, n_d	Konstanten von parameterfreien Differenzgleichungen	–
\hat{m}	Masse mit eingeschränktem Parameterintervall	kg
r_{xy}	Empirischer Korrelationskoeffizient	–
\bar{x}	Arithmetischer Mittelwert der Variablen x_i	–
\bar{y}	Arithmetischer Mittelwert der Variablen y_i	–

Formelzeichen

x_i, y_i	Variablen zur Berechnung des empirischen Korrelationskoeffizienten	–
x_g	Zielwerte für Identifikation mittels genetischer Programmierung	–
y_g	Zielwerte für Identifikation mittels genetischer Programmierung	–
\hat{y}_g	Aus Chromosomen berechnete Werte	–
x_{T0}	Entwicklungspunkt einer Taylorreihe	
x_T	Punkt an dem ein Funktionswert einer Taylorreihe berechnet wird	
\vec{r}_a	Ortsvektor vom Inertialsystem zum Körperschwerpunkt	m
\vec{r}_{VLCC}	Ortsvektor vom Beschleunigungssensor an der Karosserie vorne links zum Schwerpunkt des Fahrzeugaufbaus	m
\vec{r}_{VLHL}	Ortsvektor vom Beschleunigungssensor an der Karosserie vorne links zum Beschleunigungssensor an der Karosserie hinten links	m
\vec{r}_{HLHR}	Ortsvektor vom Beschleunigungssensor an der Karosserie hinten links zum Beschleunigungssensor an der Karosserie hinten rechts	m
$\Delta z_{VL}, \Delta z_{VR}, \Delta z_{HL}, \Delta z_{HR}$	Einfederungsweg der Fahrwerksfeder und des Stoßdämpfers zwischen Rad und Karosserie: vorne links; vorne rechts; hinten links; hinten rechts	m
$F_{R_{VL}}, F_{R_{VR}}, F_{R_{HL}}, F_{R_{HR}}$	Kontaktkraft zwischen Reifen und Straße: vorne links; vorne rechts; hinten links; hinten rechts	N
$F_{VLz}, F_{VRz}, F_{HLz}, F_{HRz}$	Summe der Schnittkräfte zwischen Karosserie, Stoßdämpfern und Fahrwerksfedern in z-Richtung: vorne links; vorne rechts; hinten links; hinten rechts	N
l_v, l_h, l_l, l_r	Abstand zwischen den Angriffspunkten der Feder- und Dämpferschnittkräfte zum Schwerpunkt: vorne; hinten; links; rechts	m
ϕ	Drehwinkel des Fahrzeugaufbaus um die x-Achse	rad
δ	Drehwinkel des Fahrzeugaufbaus um die y-Achse	rad
m_{Ab}	Masse des Fahrzeugaufbaus	kg
a_{CGz}	Beschleunigung im Schwerpunkt des Fahrzeugaufbaus in z-Richtung (in Fahrzeugkoordinaten)	$m \cdot s^{-2}$
$F_{F_{VLz}}, F_{F_{VRz}}, F_{F_{HLz}}, F_{F_{HRz}}$	Schnittkräfte zwischen Karosserie und Fahrwerksfedern in z-Richtung: vorne links; vorne rechts; hinten links; hinten rechts	N
$F_{D_{VLz}}, F_{D_{VRz}}, F_{D_{HLz}}, F_{D_{HRz}}$	Schnittkräfte zwischen Karosserie und Stoßdämpfern in z-Richtung: vorne links; vorne rechts; hinten links; hinten rechts	N
$\Theta^{(S)}$	Trägheitstensor	$kg \cdot m^2$

ω	Winkelgeschwindigkeiten eines Starrkörpers	$rad \cdot s^{-1}$
x_i^S	Ortsvektoren	m
$M^{(S)}$	Momente	$N \cdot m$
J_{xx}	Massenträgheitsmoment um die x-Achse	$kg \cdot m^2$
J_{yy}	Massenträgheitsmoment um die y-Achse	$kg \cdot m^2$
$a_{c0}, a_{c1}, a_{c2}, a_{c3}$	Koeffizienten eines Polynoms zur Beschreibung einer nichtlinearen Federkennlinie	–
a_{d1}, a_{d2}, a_{d3}	Koeffizienten eines Polynoms zur Beschreibung einer nichtlinearen Dämpferkennlinie	–
$l_1, l_2, l_3, l_4, l_{1n}, l_{2n}$	Abstände zwischen Massepunkten und Schwerpunkt	m
P	Punkt eines Starrkörpers mit dem Beschleunigungszustand a_p	–
a_p	Beschleunigungszustand des Punktes P	$m \cdot s^{-2}$
\dot{v}_A	Beschleunigungszustand eines Punktes A	$m \cdot s^{-2}$
x_{var}	Vektor mit Beschleunigungen und nichtlinearen Relationen zwischen den Beschleunigungen eines Starrkörpers	–
a_x, a_y, a_z	Komponenten der translatorische Beschleunigungen eines Starrkörpers	$m \cdot s^{-2}$
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	Komponenten der Winkelgeschwindigkeiten eines Starrkörpers	$rad \cdot s^{-1}$
$S(r_m)$	Matrix mit Ortsvektoren von Beschleunigungssensoren	–
a_m	Vektor mit Signalen von Beschleunigungssensoren	$m \cdot s^{-2}$
c_{a1}, c_{a2}, c_{a3}	Konstanten bestehend aus Komponenten von Ortsvektoren	–

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1-1:	Grafische Darstellung der Struktur der Arbeit.....	4
Abb. 1-2:	V-Modell [7].....	5
Abb. 1-3:	Eigenschaftsabsicherung mittels Simulationsmodellen [7].....	7
Abb. 1-4:	Model-in-the-Loop (MiL).....	8
Abb. 1-5:	Software-in-the-Loop (SiL).....	8
Abb. 1-6:	Processor-in-the-Loop (PiL).....	8
Abb. 1-7:	Hardware-in-the-Loop (HiL).....	8
Abb. 1-8:	Vorgehen bei der Modellbildung nach VDI 2206 [7]	9
Abb. 2-1:	Allgemeine Struktur einer Fehlerdetektion [29].....	17
Abb. 3-1:	Übersicht über Fehlerdetektionsmethoden [29].....	21
Abb. 3-2:	Parallelschaltung von Regelstrecke und Regelstreckenmodell [40].....	22
Abb. 3-3:	Realisierung einer Zustandsrückführung mit Hilfe eines Zustandsbeobachters [40]	22
Abb. 3-4:	Struktur eines Luenbergerbeobachters [40].....	23
Abb. 3-5:	Generierung von Residuen mittels Paritätsgleichungen für MIMO- Systeme mittels Übertragungsfunktion: (a) Ausgangsfehler; (b) Polynomiale Fehler oder Gleichungsfehler [29].....	26
Abb. 3-6:	Generelles Neuronenmodell [29].....	27
Abb. 3-7:	Exemplarisches neuronales Netz [29]	28
Abb. 3-8:	Fehlerdetektion mittels Parameteridentifikation bei linearen Systemen [29].....	29
Abb. 3-9:	Nichtlinearer Einmassenschwinger	34
Abb. 3-10:	Nicht identifizierbares System [4].....	35
Abb. 4-1:	Verschiedene Modellklassen und hierfür geeignete Identifikationsverfahren [77].....	50
Abb. 4-2:	Modellbasierte Generierung innerer Systemgrößen [78]	52
Abb. 4-3:	Modellvalidierung mittels Validierungsmodellen in Anlehnung an [78]....	53
Abb. 4-4:	Beispielhaftes Chromosom.....	55
Abb. 4-5:	Crossover	56
Abb. 4-6:	Mutation.....	57
Abb. 4-7:	Vergleich unterschiedlicher Identifikationsverfahren [87].....	58
Abb. 4-8:	Nichtlinearer Einmassenschwinger	58
Abb. 4-9:	Ergebnis der strukturellen Validierung des Viertelfahrzeugmodells bei vollständiger Übereinstimmung	59
Abb. 4-10:	Ergebnis der strukturellen Validierung des Viertelfahrzeugmodells bei vollständiger Übereinstimmung	62
Abb. 4-11:	Vollständiger Prozess zur Überprüfung der Validierungsmethodik.....	64
Abb. 4-12:	Struktur des Validierungsmodells und des ersten Fahrzeugmodells zur Überprüfung der Validierungsmethode [78]	64

Abb. 4-13: Eindimensionales Fahrzeugvertikalmmodell mit Punktmassen	67
Abb. 4-14: Allgemeiner Starrkörper [91]	69
Abb. 4-15: Exemplarische Matrix der empirischen Korrelationskoeffizienten	73
Abb. 4-16: Verwendetes Dämpferkennfeld [101].....	76
Abb. 4-17: Vergleich der Aufbaubeschleunigungen vorne links (vollständige Zeitreihe).....	77
Abb. 4-18: Vergleich der Aufbaubeschleunigungen vorne links (Ausschnitt aus Zeitreihe).....	78
Abb. 4-19: Empirische Korrelationskoeffizienten aus Fahrzeugsimulationsmodell	78
Abb. 4-20: Empirische Korrelationskoeffizienten aus identifiziertem Validierungsmodell.....	78
Abb. 4-21: Reale und identifizierte Dämpferkennlinien vorne links.....	81
Abb. 4-22: Reale und identifizierte Dämpferkennlinien vorne rechts	81
Abb. 4-23: Reale und identifizierte Dämpferkennlinien hinten links.....	82
Abb. 4-24: Reale und identifizierte Dämpferkennlinien hinten rechts	83
Abb. 4-25: Reale und identifizierte Federkennlinien vorne links.....	83
Abb. 4-26: Reale und identifizierte Federkennlinien vorne rechts	84
Abb. 4-27: Reale und identifizierte Federkennlinien hinten links	84
Abb. 4-28: Reale und identifizierte Federkennlinien hinten rechts	85
Abb. 4-29: Anteile der aus den Dämpferkräften resultierenden Beschleunigungen an gesamter Beschleunigung (vollständige Zeitreihe).....	86
Abb. 4-30: Anteile der aus den Dämpferkräften resultierenden Beschleunigungen an gesamter Beschleunigung (Ausschnitt aus Zeitreihe).....	86
Abb. 4-31: Anteile der aus den Federkräften resultierenden Beschleunigungen an gesamter Beschleunigung (vollständige Zeitreihe)	87
Abb. 4-32: Anteile der aus den Federkräften resultierenden Beschleunigungen an gesamter Beschleunigung (Ausschnitt aus Zeitreihe).....	87
Abb. 4-33: Anteile der Beschleunigungssignale der Sensoren an gesamter Beschleunigung (vollständige Zeitreihe).....	88
Abb. 4-34: Anteile der Beschleunigungssignale der Sensoren an gesamter Beschleunigung (Ausschnitt aus Zeitreihe).....	89
Abb. 4-35: Summe der Anteile der aus den Dämpferkräften resultierenden Beschleunigungen und den Anteilen der Beschleunigungssignale der Sensoren an gesamter Beschleunigung (vollständige Zeitreihe)	89
Abb. 4-36: Summe der Anteile der aus den Dämpferkräften resultierenden Beschleunigungen und den Anteilen der Beschleunigungssignale der Sensoren an gesamter Beschleunigung (Ausschnitt aus Zeitreihe)	90
Abb. 4-37: Reale und identifizierte Dämpferkennlinien hinten links.....	91
Abb. 4-38: Reale und identifizierte Federkennlinien hinten links	92
Abb. 4-39: Modell einer Standard-Limousine in veDYNA.....	93

Abbildungsverzeichnis

Abb. 4-40: In veDYNA verwendete Dämpferkennlinien für unverändertes Modell (geringe Dämpfung) und verändertes Modell (hohe Dämpfung)	95
Abb. 4-41: Aufbaubeschleunigung vorne links mit unveränderten und veränderten Parametern (vollständige Zeitreihe)	96
Abb. 4-42: Ausschnitt aus Aufbaubeschleunigung vorne links mit unveränderten und veränderten Parametern (Ausschnitt aus Zeitreihe).....	96
Abb. 4-43: Vergleich der aus dem veDYNA-Modell identifizierten Dämpferkennlinien mit den realen Kennlinien des Modells	97
Abb. 4-44: Während der Simulation beanspruchter Arbeitsbereich der Dämpferkennlinien des veDYNA-Modells	98
Abb. 4-45: Aus veDYNA-Modell identifizierte Dämpferkennlinien	99
Abb. 4-46: Empirische Korrelationskoeffizienten für unveränderte Parametrierung..	100
Abb. 4-47: Empirische Korrelationskoeffizienten für veränderte Parametrierung.....	100
Abb. 5-1: Einsatzmöglichkeiten differentialalgebraischer Methoden zur Modellvalidierung.....	103
Abb. 5-2: Beispiel Modellvalidierung	104
Abb. 5-3: Arbeitsablauf strukturelle Modellansatzüberprüfung und -verbesserung..	106
Abb. 5-4: Arbeitsablauf Modellansatzüberprüfung und -verbesserung [78]	107
Abb. 5-5: Viertelfahrzeugmodell	107
Abb. 5-6: Ergebnis der strukturellen Validierung des Viertelfahrzeugmodells bei vollständiger Übereinstimmung	109
Abb. 5-7: Ergebnis der strukturellen Validierung des Viertelfahrzeugmodells ohne Übereinstimmung.....	110
Abb. 5-8: Nachweis der gleichen Parametrierung zweier Viertelfahrzeugmodelle mit unterschiedlicher Anregung	114
Abb. 5-9: Übereinstimmende Parametrierung von zwei Datensätzen am Viertelfahrzeugmodell	115
Abb. 5-10: Nicht übereinstimmende Parametrierung von zwei Datensätzen am Viertelfahrzeugmodell	115
Abb. 5-11: Nachweis der gleichen Parametrierung ausgewählter Parameter zweier Viertelfahrzeugmodelle	117
Abb. 5-12: Ergebnis der Validierung bei expliziter Modellierung der Masse als veränderlicher Parameter	118
Abb. 5-13: Ergebnis der Validierung bei Veränderung der Masse und Veränderung der Dämpfungskonstante	119
Abb. 5-14: Ergebnis der Validierung bei Veränderung der Masse, der Dämpfungskonstante und der Federkonstante.....	120
Abb. 5-15: Vollständiger Arbeitsablauf zur Modellansatzüberprüfung und –verbesserung mittels Differentialalgebra.....	121
Abb. 5-16: Modellstruktur zur Eingrenzung von Parameterintervallen	122

Abb. 5-17: Mechanisches System.....	123
Abb. 5-18: Ergebnis der Validierung für Parameter innerhalb des zulässigen Intervalls	124
Abb. 5-19: Ergebnis der Validierung für Parameter außerhalb des zulässigen Intervalls	125
Abb. 5-20: Mechanisches System.....	127
Abb. 5-21: Strukturelle Validierung mittels neuem Fehlerkriterium in fehlerfreiem Fall	129
Abb. 5-22: Strukturelle Validierung mittels neuem Fehlerkriterium in fehlerbehaftetem Fall	130
Abb. 5-23: Zur Identifikation der Parameter verwendete Ausschnitte aus Zeitreihen	132
Abb. 5-24: Sensitivität der strukturellen Validierungsmethode.....	134
Abb. 5-25: Prinzipdarstellung der Substituierbarkeit von passiven durch aktive Komponenten.....	135

Tabellenverzeichnis

Tabelle 3-1: Anforderungen an Fehlerdetektionsmethoden zur Modellvalidierung	49
Tabelle 4-1: Randbedingungen für die Identifikation	60
Tabelle 4-2: Parameter des Viertelfahrzeugmodells	61
Tabelle 4-3: Theoretische Auswirkungen von Modellfehlern auf Validierungsmodell	74
Tabelle 4-4: Randbedingungen für die Identifikation	77
Tabelle 4-5: Veränderte Parameter des veDYNA-Modells.....	95
Tabelle 5-1: Parameter des Viertelfahrzeugmodells	108
Tabelle 5-2: Parameter des mechanischen Beispielsystems.....	127
Tabelle 5-3: Zeitdiskrete parameterfreie Gleichungen mechanischer Komponenten ..	128
Tabelle 5-4: Parameter des mechanischen Systems	129
Tabelle 5-5: Identifizierte Parameter	132
Tabelle 6-1: Parameter des vereinfachten Fahrzeugmodells.....	141

1 Einleitung und Aufbau der Arbeit

Simulationen sind ein wesentlicher Bestandteil der modernen Produktentwicklung. Vorteile, wie die Vorhersage von Produkteigenschaften anhand virtueller Modelle und das bessere Systemverständnis, das zu deutlich optimierten Produkten führt, stehen dem hohen Aufwand für die Erstellung und Validierung von Simulationsmodellen gegenüber.

Insbesondere im Umfeld komplexer, innovativer, mechatronischer Produkte werden im großen Umfang Simulationswerkzeuge eingesetzt. Ohne diese Simulationen wären die heute üblichen kurzen Entwicklungszeiten nicht möglich.

Prinzipielle Untersuchungen sind dabei mit überschaubarem Modellierungs- und Simulationsaufwand durchführbar. Eine zunehmende Modellkomplexität, die für eine hohe Genauigkeit bei der Simulation notwendig ist, erhöht den Aufwand für die Modellvalidierung aber stark. Die Modellvalidierung stellt dabei sicher, dass ein Modell den zu betrachtenden Arbeitsbereich eines Systems hinreichend genau abbildet.

Aus wirtschaftlichen Gründen stehen für die Aufzeichnung von Messdaten, die für die Modellvalidierung verwendet werden, in der Regel nur wenige Messstellen zur Verfügung. Zeigen sich bei der Modellvalidierung Abweichungen zwischen den Simulationsmodellen und den Messdaten, so wird die Eingrenzung dieser Abweichungen durch eine geringe Anzahl von Messstellen stark erschwert. Trotz der Relevanz von Modellvalidierungsmethoden zum Eingrenzen und Auffinden von Abweichungen in Simulationsmodellen, sind bisher fast ausschließlich Ansätze für spezielle Einzelfälle bekannt. Diese Methoden besitzen aber Einschränkungen bezüglich der untersuchbaren Systemkomplexität, der Nichtlinearitäten im System oder ihrer generellen Aussagekraft. Beispiele hierfür sind Betrachtungen im Frequenzbereich, direkte Vergleiche im Zeitbereich oder statistische Methoden. Andere sehr allgemeine Methoden versuchen die Prozesskette der Simulation zu verbessern, indem standardisierte Schnittstellen und Arbeitsabläufe definiert werden, die die Fehlerquote reduzieren. Diese Methodiken setzen allerdings voraus, dass alle Arbeitsschritte des Simulationsprozesses beeinflusst werden können, wodurch u.a. die ausschließliche Verwendung von bereits aufgezeichneten Messdaten nicht möglich ist.

Um den Simulationsprozess wirtschaftlicher zu gestalten, sind deshalb verbesserte und neue Methoden und Werkzeuge zur Modellvalidierung notwendig. Neben einer hohen Effizienz der Validierungsmethoden muss der Fokus insbesondere auf einer möglichst einfachen Anwendbarkeit liegen, welche eine hohe Automatisierbarkeit beinhaltet.

Durch gezielte und effiziente Validierungsmethoden lässt sich der Entwicklungsaufwand technischer, dynamischer und insbesondere mechatronischer Systeme, deutlich reduzieren. In dieser Arbeit werden deshalb Methoden zur Validierung von Modellansätzen und vollständigen Simulationsmodellen entwickelt und vorgestellt. Der erste Fokus liegt auf anwendungsnahen Methoden, die sich effizient implementieren lassen. Hierfür werden Systemidentifikationsmethoden verwendet, die auf Algorithmen aus der

Einleitung und Aufbau der Arbeit

genetischen Programmierung basieren und eine hohe Leistungsfähigkeit und Güte aufweisen. Der zweite Fokus liegt auf der Untersuchung neuer und wissenschaftlich interessanter Methoden, wobei insbesondere Lösungen aus dem Umfeld der Differentialalgebra betrachtet und weiterentwickelt werden.

1.1 Aufbau der Arbeit

Nach der Einleitung und Beschreibung der Zielstellung im ersten Kapitel werden im zweiten Kapitel dieser Arbeit bekannte Methoden zur Modellvalidierung vorgestellt und diskutiert. Insbesondere die Einsetzbarkeit und der Nutzen dieser Methoden im praktischen Einsatz stehen hierbei im Vordergrund. Als Ergebnis dieser Betrachtungen zeigt sich, dass Diagnose- und Identifikationsverfahren das höchste Potenzial zur Lösung von Modellvalidierungsproblemen bieten.

Im dritten Kapitel werden deshalb Methoden zur Fehlerdetektion und Fehleridentifikation auf ihre Eignung zur Modellvalidierung untersucht. Die Modellvalidierung mittels Differentialalgebra und die Modellvalidierung unter Verwendung von Systemidentifikationsmethoden stellen schließlich die Lösungsansätze mit den höchsten Erfolgsaussichten dar. Aufgrund ihrer Relevanz wird die Differentialalgebra deshalb innerhalb dieses Kapitels detailliert vorgestellt.

Innerhalb von Kapitel vier wird der Fokus auf die Modellvalidierung mittels Systemidentifikationsmethoden gelegt. Nach einer Übersicht über potenziell geeignete Identifikationsverfahren wird, aufgrund der vielfältigen Vorteile, die genetische Programmierung für die Modellidentifikation ausgewählt. Auf die detaillierte Beschreibung der Methode folgt anschließend die Entwicklung einer darauf basierenden Validierungsmethode, in Form von Validierungsmodellen. Die prinzipielle Idee basiert dabei auf der zweckmäßigen Formulierung eines Validierungsmodells, so dass das Modell prinzipiell identifizierbar ist und gleichzeitig möglichst viele Informationen über innere Zustände des Modells gewonnen werden können. Nach diesen Grundlagen folgt die Evaluation der vorgeschlagenen Methode anhand zweier Ganzfahrzeugmodelle, sowie die Betrachtung der Leistungsfähigkeit und eine detaillierte Untersuchung der derzeitigen Grenzen

Kapitel fünf beginnt mit einer Einführung in bekannte Modellvalidierungsmethoden mittels Differentialalgebra und fasst die theoretischen Grundlagen hierfür zusammen. Anschließend werden neue Einsatzgebiete der Differentialalgebra entwickelt und vorgestellt, wobei insbesondere Methoden zur Eingrenzung von Fehlerursachen gezeigt werden. Mittels dieser Methoden lassen sich einerseits Parameteränderungen in vermessenen Systemen nachweisen und andererseits veränderte Parameter effizient eingrenzen. Zusätzlich lässt sich die Approximierbarkeit von Systemen durch Modelle mit niedrigerer Komplexität effektiv nachweisen, was neue Anwendungen im Umfeld der Modell-

reduktion bietet. Da die differentialalgebraischen Methoden keine iterativen Berechnungen benötigen, können hiermit eindeutig Fehlerursachen aufgefunden werden. Aufgrund der hohen Attraktivität dieser Lösungen werden innerhalb des fünften Kapitels die Vor- und Nachteile der Methode detailliert untersucht. Dafür ist zunächst die Entwicklung eines sehr sensitiven, binären Fehlerkriteriums notwendig, mit welchem anschließend die Anwendbarkeit und Sensitivität differentialalgebraischer Methoden untersucht wird. Das fünfte Kapitel endet schließlich mit einer Übersicht über weitere Anwendungen der Differentialalgebra und einer Zusammenfassung der erzielten Ergebnisse. Insgesamt zeigt sich bei den Untersuchungen, dass differentialalgebraische Methoden ein sehr hohes Potenzial bieten. Für einen industriellen Einsatz sind jedoch noch eine Reihe von Herausforderungen zu lösen.

Abschließend fasst Kapitel sechs die Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf mögliche zukünftige Entwicklungen und offenen Fragestellungen im Umfeld der Modellvalidierung mit den in dieser Arbeit vorgestellten Methoden.

Zur effektiven Lösung von Fragestellungen im Umfeld der Modellvalidierung kommt eine Vielzahl unterschiedlicher Methoden und Ansätze in Frage. Innerhalb dieser Arbeit wurden deshalb unterschiedliche Methoden und Lösungen aus mehreren Fachgebieten auf ihre Einsetzbarkeit hin untersucht. Nach einer Recherche zu möglichen Lösungsansätzen wurden diese bewertet und die Ansätze mit dem höchsten Potenzial ausgewählt. Zur Verbesserung der Übersichtlichkeit über die untersuchten, verwendeten und neu entwickelten Ansätze und Lösungen, wurden die einzelnen Methoden, sowie die hauptsächlichen Ergebnisse, grafisch in Abb. 1-1 dargestellt.

Die blau hinterlegten Felder mit durchgängiger Linie stellen dabei Lösungsmöglichkeiten dar, die in der Literatur erwähnt sind aber gegenwärtig eine geringe Relevanz zur Validierung großer Modelle besitzen. Die Vorstellung und Diskussion dieser Methoden erfolgt im zweiten Kapitel der vorliegenden Arbeit. Es wird aber gezeigt, dass sie für die in dieser Arbeit zu lösende Fragestellung nicht geeignet sind.

Die grün hinterlegten Felder mit durchgängiger Linie repräsentieren Methoden mit unterschiedlichen vielversprechenden Eigenschaften und werden deshalb innerhalb dieser Arbeit vorgestellt, untersucht und verwendet.

Schließlich stellen die orange hinterlegten Felder mit durchgängiger Linie zwei Lösungsergebnisse für Modellvalidierungsfragestellungen dar, deren Vor- und Nachteile, sowie deren Einsatzfähigkeit zur Modellvalidierung, innerhalb dieser Arbeit gezeigt werden.

Alle weiteren Felder, die keine durchgängigen Linien besitzen, repräsentieren Hinweise auf die jeweiligen Kapitel, in denen eine Untersuchung der Methoden stattfindet und zusätzlich Hinweise bezüglich der Auswahl der Methoden.

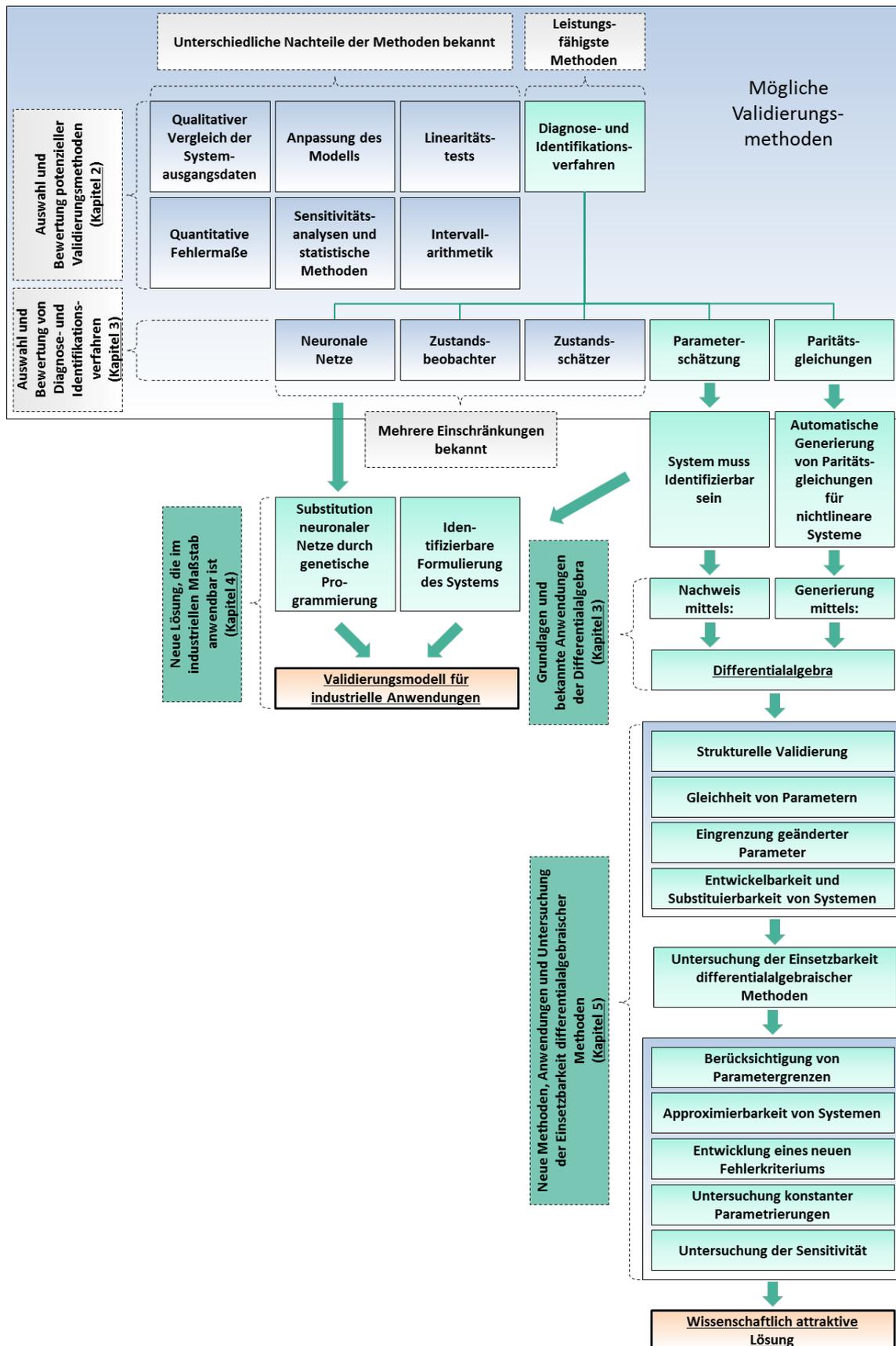


Abb. 1-1: Grafische Darstellung der Struktur der Arbeit

1.2 Zielstellung

Für die Entwicklung technischer Systeme, insbesondere die Produktentwicklung, existieren unterschiedliche strukturierte Vorgehensweisen in Form von sogenannten Vorgehensmodellen [1]. In Vorgehensmodellen der Produktentwicklung werden wichtige Elemente einer Handlungsfolge abgebildet, die als Hilfsmittel zum Planen und Kontrollieren von Entwicklungsprozessen dienen können [2]. Für die Entwicklung von mechatronischen Produkten und Systemen empfiehlt die VDI-Richtlinie 2206 die Verwendung des V-Modells (Abb. 1-2) als Vorgehensmodell. Da mittlerweile eine hohe Anzahl von Produkten mechatronische Systeme darstellt, ist diese Richtlinie von besonderer Bedeutung, wobei aber auch andere technische Systeme häufig unter Verwendung des V-Modells entwickelt werden. Beispiele für Systeme, die mittels V-Modell entwickelt werden sind PKW-Fahrwerke [3], Fahrerassistenzsysteme [4], Flugregelungssysteme [5] und weitere allgemeine Funktions- und Softwareentwicklungen im Automobilbereich [6].

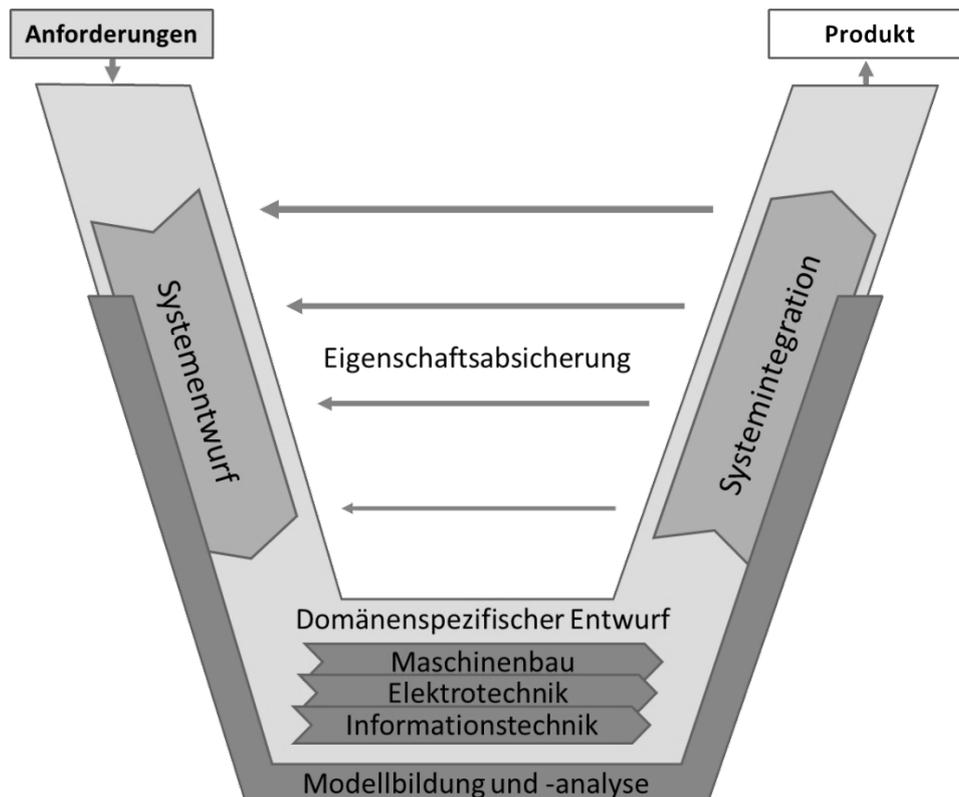


Abb. 1-2: V-Modell [7]

Unter Verwendung des V-Modells wird, nach der Definition der Anforderungen und dem grundlegenden Entwurf des Systems auf einer hohen Abstraktionsebene, das Produkt in immer detaillierterer Form entwickelt, bis schließlich die Systemintegration auf einer höheren Ebene erfolgt. Während der Integration werden die Eigenschaften des Produktes fortlaufend abgesichert und, falls notwendig, Teile des Systementwurfs wiederholt.

Einleitung und Aufbau der Arbeit

Eine wesentliche Komponente des V-Modells stellt dabei die Modellbildung und -analyse dar, die sowohl für die grundlegende Auslegung des Systems, als auch für die Absicherung von geforderten Produkteigenschaften verwendet wird. Aufgrund der mittlerweile üblichen modellbasierten Entwicklung mechatronischer Produkte werden im Entwicklungsprozess umfangreiche Simulationsstudien durchgeführt. Beispielhafte Einsatzbereiche und Ziele sind Prinzipuntersuchungen, die Auslegung von Reglern, die Verringerung von Beeinflussungen des Systems durch Messungen und die Reduktion der Anzahl von Messdurchführungen und Aufwänden für die Fertigung von Prototypen [7].

Simulationsmodelle für die modellbasierte Auslegung werden in der Regel spezifisch für ihren jeweiligen Anwendungszweck erstellt, wodurch zu Beginn der Modellbildung eine zielführende Planung und Klärung der Aufgabenstellung notwendig ist. Prinzipiell ist zwar auch eine durchgängige Simulation kompletter Produkte mit vielen unterschiedlichen physikalischen Effekten möglich, allerdings ist der Aufwand für die Modellbildung und insbesondere die Parameteridentifikation und Modellvalidierung in diesem Fall sehr hoch. Bei der Parameteridentifikation werden mittels meist gemessener Ein- und Ausgangsdaten des System die numerischen Parameter eines Modells identifiziert, welche oftmals physikalisch interpretierbar sind.

Da komplexe Systeme eine hohe Anzahl von Parametern besitzen ist der Aufwand für die Parametrierung des Systems, welche die Parameteridentifikation einschließt, sehr hoch. Abhängig von den für die Parameteridentifikation zur Verfügung stehenden Messstellen können mehrere der Parameter nicht identifizierbar sein, was zu Problemen bei der Parameteridentifikation führt. Dieses grundlegende Problem der fehlenden Identifizierbarkeit wird in Kapitel 3 im Detail diskutiert.

Es ist demnach immer ein möglichst guter Kompromiss zwischen Modellierungstiefe, Genauigkeit und Praktikabilität der Simulationen erforderlich.

Ein zentrales Element bei der Entwicklung der meisten mechatronischen Systeme ist der Entwurf der Regelung. Hierfür ist es einerseits zweckmäßig eine durchgängige Simulationsumgebung für die Systemanalyse und Regelung zu verwenden, andererseits basieren viele Entwurfsverfahren auf der Kenntnis der dynamischen Systemgleichungen.

Anders als bei rein dynamischen Simulationen, bei denen nur die Systemzustände an bestimmten Punkten zu bestimmten Zeitpunkten berechnet werden, ist für die Entwicklung möglichst optimaler mechatronischer Systeme demnach auch die Kenntnis der mathematischen Beschreibung des Systems notwendig. Einfache Regler, wie der bekannte PID-Regler, lassen sich zwar auch ohne explizite Kenntnis des dynamischen Verhaltens der Regelstrecke auslegen, indem heuristische Einstellregeln, wie das Verfahren von Ziegler und Nichols, verwendet werden [8], die erreichbare Regelgüte ist hierbei aber

gering. Für die Auslegung sehr genauer (modellbasierter) Regler sind dynamische Modelle des Systems unbedingt erforderlich.

Für die Absicherung der Funktionen und der Sicherheit mechatronischer Produkte werden ebenfalls Simulationen eingesetzt. Dies kann, besonders in einem früheren Entwicklungsstadium, rein simulativ erfolgen, andererseits können Modelle und Hardware in fortgeschrittenen Stadien der Entwicklung miteinander gekoppelt und als Gesamtsystem evaluiert werden (Abb. 1-3). Unterschiedliche Teilkomponenten des Gesamtsystems liegen dabei entweder in Form von realer Hardware vor oder werden durch ein Simulationsmodell ersetzt. Die realen Hardwarekomponenten können dann mit den Simulationsmodellen der restlichen Komponenten gekoppelt werden und somit der reale Betrieb eines Gesamtsystems simuliert werden. Sind bspw. in unterschiedlichen Entwicklungsstadien noch keine realen Komponenten für bestimmte Systeme verfügbar, so lässt sich durch diese Methodik der Entwicklungsprozess stark beschleunigen.

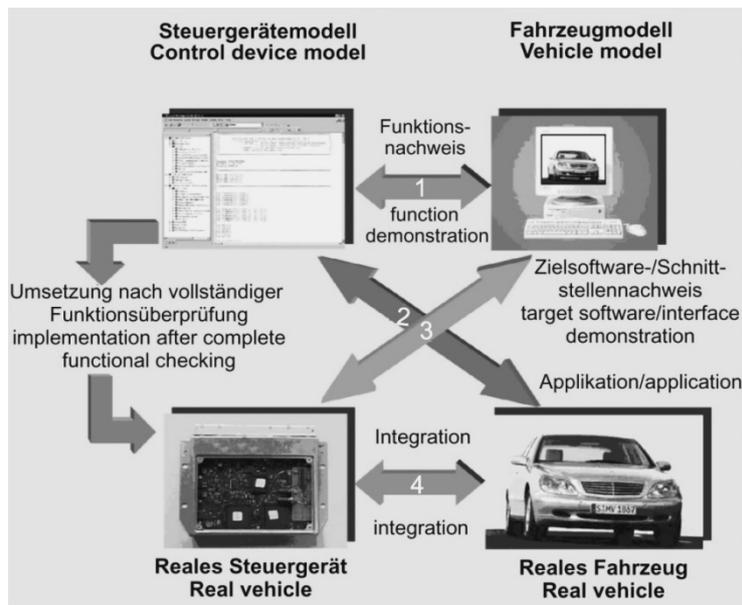


Abb. 1-3: Eigenschaftsabsicherung mittels Simulationsmodellen [7]

Die hauptsächlichen Ziele der Simulationen innerhalb des beschriebenen Prozesses sind der Nachweis der Funktionsfähigkeit des Reglers bzw. des Steuergerätes, die Überprüfung der Schnittstellen und das Auffinden eventueller Fehler [7].

Insbesondere im automobilen Umfeld werden diese gekoppelten Simulationen für die Entwicklung von Reglern angewendet, die sich in Anlehnung an [9] in vier unterschiedliche Methoden einteilen lassen:

- Model-in-the-Loop (Abb. 1-4)
Simulation sowohl des Reglers als auch des Fahrzeugs und des Fahrzeugumfeldes in einer Standard-Simulationsumgebung.

Einleitung und Aufbau der Arbeit

- Software-in-the-Loop (Abb. 1-5)
Simulation des Reglers in Form von Quellcode einer Programmiersprache, wobei insbesondere C-Code Verwendung findet; Simulation des Fahrzeugs und des Fahrzeugumfelds in einer Standard-Simulationsumgebung.
- Processor-in-the-Loop (Abb. 1-6)
Simulation des Reglers auf einem Prozessor, der in seinen wesentlichen Eigenschaften dem zukünftigen Prozessor im Fahrzeug entspricht; Simulation des Fahrzeugs und des Fahrzeugumfelds in einer Standard-Simulationsumgebung.
- Hardware-in-the-Loop (Abb. 1-7)
Ausführung des Reglers auf einem realen Steuergerät; Simulation des Fahrzeugs und des Fahrzeugumfelds in einer Standard-Simulationsumgebung.

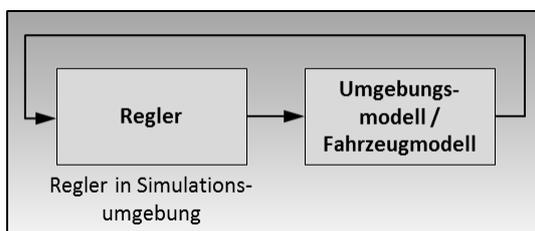


Abb. 1-4: Model-in-the-Loop (MiL)

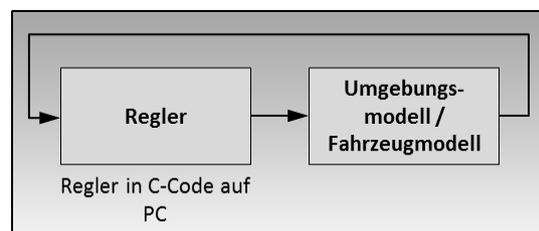


Abb. 1-5: Software-in-the-Loop (SiL)

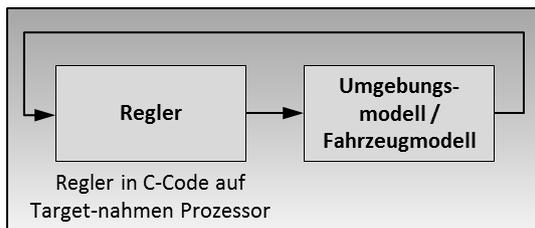


Abb. 1-6: Processor-in-the-Loop (PiL)

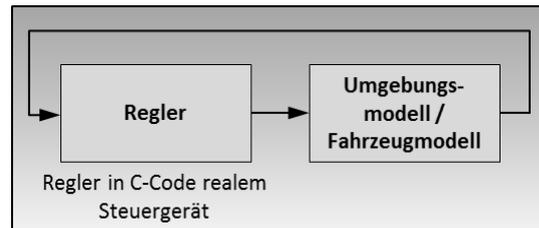


Abb. 1-7: Hardware-in-the-Loop (HiL)

Die genannten Anwendungsfelder zeigen, wie stark die Modellbildung und Simulation in den Entwicklungsprozess mechatronischer Systeme eingebunden ist. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Entwicklung mechatronischer Systeme nur unter umfassendem Einsatz modellbasierter simulativer Methoden zu bewältigen ist.

Unabhängig von der spezifischen Modellierungsstrategie sind die Verifikation und Validierung der Modelle dabei ein zentrales Element der Modellbildung. Es kann notwendig sein, diese im Modellbildungsprozess mehrfach zu wiederholen (Abb. 1-8) [7].

Die Verifikation stellt dabei sicher, ob ein Modell grundsätzlich plausibel und richtig ist und die gestellten Anforderungen erfüllt [7].

Der Begriff Validierung ist nach VDI-Richtlinie 3633 als Überprüfung der hinreichenden Übereinstimmung von Modell und System definiert. Hiermit wird sichergestellt, dass das Modell das Verhalten des realen Systems im Hinblick auf die Untersuchungsziele genau genug und fehlerfrei widerspiegelt [10].

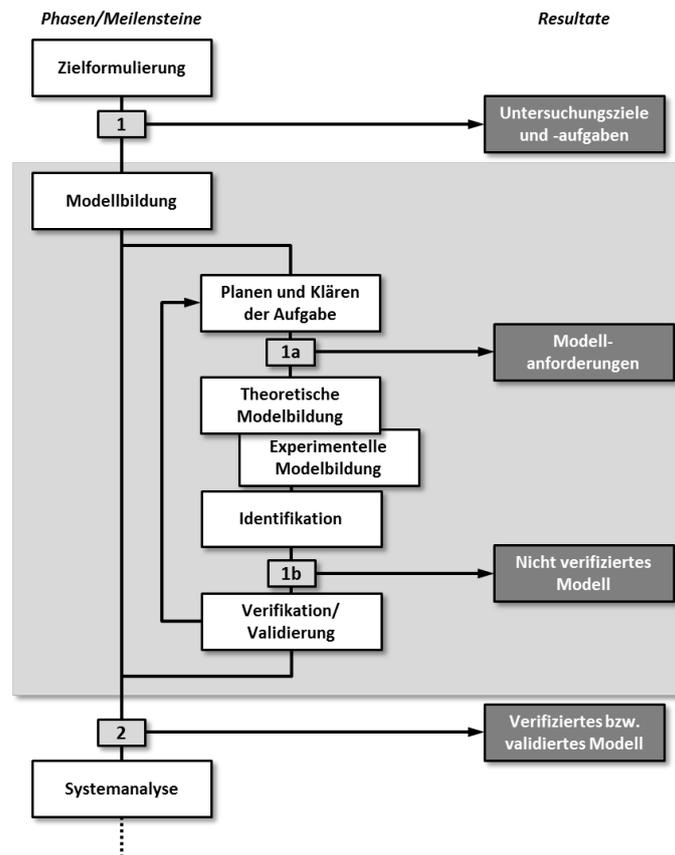


Abb. 1-8: Vorgehen bei der Modellbildung nach VDI 2206 [7]

Für die Verifikation eines Modells ist es ausreichend, die modellierten physikalischen Zusammenhänge, die an das Modell gestellten Anforderungen, sowie einige wenige technische Daten, wie maximal erreichbare Kräfte, Beschleunigungen, etc. zu kennen. Diese müssen im Entwicklungsprozess ohnehin bekannt sein.

Die Validierung setzt hingegen die Verfügbarkeit von deutlich mehr Informationen, wie Messdaten des Systems oder die genaue Kenntnis von Systemzuständen in unterschiedlichen Arbeitspunkten, voraus und kann deshalb erst im späteren Entwicklungsprozess oder aber basierend auf ähnlichen Systemen und Prototypen erfolgen. Sollte sich bei der Verifikation und Validierung herausstellen, dass das Modell keine ausreichende Güte besitzt, so sind diverse, u. U. sehr aufwendige, Arbeitsschritte notwendig, die eine erneute Modellbildung und Identifikation des Systems beinhalten. Dies kann zu hohen Kosten führen.

Aufgrund der Fokussierung dieser Arbeit auf die Validierung von Modellen dynamischer technischer Systeme, wird für die Modellvalidierung vorausgesetzt, dass die Systemgleichungen bekannt sind oder zumindest mit vertretbarem Aufwand erzeugt werden können. Neben der manuellen Herleitung der dynamischen Gleichungen technischer Komponenten stehen mittlerweile automatisierte Verfahren zur Verfügung, mit denen aus Standard-Modellbibliotheken automatisiert Systemgleichungen generiert werden können. Insbesondere für mechatronische Mehrkörpersysteme schlagen McPhee et al. [11] vor, das System in Form linearer Graphen zu beschreiben, aus denen effizient und automatisch die Gleichungen des Gesamtsystems gewonnen werden können. Die von

Einleitung und Aufbau der Arbeit

McPhee et al. entwickelte Software DynaFlex ist als kommerzielles Produkt unter dem Namen MapleSim verfügbar [12] und bietet eine umfassende Modellierungsumgebung für dynamische Systeme mit der beschriebenen Möglichkeit automatisch die Systemgleichungen des Simulationsmodells zu exportieren.

Die vorausgesetzte Annahme, dass die Systemgleichungen für den Validierungsprozess prinzipiell zur Verfügung stehen, ist somit zulässig.

Es ist zu beachten, dass die automatisierte Erzeugung der Systemgleichungen aus einer Modellierungsumgebung unabhängig von dem Prozess der numerischen Simulation ist. Zwar bieten auch andere Simulationswerkzeuge, wie MSC Adams oder Matlab/Simulink, die Möglichkeit die Gleichungen eines modellierten Systems zu exportieren, zum gegenwärtigen Zeitpunkt können hieraus aber nur linearisierte Systemgleichungen für eine externe Verwendung exportiert werden. Für die numerischen Simulationen verwenden beide Softwarewerkzeuge intern selbstverständlich die vollständigen nichtlinearen Systemgleichungen, der Anwender hat hierauf aber keinen direkten Zugriff.

2 Übersicht über Stand der Forschung zu Modellvalidierungsmethoden

Es existiert umfangreiche Literatur im Umfeld der Modellvalidierung, wobei allein [13], [14] 77 Methoden aufführen. Die große Anzahl der Arbeiten in diesem Bereich ist u.a. auf das sehr weite Feld der Simulation zurückzuführen, welches nicht nur die Simulation dynamischer technischer Systeme, sondern auch die Simulation von Arbeitsabläufen und anderen Prozessen, beinhaltet. Viele der in [13] und [14] vorgestellten Validierungsmethoden basieren auf Techniken aus dem Bereich der Softwareentwicklung und sind für die Analyse dynamischer technischer Systeme deshalb nur bedingt geeignet. Innerhalb der verfügbaren Literatur wird großer Wert auf die Entwicklung und Verbesserung von Arbeitsabläufen gelegt [15] und [16], die in dieser Arbeit aber von untergeordneter Bedeutung sind. Die Einführung neuer oder die Verbesserung bestehender Arbeitsabläufe ist zwar eine sinnvolle und effiziente Lösung des Validierungsproblems, aufgrund wirtschaftlicher und organisatorischer Einschränkungen ist eine Änderung von Arbeitsabläufen aber oftmals nicht möglich. Im praktischen Einsatz sind vielmehr Methoden von Bedeutung, die basierend auf vorhandenen Informationen, wie Messdaten, Parametern und Modellierungsansätzen, einen möglichst hohen Erkenntnisgewinn generieren.

Trotz der hohen Relevanz und der wirtschaftlichen Bedeutung von Validierungsmethoden, existieren nur sehr wenige Methoden und Implementierungen in Standard-Software.

Eine der wenigen bekannten Implementierungen in kommerzieller Software ist die Funktion „Reality Check“ im Programm Vensim. Dort werden Test-Eingangsdaten und ein erwartetes Verhalten des Systems miteinander verknüpft und als Testszenarien definiert. Vensim überprüft anschließend ob das erwartete Verhalten mit dem Modell übereinstimmt [17]. Das manuelle Ändern und Testen verschiedener Parameterkombinationen und Ein- und Ausgangssignalen wird somit effektiver gestaltet, ein gezieltes Auffinden von Fehlern ist hiermit allerdings nicht möglich.

Besonders in den Bereichen der Mehrkörpersimulation oder in signalflussorientierten Simulationswerkzeugen, wie z. B. Simulink, sind bisher überhaupt keine Implementierungen von leistungsfähigen Modellvalidierungsmethoden bekannt, obwohl insbesondere diese Werkzeuge zur Simulation komplexer mechatronischer Systeme geeignet sind.

Innerhalb der vorliegenden Arbeit werden ausschließlich kontinuierliche dynamische Systeme betrachtet. Der Fokus liegt dabei auf Methoden, die ein breites Einsatzspektrum bieten und gleichzeitig keine Änderung der Arbeitsabläufe oder sonstiger organisatorischer Prozesse voraussetzen. Nachfolgend werden bisher aus der Literatur bekannte und verbreitete Lösungen für die Modellvalidierung aufgezeigt und anschließend bewertet.

2.1 Validierung durch qualitativen Vergleich der Systemausgangsdaten

Der einfachste und am weitesten verbreitete Ansatz zur Validierung ist der Vergleich simulierter Zeitreihen mit denen gemessener Zeitreihen. Die Zeitreihen werden dabei grafisch dargestellt und übereinander gelegt. Anschließend erfolgt eine Bewertung eventueller Differenzen, basierend auf Wissen über das System oder Erfahrungswerten. Dieser Prozess basiert allerdings auf subjektiven Bewertungen der beteiligten Personen und ist sehr stark vom jeweiligen Hintergrundwissen über das System abhängig. Dies bedeutet, dass verschiedene Personen zu verschiedenen Aussagen über die Güte des Modells und zu Ursachen von Abweichungen kommen können. Je höher die Anzahl der Variablen im Modell ist, desto schwieriger wird die Anwendung dieser Methode. Als Ausgangspunkt für Validierungen ist diese Methode dennoch sehr hilfreich [18].

2.2 Validierung durch quantitative Fehlermaße

Ein quantitatives Kriterium ist bspw. die Anpassungsgüte welche auf dem Integral der quadratischen Abweichungen zwischen den System- und Modellsignalen basiert. Da sowohl die Messungen als auch die Simulationsergebnisse in der Regel in diskreter Form vorliegen, wird das Gütekriterium als Summe formuliert. Zusätzlich kann eine Gewichtung der Fehler erfolgen um bestimmte zeitliche Abschnitte hervorzuheben. Die allgemeine Gütefunktion ist dann:

$$V = \sum_{i=1}^n (y_{Gi} - z_{Gi})^T w_i (y_{Gi} - z_{Gi}) . \quad (2-1)$$

Dabei stellen die Werte y_G und z_G die gemessenen und simulierten Signale zu den Zeitpunkten i dar, deren Einflüsse mittels der Gewichtungsfaktoren w beeinflusst werden können. Die Variable V ist dann ein objektives Gütekriterium [18]. Analog hierzu sind natürlich auch andere Gütefunktionen anwendbar.

Generell muss aber beachtet werden, dass ein objektives Gütekriterium lediglich ein Maß für die Übereinstimmung eines simulierten mit einem gemessenen Signal darstellt und auch Messdaten Abweichungen und Störungen, bspw. in Form von Messrauschen, besitzen können.

2.3 Validierung durch Anpassung des Modells

Modelle beinhalten häufig Vereinfachungen in Form von approximativen Beschreibungen unterschiedlicher Komponenten und physikalischer Effekte. Dabei werden veränderliche Parameter, die sowohl von der Zeit als auch von Ein- und Ausgangssignalen und Systemzuständen abhängen können, als konstante Parameter modelliert. Ein Beispiel stellt ein nichtlinearer Dämpfer dar, dessen Dämpfung in erster Näherung durch die Multiplikation einer Dämpfungskonstanten mit der Geschwindigkeit beschrieben wird. Zur genauen Reproduktion der Dämpfungskraft muss die Dämpfungskonstante als

Funktion der Dämpfungsgeschwindigkeit und, im Falle von Alterung und Verschleiß, auch als zeitabhängige Funktion modelliert werden. Weitere Einflüsse, wie Temperaturänderungen oder Reibung, können sich ebenso auf die Ergebnisgüte auswirken.

Ausgehend von einem nichtlinearen System im Zustandsraum, mit den konstanten Parametern θ , den Eingangssignalen u , sowie einer konstanten Matrix C , die eine Relation zwischen den Ausgangssignalen y und den Zustandsgrößen x herstellt

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u, \theta, t) \\ y &= Cx,\end{aligned}\tag{2-2}$$

werden die konstanten Parameter des Modells um zeitabhängige Größen α ergänzt

$$\begin{aligned}\dot{x}_\alpha &= f(x_\alpha, u, \theta + \alpha, t) \\ y_\alpha &= C_\alpha x_\alpha.\end{aligned}\tag{2-3}$$

Anschließend werden die Parameter α so gewählt, dass die Modellausgangssignale des um die zeitabhängigen Größen erweiterten Modells Gl. (2-3) möglichst gut mit den realen Ausgangssignalen übereinstimmen.

Die hierfür notwendige zeitabhängige Variation der Parameter α ist dann ein Kriterium für die Güte des Modells [19], wobei das erweiterte Modell aber eine geringere physikalische Interpretierbarkeit als das Ausgangsmodell besitzt.

2.4 Validierung durch Intervallarithmetik

Bei der Simulation dynamischer technischer Systeme werden meist skalare Werte für Parameter und für die Ein- und Ausgangssignale zu diskreten Zeitpunkten verwendet. Unsicherheiten in den Parametern, unmodellierte Effekte und Messfehler werden somit vernachlässigt.

Eine Möglichkeit diese Unsicherheiten direkt zu berücksichtigen bieten Intervallmethoden, bei der die skalaren Werte des Systems durch Intervalle ersetzt werden. Das Ergebnis einer Simulation mit Intervallen ist wiederum ein Ergebnisintervall, in dessen Grenzen sich die Messwerte des zu simulierenden Systems für die Validierung befinden müssen. Sofern diese Voraussetzung erfüllt ist und die Messwerte innerhalb der simulierten Intervalle liegen, ist nachgewiesen, dass das Modell prinzipiell korrekt ist und das reale System abbilden kann. Allerdings kann es für eine anschließende klassische Simulation mit skalaren Parametern notwendig sein, statt konstanter Modellparameter eine erweiterte Formulierung, bspw. in Form zeitveränderlicher Parameter, zu verwenden. Die Simulation von Systemen mit Intervallen ist deshalb eine attraktive Lösung, um in einem ersten Schritt den gewählten Modellierungsansatz zu überprüfen und wird aus diesem Grund nachfolgend detaillierter betrachtet. Da auch differential-algebraische Gleichungen mit Hilfe von Intervallmethoden gelöst werden können [20], sind sie insbesondere für die Simulation mechanischer Mehrkörpersysteme geeignet. Beobachter, die Intervalle für unsichere Systeme in Zustandsraumdarstellung [21] berechnen, sind

Übersicht über Stand der Forschung zu Modellvalidierungsmethoden

ebenso bekannt, wie Methoden zur effizienten Durchführung von Sensitivitätsanalysen. Eine Übersicht über diese Methoden bietet [22].

Ein bisher nicht gelöstes Problem bei der Anwendung von Intervallmethoden, stellt die zu konservative Schätzung der Ergebnisintervalle dar [23], welche auch als Überschätzung bezeichnet wird. Diese entsteht hauptsächlich durch mehrfaches Auftreten von Parametern in den Systemgleichungen, weshalb es nicht sinnvoll ist, numerische Lösungsverfahren direkt durch Intervallmethoden zu ersetzen, ohne die Gleichungen entsprechend aufzubereiten [24]. Eine direkte Simulation vorhandener Modelle mittels Intervallverfahren ist deshalb noch nicht möglich.

Neben der direkten Berechnung von Intervallen kann auch der Nachweis der Existenz von Lösungen innerhalb von Intervallen als Werkzeug für die Modellvalidierung dienen. Dies bedeutet, dass nicht überprüft wird, ob gemessene Ausgangsdaten innerhalb eines simulierten Ergebnisintervalls liegen, sondern es wird direkt der Nachweis erbracht, dass innerhalb eines definierten Intervalls bspw. Parameter für ein System existieren. Dieser Nachweis muss zu jedem diskreten Zeitpunkt, zu denen Messdaten aufgezeichnet wurden, erbracht werden.

Die beschriebenen Existenzuntersuchungen von Lösungen innerhalb definierter Intervalle können mit Hilfe der Krawczyk-Methode erfolgen, die nachfolgend dargestellt wird.

Ausgehend von einem nichtlinearen Gleichungssystem in der Form

$$\begin{aligned} f_1(x_{I_1}, \dots, x_{I_n}) &= 0, \\ &\vdots \\ f_n(x_{I_1}, \dots, x_{I_n}) &= 0 \end{aligned} \tag{2-4}$$

das als Vektor

$$f(x_I) = 0 \tag{2-5}$$

dargestellt wird, kann der sogenannte Krawczyk-Operator

$$K(X_I) = y_I - Y_I f(y_I) + [I - Y_I F'(X_I)](X_I - y_I) \tag{2-6}$$

berechnet werden, der die Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen innerhalb eines Intervalls X_I garantiert.

Ursprünglich wurde die Krawczyk-Methode allerdings entwickelt um, ausgehend von einem Startintervall, iterativ ein kleineres Intervall zu finden, das die Lösungen nichtlinearer Gleichungssysteme einschließt. Für die Berechnung des Krawczyk-Operators sind neben der Einheitsmatrix I beliebige Punkte im Intervall X_I notwendig, die zweckmäßig als Mittelpunkt des Intervalls X_I in der Form

$$y_I = m_p(X_I) \tag{2-7}$$

gewählt werden.

Der Mittelpunkt eines Intervalls $X_I = [x_{I_1}, x_{I_2}]$, mit der unteren Grenze x_{I_1} , berechnet sich dabei nach der Vorschrift

$$m_p(X_I) = \frac{x_{I_2} - x_{I_1}}{2} + x_{I_1} . \quad (2-8)$$

Die nichtsinguläre reelle Matrix Y_I stellt bei der Berechnung des Krawczyk-Operators eine Approximation der realen Jacobi-Matrix

$$F'_I(m_p(X_I)) \quad (2-9)$$

mit den Elementen

$$Y_I \approx F'_I(m_p(X_I))_{ij} = \frac{\partial f_i(x_I)}{\partial f_j(x_I)} \quad (2-10)$$

an den Punkten

$$x_I = m_p(X_I) \quad (2-11)$$

dar [25].

Das Intervall X_I ist das Startintervall $X_I^{(0)}$ für die Berechnung Krawczyk-Operators K . Nach jeder Berechnung muss der Krawczyk-Operators anschließend, mit Hilfe einer Fallunterscheidung, auf Lösungen innerhalb des Intervalls untersucht werden, wobei die drei folgenden Fälle auftreten können [25]:

- Das Intervall des Krawczyk-Operators liegt innerhalb des Startintervalls und ist demnach kleiner als das Startintervall:

$$K(X_I^{(0)}) \subset \text{int}(X_I^{(0)}) \Rightarrow \text{es existiert eine eindeutige Lösung im Intervall } X_I^{(0)}, \text{ gegen die die Krawczyk-Methode konvergiert.}$$

- Die Schnittmenge des Intervalls des Krawczyk-Operators und des Startintervalls ist leer:

$$K(X_I^{(0)}) \cap X_I^{(0)} = \emptyset \Rightarrow \text{es existiert keine Lösung im Intervall } X_I^{(0)}.$$

- Die Schnittmenge des Intervalls des Krawczyk-Operators und des Startintervalls ist nicht leer:

$$K(X_I^{(0)}) \cap X_I^{(0)} \neq \emptyset \Rightarrow \text{keine eindeutige Aussagen aber es kann ein neuer Schritt mit der Krawczyk-Methode durchgeführt werden unter Verwendung des neuen Startwertes:}$$

$$X_{I_{\text{Neu}}}^{(0)} = K(X_I^{(0)}) \cap X_I^{(0)}.$$

Übersicht über Stand der Forschung zu Modellvalidierungsmethoden

Aufgrund der prinzipiellen Attraktivität dieser Methode, zur Validierung von Simulationsmodellen, wurden im Rahmen dieser Arbeit anhand eines Beispiels exemplarisch die gegenwärtigen Grenzen bei der Verwendbarkeit untersucht.

Das nichtlineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}f_1(x_1, x_2) &= x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0, \\f_2(x_1, x_2) &= x_1 - x_2^2 = 0\end{aligned}\tag{2-12}$$

besitzt die beiden Lösungen $x_1 = 0,6180339887$ und $x_2 = 0,7861513777$.

Werden die beiden skalaren Werte x_1 und x_2 jeweils durch die Intervalle X_{I_1} und X_{I_2} ersetzt und als Startintervalle $X_{I_1} = [0,5 \ 0,8]$ und $X_{I_2} = [0,6 \ 0,9]$ gewählt, so konvergiert die Krawczyk-Methode gegen die realen skalaren Werte [25].

Ausgehend von diesen Startintervallen wurden die beiden Intervalle, in Schritten von 0,1, solange erweitert, bis diese Methode nicht mehr konvergierte.

Diese Grenze war bereits ab einer Intervallgröße $X_{I_1} = [0,1 \ 2,5]$ und $X_{I_2} = [0,1 \ 1,5]$ erreicht. Auch nach 1000 Iterationsschritten ist die Schnittmenge des Intervalls des Krawczyk-Operators und des Startintervalls nicht leer, weshalb auch keine Aussage mehr über die Existenz von Lösungen getroffen werden kann.

2.5 Validierungsmethoden basierend auf Diagnose- und Identifikationsverfahren

Durch die zunehmende Komplexität automatisierter Systeme und immer anspruchsvollerer Regelungsalgorithmen, steigen die Anforderungen hinsichtlich der Fehlertoleranz technischer Systeme stetig an. Die Fehlertoleranz eines Systems kann dabei einerseits durch eine höhere Zuverlässigkeit der Komponenten erhöht werden, andererseits aber auch durch eine effiziente Fehlerdetektion und Fehlerisolation [26]. Aufgrund dieses Bedarfes wurden in der Vergangenheit leistungsfähige Methoden entwickelt, die ebenfalls zur Validierung von Simulationsmodellen eingesetzt werden können.

Zwischen den Methoden der Modellvalidierung, der Fehlerdetektion und -isolation sowie der Systemidentifikation bestehen starke Relationen [18], weshalb diese gemeinsam betrachtet werden.

Die Begriffe im Umfeld der Fehlerdiagnose werden je nach Quelle anders definiert [27], im Rahmen dieser Arbeit werden die Definitionen von Isermann et al. [28] verwendet.

Der Begriff *Fehlerdetektion* beschreibt dabei die Bestimmung des Auftretens eines Fehlers und den Zeitpunkt der Detektion, wohingegen bei einer *Fehlerisolation* zusätzlich die Art und der Ort des Fehlers bestimmt werden. Die zusätzliche Ermittlung der Größe und des zeitveränderlichen Verhalten eines Fehlers wird schließlich als *Fehleridentifikation* bezeichnet.

Übersicht über Stand der Forschung zu Modellvalidierungsmethoden

Eine klare Unterteilung ist nicht immer möglich, da einige Methoden, wie bspw. die Verwendung von Methoden aus dem Umfeld der Systemidentifikation, mehrere der Teilaufgaben erfüllen können. Abhängig von der jeweiligen Literatur umfasst der Oberbegriff *Fehlerdiagnose* sowohl die Fehlerdetektion, Fehlerisolation oder aber zusätzlich die Fehleridentifikation [27]. Innerhalb dieser Arbeit wird der Begriff Fehlerdiagnose ausschließlich als Oberbegriff für die Detektion und Isolation von Fehlern verwendet.

Für die modellbasierte Detektion von Fehlern wird ein Modell des Systems parallel zum realen System geschaltet, so dass das Modell selbst oder ein nachgeschaltetes Detektionssystem, sensitiv gegenüber zu überwachenden Änderungen im System ist. Der allgemeine Aufbau solcher modellbasierter Fehlerdetektionsverfahren [29] ist in Abb. 2-1 dargestellt.

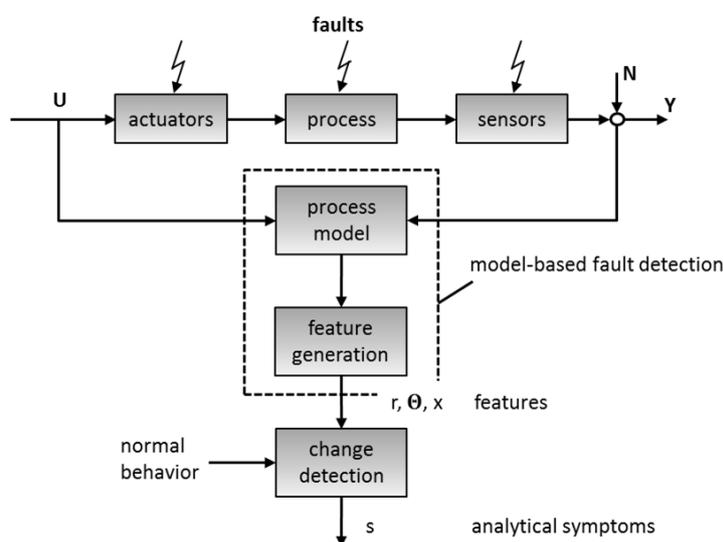


Abb. 2-1: Allgemeine Struktur einer Fehlerdetektion [29]

Abhängig von der Struktur des Modells, den Ein- und Ausgangssignalen und weiterem Vorwissen über das System kann mit diesem Aufbau auch eine Isolation von Fehlern erfolgen.

Insbesondere Methoden aus der Systemidentifikation, die sowohl für die Modellierung des Fehlerdiagnosemodells als auch für die direkte Detektion und Isolation von Fehlern verwendbar sind, besitzen ein breites Anwendungsspektrum und ein hohes Potenzial, wobei sie gleichzeitig verhältnismäßig wenig Vorwissen über das zu überwachende System benötigen. Zudem lassen sie sich problemlos auf große und komplexe Modelle anwenden und sind deshalb zur Modellvalidierung besonders geeignet. Beispiele zur Identifikation komplexer Systeme zeigen u.a. Worden et al. [30] indem eine effiziente Methode zur Identifikation von Fahrzeugstoßdämpfern dargestellt wird, wohingegen Alasty et al. [31] die Identifikation eines Ganzfahrzeugs behandeln. Unzählige weitere Anwendungsbeispiele sind die robuste Identifikation von Kraftwerken [32] oder die Identifikation der Dynamik von Flugzeugtriebwerken [33].

2.6 Weitere Werkzeuge und Methoden zur Modellbildung und Modellvalidierung

Neben den detailliert beschriebenen Validierungsmethoden existieren weitere Lösungen, die den Simulationsprozess vereinfachen können. Diese Lösungen stellen allerdings eher Hilfsmittel für die Modellierung und Modellanalyse dar und sind keine speziellen Methoden zur Validierung. Aus diesem Grund werden sie an dieser Stelle nur der Vollständigkeit halber erwähnt aber nicht detailliert analysiert und bewertet.

2.6.1 Validierung und Modellierung durch Linearitätstests

Lineare Beschreibungen von dynamischen Systemen vereinfachen die Modellierung und anschließende Validierung erheblich. Es ist daher zweckmäßig, zu Beginn der Modellierung die Einsetzbarkeit linearer Modelle zu prüfen.

Für die Untersuchung der Linearität eines Systems sind unterschiedliche Methoden bekannt die sich grob in zwei Gruppen unterteilen lassen. Die erste Gruppe verwendet dabei Messungen der Ein- und Ausgangssignale der Systeme, wohingegen die zweite Gruppe ausschließlich die Ausgangssignale eines Systems auf Linearität überprüft [34]. Simulationen dynamischer technischer Systeme bilden in der Regel das Ein- und Ausgangsverhalten des jeweiligen Systems ab, weshalb hierfür einsetzbare Methoden besonders interessant sind.

Neben einfachen statistischen Verfahren, wie dem empirischen Korrelationskoeffizienten oder der Kohärenz zwischen zwei Signalen, existiert eine attraktive Testmethode, die auf Kriterien zur Ordnungsselektion von Modellen basiert. Hierbei wird ausgenutzt, dass für ein lineares, störungsfreies System nur die Ordnung der Zähler- und Nennerpolynome der Übertragungsfunktion bekannt sein muss, um das System exakt zu identifizieren. Das in der Realität immer verbleibende Residuum kann dann als Bewertungsmaß für die Nichtlinearität des System herangezogen werden [35].

2.6.2 Sensitivitätsanalysen und statistische Methoden

Mit Hilfe von Sensitivitätsanalysen lassen sich die Abhängigkeiten der Ausgangssignale von Systemparametern und den Eingangssignalen untersuchen und quantifizieren. Diese Methode kann eingesetzt werden, um die einflussreichsten Parameter des Systems zu identifizieren, unwichtige Parameter zu eliminieren und die dominanten Systemeingänge aufzufinden [36].

Lokale Sensitivitätsanalysen basieren dabei bspw. auf der Berechnung der Sensitivitätskoeffizienten, indem die partiellen Ableitungen des Modells nach den zu untersuchenden Einflussvariablen gebildet werden. Dadurch lässt sich die Wirkung von Fehlern in den Variablen auf das Gesamtsystem untersuchen [37]. Die Variablen können sowohl Eingangsgrößen als auch Systemparameter sein.

Zusätzlich existieren globale Methoden zur Sensitivitätsanalyse, wie Varianzanalysen, die in [38] und [39] beschrieben werden.

Einen Überblick über weitere statistische Verfahren, die auf der Identifikation und dem Vergleich statistischer Modelle, auf Hypothesentests oder Betrachtungen im Frequenzbereich basieren, ist in [18] zu finden.

2.7 Zusammenfassung und Diskussion der Validierungsmethoden

Der *qualitative Vergleich* von Simulationsergebnissen mit Messdaten ist ein einfach zu verwendendes Kriterium für die Modellgüte. Die Aussagekraft, besonders bezogen auf Fehlerursachen, ist allerdings begrenzt.

Quantitative Fehlermaße objektivieren zwar den Validierungsprozess allerdings sind diese Kriterien nur dann sinnvoll interpretierbar, wenn sie die geforderten Eigenschaften der Modelle in geeigneter Weise berücksichtigen. Die Formulierung der Gütekriterien ist schwierig und setzt ein sehr gutes Systemverständnis voraus.

Sofern mehrere Modellierungsansätze relativ zueinander verglichen werden sollen, sind Gütekriterien zwar ein objektives Hilfsmittel, bei der Validierung eines einzigen Modells hingegen weniger hilfreich.

Die *Validierung durch Anpassung des Modells* ist prinzipiell eine attraktive Lösung, sofern die generelle Einsetzbarkeit im industriellen Maßstab garantiert wird. Problematisch ist hingegen die Voraussetzung, dass eine dauernde Anpassung der Parameter nur dann erfolgreich sein kann, wenn die Modellstruktur die grundlegende Dynamik des Systems repräsentieren kann. Dieser Nachweis sollte im Vorhinein gebracht werden.

Sofern Methoden der *Intervallarithmetik* im großen Maßstab verfügbar sind, würde damit ein sehr hilfreiches Werkzeug zur Verfügung stehen. Die Forschung auf diesem Gebiet dauert allerdings noch an, da Probleme, wie zu konservative Einschüsse von Lösungen oder eine geringe Intervallgröße beim Nachweis der Existenz von Lösungen, die Anwendbarkeit stark einschränken.

Der Einsatz von *Diagnose- und Identifikationsverfahren* scheint besonders vielversprechend zu sein, da die zugrunde liegende Theorie weit entwickelt ist und eine große Anzahl von Anwendungsbeispielen in unterschiedlichen technologischen Bereichen existieren. Die starken Relationen zwischen der Modellvalidierung, der Fehlerdetektion und -isolation sowie der Systemidentifikation führen zusätzlich zu einer hohen wissenschaftlichen Attraktivität, weshalb innerhalb dieser Arbeit der Schwerpunkt auf die weitere Untersuchung dieser Methoden gelegt wird.

Übersicht über Stand der Forschung zu Modellvalidierungsmethoden

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass insbesondere im wissenschaftlichen Umfeld eine hohe Anzahl von Methoden und Publikationen existieren, die für Modellvalidierungsaufgaben geeignet sein können. Allerdings ist bisher nicht klar, ob und welche Lösungsansätze im industriellen Umfeld eine möglichst breite Einsetzbarkeit, bei gleichzeitig geringem Aufwand für die Anwendung der Methodik, bieten.

3 Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

Im Rahmen dieser Arbeit werden ausschließlich modellbasierte Fehlerdiagnoseverfahren verwendet, wobei sich Verfahren zur modellbasierten Fehlerdetektion in Anlehnung an Isermann [29] in die Kategorien

- Parameterschätzung
- Neuronale Netze
- Zustandsbeobachter
- Zustandsschätzer
- Paritätsgleichungen

einteilen lassen (Abb. 3-1).

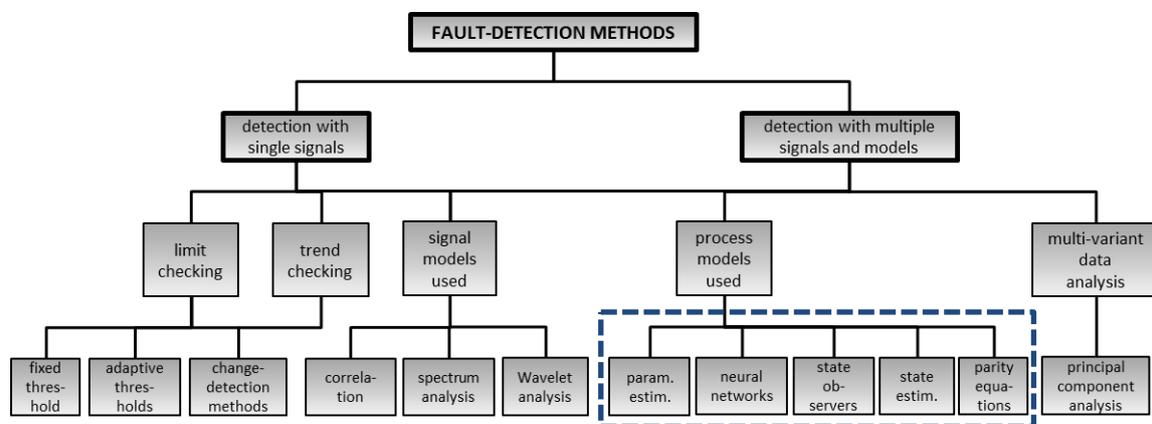


Abb. 3-1: Übersicht über Fehlerdetektionsmethoden [29]

Alle Methoden besitzen unterschiedliche Vor- und Nachteile, welche zur Auswahl eines geeigneten Verfahrens für die Modellvalidierung diskutiert und miteinander verglichen werden müssen. Hierfür werden die verfügbaren Methoden nachfolgend im Detail betrachtet und ihre jeweiligen Eigenschaften dargestellt.

3.1 Fehlerdetektion mittels Zustandsbeobachtern und Zustandsschätzern

Zur Überwachung eines Systems kann diesem System ein Modell parallel geschaltet werden, das die messbaren Ausgangssignale berechnet. Die Differenz zwischen dem berechneten und gemessenen Ausgangssignal ist dann ein Maß für einen Fehler. Auch wenn ein Modell theoretisch exakt dem zu überwachenden System entspricht und sein Ein- und Ausgangsverhalten perfekt abbildet, können Abweichungen zwischen den berechneten und gemessenen Zustandsgrößen und Ausgangssignalen auftreten. Einerseits können diese Abweichungen durch unbekannte Anfangswerte des Systems x_0 verursacht werden, andererseits können auf das reale System nicht messbare Störungen einwirken, die im Modell deshalb nicht berücksichtigt werden können (Abb. 3-2).

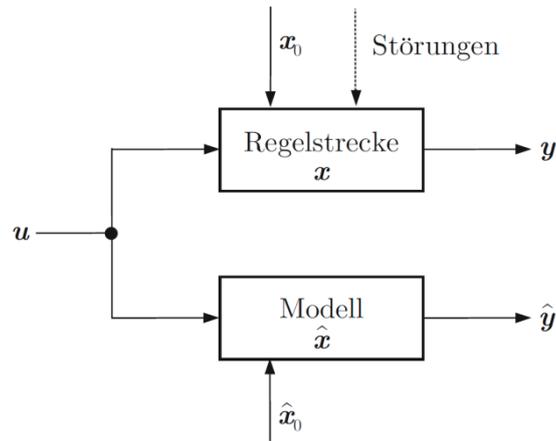


Abb. 3-2: Parallelschaltung von Regelstrecke und Regelstreckenmodell [40]

Die Differenz unterschiedlicher Anfangswerte verschwindet zwar asymptotisch, nicht messbare Störungen führen aber zu dauerhaften Abweichungen.

Eine Lösung für diese Problematik bieten sogenannte Beobachter, die die berechneten Zustandsgrößen eines Systems mittels Messungen der Ein- und Ausgangssignale des Systems berechnen [29]. Hierfür wird die Differenz zwischen den gemessenen und berechneten Ausgangssignalen, durch eine Art internen Regelkreis im Beobachter, minimiert und dadurch die Güte der Zustandsgrößen deutlich verbessert. Ihr ursprüngliches Einsatzgebiet stammt aus dem Bereich der Regelungstechnik, wo sie insbesondere für die Regelung mittels Zustandsrückführung benötigt werden [40]. Für solch eine Regelung müssen alle Zustände des Systems zu jedem Zeitpunkt bekannt sein, was aufgrund des messtechnischen Aufwands meistens nicht möglich ist. Mittels eines Beobachters, der parallel zum System geschaltet wird, lassen sich die nicht messbaren Zustandsgrößen \hat{x} berechnen und anschließend eine Zustandsrückführung mittels der Verstärkungsmatrix K realisieren (Abb. 3-3).

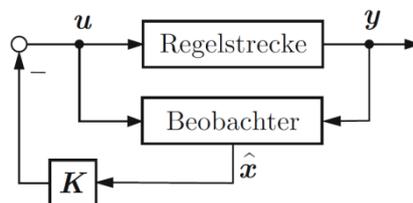


Abb. 3-3: Realisierung einer Zustandsrückführung mit Hilfe eines Zustandsbeobachters [40]

Ein weit verbreiteter Beobachter ist der sogenannte Luenbergerbeobachter (Abb. 3-4), der erstmals 1964 von David G. Luenberger [41] vorgeschlagen wurde [40].

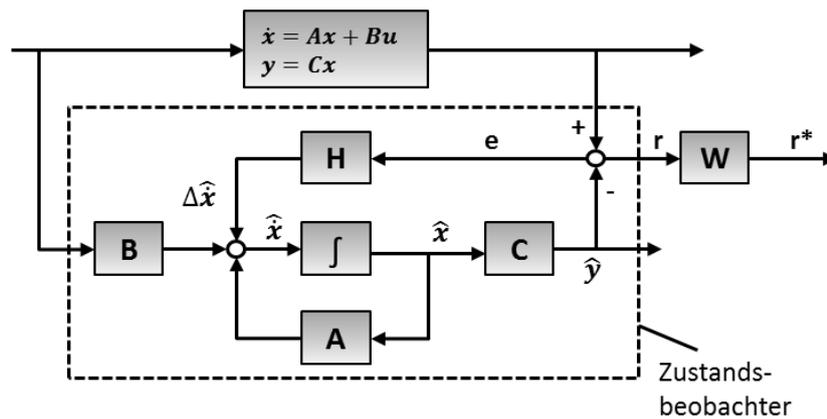


Abb. 3-4: Struktur eines Luenbergerbeobachters [40]

Ausgehend von einem linearen System in allgemeiner bekannter Zustandsraumdarstellung

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2-13)$$

$$y = Cx \quad (2-14)$$

berechnet der Luenbergerbeobachter (Abb. 3-4) die inneren Systemzustände \hat{x} mittels

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + He \quad (2-15)$$

und dem zeitabhängigen Ausgangsfehler e

$$e = y - C\hat{x} \quad (2-16)$$

Sofern der Beobachter das System exakt beschreibt und lediglich die Anfangswerte der Zustände \hat{x}_0 von denen des Systems unterschiedlich sind, wird der Ausgangsfehler e nach kurzer Zeit zu null. Diese Zeit hängt von der Wahl der H -Matrix ab. Wenn Störungen und Fehler auf das System einwirken, dann kann der Fehler e nicht vollständig verschwinden, weshalb dieser zur Detektion von Fehlern im System geeignet ist [29].

Dies geschieht in der Regel unter Verwendung eines Residuums r , welches durch eine Verstärkung W den Ausgangsfehler wichtet, wodurch der Beobachterfehler an den jeweiligen Anwendungsfall angepasst werden kann.

Bei der Auslegung von Zustandsbeobachtern wird von rein deterministischen Systemen ausgegangen, bei denen die Ein- und Ausgangssignale frei von Störungen und Messrauschen sind und gleichzeitig keine stochastischen Störungen, die auf das System wirken können, modelliert werden.

Eine Erweiterung dieser Zustandsbeobachter stellen Zustandsschätzer dar, die explizit fortwährende Einflüsse stochastischer Rauschprozesse auf die Bewegungen des Systems berücksichtigen. Durch das Einbringen dieses zusätzlichen Vorwissens in den Auslegungsprozess kann der ursprüngliche Beobachteransatz deutlich verbessert werden. Der bekannteste Zustandsschätzer ist das sogenannte Kalman-Filter [42], das dieselbe Struktur wie ein Luenbergerbeobachter besitzt, dessen Auslegung sich aber bei der Wahl der Rückführmatrix H unterscheidet [40]. Die Rückführmatrix ist beim Kalman-Filter nicht mehr konstant, sondern wird fortlaufend so angepasst, dass Rauscheinflüsse auf das System minimal werden [43].

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolierung und Identifizierbarkeitsanalyse

Sowohl der Luenbergerbeobachter als auch das Kalman-Filter wurden ursprünglich für lineare Systeme entwickelt. Im Umfeld der Modellvalidierung sind vollständig lineare Modelle aber von untergeordneter praktischer Bedeutung. Eine Möglichkeit zur Zustandsschätzung bei nichtlinearen Systemen stellt bspw. das Extended-Kalman-Filter dar, welches auf einer linearisierten Darstellung der nichtlinearen Systemdynamik basiert [43].

Ausgehend von einem System in nichtlinearer Zustandsraumdarstellung

$$\dot{x} = f(x, u) + \mu_r \quad (2-17)$$

$$y = g(x, u) + \rho_r \quad (2-18)$$

werden aus den nichtlinearen Funktionen $f(x, u)$ und $g(x, u)$ die um die aktuell geschätzten Zustandsvektoren \hat{x} linearisierte Systemmatrix

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\hat{x}} \quad (2-19)$$

und die Messmatrix

$$C = \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{\hat{x}} \quad (2-20)$$

gebildet.

Mit diesen linearen Matrizen und den zusätzlichen Kovarianzmatrizen Q und S , die sich aus den zwei mittelwertfreien, normal verteilten, weißen Rauschprozessen μ_r und ρ_r ergeben, kann eine Prädiktion

$$\dot{P}(t) = A(t)P(t) + P(t)A^T(t) + Q - P(t)C^T(t)S^{-1}C(t)P(t) \quad (2-21)$$

für das System berechnen, die im zeitdiskreten Fall einer Schätzung der nächsten, zukünftigen Systemzustände entspricht. Zur besseren Übersicht werden an dieser Stelle die Zeitabhängigkeiten explizit dargestellt.

Die Kovarianzmatrizen werden in der Praxis oft empirisch, unter Berücksichtigung von Erfahrungswissen, gewählt.

Aus der Prädiktion wird kontinuierlich die Rückführmatrix H

$$H(t) = P(t)C^T(t)S^{-1} \quad (2-22)$$

ermittelt und das Residuum $r(t) = e(t)$, wie beim linearen Luenbergerbeobachter, geschätzt.

Bevor ein Beobachter für ein System ausgelegt wird, muss zunächst die Beobachtbarkeit des Systems nachgewiesen werden. Die Beobachtbarkeit stellt sicher, dass sich aus Kenntnis der zeitlichen Verläufe der Ein- und Ausgangssignale des Systems die eindeutigen Anfangszustände berechnen lassen und somit eine eindeutige Schätzung der Zustandsgrößen möglich ist. Der Nachweis der allgemeinen nichtlinearen Beobachtbarkeit

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

ist schwierig zu erbringen, allerdings lässt sich die lokale Beobachtbarkeit um eine hinreichend kleine Umgebung der Zustände zu jedem Zeitpunkt nachweisen.

Ausgehend von dem nichtlinearen System Gl. (2-17), Gl. (2-18) im Zustandsraum sind die Zustände des Systems genau dann schwach, also lokal, beobachtbar, wenn die Bedingung

$$\text{rank} \left(\frac{\partial q(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(n-1)})}{\partial x} \right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial g(x, u)}{\partial x} \\ \frac{\partial h_1(x, u, \dot{u})}{\partial x} \\ \frac{\partial h_2(x, u, \dot{u}, \ddot{u})}{\partial x} \\ \vdots \\ \frac{\partial h_{n-1}(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(n-1)})}{\partial x} \end{bmatrix} = n \quad (2-23)$$

erfüllt ist.

Mit den Lie-Ableitungen

$$\begin{aligned} h_1(x, u, \dot{u}) &= \frac{\partial g}{\partial x} f(x, u) + \frac{\partial g}{\partial u} \dot{u}, \\ h_2(x, u, \dot{u}, \ddot{u}) &= \frac{\partial h_1}{\partial x} f(x, u) + \frac{\partial h_1}{\partial u} \dot{u} + \frac{\partial h_1}{\partial \dot{u}} \ddot{u}, \\ &\vdots \\ h_{n-1}(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(n-1)}) &= \frac{\partial h_{n-2}}{\partial x} f(x, u) + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial h_{n-2}}{\partial u^{(i-1)}} u^{(i)} \end{aligned} \quad (2-24)$$

lässt sich dann zu jedem Zeitschritt der Rang der Jacobi-Matrix (2-23) berechnen und damit die lokale Beobachtbarkeit garantieren [43]. Der Buchstabe n repräsentiert hierbei die Anzahl der vorhandenen Zustandsgrößen des auf Beobachtbarkeit zu überprüfenden Systems.

3.2 Fehlerdetektion mittels Paritätsgleichungen

Abgesehen von Zustandsschätzern und Zustandsbeobachtern, die den Fehler zwischen den berechneten und gemessenen Ausgangsgrößen zur Korrektur des Modells zurückführen, kann ein zum realen System parallel geschaltetes Modell auch direkt zur Fehlerdiagnose verwendet werden (Abb. 3-5). Die Differenz der System- und Modellsignale stellt dann erneut das Residuum dar, das Residuum wird aber nicht auf die Zustandsgrößen zurückgeführt. Eventuelle Abweichungen des Modells, verursacht durch nicht messbare Störungen, Modellierungs- oder Messfehler, müssen hierbei mittels einer geeigneten Bewertung des Residuums minimiert werden. Die verwendeten Gleichungen des parallel geschalteten Modells werden als Paritätsgleichungen bezeichnet. Insbeson-

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

dere für lineare Systeme existieren in diesem Umfeld weit entwickelte Lösungen, die auf der Verwendung von Zustandsgrößenmodellen basieren [29].

Die lineare Übertragungsfunktion des zu überwachenden Systems

$$G_m(s) = \frac{y_m(s)}{u(s)} = \frac{B_m(s)}{A_m(s)} \quad (2-25)$$

kann direkt zur Berechnung eines Residuums verwendet werden, indem die Differenz der berechneten und gemessenen Ausgangssignale gebildet wird (Abb. 3-5-a)

$$r(s) = \frac{B_m(s)}{A_m(s)} u(s) - y_p(s). \quad (2-26)$$

Alternativ kann auch der polynomiale Fehler gebildet werden, indem die Differenz des Zählerpolynoms der Übertragungsfunktion multipliziert mit dem gemessenen Ausgangssignal und dem Nennerpolynom multipliziert mit dem Eingangssignal berechnet wird (Abb. 3-5-b)

$$r(s) = A_m(s) y_p(s) - B_m(s) u(s). \quad (2-27)$$

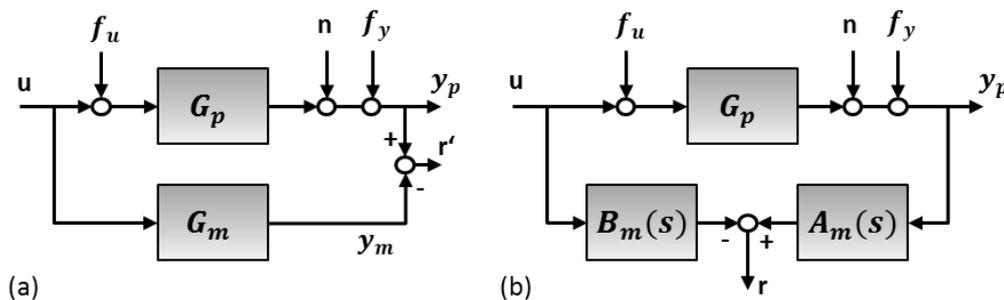


Abb. 3-5: Generierung von Residuen mittels Paritätsgleichungen für MIMO-Systeme mittels Übertragungsfunktion: (a) Ausgangsfehler; (b) Polynomiale Fehler oder Gleichungsfehler [29]

Fehlerdiagnoseverfahren mittels Paritätsgleichungen sind aber nicht auf lineare Systeme beschränkt, sondern erfordern lediglich eine ausreichende mathematische Beschreibung des Systems. Insbesondere der polynomiale Fehler bietet den Vorteil, dass lediglich eine Relation zwischen den Funktionen der Ein- und Ausgangssignale geschaffen werden muss, um hieraus ein Residuum zu berechnen. Hierdurch ist es möglich auch implizite nichtlineare Paritätsgleichungen für die Fehlerdiagnose zu verwenden, die nicht explizit zum Ausgangssignal hin umgestellt werden können.

Im fehlerfreien Fall muss dann gelten, dass das Residuum, welches aus den Eingangssignalen u und den gemessenen Ausgangssignalen y_p gebildet wird, null ist

$$r = 0 = f(u, y_p). \quad (2-28)$$

Diese Paritätsgleichungen können auch im Zeitbereich vorliegen.

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

Ein besonderer Vorteil von Paritätsgleichungen für nichtlineare Systeme besteht in der Möglichkeit diese algorithmisch und damit automatisiert generieren zu können [44]. Dies stellt einen entscheidenden Vorteil gegenüber Beobachtern und Zustandsschätzern dar. Werden Paritätsgleichungen im Zeitbereich erzeugt, erfordern diese in der Regel hohe Ableitungen der Ein- und Ausgänge, weshalb sie empfindlich gegenüber Messrauschen und nicht modellierten Störungen des Systems sind [45].

Im Gegensatz zur Fehlerdetektion muss die Modellvalidierung aber nicht in Echtzeit erfolgen, weshalb leistungsfähige, auch iterative, Methoden zur Berechnung der Ableitungen verwendet werden können. Die Ableitungen können dabei beispielsweise durch entsprechende Filter oder durch die Approximation mit Splinefunktionen geschehen [46]. Durch eine Transformation der Gleichungen in eine klassische Zustandsraumdarstellung können die Residuen ohne die Berechnung von Ableitungen generiert werden [47]. Im Gegensatz zu linearen Systemen existieren für nichtlineare Systeme aber nicht immer Zustandsraumdarstellungen [48], was die Anwendbarkeit dieser Lösung stark einschränkt.

3.3 Fehlerdetektion mittels künstlicher neuronaler Netze (KNN)

Künstliche neuronale Netze sind für die modellbasierte Fehlerdetektion eine leistungsfähige Methode, sofern ein fehlerfreies Referenzsystem zur Verfügung steht, mit dem ausreichend viele Daten für das Training der neuronalen Netze generiert werden können.

Die prinzipielle Idee von KNN besteht in der Repräsentation nichtlinearer Systeme in Form von Neuronen, deren Struktur und Eigenschaften an biologische Neuronen angelehnt ist [29].

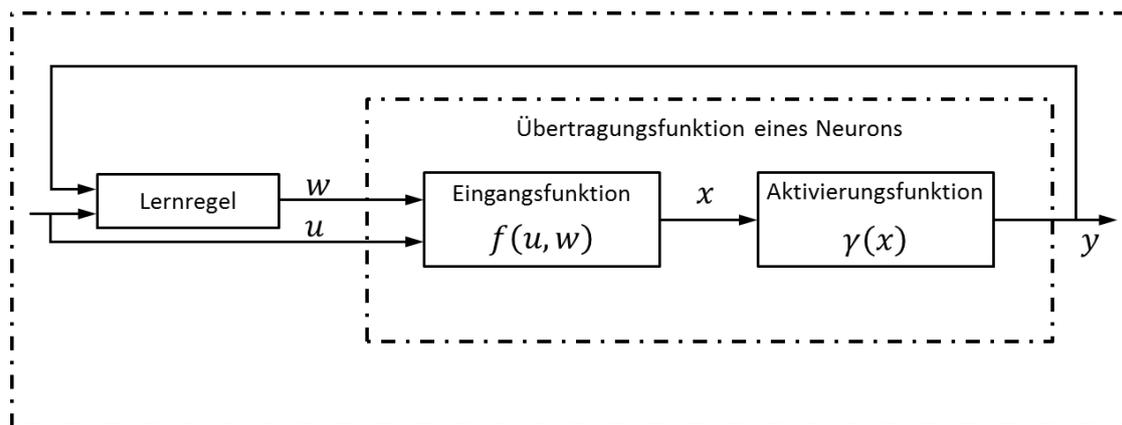


Abb. 3-6: Generelles Neuronenmodell [29].

Neben dem Lernverfahren besteht ein generelles Neuronenmodell aus einer Eingangsfunktion, die eine Art Übertragungsfunktion darstellt, und einer Aktivierungsfunktion, die festlegt wann und in welcher Form das Ausgangssignal der Eingangsfunktion auf den Ausgang des Neurons wirken soll. Eine verbreitete Form von Aktivierungsfunktionen sind die sogenannten Perzeptronen die der Funktion

$$y = \begin{cases} 1, & \text{falls } \sum_{i=1}^n w_i u_i \geq \theta, \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2-29)$$

folgen. Sie werden zu null, falls die Summe aller Eingangssignale multipliziert mit den Gewichtungsfaktoren w kleiner ist als der Schwellwert θ [49].

Die Aktivierungsfunktionen können auch aus anderen, meist nichtlinearen, Funktionen bestehen, wie dem Tangens Hyperbolicus oder einer Sigmoidfunktion [29].

Werden mehrere Neuronen, meist in hintereinander geschalteten Schichten, miteinander verbunden spricht man von einem neuronalen Netz (Abb. 3-7).

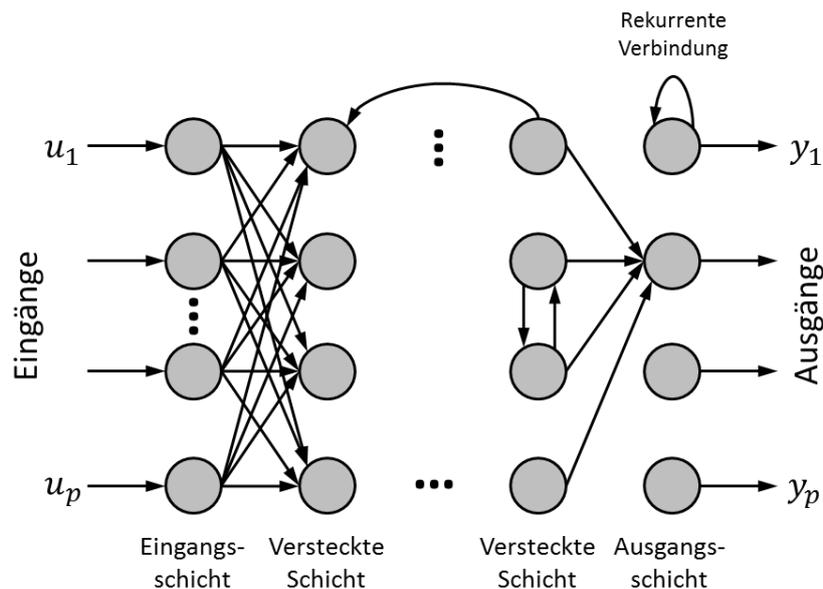


Abb. 3-7: Exemplarisches neuronales Netz [29]

Zur Beschreibung dynamischer Systeme werden rekurrente neuronale Netze verwendet, bei denen die Ausgänge von vorherigen Zuständen der Ein- und Ausgänge abhängen können. Dies ist notwendig, um die Approximation der bei dynamischen Systemen vorkommenden Ableitungen zu ermöglichen.

Allerdings ist bekannt, dass das Training von rekurrenten neuronalen Netzen ein schwieriges Problem darstellt [50], [51].

Um mittels rekurrenter neuronaler Netze gute Ergebnisse erzielen zu können ist deshalb ein tiefes Verständnis der Methode und idealerweise des zu identifizierenden Systems erforderlich, was den Anspruch und Aufwand für die Validierung mittels dieser Methode stark erhöht.

Durch die fehlende physikalische Interpretierbarkeit der neuronalen Netze sind auf unterschiedlichen Daten basierende Netze nicht direkt miteinander vergleichbar, weshalb sie meist ausschließlich zur Generierung von Ausgangssignalen verwendet werden [29]. Diese Ausgangssignale können wiederum, ähnlich wie bei der Verwendung von Paritätsgleichungen, mit den gemessenen Ausgangssignalen des realen Systems verglichen werden und die im Fehlerfall auftretende Differenz dann als Residuum verwendet werden.

3.4 Fehlerdetektion mittels Parameterschätzung

Die Identifikation dynamischer Systeme ist ein Standardvorgehen im Bereich der Modellbildung. Auch wenn für alle Komponenten eines komplexen Systems Datenblätter oder Einzelmessungen der Komponenten zur Verfügung stehen, ist es schwierig die richtigen Parameter des Systems im Vorhinein zu bestimmen. Durch Vereinfachungen bei der Modellbildung, Streuungen bei der Fertigung oder Änderungen des Systems über der Zeit entstehen Differenzen zwischen real vorhandenen Parametern und Parametern in den Modellen. Mit Methoden aus der Systemidentifikation lässt sich die Übereinstimmung des Modells mit dem realen System deutlich verbessern. Das prinzipielle Vorgehen bei der Systemidentifikation basiert dabei immer auf der Festlegung von Gleichungen und zu identifizierenden Parametern und einer anschließenden Minimierung eines Gütefunktional. Die Festlegung der Gleichungen kann entweder basierend auf Vorwissen oder auch automatisiert und iterativ, wie bei der sogenannten genetischen Programmierung, geschehen.

Die Parameter sollten idealerweise in einem physikalisch sinnvollen Bereich liegen, um die Interpretierbarkeit der Modelle und Parameter zu garantieren. Basierend auf diesen Modellen und den identifizierten Parametern können anschließend Parameterstudien oder Optimierungen des Gesamtsystems durchgeführt werden. Prinzipiell ist es auch möglich physikalisch nicht sinnvolle Parameter zu identifizieren, um lediglich das Ein- und Ausgangsverhalten des Systems möglichst gut abzubilden. Dies wird insbesondere bei der Black-Box-Modellierung durchgeführt, bei der das Modell nicht auf physikalischen Zusammenhängen basiert, sondern lediglich eine mathematische Relation zwischen der Ein- und Ausgangsdaten gesucht wird.

Neben der Optimierung eines Modells sind Methoden aus dem Bereich der Systemidentifikation auch zum effizienten Auffinden von Fehlern in Modellen geeignet. Eine Möglichkeit hierfür bietet die Generierung eines Ausgangsfehlers, der als Gütekriterium für die Optimierung des Parameters herangezogen wird (Abb. 3-8). Diese Lösung ist auch für nichtlineare Modelle geeignet [29].

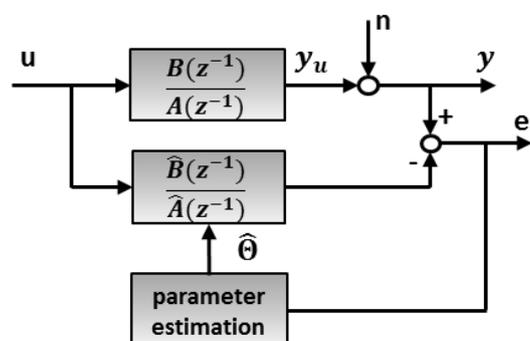


Abb. 3-8: Fehlerdetektion mittels Parameteridentifikation bei linearen Systemen [29]

Als Fehlerkriterium kann entweder direkt der Ausgangsfehler, also die Differenz zwischen gemessenen und berechneten Daten, verwendet werden oder aber die Differenz

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

von identifizierten Parametern zu unterschiedlichen Zeitpunkten bzw. bei der Anregung durch unterschiedliche Eingangssignale.

Eine grundlegende Voraussetzung zur Verwendung der identifizierten Parameter ist dabei die Identifizierbarkeit des Systems. Die Identifizierbarkeit garantiert die Eindeutigkeit der identifizierten Parameter und wird aufgrund ihrer hohen Relevanz nachfolgend ausführlicher beschrieben. Prinzipiell ist es zwar auch möglich für nicht identifizierbare Systeme Parameter zu identifizieren, die eine gute Übereinstimmung des Ein- / Ausgangsverhaltens des Modells mit Messdaten hervorrufen, durch die nicht vorhandene Eindeutigkeit ist es allerdings möglich Fehler eines Parameters durch Variation der anderen Parameter auszugleichen [18]. Die Uneindeutigkeit der Parameter macht einen Vergleich der identifizierten Parameter ebenso unmöglich, wie eine physikalische Bewertung der Parameter. Zusätzlich ist bekannt, dass die Identifikation von nicht identifizierbaren Systemen zu numerischen Problemen führen kann [52]. Sofern die Identifizierbarkeit aller betrachteten Parameter nicht garantiert ist, ist eine eindeutige Modellvalidierung somit nicht möglich.

3.5 Identifizierbarkeit

Die Eindeutigkeit von identifizierten Modellparametern ist eine notwendige Bedingung für den Validierungsprozess mittels Parameterschätzung, bei dem identifizierte Parameter miteinander verglichen werden sollen. Dies ist beispielsweise dann notwendig, wenn dasselbe Modell bei der Anregung mit unterschiedlichen Eingangssignalen unterschiedlich starke Fehler in den Ausgangssignalen zeigt. Die Ursache hierfür können bspw. unmodellerte dynamische Effekte sein, die nur bei einem der beiden Signale angeregt werden oder aber auch Änderungen des realen Systems, an dem die Signale für die Modellvalidierung gemessen wurden. Eine Parameteridentifikation kann in diesem Fall eindeutig zeigen, dass die für die Erfüllung der gemessenen Ein- und Ausgangssignale notwendigen physikalischen Parameter eines Systems unterschiedlich sind. Dies lässt direkt Rückschlüsse auf die Fehlerursache zu.

Die Eindeutigkeit der Parameter wird im Umfeld der Systemidentifikation als Identifizierbarkeit bezeichnet und stellt sicher, dass mit Hilfe einer Systemidentifikation eindeutige Werte der Systemparameter aus Messungen der Ein- und Ausgangsgrößen eines Systems bestimmt werden können. Um dies zu gewährleisten müssen einerseits die Ein- und Ausgangssignale genügend Informationen beinhalten, um zwischen verschiedenen Modellen unterscheiden zu können, andererseits stellt sich die Frage ob unterschiedliche numerische Werte der Systemparameter zu ein und demselben Modell führen können [53].

Prinzipiell ist es zwar möglich mit Hilfe einer Systemidentifikation auch Parameter für strukturell nicht identifizierbare Systeme zu bestimmen, dies kann allerdings zu Problemen bei numerischen Such- und Identifikationsverfahren führen [52], [54].

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

Bei der Identifizierbarkeit wird zwischen struktureller und praktischer Identifizierbarkeit unterschieden [55]. Die strukturelle Identifizierbarkeit hängt dabei lediglich von der Struktur des zugrunde liegenden Gleichungssystems des Modells ab. Dieses Gleichungssystem wird einerseits auf Basis der verwendeten Modellbildungsmethode ausgewählt, andererseits beeinflussen auch die am System vorhandenen Sensoren dieses Gleichungssystem, da die Sensoren die Ein- und Ausgangsvariablen des Systems darstellen.

Ein strukturell identifizierbares System muss nicht zwangsläufig auch praktisch identifizierbar sein, da die praktische Identifizierbarkeit von Effekten wie Messrauschen oder einer unzureichenden Anregung des Systems beeinflusst wird. Die strukturelle Identifizierbarkeit hingegen ist eine grundlegende Eigenschaft eines Modells und kann unabhängig von Versuchen und Messungen, im Vorhinein von Validierungsmessungen, eindeutig nachgewiesen werden. Diese Eigenschaft ist im Umfeld der Modellvalidierung besonders relevant, da sie bereits bei der Modellierung ein tiefes Verständnis des Systems bewirkt. Der Nachweis der strukturellen Identifizierbarkeit während des Modellierungsprozesses lässt zusätzlich eine genaue Spezifikation von durchzuführenden Messungen zur Validierung zu und minimiert damit den Arbeitsaufwand bei einer gleichzeitigen Maximierung der Erfolgsaussichten einer Validierung. Stellt sich bei der Überprüfung der strukturellen Identifizierbarkeit heraus, dass Parameter nicht identifizierbar sind, so lässt sich das Identifikationsproblem entweder so umformulieren, dass nur identifizierbare Parameterkombination, bspw. in Form von Produkten oder Summen einzelner Parameter, identifiziert werden oder aber es können zusätzliche Messungen an isolierten Bauteilen oder mit zusätzlichen Sensoren durchgeführt werden. Die Arbeitsabläufe bei der Modellierung und Modellvalidierung lassen sich somit deutlich effizienter gestalten.

3.6 Strukturelle Identifizierbarkeit

Die strukturelle Identifizierbarkeit wurde 1970 zuerst von Bellman und Åström [54] für lineare Systeme nachgewiesen.

Formal lässt sich die strukturelle Identifizierbarkeit anhand einer parametrisierten linearen Übertragungsfunktion $G(s)$ mit dem Parametervektor θ darstellen.

Der zu identifizierende Parametervektor θ^* ist global strukturell identifizierbar wenn die Identitätsgleichung

$$G(s, \theta) \equiv G(s, \theta^*) \quad \forall s \quad (2-30)$$

genau eine eindeutige Lösung

$$\theta = \theta^* \quad (2-31)$$

besitzt. Der zu identifizierende Parametervektor θ^* ist lokal strukturell identifizierbar, wenn die Identitätsgleichung Gl. (2-30) genau eine eindeutige Lösung Gl. (2-31) besitzt,

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolierung und Identifizierbarkeitsanalyse

sofern die Parameter des Vektors auf eine genügend kleine Umgebung um θ^* beschränkt sind [52].

Global identifizierbare Systeme besitzen somit genau einen eindeutigen Parametersatz, wohingegen lokal identifizierbare Systeme eine endliche Menge von Parametersätzen besitzen können, die alle zum gleichen Ein- / Ausgangsverhalten des Systems führen.

Die Koeffizienten a_n und b_m einer linearen Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (2-32)$$

sind immer global strukturell identifizierbar, sofern das Nenner- und Zählerpolynom keine gemeinsamen Faktoren besitzen und das System somit beobachtbar ist [54]. Die Anzahl der Koeffizienten einer linearen Übertragungsfunktion stellt deshalb eine obere Grenze für die Anzahl der global identifizierbaren Parameter dar [18].

Zusätzlich muss das System natürlich vollständig steuerbar sein, um alle Zustände für eine Messung anregen zu können.

Ein System heißt vollständig steuerbar, wenn es in endlicher Zeit von jedem beliebigen Anfangszustand durch eine geeignet gewählte Eingangsgröße in einen beliebig vorgegebenen Endzustand überführt werden kann [40].

Die strukturelle Identifizierbarkeit lässt sich noch anschaulicher im Zeitbereich zeigen, indem von einer linearen gewöhnlichen Differentialgleichung ausgegangen wird

$$\begin{aligned} a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y^{(1)}(t) + y(t) = \\ = b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1} u^{(m-1)}(t) + \dots + b_1 u^{(1)}(t) + b_0 u(t). \end{aligned} \quad (2-33)$$

Sofern die niedrigsten Ableitungen der Ein- und Ausgangssignale von (2-33) bekannt sind, lassen sich die höheren Ableitungen numerisch, bspw. durch Ableitungsfiler oder andere Verfahren, bestimmen.

Die Ein- und Ausgangssignale können anschließend zu den diskreten Zeitpunkten $t = k\Delta t$, mit $k = 0, 1, 2, \dots, N$ und der Abtastzeit Δt gemessen und zusätzlich die entsprechenden Ableitungen $u^{(m)}(t)$ und $y^{(n)}(t)$ gebildet und in Form einer Matrix angeordnet werden

$$\Psi^T(N) = \begin{bmatrix} -y^{(1)}(0) & \dots & -y^{(n)}(0) & u(0) & \dots & u^{(m)}(0) \\ -y^{(1)}(1) & \dots & -y^{(n)}(1) & u(1) & \dots & u^{(m)}(1) \\ \vdots & & & & & \\ -y^{(1)}(N) & \dots & -y^{(n)}(N) & u(N) & \dots & u^{(m)}(N) \end{bmatrix}. \quad (2-34)$$

Die zu identifizierenden Parameter werden als Vektor dargestellt

$$\theta^* = [a_1^* \dots a_n^* \quad b_0^* \dots b_m^*]^T. \quad (2-35)$$

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

Mit einem Gleichungsfehler

$$e^T(N) = [e(0)e(1)\dots e(N)] \quad (2-36)$$

und den Ausgangssignalen

$$y^T(N) = [y(0)y(1)\dots y(N)] \quad (2-37)$$

kann das System in folgender Form geschrieben werden:

$$y(N) = \Psi^T(N)\theta^* + e(N) . \quad (2-38)$$

Die Verlustfunktion ist entsprechend der ursprünglichen Gleichung über die quadrierten Fehler definiert:

$$V = e^T(N)e(N) = \sum_{k=0}^N e^2(k) . \quad (2-39)$$

Durch Nullsetzen von

$$\frac{\partial V}{\partial \theta^*} \quad (2-40)$$

und Umstellen nach dem Parametervektor θ^* ergibt sich die Schätzgleichung zu:

$$\theta^*(N) = [\Psi^T\Psi]^{-1} \Psi^T y(N) . \quad (2-41)$$

Die Matrix

$$[\Psi^T\Psi] \quad (2-42)$$

muss dabei invertierbar sein, was ein Kriterium für die Messzeit und ausreichende Anregung des Systems darstellt und somit die praktische Identifizierbarkeit beinhaltet [56].

Wird formal vorausgesetzt, dass exakt so viele störungsfreie Messwerte aufgenommen werden, dass die Matrix Ψ^T eine Rechteckmatrix darstellt, lässt sich die strukturelle Identifizierbarkeit besonders einfach in Form eines linearen Gleichungssystems $Ax = b$ formulieren:

$$\Psi^T(N)\theta^* = y(N) . \quad (2-43)$$

Es ist dann lediglich nachzuweisen, dass die Matrix Ψ^T vollen Rang besitzt, um die globale strukturelle Identifizierbarkeit des Parametervektors θ^* sicherzustellen. In der Praxis werden natürlich deutlich mehr Messwerte für eine konkrete Identifikation benötigt, die Betrachtungen zur Identifizierbarkeit können aber auch mittels dieser Annahme durchgeführt werden.

Diese Methode kann auch für Systeme angewendet werden, die zwar in ihren Parametern linear sind, bei denen aber nichtlineare Beziehungen zwischen den Ein- und Ausgangssignalen und deren Ableitungen bestehen.

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

Somit lassen sich auch Parameter von Systemen deren Ein- und Ausgänge Nichtlinearitäten beinhalten mit direkten Verfahren, wie der Methode der kleinsten Quadrate, identifizieren [56].

Ein Beispiel hierfür stellt ein Einmassenschwinger mit einer zusätzlichen kubischen Steifigkeit dar (Abb. 3-9).

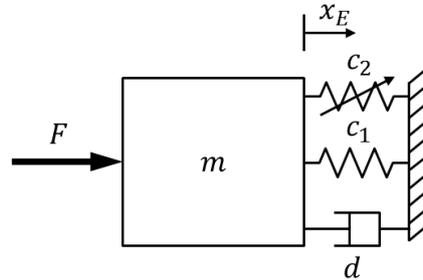


Abb. 3-9: Nichtlinearer Einmassenschwinger

Nach dem Freischneiden der Masse enthält die bekannte Differentialgleichung für einen linearen Einmassenschwinger dann zusätzlich einen Summanden, der sich aus einer kubischen Abhängigkeit von dem Einfederungsweg x_E^3 zusammensetzt, multipliziert mit einer Federkonstanten c_2

$$F = m\ddot{x}_E + d\dot{x}_E + c_1x_E + c_2x_E^3. \quad (2-44)$$

Die Identifizierbarkeit aller Parameter lässt sich in linearer Form mit (2-43) nachweisen. Es wird vorausgesetzt, dass die anregende Kraft F und die Auslenkung x_E messbar sind. Die beiden Ableitungen \dot{x}_E und \ddot{x}_E , sowie der kubische Einfederungsweg x_E^3 , werden vor dem Nachweis der Identifizierbarkeit numerisch aus dem Signal x_E berechnet.

Nach dem Umstellen von Gl. (2-44) zur niedrigsten Ableitung des Ausgangssignals

$$-\frac{d}{c_1}\dot{x}_E - \frac{m}{c_1}\ddot{x}_E - \frac{c_2}{c_1}x_E^3 + \frac{1}{c_1}F = x_E \quad (2-45)$$

kann dann die Matrix Ψ^T wie folgt aufgestellt werden:

$$\Psi^T(N) = \begin{bmatrix} -\dot{x}_E(0) & -\ddot{x}_E(0) & -x_E^3(0) & F(0) \\ -\dot{x}_E(1) & -\ddot{x}_E(1) & -x_E^3(1) & F(1) \\ -\dot{x}_E(2) & -\ddot{x}_E(2) & -x_E^3(2) & F(2) \\ -\dot{x}_E(3) & -\ddot{x}_E(3) & -x_E^3(3) & F(3) \end{bmatrix}. \quad (2-46)$$

Sofern der Rank dieser Matrix Gl. (2-46) gleich vier ist, sind alle Parameter des nichtlinearen Einmassenschwingers identifizierbar. Von einem rein algebraischen Standpunkt aus kommt keine der Variablen in der Matrix Gl. (2-46) mehrfach vor. Die Matrix wird deshalb vollen Rang besitzen, sofern das System ausreichend stark angeregt wird und somit keine linearen Abhängigen zwischen den Einträgen in den Zeilen- und Spalten der Matrix vorhanden sind. Es ist zu beachten, dass mit der vorgestellten Methode zunächst

nur nachgewiesen ist, dass die Quotienten $\frac{d}{c_1}$, $\frac{m}{c_1}$, $\frac{c_2}{c_1}$ und $\frac{1}{c_1}$ identifizierbar sind, da sie als konstante Vorfaktoren vor den gemessenen Variablen stehen. Da bei der Identifikation aber direkt der Kehrwert der Variablen c_1 identifiziert wird, können durch Einsetzen dieses Wertes die anderen Parameter des Systems leicht berechnet werden.

Eine grundlegende Voraussetzung für die globale strukturelle Identifizierbarkeit von Systemen ist also, dass sich diese in Form eines linearen Gleichungssystems (2-43) darstellen lassen. Dies gilt auch für nichtlineare polynomiale Systeme [52] und wird in Kapitel 3.7 ausführlicher gezeigt.

Als Gegenbeispiel zu den bisher gezeigten identifizierbaren Systemen sind die Parameter des beidseitig eingespannten Einmassenschwingers (Abb. 3-10) nicht global identifizierbar.

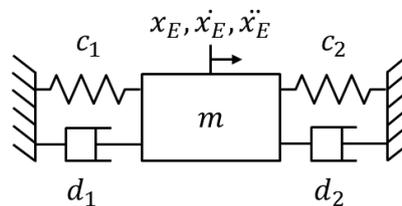


Abb. 3-10: Nicht identifizierbares System [4]

Nach dem erneuten Freischneiden der Masse lautet die Differentialgleichung der Masse

$$F = m\ddot{x}_E + (d_1 + d_2)\dot{x}_E + (c_1 + c_2)x_E. \quad (2-47)$$

Es wird wieder vorausgesetzt, dass die anregende Kraft F , sowie die Auslenkung x_E messbar sind. Umgestellt zur niedrigsten Ableitung des Ausgangssignals x_E

$$-\frac{d_1 + d_2}{c_1 + c_2}\dot{x}_E - \frac{m}{c_1 + c_2}\ddot{x}_E + \frac{1}{c_1 + c_2}F = x_E \quad (2-48)$$

ist direkt ersichtlich, dass die Koeffizienten $\frac{d_1 + d_2}{c_1 + c_2}$, $\frac{m}{c_1 + c_2}$ und $\frac{1}{c_1 + c_2}$ prinzipiell identifizierbar sind.

Im Gegensatz zum vorherigen Beispiel beinhaltet keiner der identifizierbaren Koeffizienten ausschließlich einen physikalischen Parameter, sondern mindestens die Summe $c_1 + c_2$ der beiden Federsteifigkeiten. Durch Einsetzen dieser Summe in die anderen identifizierbaren Koeffizienten kann dann die Masse m und die Summe der Dämpfungen $d_1 + d_2$ berechnet werden. Insgesamt ist hierdurch nachgewiesen, dass zwar die Koeffizienten, in Form der Summe von Federsteifigkeit und Dämpfung, identifizierbar sind, der Nachweis der Identifizierbarkeit der physikalischen Parameter ist damit aber noch nicht erbracht. Da für die Berechnung der vier physikalischen Parameter nur drei

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

Gleichungen zur Verfügung stellen, können aber nicht alle Parameter identifizierbar sein.

Im allgemeinen Fall ist die Identifizierbarkeit physikalischer Parameter, die sich implizit innerhalb der Koeffizienten a_n und b_m Gl. (2-33) befinden, nicht so leicht nachzuweisen, besonders da diese Parameter in einer nichtlinearen Form in mehreren Koeffizienten auftreten können. Wie gezeigt wurde, lässt sich zwar leicht nachweisen, dass die Koeffizienten a_n und b_m selbst identifizierbar sind, die Frage ob aus diesen Koeffizienten wieder eindeutige physikalische Parameter berechnet werden können, ist hingegen nicht so einfach zu beantworten. Isermann [57] schlägt vor hierfür den Hauptsatz über implizite Funktionen [58] zu verwenden.

Die Idee basiert formal darauf zu untersuchen, ob für die nichtlinearen Funktionen $f(\theta)$ der Parameter θ , die in den Koeffizienten a_n und b_m auftreten können, eine eindeutige inverse Beziehung besteht, mit der auf die physikalischen Parameter p zurückgerechnet werden kann

$$p = f^{-1}(\theta) . \quad (2-49)$$

Hierzu wird zunächst ein Gleichungssystem, bestehend aus den Koeffizienten der Systemgleichung und den nichtlinearen Funktionen $f(\theta)$ innerhalb dieser Koeffizienten, aufgestellt

$$q = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \\ b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(\theta) \\ f_2(\theta) \\ \vdots \\ f_{n+m+1}(\theta) \end{bmatrix} . \quad (2-50)$$

Die zu berechnenden physikalischen Parameter p werden in einem Vektor zusammengefasst

$$p = [p_1, p_2, \dots, p_l]^T . \quad (2-51)$$

Anschließend wird die folgende Funktionalmatrix gebildet

$$Q = \frac{\partial q^T}{\partial p} = \begin{bmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial p_1} & \frac{\partial q_2}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial q_r}{\partial p_1} \\ \frac{\partial q_1}{\partial p_2} & \frac{\partial q_2}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial q_r}{\partial p_2} \\ \vdots & & & \vdots \\ \frac{\partial q_1}{\partial p_l} & \frac{\partial q_2}{\partial p_l} & \dots & \frac{\partial q_r}{\partial p_l} \end{bmatrix} . \quad (2-52)$$

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

Besitzt die Funktionalmatrix Q vollen Rang, so sind alle physikalischen Parameter p aus den Koeffizienten der Übertragungsfunktion lokal identifizierbar [57].

Die Funktionalmatrix des beidseitig eingespannten Einmassenschwingers

$$Q = \frac{\partial q^T}{\partial p} = \begin{bmatrix} \frac{c_1 - c_2}{m^2} & \frac{d_1 - d_2}{m^2} & \frac{1}{m^2} \\ -\frac{1}{m} & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} & 0 \end{bmatrix} \quad (2-53)$$

mit dem Parametervektor

$$p = [m, c_1, c_2, d_1, d_2]^T \quad (2-54)$$

ist keine Rechteckmatrix und kann somit keinen vollen Rang besitzen, was die nicht vorhandene Identifizierbarkeit der physikalischen Parameter beweist.

Dieses triviale Beispiel zeigt bereits, dass insbesondere bei größeren technischen Systemen, keine vollständige globale Identifizierbarkeit aller Parameter zu erwarten ist. Insbesondere dann, wenn die Anzahl der möglichen Messstellen eingeschränkt ist.

Für generelle nichtlineare Systeme ist der Nachweis der strukturellen Identifizierbarkeit nicht leicht zu erbringen. Es stehen für die Analyse der strukturellen Identifizierbarkeit nichtlinearer Systeme zwar verschiedene andere Methoden zur Verfügung [59], die aber alle ebenfalls Einschränkungen hinsichtlich der Nichtlinearität und der Größe des zu untersuchenden Systems unterliegen [60]. Die wichtigsten Verfahren hierfür sind

- die Ähnlichkeitstransformation [61]
- die Identifizierbarkeitsanalysen mittels Potenzreihen [60]
- der differentialalgebraische Ansatz [60].

Der Ähnlichkeitstransformationsansatz ist für nichtlineare Systeme nicht einfach anwendbar, da einerseits die Lösungsmengen nichtlinearer partieller Differentialgleichungssysteme berechnet werden müssen, andererseits ist die Steuer- und Beobachtbarkeit der Systeme nachzuweisen, was ein schwieriges Problem darstellt [61].

Identifizierbarkeitsanalysen mittels Potenzreihen sind hierfür prinzipiell eine attraktive Lösung, allerdings ist nicht im Vorhinein bekannt wie viele Koeffizienten die Potenzreihen besitzen müssen um die strukturelle Identifizierbarkeit eindeutig nachzuweisen.

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

Die Lösung der entstehenden Gleichungen bei diesem Ansatz ist ebenfalls ein nicht triviales Problem [60].

Der differentialalgebraische Ansatz formuliert das System, ebenso wie der Ähnlichkeitstransformationsansatz, in eine andere Darstellungsform um. Allerdings ist dieser Ansatz vollständig automatisierbar und setzt keine Lösung von Gleichungssystemen voraus sondern stellt einen rein algorithmischen Ansatz dar.

Zusätzlich haben andere Autoren gezeigt, wie differentialalgebraische Methoden auch für die Fehlerdetektion bei nichtlinearen Systemen angewendet werden können, bspw. indem automatisiert Paritätsgleichungen generiert werden [46], [44].

Auch wenn die differentialalgebraischen Methoden derzeit ein hohes Maß an Rechenzeit benötigen, so haben [52] dennoch hiermit zeigen können, welche prinzipielle Form alle identifizierbaren Systeme besitzen müssen. Diese Eigenschaft kann genutzt werden, um die zu identifizierenden Systeme gezielt in eine geeignete Form überführen zu können. Aufgrund des bereits erwähnten breiten Einsatzspektrums differentialalgebraischer Methoden zeigen diese ein hohes Potenzial für Anwendungen im Umfeld der Modellvalidierung.

Aus diesen Gründen werden nachfolgend die Grundlagen der Differentialalgebra im Detail dargestellt und ihre hauptsächlichen Eigenschaften bezüglich der Identifizierbarkeit nichtlinearer Systeme gezeigt.

3.7 Differentialalgebra zur Identifizierbarkeitsanalyse

Die Differentialalgebra wurde ursprünglich 1950 vom Mathematiker Joseph Fels Ritt [62] entwickelt [63] und mit der Intention eingeführt, die aus der herkömmlichen Algebra bekannten Grundsätze so aufzubereiten, dass sie auf Differentialgleichungen anwendbar sind [64].

Dabei bestehen die hauptsächlichen Ziele der Differentialalgebra in der Untersuchung, Berechnung und strukturellen Beschreibung der Lösungen von Systemen von Differentialpolynomen in der allgemeinen Form

$$f_p(x_p, \dot{x}_p, \dots, x_p^{(k)}) = 0. \quad (3-1)$$

Die Variablen x_p stellen beliebige unterschiedliche konstante oder variable Parameter dar.

Es ist häufig unmöglich die Lösungen solcher Gleichungen symbolisch zu berechnen allerdings reicht es in vielen Fällen aus, diese Lösungen zu analysieren und strukturell zu beschreiben. Dies gilt bspw. für die Identifizierbarkeitsanalyse nichtlinearer Systeme [65].

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

Ein zentrales Problem der Differentialalgebra besteht darin, für ein gegebenes System aus Differentialpolynomen oder partiellen Differentialpolynomen eine dieser Darstellungsformen zu finden, die äquivalent zu dem Ausgangssystem ist aber für die Menge aller Lösungen analysiert werden kann. Die transformierten Differentialgleichungssysteme besitzen dabei dieselben Lösungen wie das ursprüngliche System, haben aber, im bestimmten Sinn, eine einfacher zu analysierende Struktur [65]. Die transformierten Differentialgleichungssysteme werden in der Literatur dann als *charakteristische Menge* bezeichnet.

Solch eine Transformation kann bspw. mit dem von Ritt entwickelten Algorithmus [62] oder dem Rosenfeld-Gröbner-Algorithmus [66], [67] automatisiert durchgeführt werden, für den eine Implementierung im Computeralgebrasystem Maple existiert [68].

3.7.1 Transformation in Differentialpolynome

Als Eingangsgrößen benötigen diese Algorithmen, neben dem Differentialgleichungssystem, eine Rangfolge aller Variablen, die im Gleichungssystem auftreten, um eine schrittweise Reduktion der auftretenden Variablen zu vollziehen.

Dieser Prozess ähnelt der wohlbekannten Polynomdivision in mehreren Variablen und reduziert die Ordnung der Gleichungen bezogen auf die festgelegte Rangfolge der Variablen.

Die scheinbare Einschränkung der Differentialalgebra auf Differentialpolynome lässt sich leicht durch geeignete Substitutionen der Gleichungen umgehen, was an dem folgenden Beispiel anschaulich gezeigt wird.

Die beispielhafte Gleichung

$$y_p = \sin(x_p) \quad (3-2)$$

kann auch in polynominaler Form als

$$\dot{x}_p^2 = y_p^2 (1 - x_p^2) \quad (3-3)$$

dargestellt werden. Diese neue polynomiale Darstellungsform genügt schließlich den Anforderungen der Differentialalgebra [52].

Polzer [69] hat außerdem eine Möglichkeit zur automatisierten algorithmischen Transformation von nichtlinearen Systemen mit linearem Steuerungseingang

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a_z(x) + B_z(x)u \quad , x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m \\ y &= c_z(x) \quad , y \in \mathbb{R}^p \end{aligned} \quad (3-4)$$

gezeigt.

Die Beschränkung der Differentialalgebra auf polynomiale Systeme stellt demnach kein Hindernis für einen breiten Einsatz dieser Methoden dar.

3.7.2 Formale Definitionen zur Differentialalgebra

Für eine formale und detaillierte Beschreibung der Eigenschaften und Anwendungsgebiete differentialalgebraischer Methoden müssen zunächst die notwendigen Definitionen zusammengefasst werden. Dies wird im nachfolgenden Abschnitt durchgeführt.

3.7.2.1 Definition Ring

Ein Ring besteht aus einer Menge R von Elementen zusammen mit zwei Verknüpfungen $+$ und \cdot , die je zwei Elementen $x_p, y_p \in R$ wieder ein Element $x_p + y_p$ bzw. $x_p \cdot y_p$ von R zuordnen. Damit eine solche Struktur Ring genannt wird, müssen die folgenden Gesetze für alle Elemente $x_p, y_p, z_p \in R$ erfüllt sein:

- Assoziativität der Addition:

$$(x_p + y_p) + z_p = x_p + (y_p + z_p). \quad (3-5)$$

- Existenz und Eindeutigkeit des neutralen Elements. Dies bedeutet, dass es genau ein Element von R gibt, das Nullelement genannt wird und für das gilt

$$0 + x_p = x_p. \quad (3-6)$$

- Existenz und Eindeutigkeit inverser Elemente. Es muss zu jedem x_p genau ein Element $-x_p$ existieren, für das gilt

$$x_p + -x_p = 0. \quad (3-7)$$

- Kommutativität:

$$x_p + y_p = y_p + x_p. \quad (3-8)$$

- Assoziativität der Multiplikation:

$$x_p \cdot (y_p \cdot z_p) = (x_p \cdot y_p) \cdot z_p. \quad (3-9)$$

- Distributivgesetze:

$$x_p \cdot (y_p + z_p) = x_p \cdot y_p + x_p \cdot z_p, \quad (3-10)$$

$$(x_p + y_p) \cdot z_p = x_p \cdot z_p + y_p \cdot z_p \quad (3-11)$$

[70].

3.7.2.2 Definition differentieller Ring

Basierend auf diesen allgemeinen Definitionen der Algebra ist ein differentieller Ring nun ein Ring der zusätzlich eine Ableitungsoperation in der Form

$$\partial(a_p + b_p) = \partial a_p + \partial b_p \quad (3-12)$$

$$\partial(a_p b_p) = a_p \partial b_p + b_p \partial a_p \quad (3-13)$$

beinhaltet [71].

3.7.2.3 Definition Ideal

Sei R ein kommutativer Ring. Eine Teilmenge I von R heißt Ideal von R , falls die folgenden Eigenschaften gelten:

- $I \neq \emptyset$,
- wenn $a_p, b_p \in I$ sind, so sind auch $a_p + b_p \in I$ und $a_p - b_p \in I$,
- wenn $a_p \in I$ und $r_p \in R$ ist, so ist auch $r_p \cdot a_p \in I$.

Wenn das Ideal I zusätzlich noch abgeschlossen bezüglich der Ableitungsoperation ist, heißt das Ideal differentielles Ideal und wird nachfolgend durch $[\Phi]$ symbolisiert. Das Ideal ist bezüglich der Ableitungsoperation genau dann abgeschlossen, wenn das aus der Anwendung der Ableitungsoperation entstehende Element wieder ein Element des Ideals ist [70].

3.7.3 Pseudodivision und Eliminierungsreihenfolgen

Ein Schlüsselkonzept der Differentialalgebra ist die Reduktion der Elemente durch eine Pseudodivision, durch die das Ausgangssystem in eine neue Darstellungsform transformiert wird.

Diese Pseudodivision beruht auf einer Eliminierungsreihenfolge, die festlegt in welcher Reihenfolge die Elemente der jeweiligen Gleichungen eliminiert werden.

Bei reinen Polynomen wird diese Eliminierungsreihenfolge durch einen algebraischen Grad der einzelnen Variablen festgelegt.

Es muss also definiert werden, welche Elemente der Gleichungen, in gewisser Weise, größer oder kleiner sind als andere. Bei zwei Polynomen mit einer Variablen ist dies eindeutig durch den Exponenten der Variablen definiert. Ausgehend von einem rein algebraischen Standpunkt ist bspw. sofort ersichtlich, dass die beispielhafte Ungleichung

$$3x_p^3 + 2x_p^2 + x_p - 3 > 3x_p^2 + 2x_p + 1 \quad (3-14)$$

korrekt ist, da das Polynom auf der linken Seite eine höhere Ordnung besitzt als das Polynom auf der rechten Seite. Werden in Gl. (3-14) Zahlenwerte eingesetzt, so muss diese Ungleichung natürlich nicht immer erfüllbar sein. Die Betrachtungen der Differentialalgebra basieren aber auf rein algebraischen Grundlagen, weshalb die getroffene Aussage korrekt ist, da nur der algebraische Grad der Polynome und damit ihr Exponent von Bedeutung ist.

Bei Polynomen mit mehreren Variablen sind Ungleichungen nicht mehr so einfach auf ihre Korrektheit hin überprüfbar, da die einzelnen Variablen unterschiedliche Ordnungen der Exponenten aufweisen können, was zu einer Mehrdeutigkeit bei der Größenrangfolge führt. Das Beispiel

$$x_p^5 y_p z_p > x_p^4 y_p z_p^2 \quad (3-15)$$

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolierung und Identifizierbarkeitsanalyse

verdeutlicht diese Problematik, da hier ohne weitere Informationen nicht entschieden werden kann ob die Ungleichung erfüllt ist [65].

Bei Differentialpolynomen ist der Rang und damit die Größe jedes einzelnen Elementes zusätzlich durch die Ordnung der jeweiligen Ableitungen der Variablen bestimmt.

Seien $z_i^{(\mu)}$ und $z_j^{(\nu)}$ beliebige Elemente eines Polynoms A_j mit den Ableitungsordnungen μ und ν , dann muss eine Rangordnung definiert werden, für die bei einem positiven ganzzahligen k gilt:

$$z_i^{(\nu)} < z_i^{(\nu+k)}; \quad z_i^{(\mu)} < z_j^{(\nu)} \Rightarrow z_i^{(\mu+k)} < z_j^{(\nu+k)}. \quad (3-16)$$

Der Begriff *Leitterm* u_j beschreibt den Term des Polynoms A_j , der die höchste im Polynom vorkommende Ableitung besitzt. Die höchste Ableitung kann prinzipiell auch die Ordnung null besitzen.

Der Leitterm des exemplarischen Polynoms

$$3\ddot{x}_p + 2\dot{x}_p + x_p \quad (3-17)$$

lautet demnach $3\ddot{x}_p$.

Das Polynom A_i besitzt einen niedrigeren Rang als A_j , wenn für die Leiterteile gilt, dass $u_i < u_j$ oder wenn $u_i = u_j$ und $\deg_{u_i}(A_i) < \deg_{u_j}(A_j)$, wobei $\deg_{u_i}(A_i)$ und $\deg_{u_j}(A_j)$ jeweils den algebraischen Grad der Polynome darstellen. Der algebraische Grad ist hier der Exponent des jeweiligen Polynoms.

3.7.4 Pseudodivisionsalgorithmus von Ritt

Ein Polynom A_i wird als „reduziert in Bezug auf“ ein Polynom A_j bezeichnet, wenn A_i weder den Leitterm von A_j mit gleichem oder größerem algebraischen Grad oder seine Ableitungen beinhaltet. Wenn A_i in Bezug auf A_j nicht reduziert ist, kann die Reduktion durch folgenden Pseudodivisionsalgorithmus erfolgen.

1. Wenn A_i die k -te Ableitung $u_j^{(k)}$ (dabei kann auch $k = 0$ sein) des Leitterms von A_j beinhaltet, so wird A_j k -mal abgeleitet, sodass sein Leitterm $u_j^{(k)}$ wird;
2. Das Polynom A_i wird mit dem Koeffizienten des höchsten Exponenten von $u_j^{(k)}$ multipliziert. Sei dann R_e der Rest der Division dieses neuen Polynoms durch $A_j^{(k)}$ in Bezug auf die Variable $u_j^{(k)}$. Dann ist R_e bezogen auf $A_j^{(k)}$ reduziert. Das Polynom R_e wird Pseudorest der Pseudodivision genannt.
3. Das Polynom A_i wird durch den Pseudorest R_e ersetzt und der Prozess wird solange iteriert, bis der Pseudorest bezogen auf A_j reduziert ist. $A_j^{(k)}$ wird bei dieser Iteration durch $A_j^{(k-1)}$ ersetzt.

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

Eine Menge von Differentialpolynomen $A_m = \{A_1, A_2, \dots, A_r\}$ die alle in Bezug aufeinander reduziert sind, wird eine autoreduzierte Menge genannt. Sei π ein Differentialpolynom. Wird der Pseudodivisionsalgorithmus verwendet um π in Bezug auf alle $A_j, j = 1, \dots, r$ zu reduzieren, dann wird der Pseudorest von R_e als Pseudorest in Bezug auf die autoreduzierte Menge A_m genannt.

Zwei autoreduzierte Mengen $A_m = \{A_1, A_2, \dots, A_r\}$ und $B_m = \{B_1, B_2, \dots, B_s\}$, die in aufsteigender Rangfolge sortiert sind, sodass $A_1 < A_2 < \dots < A_r$, $B_1 < B_2 < \dots < B_s$ gilt, sind nach folgendem Grundsatz sortiert:

1. Wenn eine ganze Zahl k existiert und $k \leq \min(s, r)$ sodass $\text{rang}(A_i) = \text{rang}(B_i)$, $i = 1, \dots, k-1$, $\text{rang}(A_k) < \text{rang}(B_k)$, dann besitzt A einen kleineren Rang als B .
2. Wenn $r < s$ und $\text{rang}(A_i) = \text{rang}(B_i)$, $i = 1, \dots, r$, dann besitzt A ebenfalls einen kleineren Rang als B .

Eine autoreduzierte Menge mit dem niedrigsten Rang, die aus den Differentialpolynomen S erzeugt werden kann, ist dann eine charakteristische Menge von S [72].

Ausgehend von einer Menge von Differentialpolynomen

$$\Phi = \{A_1, \dots, A_r\} \quad (3-18)$$

ist ein differenzielles Ideal $[\Phi]$ also ein Ideal, das aus der gesamten Menge von Differentialpolynomen besteht, die aus den Elementen von Φ , durch Multiplikation mit beliebigen Polynomen, Addition und Differentiation, gewonnen werden können.

Ein differentielles Ideal Π heißt prim wenn $a_p \cdot b_p \in \Pi$ impliziert, dass entweder $a_p \in \Pi$ oder $b_p \in \Pi$ ist. Das differentielle Ideal Π heißt radikal oder perfekt, wenn $a_p^n \in \Pi$ impliziert, dass $a_p \in \Pi$ ist. Das kleinste Radikalideal, das eine Menge Φ von Differentialpolynomen beinhaltet wird durch den Ausdruck $\sqrt{[\Phi]}$ repräsentiert.

Mit diesen formalen Definitionen lässt sich nun das Ziel des Algorithmus von Ritt definieren:

Der Algorithmus von Ritt konstruiert eine endliche Anzahl von autoreduzierten Mengen

$$A_i, \quad i = 1, \dots, n_A, \quad (3-19)$$

wobei jede Menge A_i eine charakteristische Menge differentieller Primideale darstellt, sodass das Radikalideal $\sqrt{[\Phi]}$ die Schnittmenge der einzelnen Mengen A_i darstellt [73]

$$\sqrt{[\Phi]} = \Pi_1 \cap \dots \cap \Pi_{n_A}. \quad (3-20)$$

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

Die Elemente eines differentiellen Ideals werden zu null, sofern die Lösungen der Elemente des Ausgangssystems in die Elemente des differentiellen Ideals eingesetzt werden [65]. Die Elemente A_r des Ideals liegen dabei in der impliziten Form $f(A_r) = 0$ vor. Da das Ideal abgeschlossen ist, ändern die aufgezählten mathematischen Operationen die Lösungsmenge des Ideals nicht und die entstehenden neuen Elemente sind wieder ein Teil des Ideals. Es handelt sich demnach lediglich um eine andere Darstellungsform der Ausgangsgleichungen.

Die Tatsache, dass die Elemente des Ideals und damit der neuen Darstellungsform des Ausgangssystems zu null werden, sofern die Lösungen des Ausgangssystems eingesetzt werden, ist die Ursache für das hohe Potenzial dieser Methoden für Anwendungen im Bereich der Modellvalidierung. Durch eine zweckmäßige neue Darstellungsform lässt sich die Validierungsproblematik auf das einfache Einsetzen von Zahlenwerten in das neue Gleichungssystem und das anschließende Ausrechnen dieses Systems zurückführen, was im fünften Kapitel im Detail gezeigt wird.

3.7.5 Identifizierbarkeitsanalyse mittels Differentialalgebra

Basierend auf dem differentialalgebraischen Algorithmus von Ritt [62] haben Ljung und Glad [52] gezeigt, wie sich algorithmisch die strukturelle Identifizierbarkeit nichtlinearer Systeme nachweisen lässt.

Es wird wieder vorausgesetzt, dass sich das zu untersuchende System mit einem Satz polynomialer Differentialgleichungen

$$g_i(u, y, x, \theta, \rho) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4-1)$$

in zeitkontinuierlicher Form beschreiben lässt. Der Operator ρ repräsentiert dabei beliebige Ableitungen aller Variablen nach der Zeit.

Die notwendige algebraische Eliminierungsreihenfolge wird so gewählt, dass zuerst die unbekanntes und zeitabhängigen Systemvariablen x eliminiert werden, anschließend die konstanten Parameter θ und am Ende die Aus- und Eingangssignale y und u

$$u_i^{(\mu)} < y_j^{(\nu)} < \theta_1 < \dot{\theta}_1 < \dots < \theta_d < \dot{\theta}_d < \dots < x_k^{(\sigma)}. \quad (4-2)$$

Die Systemvariablen x können dabei bspw. Zustandsgrößen sein, wie sie bei der Systemdarstellung in Zustandsraumform auftreten, wobei die Variablen μ , ν und σ die entsprechenden Ableitungen der einzelnen Variablen nach der Zeit darstellen.

Aus dem System Gl. (4-1) kann mit der Eliminierungsreihenfolge Gl. (4-2) eine charakteristische Menge in der Form

$$\begin{aligned} &A_1(u, y), \dots, A_p(u, y), B_1(u, y, \theta_1), \\ &B_2(u, y, \theta_1, \theta_2), \dots, B_d(u, y, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_d), \\ &C_1(u, y, \theta, x), \dots, C_n(u, y, \theta, x) \end{aligned} \quad (4-3)$$

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

gewonnen werden, wobei die einzelnen zeitabhängigen Variablen x , y und u in Gl. (4-3) beliebig oft nach der Zeit abgeleitet sein können. Bezogen auf die festgelegte Eliminierungsrangfolge stellt Gl. (4-3) somit eine Art Dreiecksstruktur dar, in der die Anzahl der Variablen in den einzelnen Teilmengen C_n bis A_1 stetig abnimmt. Wenn innerhalb der Teilmengen B Gleichungen existieren, die linear in allen Parametern θ sind

$$\phi(y, u, \rho) + \theta\psi(y, u, \rho) = 0, \quad (4-4)$$

so ist die globale strukturelle Identifizierbarkeit aller Parameter nachgewiesen. Dabei stellen ϕ und ψ jeweils beliebige nichtlineare Differentialpolynome der Ein- und Ausgangsvariablen und deren Ableitungen dar [52].

Die Eliminierung der konstanten Parameter ist ein verhältnismäßig einfaches Problem, da die konstanten Terme durch das Ableiten höchstens verschwinden können aber selbstverständlich selbst keine neuen Ableitungen bilden. Die Eliminierung der zeitabhängigen Zustandsgrößen ist hingegen aufwendiger und in der Regel nur dann möglich, wenn mindestens genauso viele Gleichungen wie unbekannte und zu eliminierende Zustandsgrößen vorliegen. Der Grund hierfür ist die Tatsache, dass beim Ableiten regelmäßig auch höhere Ableitungen der zeitabhängigen Zustandsvariablen entstehen und somit, von einem algebraischen Standpunkt, zu jeder neuen durch das Ableiten erzeugten Gleichung auch eine neue Variable entsteht.

Die Ein- und Ausgangsvariablen und ihre Ableitungen bleiben bei der Verwendung der Eliminierungsreihenfolge Gl. (4-2) erhalten, sie stellen externe Variablen dar, die nicht eliminiert werden können. Die Zustandsgrößen stellen hingegen nur innere Systemgrößen dar, die lediglich durch die Modellbildung entstehen aber keinen Einfluss auf das Ein- und Ausgangsverhalten besitzen und sich somit eliminieren lassen.

Anstelle des ursprünglichen Algorithmus von Ritt wird innerhalb dieser Arbeit der Rosenfeld-Gröbner-Algorithmus verwendet, der im kommerziellen Softwaresystem Maple implementiert ist [68] aber die gleichen charakteristischen Mengen erzeugen kann. Der Grund hierfür ist einerseits die starke Leistungsoptimierung des Algorithmus, andererseits ist der Rosenfeld-Göber-Algorithmus die bisher einzige bekannte Implementierung solch einer differentialalgebraischen Methode in verfügbarer Software [74].

Als Beispiel für dieses Vorgehen wird erneut der lineare beidseitig eingespannte Einmassenschwinger Gl. (2-47) verwendet.

Zunächst muss das System als implizite Funktion formuliert werden:

$$m\ddot{x}_E + (d_1 + d_2)\dot{x}_E + (c_1 + c_2)x_E - F = 0. \quad (4-5)$$

Anschließend erfolgt die Festlegung der Eliminierungsreihenfolge, basierend auf der Reihenfolge Gl. (4-2):

$$\begin{aligned}
 F < \dot{F} < \dots < x_E < \dot{x}_E < \dots < m < \dot{m} \dots \\
 < c_1 < \dot{c}_1 \dots < c_2 < \dot{c}_2 \dots < d_1 < \dot{d}_1 \dots < d_2 < \dot{d}_2.
 \end{aligned} \tag{4-6}$$

Da keine inneren Zustandsgrößen im System vorhanden sind, besitzt der Parameter d_2 den größten Rang und wird zuerst eliminiert.

Nach Anwendung des Rosenfeld-Gröbner-Algorithmus in Maple entsteht dann eine charakteristische Menge in Form von Gl. (4-3). Da diese charakteristische Menge sehr umfangreich und unübersichtlich ist, wird an dieser Stelle auf ihre vollständige Darstellung verzichtet. Die *B-Elemente* der charakteristischen Menge können nun für die Überprüfung der Identifizierbarkeit aller Parameter herangezogen werden. Wie beschrieben, muss sich das System in Form eines linearen Gleichungssystems Gl. (4-4) darstellen lassen, damit alle Parameter identifizierbar sind. Am Beispiel der Federkonstanten c_1 und c_2 ist bspw. die folgende Gleichung in den *B-Elementen* vorhanden:

$$\begin{aligned}
 & \left(x_E^{(4)} \ddot{x}_E x_E - x_E^{(4)} \dot{x}_E^2 - \ddot{x}_E^2 x_E + 2 \ddot{x}_E \dot{x}_E \dot{x}_E - \ddot{x}_E^3 \right) c_1 \dots \\
 & + \left(x_E^{(4)} \ddot{x}_E x_E - x_E^{(4)} \dot{x}_E^2 - \ddot{x}_E^2 x_E + 2 \ddot{x}_E \dot{x}_E \dot{x}_E - \ddot{x}_E^3 \right) c_2 \dots \\
 & = F x_E^{(4)} \ddot{x}_E - \dot{F} x_E^{(4)} \dot{x}_E - F \ddot{x}_E^2 + \dot{F} \ddot{x}_E \dot{x}_E + \ddot{F} \ddot{x}_E \dot{x}_E - \ddot{F} \dot{x}_E^2.
 \end{aligned} \tag{4-7}$$

Diese Gleichung entspricht prinzipiell der notwendigen identifizierbaren Form von Gl. (4-4). Zur Erhöhung der Übersichtlichkeit wurde bei Gl. (4-7) auf die explizite Angabe der Zeitabhängigkeit aller Variablen verzichtet.

Diese Gleichung kann erneut als lineares Gleichungssystem $Ax - b$, ähnlich der Form Gl. (2-43), aufgefasst werden, indem die Ein- und Ausgangssignale folgendermaßen extern berechnet und substituiert werden:

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{F x_E^{(4)} \ddot{x}_E - \dot{F} x_E^{(4)} \dot{x}_E - F \ddot{x}_E^2 + \dot{F} \ddot{x}_E \dot{x}_E + \ddot{F} \ddot{x}_E \dot{x}_E - \ddot{F} \dot{x}_E^2}_{\phi_1} \dots \\
 & + \underbrace{\left(-x_E^{(4)} \ddot{x}_E x_E + x_E^{(4)} \dot{x}_E^2 + \ddot{x}_E^2 x_E - 2 \ddot{x}_E \dot{x}_E \dot{x}_E + \ddot{x}_E^3 \right)}_{\psi_1} c_1 \dots \Rightarrow \phi_1 + \underbrace{\psi_1}_{\phi_1} \underbrace{c_1}_{\theta_1} + \underbrace{\psi_2}_{\theta_2} c_2 = 0 \tag{4-8} \\
 & + \underbrace{\left(-x_E^{(4)} \ddot{x}_E x_E + x_E^{(4)} \dot{x}_E^2 + \ddot{x}_E^2 x_E - 2 \ddot{x}_E \dot{x}_E \dot{x}_E + \ddot{x}_E^3 \right)}_{\psi_2} c_2 = 0.
 \end{aligned}$$

Nach dem Aufstellen des linearen Gleichungssystems mit den extern berechneten und substituierten Ein- und Ausgangssignale ϕ_1 , ψ_1 und ψ_2 , lässt sich leicht die prinzipielle Identifizierbarkeit der Parameter c_1 und c_2 untersuchen, da das System in der identifizierbaren Form Gl. (4-4) vorliegt:

$$Ax - b = \phi(y, u, \rho) + \theta \psi(y, u, \rho) = \begin{bmatrix} \phi_1(1) \\ \phi_1(2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_1(1) & \psi_2(1) \\ \psi_1(2) & \psi_2(2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = 0. \tag{4-9}$$

In diesem Beispiel sind die beiden Ausgangssignale ψ_1 und ψ_2 gleich (siehe Gl. (4-8)), weshalb die Spalten des linearen Gleichungssystem Gl. (4-9) linear voneinander Abhängig sind und somit keine eindeutigen Lösungen für die Parameter c_1 und c_2 existie-

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

ren können, da der Rang der resultierenden Matrix immer kleiner als die Anzahl der Parameter ist. Das Kriterium Gl. (4-4) ist in diesem Beispiel deshalb zwar ein notwendiges aber kein hinreichendes Kriterium für die globale Identifizierbarkeit.

Die nicht vorhandene Identifizierbarkeit lässt sich mittels Differentialalgebra noch leichter vollständig nachweisen, indem die resultierende charakteristische Menge Gl. (4-3) nach Elementen in der Form

$$B_d = \dot{\theta}_d \quad (4-10)$$

durchsucht wird. Existiert solch ein Element, ist das System strukturell nicht global identifizierbar [52].

Die Generierung der charakteristischen Menge erfordert ein hohes Maß an Rechenzeit, was die Einsetzbarkeit stark einschränkt. Um diese Problematik zu verbessern hat Gerdin [75] vorgeschlagen das Modell in kleine Teilmodell zu unterteilen und für diese einzeln die charakteristischen Mengen zu berechnen. Anschließend wird das Gesamtsystem aus den transformierten Teilsystemen zusammengesetzt und die Identifizierbarkeit für das Gesamtsystem nachgewiesen, bisher ist diese Methode aber nicht automatisierbar.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Anwendung von Algorithmen aus der Differentialalgebra zur Analyse der Identifizierbarkeit großer nichtlinearer Systeme noch nicht geeignet ist, da bisher nicht genügend Rechenleistung zur Verfügung steht. Zu diesem Ergebnis kommen auch Serban und Freeman bei ihrer Analyse mechanischer Systeme mit Hilfe der Differentialalgebra [76].

Da der Umfang und die Komplexität der charakteristischen Mengen von der gewählten Eliminierungsreihenfolge abhängen, ist es schwierig eine obere Komplexitätsgrenze für untersuchbare Systeme anzugeben. Die prinzipielle Eliminierungsreihenfolge Gl. (4-2) ist zwar immer gleich, allerdings können die einzelnen Systemvariablen, Zustandsgrößen sowie Ein- und Ausgangsvariablen untereinander in unterschiedlichen Reihenfolgen eliminiert werden. Bisher ist keine Publikation bekannt, die nichtlineare Systeme mit mehr als sechs Zustandsgrößen, unter Verwendung differentialalgebraischer Algorithmen, betrachtet. Wie bereits dargestellt ist zwar auch diese Größenordnung keine absolute Obergrenze, vermittelt aber einen Eindruck vom derzeitigen Stand des Machbaren.

Ein besonders wichtiges Resultat der differentialalgebraischen Methoden ist aber die generelle Identifizierbarkeit von Systemen in Form von Gl. (4-4). Sofern ein System in dieser Form dargestellt wird, ist die Identifizierbarkeit garantiert, wodurch einerseits numerische Schwierigkeiten bei der Identifikation umgangen werden und andererseits eine Eindeutigkeit der identifizierten Parameter gegeben ist. Für die Modellvalidierung ist die Formulierung des Systems in Form von Gl. (4-4) deshalb unerlässlich.

3.8 Zusammenfassung möglicher Fehlerdetektionsmethoden für die Modellvalidierung und Auswahl geeigneter Lösungen

Die Auswahl der am besten geeigneten Methoden ergibt sich direkt aus den folgenden Anforderungen an ein Modellvalidierungsverfahren:

- hohe Automatisierbarkeit
- geringe Unsicherheit bei der Anwendung
 - Reproduzierbarkeit der Ergebnisse
- wenig Vorwissen des Anwenders über die Methode
 - wenige Einstellmöglichkeiten.

Bei der Fehlerdetektion nichtlinearer Systeme sind Zustandsbeobachter, Zustandsschätzer und Methoden die auf Paritätsgleichungen basieren am weitesten verbreitet [45].

Trotz der weiten Verbreitung und der weit entwickelten theoretischen Basis von Zustandsbeobachtern und Zustandsschätzern ist bekannt, dass die Auslegung von Beobachtern für nichtlineare Systeme im Allgemeinen ein schwieriges Problem darstellt [44]. Nichtlineare Beobachter werden zusätzlich häufig im Zustandsraum ausgelegt, für nichtlineare Systeme existieren aber nicht immer Zustandsraumdarstellungen.

Aufgrund des Aufwandes und der Komplexität des Auslegungsprozesses für Zustandsbeobachter und Zustandsschätzer wird der Validierungsprozess stark erschwert. Diese Lösungen werden in der vorliegenden Arbeit, zu Gunsten automatisierbarer Verfahren, deshalb nicht weiter berücksichtigt.

Künstliche neuronale Netze bieten ein breites Anwendungsspektrum und ihre Auslegung lässt sich prinzipiell automatisieren. Aufgrund der bekannten Schwierigkeiten, die beim Training großer und rekurrenter Netze auftreten sind sie allerdings wenig geeignet um eine gesicherte Validierung, teilweise auch unbekannter Effekte innerhalb von Modellen sicher zu validieren.

Paritätsgleichungen und Methoden aus der Systemidentifikation besitzen ein großes Potenzial und erfüllen, abhängig von den jeweils eingesetzten spezifischen Technologien, alle zur Validierung von Modellen notwendigen Kriterien an ein Validierungsverfahren.

Die Vor- und Nachteile der jeweiligen Fehlerdetektionsmethoden, bezüglich der notwendigen Anforderungen, ist in Tabelle 3-1 dargestellt.

Methoden zur Fehlerdetektion und Fehlerisolation und Identifizierbarkeitsanalyse

Methoden	Hohe Automatisierbarkeit	Geringe Unsicherheit	Wenig Vorwissen notwendig
Zustandsbeobachter / Zustandsschätzer	Nein	Ja	Nein
Künstliche neuronale Netze	Ja	Nein	Nein
Paritätsgleichungen	Ja	Ja	Ja
Systemidentifikationsmethoden (bei identifizierbaren Systemen)	Ja	Ja	Ja

Tabelle 3-1: Anforderungen an Fehlerdetektionsmethoden zur Modellvalidierung

Basierend auf den vorherigen Betrachtungen werden in den nachfolgenden Abschnitten dieser Arbeit ausschließlich Paritätsgleichungen und Methoden aus der Systemidentifikation weiter verwendet.

4 Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

Die Vorteile und die weite Verbreitung von Systemidentifikationsmethoden zur Modellvalidierung wurden bereits kurz in Kapitel 3.4 erläutert. Deshalb wird basierend auf diesen Methoden nachfolgend eine neue Lösung zur Validierung von Simulationsmodellen entwickelt und ihre Vor- und Nachteile detailliert analysiert.

Generell lassen sich Systemidentifikationsmethoden nach der Art der zu identifizierenden Modelle unterteilen, wobei innerhalb dieser Arbeit die Klassifikation von [77] verwendet wird (Abb. 4-1), welche nachfolgend im Detail beschrieben wird.

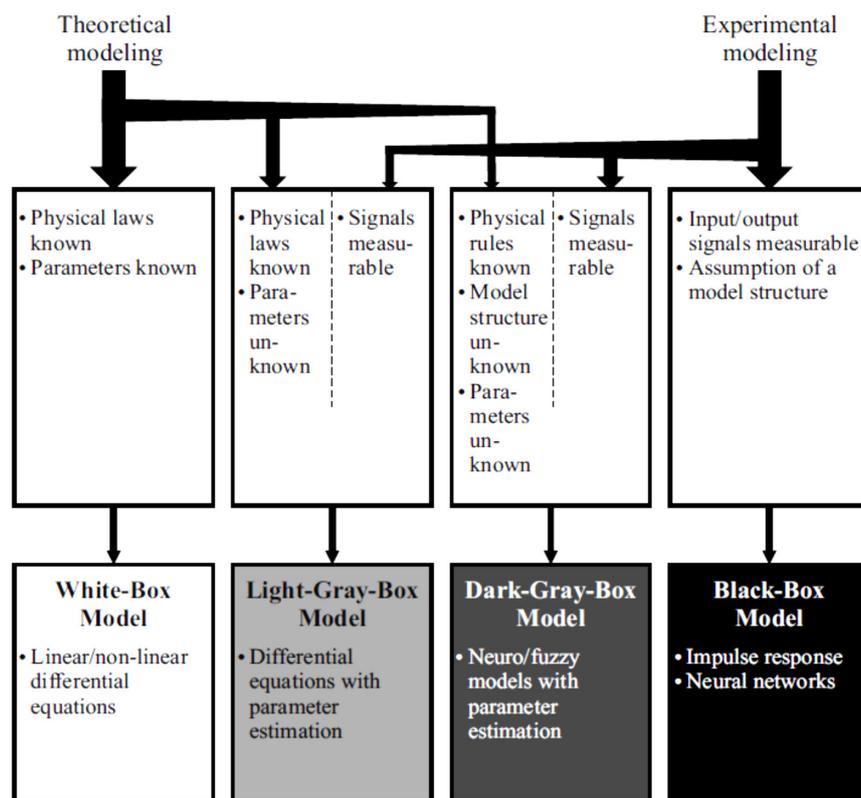


Abb. 4-1: Verschiedene Modellklassen und hierfür geeignete Identifikationsverfahren [77]

Viele Simulationsmodelle, beispielsweise aus dem Bereich der Mehrkörperdynamik, basieren auf der Modellierung bekannter physikalischer Zusammenhänge, weshalb sie prinzipiell sogenannte White-Box-Modelle darstellen könnten, sofern alle Parameter bekannt wären. Auch wenn die physikalisch korrekten Parameter des realen Systems aus Datenblättern, Messungen von Einzelkomponenten oder anderen Quellen entnommen werden können, kann es notwendig sein, die Parameter des Modells anzupassen, um eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Simulation zu erreichen. Einer der Gründe für diese notwendigen Anpassungen resultiert aus einer vereinfachten Modellierung des Systems. Die Abweichungen, die durch die Vereinfachungen entstehen, können dann durch angepasste Parameter teilweise ausgeglichen werden. Im praktischen Einsatz sind reine White-Box-Modelle, die die Kenntnis aller Parameter voraussetzen, deshalb von untergeordneter Bedeutung.

Auch bei phänomenologischen Modellansätzen, die nicht oder nicht völlig auf bekannten physikalischen Zusammenhängen basieren, ist eine Identifikation der Parameter meist unerlässlich, da sich die numerischen Werte der Parameter nicht aus naturwissenschaftlichen Gesetzmäßigkeiten ableiten oder direkt vermessen lassen. Sowohl die physikalisch motivierten als auch die phänomenologischen Modellansätze stellen somit Light-Grey-Box-Modelle dar, deren Parameter mit unterschiedlichen Verfahren identifiziert werden können. Diese Modellklasse nimmt typischerweise einen hohen Stellenwert bei der Modellbildung ein, da insbesondere die physikalischen Gesetzmäßigkeiten mechatronischer Systeme meistens bekannt sind.

Wie in Kapitel 3 bereits gezeigt sollte das Modell global identifizierbar sein, um numerischen Problemen vorzubeugen. Eine nicht vorhandene Identifizierbarkeit und die daraus resultierende Uneindeutigkeit der Parameter, führt zu einem hohen Aufwand bei der Identifikation und lässt nur sehr eingeschränkt Schlussfolgerungen auf die Eignung eines Modellansatzes zur Beschreibung eines realen Systems zu.

Ist die Identifikation der Parameter erfolglos, lässt sich nicht eindeutig bestimmen, ob der gewählte Modellansatz ungeeignet ist oder ob die Identifikation an fehlerhaften Startwerten, linearen Abhängigen der Parameter oder anderen Schwierigkeiten, wie sehr großen unterschiedlichen numerischen Werten der Parameter, gescheitert ist.

Stark nichtlineare Systeme stellen dabei eine besondere Herausforderung bei der Identifikation dar.

Anstatt eines parametrischen Ansatzes können auch Dark-Grey-Box- oder Black-Box-Modelle verwendet werden, um unbekannte Teilmodelle zu beschreiben.

Während Black-Box-Modelle kein Vorwissen über die dem System zugrunde liegenden physikalischen Effekte mehr beinhalten, stellen Dark-Grey-Box-Modelle physikalisch motivierte Modelle dar, bei denen aber Teilkomponenten durch Black-Box-Modelle repräsentiert werden können. Sofern lediglich das Ein- und Ausgangsverhalten des Systems von Interesse ist, stellt diese Modellklasse eine effiziente Lösung dar. Problematisch ist hierbei allerdings die fehlende (physikalische) Interpretierbarkeit des resultierenden Modells. Sollen mit dem Modell Parameterstudien durchgeführt werden oder Teilmodelle als Basis zukünftiger Modelle in abgewandelter Form dienen, so sind Dark-Grey-Box- und Black-Box-Modelle prinzipiell ungeeignet. Bei der Identifikation des Modells können allerdings Parametervariationen berücksichtigt und somit zumindest begrenzt Parameterstudien durchgeführt werden. Dies setzt allerdings voraus, dass Messdaten zur Verfügung stehen, in denen eine explizite und bekannte Änderung der zu variierenden Parameter abgebildet ist.

Für die reine Modellvalidierung können aber insbesondere Dark-Grey-Box-Modelle hilfreich sein, indem sie, in Form von sogenannten *Validierungsmodellen*, zur Generierung zusätzlicher innerer Signale verwendet werden, die nicht messbar sind (Abb. 4-2).

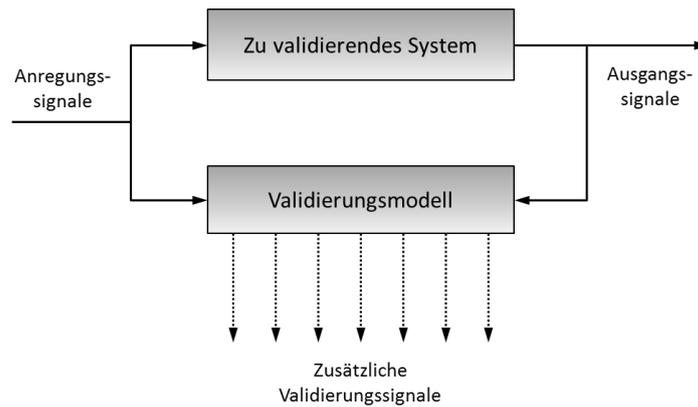


Abb. 4-2: Modellbasierte Generierung innerer Systemgrößen [78]

Dieses Vorgehen ist angelehnt an die Verwendung von Zustandsbeobachtern und Zustandsschätzern, wobei hier aber keine Korrektur der Zustandsgrößen durch eine Rückführung des Fehlers erfolgt.

Die Idee besteht in der Generierung von inneren und nicht messbaren Systemsignalen, die aus einem physikalisch motivierten Dark-Grey-Box-Modell berechnet werden, das eine geringere Komplexität besitzt als ein vollständiges und exaktes Modell.

Die prinzipielle Struktur des Dark-Grey-Box-Validierungs-Modells wird vor der Identifikation festgelegt und anschließend die Komponenten des Modells identifiziert.

Diese Methode wurde von Haffke et al. [78] vorgestellt und wird nachfolgend im Detail gezeigt.

Um mittels dieser Methode eine Validierung durchführen zu können, müssen sowohl aus dem realen System als auch aus dem zu validierenden Modell die gleichen inneren Systemsignale berechnet und anschließend miteinander verglichen werden.

Das Validierungsmodell wird deshalb zweimal mit der gleichen physikalisch motivierten Struktur verwendet und anschließend einmal mit den realen Messdaten und einmal mit den Simulationsdaten des zu validierenden Modells identifiziert.

Das Simulationsmodell sollte dabei mit den gleichen Eingangssignalen angeregt werden wie das reale System.

Sobald die Identifikation der beiden Validierungsmodelle abgeschlossen ist, können dann die benötigten inneren Systemsignale berechnet und gegeneinander validiert werden. Die Differenz aus zwei Systemsignalen ist dann ein Maß für die Korrektheit des Modells an einer bestimmten Stelle im System. Es ist zu beachten, dass beide Validierungsmodelle immer mit den gleichen Eingangssignalen angeregt werden sollten, wobei für die Identifikation und die Validierung aber unterschiedliche Signale verwendet werden können. Dies ist bspw. dann notwendig, wenn die Validierung in kleinen Arbeitsbereichen durchgeführt werden soll, die bspw. vorhandene Nichtlinearitäten in einem ersten Schritt weniger stark anregt. Im Gegensatz zur ausschließlichen Validierung mit den gemessenen und simulierten Systemausgangssignalen ist mit der vorgeschlagenen Me-

thodik eine deutlich konkretere Eingrenzung von Abweichungen möglich. Das gesamte Vorgehen ist grafisch in Abb. 4-3 dargestellt.

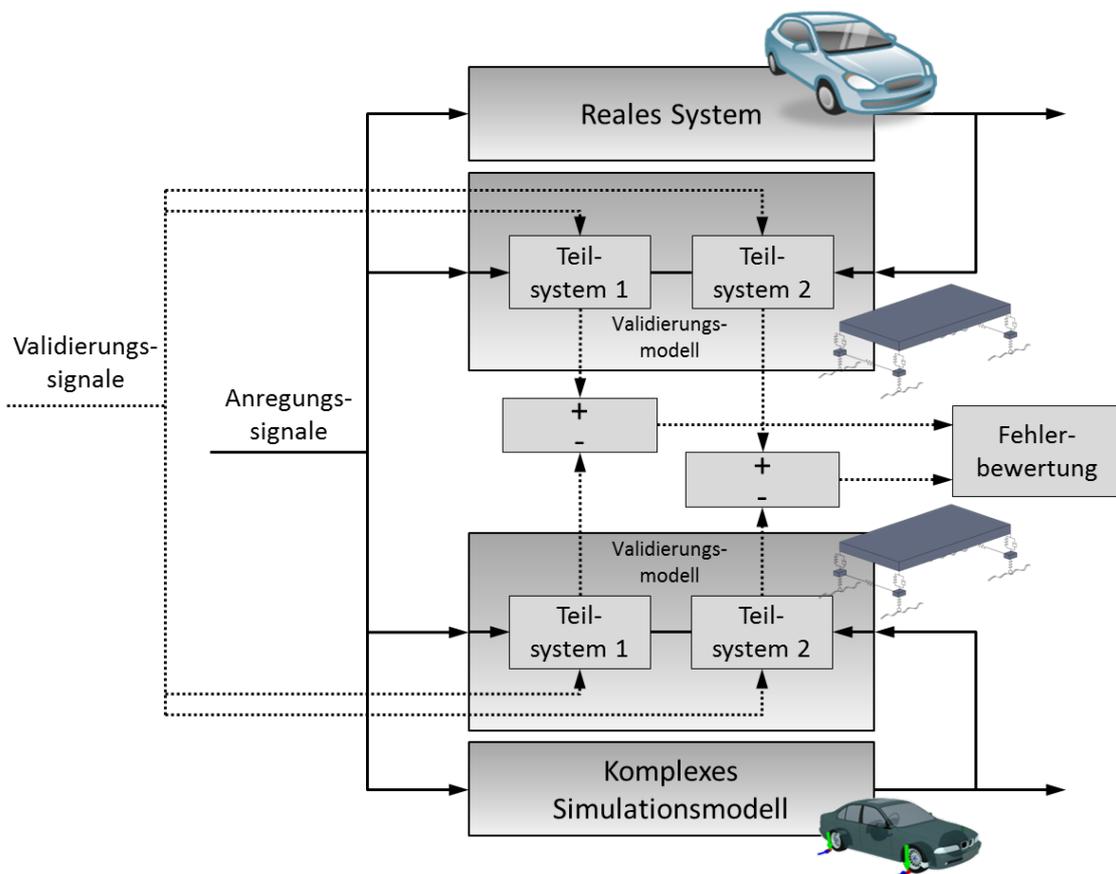


Abb. 4-3: Modellvalidierung mittels Validierungsmodellen in Anlehnung an [78]

Eine notwendige Voraussetzung bei der Anwendung dieser Methode ist die Eindeutigkeit der aus den Validierungsmodellen berechneten Systemsignale.

Um diese Eindeutigkeit zu garantieren, kann mit der in Kapitel 3.1 gezeigten Methode prinzipiell die nichtlineare lokale Beobachtbarkeit zu jedem Zeitpunkt der Messungen nachgewiesen werden. Für diesen Nachweis muss das System in Form eines nichtlinearen Zustandsraummodells vorliegen. Im Gegensatz zu linearen Systemen existieren für nichtlineare Systeme allerdings nicht immer explizite Zustandsraumdarstellungen [48], was die Anwendbarkeit einschränkt. Zusätzlich stellt die lokale nichtlineare Beobachtbarkeit ein absolutes, binäres Kriterium für die Eindeutigkeit der Zustandsgrößen dar. Besonders bei komplexen, nichtlinearen Modellen kann es vorkommen, dass Zustandsgrößen zumindest teilweise linear voneinander abhängig sind, wobei die lineare Abhängigkeit zeitweise zwischen unterschiedlichen Zustandsgrößen wechseln kann. Sofern die lineare Abhängigkeit zwischen den gleichen Signalen verhältnismäßig kurz ist, stellt dies für die Identifikation aber kein Problem dar.

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

Ein für den Zweck der Modellvalidierung besser geeignetes Kriterium, zum Nachweis der linearen Unabhängigkeit einzelner Signale, stellt der empirische Korrelationskoeffizient [79] dar, der nach Gl. (5-1) berechnet wird

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2\right)\left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2\right)}}. \quad (5-1)$$

Sofern der Korrelationskoeffizient zweier Zeitreihen exakt den Wert null besitzt, sind diese linear völlig unabhängig.

Die Variablen x_i , y_i bzw. \bar{x} , \bar{y} stellen dabei die einzelnen Abtastzeitpunkte der Zeitreihen bzw. die arithmetischen Mittelwerte der Zeitreihen in der Form

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (5-2)$$

und

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (5-3)$$

dar.

Ein Korrelationskoeffizient von eins oder minus eins zeigt hingegen eine vollständige lineare Abhängigkeit der betrachteten Signale.

Wird das Validierungsmodell als Summe der Ein- und Ausgangssignale und der zu identifizierenden und zu validierenden Teilsysteme formuliert, können die inneren Systemsignale hiermit leicht auf ihre lineare Unabhängigkeit untersucht werden. Sofern die lineare Unabhängigkeit nachgewiesen werden kann, besitzen die inneren Systemsignale eine hohe Vertrauenswürdigkeit, da es nicht möglich ist, dass sich Signale gegenseitig kompensieren, womit eine Eindeutigkeit gewährleistet ist.

Da das Vorzeichen für eine Bewertung der möglichen Kompensation nicht relevant ist, wird nachfolgend der Betrag $|r_{xy}|$ des empirischen Korrelationskoeffizienten Gl. (5-1) verwendet.

4.1 Übersicht über geeignete Identifikationsverfahren

Für die Identifikation von Black-Box- und Dark-Grey-Box-Modellen sind unterschiedliche Verfahren bekannt, wobei am häufigsten künstliche neuronale Netze, multivariate Splines und Methoden aus dem Bereich der Fuzzy-Logic eingesetzt werden [80]. Andere Methoden aus dem Bereich des maschinellen Lernens, wie Support-Vector-Maschinen [81] oder Entscheidungsbäume [82], können prinzipiell ebenfalls zur Identifikation eingesetzt werden.

Für eine Modellvalidierung nach der vorgeschlagenen Struktur (Abb. 4-3) muss die Identifikationsmethode drei Voraussetzungen erfüllen:

- Berücksichtigung von (mathematischem) Vorwissen über das System in Form der Gleichungsstruktur und den Randbedingungen (Nulldurchgänge, etc.)
- sehr hoher Grad an Automatisierbarkeit bei gleichzeitig geringen Anforderungen an die fachlichen Vorkenntnisse des Anwenders aus dem Umfeld der Systemidentifikation
- möglichst hohe physikalische Interpretierbarkeit der Ergebnisse.

Diese Anforderungen schränken die Auswahl an möglichen Methoden stark ein, da insbesondere die oft eingesetzten künstlichen neuronalen Netze ein tiefes Verständnis der Methode voraussetzen und Schwierigkeiten beim Training rekurrenter Netze bekannt sind, was in Kapitel 3.3 ausführlicher erläutert wurde. So müssen bei der Identifikation von Black-Box-Modellen mittels neuronaler Netze bspw. die Netzstruktur und die Größe des zu verwendenden Netzes im Vorhinein gewählt werden. Besonders wenn die dem System zugrunde liegende Dynamik nur bedingt bekannt ist und der Anwender wenig Vorwissen über das System und die Identifikationsmethode mitbringt, sind hiermit keine kurzfristigen Erfolge zu erzielen. Die Modellvalidierung wird also um zusätzliche unbekannte Freiheitsgrade erweitert und deutlich komplizierter gestaltet, statt vereinfacht.

4.2 Genetische Programmierung

Eine sehr leistungsfähige Methode zur Dark-Grey-Box-Identifikation ist die sogenannte genetische Programmierung, welche auch zur Detektion von Fehlern geeignet ist [83]. Die genetische Programmierung wurde im Jahr 1992 von John Koza [84] vorgeschlagen [85].

In Anlehnung an biologische Prozesse werden dabei grundlegende mathematische Elemente, wie arithmetische Operationen, Konstanten, Funktionen, etc. in Form von Genen dargestellt, die durch Verknüpfungen zu Chromosomen zusammengefügt werden, welche sich dann anschaulich in einer Baumstruktur darstellen lassen (Abb. 4-4).

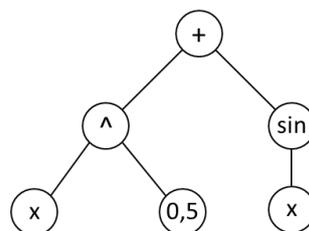


Abb. 4-4: Beispielhaftes Chromosom

Zu Beginn des Identifikationsprozesses muss die Menge zulässiger Elemente definiert werden, aus denen die Gleichung bestehen kann.

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

Anschließend werden aus den zulässigen Elementen zufällige Chromosomen, mit einer begrenzten Anzahl an Genen, gebildet, welche als Startpunkte für den Identifikationsprozess dienen. Für jedes erzeugte Chromosom wird dann ein Gütewert berechnet, der die Übereinstimmung der erzeugten Gleichungen, also der Chromosomen, mit den Ein- und Ausgangsdaten repräsentiert.

Ein mögliches Gütekriterium stellt die Summe des absoluten Fehlers dar

$$V = fitness_i = \sum_{k=1}^n |\hat{y}_g(k) - y_g(k)|, \quad (5-4)$$

bei dem direkt die Summe aller Differenzen zwischen realen Werten y_g und den vom Chromosom berechneten Werten \hat{y}_g minimiert wird [85].

Abhängig vom Gütewert V , der Anzahl der Gene, und weiterer möglicher Kriterien, werden nun Chromosomen ausgewählt, die für eine weitere Verwendung und Verbesserung geeignet sind. Die Auswahl geeigneter Chromosomen ist dabei allerdings ein umfangreiches Problem, welches an dieser Stelle nicht im Detail behandelt werden soll. Der interessierte Leser findet bspw. in [85] ausführliche Informationen hierzu.

Nach der Auswahl mehrerer Chromosomen wird hieraus, durch Rekombination und Mutation, eine neue Generation von Chromosomen erzeugt.

Bei der Kombination, dem sogenannten Crossover, werden einzelne Zweige von Chromosomen miteinander kombiniert (Abb. 4-5).

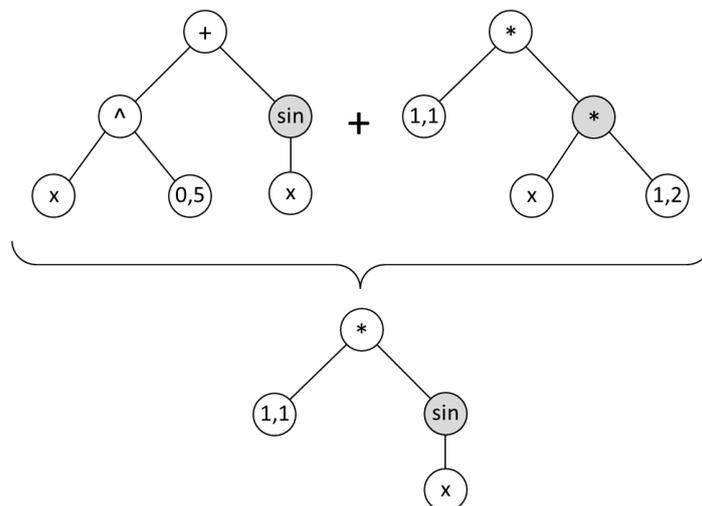


Abb. 4-5: Crossover

Bei der Mutation hingegen werden einzelne Elemente variiert (Abb. 4-6).

Durch verschiedene komplexe Suchstrategien finden somit Identifikationen sowohl der Struktur einer Gleichung als auch deren Parameter statt. Für die beschriebenen Anforderungen an das Identifikationsverfahren zur Modellvalidierung sind diese Eigenschaften sehr vorteilhaft.

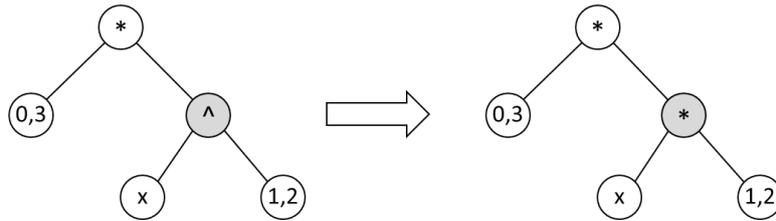


Abb. 4-6: Mutation

Prinzipiell ist diese Methode in der Lage eine analytische Beschreibung von Zusammenhängen zwischen Ein- und Ausgangssignalen zu finden. Dabei existieren allerdings unendlich viele Gleichungen, die alle beliebig genau die Zusammenhänge zwischen den Ein- und Ausgangsdaten annähern. Ein Beispiel stellen Approximationen durch Polynome dar, die bei genügend hoher Ordnung die Messpunkte beliebig genau annähern. Diese Approximationen stellen aber eine Art Auswendiglernen der Messdaten durch die Algorithmen dar. Anders formuliert handelt es sich dabei lediglich um eine Art der Datenkompression für eine einzelne Zeitreihe. Eine allgemeingültige und physikalisch interpretierbare Gleichung zu finden ist mit dieser Methode deshalb schwierig.

Zur Lösung dieses Problems schlagen Schmidt et al. [86] vor, die Verhältnisse der partiellen Ableitungen zwischen den einzelnen Variablen der Gleichung zu bilden und diese als Gütemaß für die Chromosomen zu verwenden. Diese Methode implementierten Schmidt et al. in der Software Eureqa und validieren sie an mechanischen Ein- und Zweimassenschwingern sowie einem mechanischen Doppelpendel.

Die Verwendung der partiellen Ableitungen stellt sicher, dass nur Gleichungen verwendet werden, die auch nach einer Ableitungsoperation das System weiterhin beschreiben. Triviale Lösungen, die nur einen Datensatz aber nicht die zugrunde liegende Systemdynamik beschreiben, werden somit effizient aufgedeckt und verworfen.

Bei einer exemplarischen Funktion mit den Variablen x_g und y_g lautet das vorgeschlagene Gütemaß bspw.

$$V = fitness = \frac{\partial f(x_g, y_g)}{\partial x_g} \bigg/ \frac{\partial f(x_g, y_g)}{\partial y_g}. \quad (5-5)$$

Die Leistungsfähigkeit und die Vorteile dieser Methode, in Form einer Implementierung in Eureqa, gegenüber anderen Verfahren aus dem Bereich des maschinellen Lernens sind in Abb. 4-7 dargestellt.

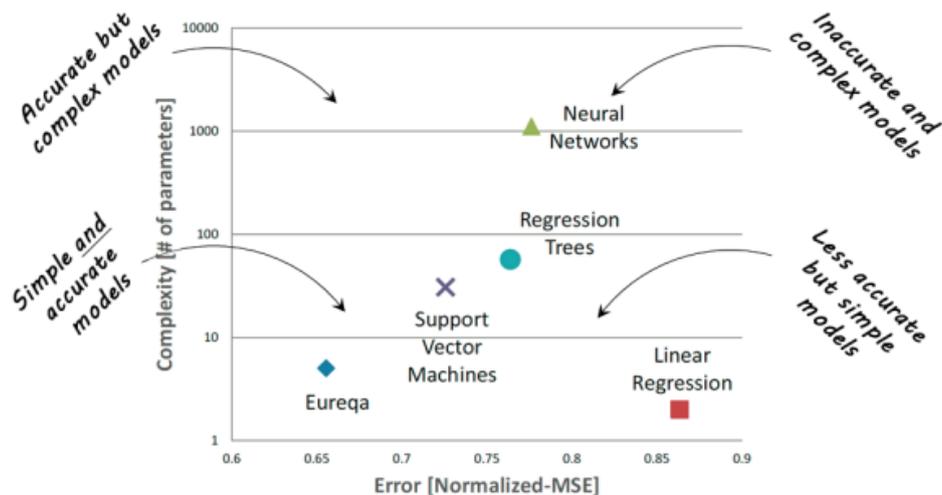


Abb. 4-7: Vergleich unterschiedlicher Identifikationsverfahren [87]

Es ist deutlich zu erkennen, dass in dem von [87] verwendeten Beispiel, sowohl der Fehler kleiner ist als bei anderen gängigen Methoden als auch, dass die Komplexität der gefundenen Lösung deutlich geringer ist. Eine geringe Komplexität ist dabei insbesondere für die Modellvalidierung eine hilfreiche Eigenschaft, um eine möglichst simple Interpretierbarkeit der Ergebnisse sicherzustellen.

Neben der kombinierten Struktur- und Parameteridentifikation kann die genetische Programmierung auch zur alleinigen Identifikation von Parametern verwendet werden. Alasty et. al [31] zeigen bspw. die Leistungsfähigkeit dieser Methode zur Identifikation der Parameter eines vereinfachten Fahrzeugmodells.

4.2.1 Beispiel: Identifikation eines nichtlinearen Einmassenschwingers

Um die Vorteile und die Leistungsfähigkeit der genetischen Programmierung, zur Identifikation von technischen Systemen, zu demonstrieren, wurde der nichtlineare Einmassenschwinger Gl. (2-44) in abgewandelter Form verwendet (Abb. 4-8).

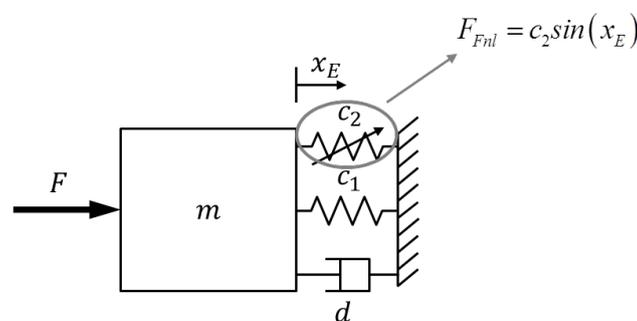


Abb. 4-8: Nichtlinearer Einmassenschwinger

Statt einer kubischen Nichtlinearität in der Federsteifigkeit wurde eine Sinus-Funktion verwendet

$$F = m\ddot{x}_E + d\dot{x}_E + c_1x_E + \underbrace{c_2\sin(x_E)}_{F_{\text{nl}}}. \quad (5-6)$$

Trigonometrische Funktionen lassen sich leicht durch Potenzreihen approximieren, weshalb anhand dieses Beispiels anschaulich gezeigt werden kann, dass mittels genetischer Programmierung automatisch Näherungslösungen gefunden werden können.

Zunächst wurde der nichtlineare Einmassenschwinger Gl. (5-6) in Simulink mit einer Schrittweite von 0,001 s über einen Zeitraum von 10 Sekunden simuliert. Für die Identifikation standen demnach 10001 Datenpunkte zur Verfügung. Dabei wurden die folgenden Zahlenwerte verwendet:

$$F = 5\ddot{x}_E + 8\dot{x}_E + 1000x_E + 200\sin(x_E). \quad (5-7)$$

Für die anregende Kraft F wurde eine Treppenfunktion gewählt, um eine ausreichend starke Anregung des Systems zu gewährleisten (Abb. 4-9).

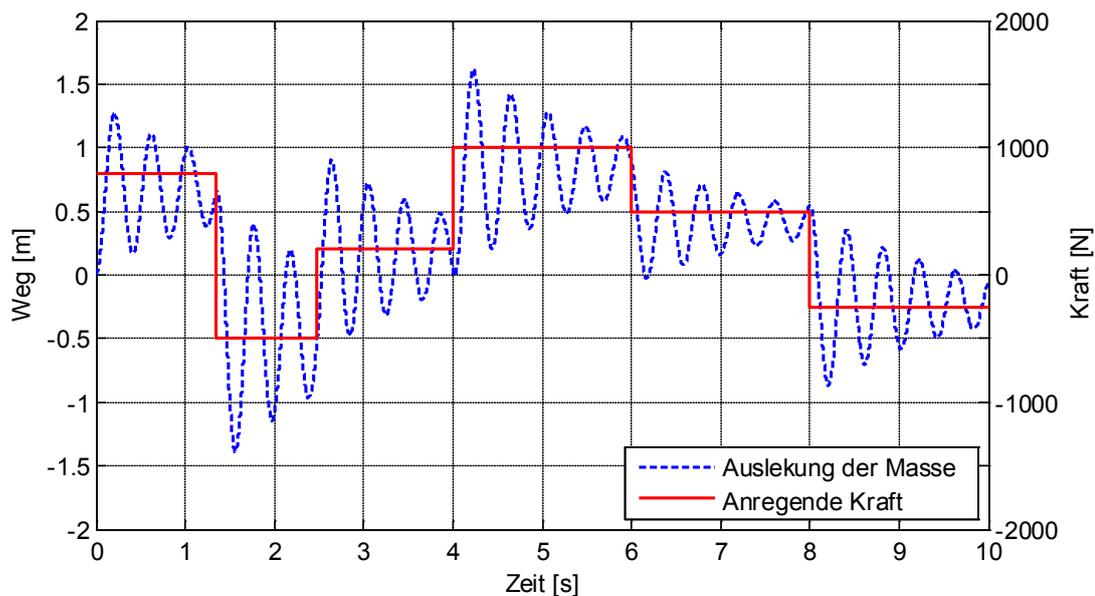


Abb. 4-9: Ergebnis der strukturellen Validierung des Viertelfahrzeugmodells bei vollständiger Übereinstimmung

Die anschließende Identifikation fand mittels der Software Eureka aus den in Abb. 4-9 dargestellten Ein- und Ausgangsdaten der Simulation statt.

Wie beschrieben, müssen für die Anwendung der genetischen Programmierung mathematische Operationen spezifiziert werden, mittels derer die Algorithmen eine Beschreibung für das zu identifizierende System suchen.

Zusätzlich zu den Standardoperationen, wie Additionen und Multiplikationen, war für dieses erste Beispiel die Sinusfunktion explizit als mögliche Funktion bei der Identifikation zugelassen.

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

Die genauen Randbedingungen, unter denen die Identifikation durchgeführt wurde, sind in Tabelle 4-1 dargestellt.

Erlaubte mathematische Elemente	Fehlerkriterium	Anzahl und Typ der Prozessoren	Rechenzeit
Addition einer Konstanten			
Addition	Absoluter Fehler:		
Subtraktion	Minimierung der	2xIntel Xeon E5-	
Multiplikation	Summe der Ab-	2667 jeweils 6	5 Sekunden
Division	weichungen aller	Prozessorkerne	
Sinusfunktion	Datenpunkte		

Tabelle 4-1: Randbedingungen für die Identifikation

Nach 5 Sekunden wurde bereits die exakte Gleichung (5-7) mit allen korrekten Parametern identifiziert, was ein erster Hinweis auf die Effizienz und Güte des Identifikationsverfahrens darstellt.

Bei realen Identifikationsproblemen ist aber zu beachten, dass zwar häufig die prinzipiellen physikalischen Zusammenhänge bekannt sind, allerdings ist es schwierig zu bestimmen, welche konkreten mathematischen Funktionen verwendet werden müssen, um bspw. starke Nichtlinearitäten zu identifizieren. Da die Rechenzeit der genetischen Algorithmen mit der Anzahl der zu verwendenden Funktionen stark ansteigt, muss eine möglichst geringe Anzahl von zulässigen Funktionen ausgewählt werden, mit denen das Identifikationsverfahren versucht eine Beschreibung für das System zu finden.

Dabei ist es wichtig, dass das Identifikationsverfahren in der Lage ist, eine alternative und ggf. approximative Beschreibung für das System zu finden, sofern die für eine exakte Beschreibung notwendigen Funktionen nicht für die Identifikation verwendet werden dürfen. Idealerweise sollte diese andere Systembeschreibung eine physikalisch interpretierbare Approximation des Systems darstellen.

Um die Leistungsfähigkeit der genetischen Programmierung zur approximativen Identifikation zu untersuchen, wurde erneut eine Identifikation mit den gleichen Ein- und Ausgangsdaten wie bei der vorherigen Identifikation durchgeführt.

Alle Randbedingungen blieben dabei gleich, abgesehen von der Verwendung einer Sinusfunktion bei der Identifikation. Das Identifikationsverfahren muss in diesem Fall also versuchen eine andere Beschreibung für die Sinusfunktion in Gl. (5-7) zu finden.

Die Randbedingungen während der Identifikation sind erneut in Tabelle 4-2 dargestellt.

Erlaubte mathematische Elemente	Fehlerkriterium	Anzahl und Typ der Prozessoren	Rechenzeit
Addition einer Konstanten	Absoluter Fehler: Minimierung der Summe der Abweichungen aller Datenpunkte	2xIntel Xeon E5-2667 jeweils 6 Prozessorkerne	29 Sekunden
Addition			
Subtraktion			
Multiplikation			
Division			

Tabelle 4-2: Parameter des Viertelfahrzeugmodells

Nach einer Rechenzeit von 29 Sekunden wurde mit der Software Eureka folgende Gleichung identifiziert:

$$F = 5\ddot{x}_E + 8\dot{x}_E + 1199,99x_E - 33,25x_E^3 + 1,55x_E^5. \quad (5-8)$$

Dass der Sinus mittels eines Polynoms approximiert wurde, ist nicht überraschend, allerdings ist die Tatsache interessant, dass die identifizierte Gleichung (5-8) fast exakt der analytischen Taylorreihe für eine Sinusfunktion entspricht.

Es ist bekannt, dass eine Taylorreihe eine unendliche Potenzreihe darstellt, die nach der Vorschrift

$$f(x_T) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_{T0})}{n!} (x_T - x_{T0})^n \quad (5-9)$$

gebildet wird [88]. Die Funktion $f(x_T)$ wird im Entwicklungspunkt x_{T0} durch ein Polynom angenähert, das die Ableitungen n-ter Ordnung $f^{(n)}(x_{T0})$ der Funktion $f(x_T)$ nach dem Wert x_T enthält, an dem der Funktionswert näherungsweise bestimmt werden soll.

Wird die Sinusfunktion um den Punkt null in eine Taylorreihe entwickelt

$$\begin{aligned} \sin(x_T) \approx & \frac{\sin(0)}{0!} (x_T - 0)^0 + \frac{\cos(0)}{1!} (x_T - 0)^1 - \frac{\sin(0)}{2!} (x_T - 0)^2 \dots \\ & - \frac{\cos(0)}{3!} (x_T - 0)^3 + \frac{\sin(0)}{4!} (x_T - 0)^4 + \frac{\cos(0)}{5!} (x_T - 0)^5 + \dots \end{aligned} \quad (5-10)$$

und nach dem sechsten Summanden abgebrochen, so ergibt sich eine approximative Beschreibung der Sinusfunktion im Punkt null in der Form:

$$\sin(x_T) \approx x_T - \frac{1}{6}x_T^3 + \frac{1}{120}x_T^5. \quad (5-11)$$

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

In Abb. 4-9 ist zu sehen, dass die Wegauslenkung des simulierten Einmassenschwingers einen Bereich von $-1,38$ m bis $1,62$ m umfasst.

Innerhalb dieses Bereiches ist die Approximation der Sinusfunktion mittels der Taylorreihe Gl. (5-11) fast exakt, was in Abb. 4-10 dargestellt ist. Die blauen vertikalen Linien kennzeichnen dabei die minimale und die maximale Auslenkung des simulierten Einmassenschwingers aus Abb. 4-9.

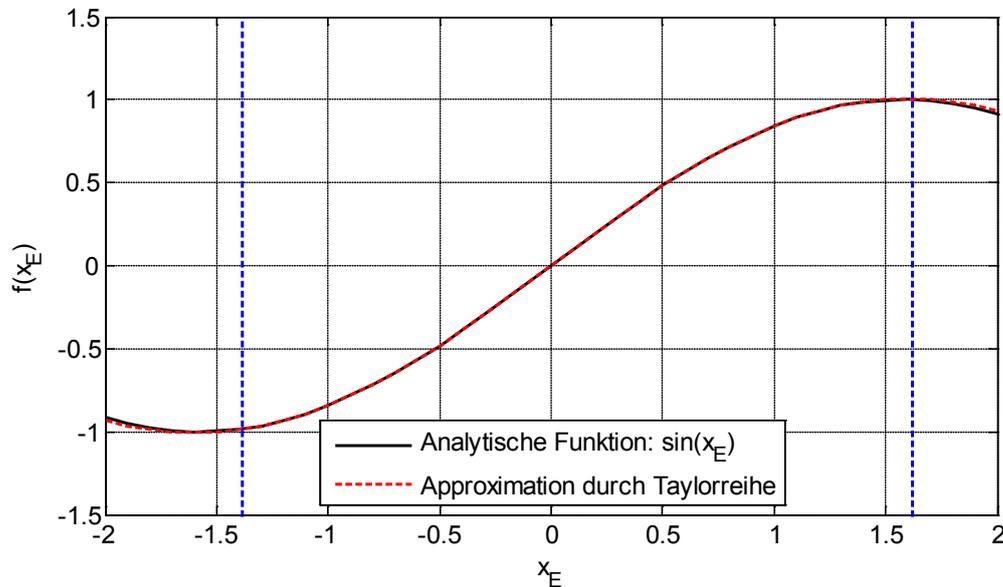


Abb. 4-10: Ergebnis der strukturellen Validierung des Viertelfahrzeugmodells bei vollständiger Übereinstimmung

Wird nun anstatt der Sinusfunktion in Gl. (5-7) die Taylorreihe Gl. (5-11) eingesetzt, so lautet die analytisch berechnete Approximation des nichtlinearen Einmassenschwingers

$$F = 5\ddot{x}_E + 8\dot{x}_E + 1200x_E - 33,3\bar{x}_E^3 + 1,6\bar{x}_E^5. \quad (5-12)$$

Es ist direkt ersichtlich, dass die analytische Beschreibung Gl. (5-12) fast exakt mit der identifizierten Funktion Gl. (5-8) übereinstimmt und somit automatisiert und sehr effizient eine approximative Lösung mittels genetischer Programmierung gefunden wurde.

Dieses einfache Beispiel zeigt, dass die genetische Programmierung in kurzer Zeit eine mathematisch interpretierbare näherungsweise Beschreibung des Systems finden kann und somit die Anforderungen bezüglich der Interpretierbarkeit und der approximativen Identifikation erfüllt.

Aus diesem Grund wird für die nachfolgenden Anwendungen ausschließlich dieses Identifikationsverfahren eingesetzt.

4.3 Anwendung der Validierungsmethode auf Ganzfahrzeugmodelle

Die vorgeschlagene Methode zur Eingrenzung von Fehlerursachen unter Verwendung von Methoden aus der Systemidentifikation wird nachfolgend auf ihre Anwendbarkeit hin untersucht. Als Anwendungsbeispiele dienen zwei Fahrzeugmodelle in zwei unterschiedlichen Komplexitätsstufen, in denen unterschiedliche Fehler gefunden werden sollen. Das erste Modell wurde von Bartolozzi et al. [89] vorgestellt und stellt ein komplexes Mehrkörpermodell eines Fahrzeugs dar, allerdings mit einer vereinfachten Parametrierung. Das Modell ist in Simulink implementiert und bietet eine hohe Flexibilität bezüglich der Substituierbarkeit und Anpassbarkeit aller Komponenten.

Aufgrund dieser hohen Flexibilität wurde dieses Modell um ein vermessenes Kennfeld eines realen Stoßdämpfers erweitert und bietet somit einen guten Kompromiss zwischen Komplexität und Realitätsnähe.

Bisher ist dieses Modell aber nicht gegen ein reales Fahrzeug validiert worden, weshalb für die abschließende Überprüfung der Validierungsmethode auf das kommerzielle und validierte veDYNA-Modell zurückgegriffen wird. Die verwendete Version „veDYNA Entry“ bietet dabei zwar eine Standardparametrierung für unterschiedliche Fahrzeugtypen, allerdings enthält das Modell einige Vereinfachungen und Einschränkungen, wie bei der Verfügbarkeit von virtuellen Messstellen und bei der Beschreibung der Feder- und Dämpferkennlinien. Das vermessene reale Dämpferkennfeld kann bspw. nicht direkt in das veDYNA-Modell integriert werden, stattdessen müssen die Dämpferkennlinien, ohne Hysterese, durch Dämpfungskräfte zu neun unterschiedlichen Radeinfederungsgeschwindigkeiten beschrieben werden. Die Radeinfederungsgeschwindigkeiten liegen dabei im Karosseriekoordinatensystem vor. Dadurch ist lediglich die rein translatorische Bewegung des Rades in z-Richtung von Bedeutung [90]. Die Fahrwerkskinematik hat somit keinen Einfluss auf die Dämpferkräfte an der Karosserie.

Zur Überprüfung der Validierungsmethode werden basierend auf der in Abb. 4-3 vorgeschlagenen Struktur zwei Simulationen mit jeweils den gleichen Anregungssignalen aber unterschiedlichen Parametern durchgeführt, um Fehler im Modell zu simulieren. Der gesamte Prozess ist in (Abb. 4-11) dargestellt. Dabei enthält das obere „komplexe Simulationsmodell“ das Modell von Bartolozzi et al. [89], mit der in Anhang A.2 beschriebenen Parametrierung und das untere „komplexe Simulationsmodell mit veränderten Parametern“ das gleiche Modell aber mit abgewandelten Parametern. Da unterschiedliche Simulationsstudien durchgeführt wurden, sind die jeweiligen Änderungen in den Parametern im nachfolgenden Kapitel jeweils einzeln aufgeführt.

Das bei einem realen Validierungsproblem vorhandene reale System wurde demnach durch ein komplexes Simulationsmodell ersetzt, um die Eigenschaften der vorgeschlagenen Methode in einem reproduzierbaren Szenario zu untersuchen.

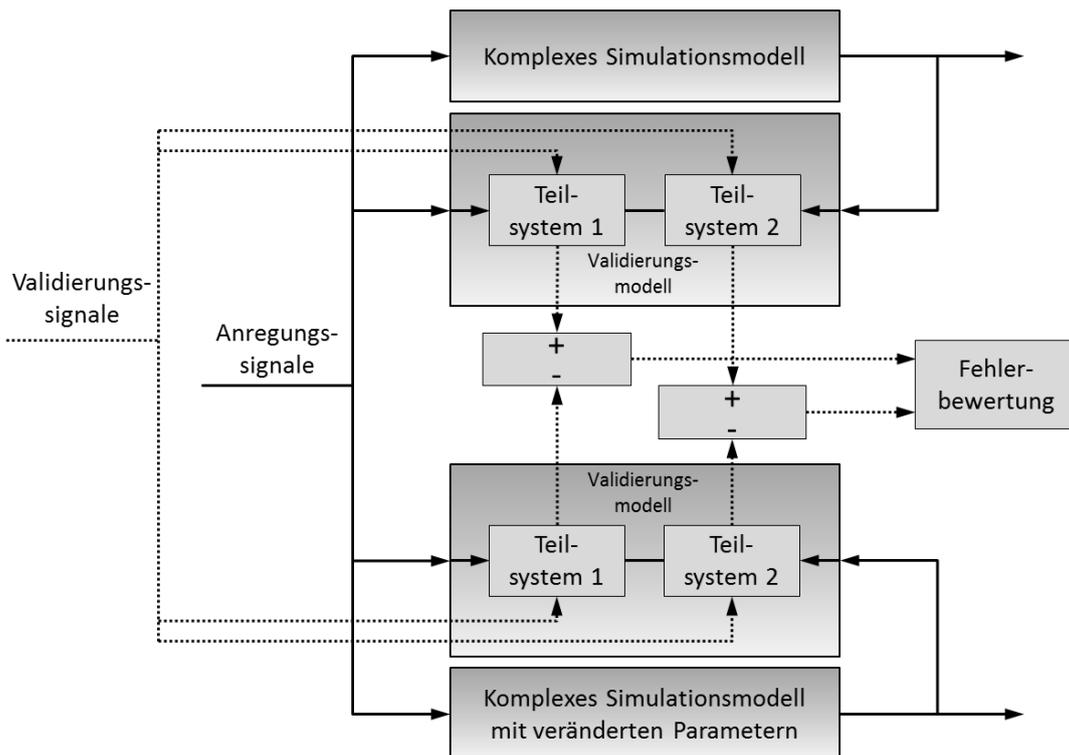


Abb. 4-11: Vollständiger Prozess zur Überprüfung der Validierungsmethodik

4.4 Validierungsmodell des Fahrzeugaufbaus

Für das Validierungsmodell wird die Karosserie als Starrkörper modelliert (Abb. 4-12), wodurch mithilfe der Kräfte- und Momentengleichgewichte die Bewegungsgleichungen aufgestellt werden können [91], [92].

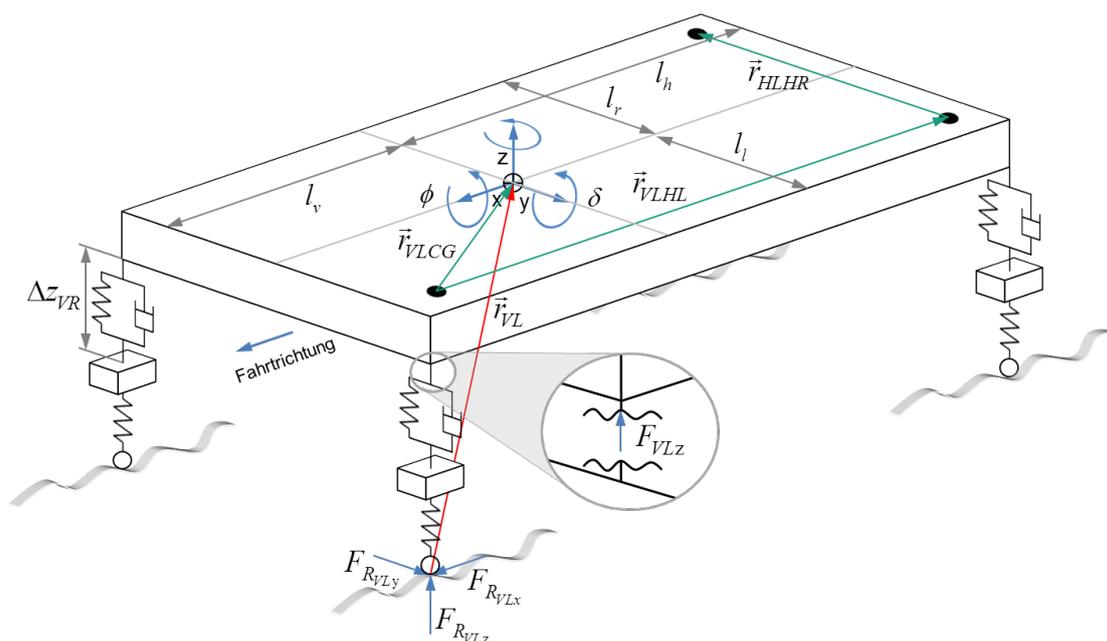


Abb. 4-12: Struktur des Validierungsmodells und des ersten Fahrzeugmodells zur Überprüfung der Validierungsmethode [78]

Aus dem Kräftesatz

$$m\ddot{r}_a = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (6-1)$$

kann die Hubbewegung des Fahrzeugs berechnet werden. Wenn die Hubbewegung, wie in der Fahrzeugtechnik üblich, als reine Bewegung des Fahrzeugschwerpunktes in z-Richtung im körperfesten Koordinatensystem beschrieben wird, stellt der Beschleunigungsvektor \ddot{r}_a lediglich eine skalare Größe dar und wird nachfolgend als a_{CGz} bezeichnet. Die Fahrzeugmasse m_{Ab} entspricht der gesamten Aufbaumasse als Summe der Karosseriemasse und aller Anbauteile bis zu den Stoßdämpfern und Fahrwerksfedern, da der Fahrzeugaufbau an dieser Stelle freigeschnitten wird, um den Kräftesatz aufzustellen. Die an den Fahrzeugaufbau angreifenden Schnittkräfte vorne links, hinten links, hinten rechts und vorne rechts werden durch die Formelzeichen F_{VLz} , F_{HLz} , F_{HRz} und F_{VRz} repräsentiert. Zusammengefasst kann die Hubbewegung des Fahrzeugs dann in folgender Form dargestellt werden:

$$\underbrace{m_{Ab}}_m \underbrace{a_{CGz}}_{\ddot{r}_a} = \underbrace{F_{VLz} + F_{HLz} + F_{HRz} + F_{VRz}}_{\vec{F}_i} \quad (6-2)$$

Die an der Karosserie angreifenden Fahrwerkskräfte F_i beinhalten dabei die vom Einfederungsweg abhängigen Federkräfte $F_{Fi}(\Delta z_i)$ und die von der Einfederungsgeschwindigkeit abhängigen Dämpfungskräfte $F_{Di}(\Delta \dot{z}_i)$ weshalb die vollständige Gleichung für die Aufbauhubbeschleunigung die Form

$$\begin{aligned} m_{Ab} a_{CGz} = & F_{F_{VLz}}(\Delta z_{VL}) + F_{D_{VLz}}(\Delta \dot{z}_{VL}) + F_{F_{HLz}}(\Delta z_{HL}) \dots \\ & + F_{D_{HLz}}(\Delta \dot{z}_{HL}) + F_{F_{HRz}}(\Delta z_{HR}) + F_{D_{HRz}}(\Delta \dot{z}_{HR}) \dots \\ & + F_{F_{VRz}}(\Delta z_{VR}) + F_{D_{VRz}}(\Delta \dot{z}_{VR}) \end{aligned} \quad (6-3)$$

besitzt.

Da die Fahrwerkskräfte ebenfalls im körperfesten Koordinatensystem dargestellt werden und nur die Kräfte in z-Richtung relevant sind, stellen auch diese skalare Größen dar.

Unter Verwendung des Drehimpulses und des Momentensatzes

$$\Theta^{(S)} \dot{\omega} + \omega \times (\Theta^{(S)} \omega) = M^{(S)} \quad (6-4)$$

und unter Berücksichtigung der am Körper angreifenden Kräfte F_i

$$M^{(S)} = \sum_{i=1}^n x_i^S \times F_i \quad (6-5)$$

lassen sich die rotatorischen Bewegungszustände des Systems wie folgt beschreiben [91]

$$\Theta^{(S)} \dot{\omega} + \omega \times (\Theta^{(S)} \omega) = \sum_{i=1}^n x_i^S \times F_i. \quad (6-6)$$

Wird ein Hauptachsensystem vorausgesetzt, bei dem der Trägheitstensor $\Theta^{(S)}$ eine diagonale Struktur mit den Trägheitsmomenten J_{xx} , J_{yy} und J_{zz} aufweist, und wird zusätzlich angenommen, dass keine Gierbewegung des Fahrzeugs und ausschließlich eine rein vertikale Anregung auftritt, so vereinfacht sich Gl. (6-6) für die Nick- und Wankbewegungen zu

$$\ddot{\phi} J_{xx} = l_l F_{VLz} + l_l F_{HLz} - l_r F_{VRz} - l_r F_{HRz} \quad (6-7)$$

$$\ddot{\delta} J_{yy} = l_h F_{HLz} + l_h F_{HRz} - l_v F_{VRz} - l_v F_{VLz}. \quad (6-8)$$

Dieses Modell entspricht den aus der Literatur bekannten Modellansätzen, wie bspw. [93].

Sofern die Wank-, Nick- und Hubbeschleunigungen, sowie die Einfederungswege der Räder bekannt sind, lassen sich aus Gl. (6-2), Gl. (6-7) und Gl. (6-8) Funktionen für die unbekanntes Feder- und Dämpferkräfte identifizieren, die aber um geometrische Größen des Fahrzeugs und den jeweiligen Massen und Massenträgheitsmomenten skaliert sind.

Der Nachweis, dass mindestens eine Funktion existiert, mit denen Gl. (6-3) eindeutig identifizierbar ist, lässt sich leicht erbringen, indem vorausgesetzt wird, dass sich die Feder- und Dämpferkennlinien durch Polynome dritter Ordnung beschreiben lassen. Es ist ausreichend, dass für sehr kleine Bereiche der Feder- und Dämpferkennlinien unterschiedliche Polynome existieren, die je nach Arbeitsbereich ausgetauscht werden können. Gleichung (6-3) kann dann in der Form

$$a_{CGz} = \sum_{i=1}^n \frac{a_{c0i} + a_{c1i} \Delta z_i + a_{c2i} \Delta z_i^2 + a_{c3i} \Delta z_i^3}{m_{Ab}} + \frac{a_{d1i} \Delta \dot{z}_i + a_{d2i} \Delta \dot{z}_i^2 + a_{d3i} \Delta \dot{z}_i^3}{m_{Ab}} \quad (6-9)$$

als ein lineares Gleichungssystem aufgefasst werden, das global strukturell identifizierbar ist (siehe Kapitel 3.6).

Damit ist nachgewiesen, dass es prinzipiell möglich sein muss, aus den Ein- und Ausgangssignalen des Fahrzeugs die Feder- und Dämpferkennlinien zu identifizieren, auch wenn diese um geometrische Größen und Massenträgheitsmomente, bzw. die Aufbau- masse skaliert sind. Die geometrischen Größen, Massenträgheitsmomente und die Aufbau- masse sind dabei nicht identifizierbar.

Die Abstände der Angriffspunkte der Fahrwerkskräfte zum Schwerpunkt sind unbekannt und können sich während der Messungen ändern, da sich die Füllstände des Kraftstoffs ändern und auch die Beladungszustände nicht als konstant angenommen werden können. Dies gilt ebenso für die Aufbau- masse und die Massenträgheitsmomente des Fahrzeugs.

Vor diesem Hintergrund stellt sich die Frage, ob es sinnvoll ist, alle Gleichungen (6-2), (6-7) und (6-8) zu verwenden.

Bedingt durch ihre sehr einfache Struktur und die ausschließliche Skalierung der Kennlinien um die Aufbaumasse, ist die Hubbeschleunigung Gl. (6-2) sehr gut zur Identifikation geeignet. Sollte sich bei der Identifikation herausstellen, dass sich die Kennlinien während oder zwischen unterschiedlicher Messungen geändert haben, muss lediglich überprüft werden, dass diese alle um einen konstanten Faktor skaliert wurden, um eindeutig auf eine geänderte Aufbaumasse schließen zu können.

Für die Gleichungen der Nick- und Wankbeschleunigungen Gl. (6-7) und Gl. (6-8) gilt dies nicht, da die jeweiligen Feder- und Dämpferkräfte sowohl um die Massenträgheitsmomente als auch um die Abstände zum Gesamtschwerpunkt skaliert sind. Ein Hinzufügen oder Entfernen einer angenommenen Punktmasse an der Karosserie würde zu zwei neuen Massenträgheitsmomenten führen, die jeweils die Komponenten in den Gleichungen (6-7) und (6-8) um den gleichen Betrag skalieren. Allerdings ändern sich gleichzeitig auch die jeweiligen Abstände zum Gesamtschwerpunkt in einer nichtlinearen Form, weshalb nicht mehr zwischen einer Skalierung der Kennlinien untereinander und einer veränderten Masse unterschieden werden kann. Ein konstanter Fehler in einem der Einfederungswegsensoren kann so bspw. nicht detektiert werden.

Besonders anschaulich lässt sich dies anhand einer ebenen rotatorischen Bewegung darstellen, bei der sowohl die Karosserie als auch eine zusätzliche Masse als Punktmassen angenommen werden (Abb. 4-13).

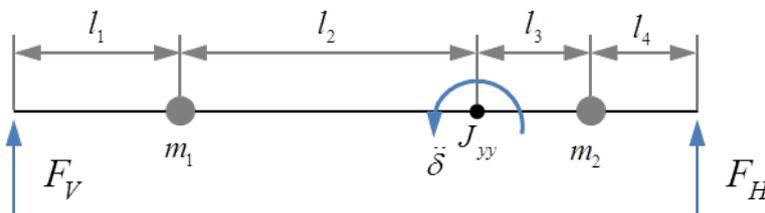


Abb. 4-13: Eindimensionales Fahrzeugvertikalmodell mit Punktmassen

Mit dem Momentengleichgewicht

$$\ddot{\delta} = F_V \frac{l_3 + l_4}{J_{yy}} - F_H \frac{l_1 + l_2}{J_{yy}} \quad (6-10)$$

und unter Verwendung des Satzes von Steiner

$$J_{yy} = m_1 l_2^2 + m_2 l_3^2 \quad (6-11)$$

lässt sich die Rotationsbeschleunigung in Form von

$$\ddot{\delta} = F_V \frac{l_3 + l_4}{m_1 l_2^2 + m_2 l_3^2} - F_H \frac{l_1 + l_2}{m_1 l_2^2 + m_2 l_3^2} \quad (6-12)$$

darstellen.

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

Unter Berücksichtigung des bekannten Zusammenhangs für die Lage des Gesamtschwerpunktes bei diskreter Masseverteilung

$$r_s = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i r_i \quad (6-13)$$

lautet der vordere Abstand zum neuen Schwerpunkt

$$l_{1n} = \frac{m_1 l_1 + m_2 (l_1 + l_2 + l_3)}{m_1 + m_2} \quad (6-14)$$

und der hintere Abstand

$$l_{2n} = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 - l_{1n}. \quad (6-15)$$

Die Vorfaktoren vor den vorderen und hinteren Feder- und Dämpferkennlinien ändern sich also um jeweils andere Beträge, wenn die Massen sich ändern.

Es ist zu beachten, dass Gl. (6-10) und Gl. (6-12) von einem rein algebraischen Standpunkt aus betrachtet werden, da vorausgesetzt wird, dass die rotatorischen Beschleunigungen aus den Fahrzeugsensoren ermittelt werden können. Würden die Gleichungen als Differentialgleichungen betrachtet und gelöst werden, so wären die Kräfte F_v und F_H natürlich von der Beschleunigung abhängig. Dieser Zusammenhang ist für die Modellvalidierung von einem algebraischen Standpunkt aus aber nicht relevant.

Die Betrachtung der rotatorischen Bewegungszustände führt deshalb zu keinem zusätzlichen Informationsgewinn für die Validierung. Zusätzlich kann nicht völlig ausgeschlossen werden, dass das Fahrzeug zumindest eine geringe Längsbeschleunigung erfährt, die zusätzliche Momente einbringt. Aus diesen Gründen wird nachfolgend ausschließlich die Hubbeschleunigung des Fahrzeugs aus Gl. (6-2) für die Identifikation der Feder- und Dämpferkennlinien verwendet.

4.4.1 Berechnung der Aufbaubeschleunigung im Schwerpunkt aus verteilten Sensorsignalen

Für die Identifikation der Feder- und Dämpferkennlinien ist die Beschleunigung im Schwerpunkt der Karosserie in z-Richtung notwendig (Gl. (6-2)). Es ist auszuschließen, dass diese messbar ist, da der Schwerpunkt an einer nicht erreichbaren Stelle liegen kann und sich gleichzeitig, durch verschiedene Beladungszustände, diese Position ändern kann.

Nachfolgend werden deshalb unterschiedliche Ansätze diskutiert, mit denen sich die Hubbeschleunigung aus anderen Beschleunigungssensoren berechnen lässt. Es wird dabei von einem starren Körper ausgegangen, der sich beliebig im Raum bewegen kann (Abb. 4-14).

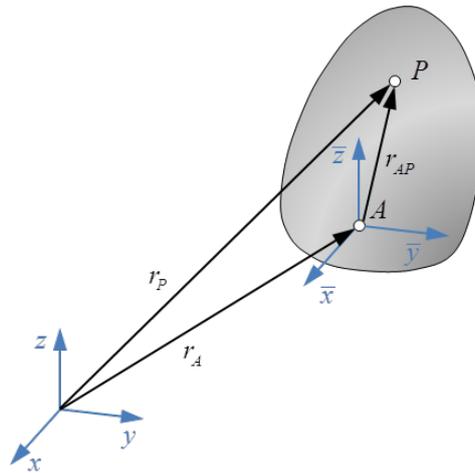


Abb. 4-14: Allgemeiner Starrkörper [91]

Mit dem bekannten Ansatz

$$a_P = \dot{v}_A + \dot{\omega} \times r_{AP} + \omega \times (\omega \times r_{AP}) \quad (6-16)$$

lässt sich der Beschleunigungszustand eines beliebigen Punktes P aus der Kenntnis der Winkelgeschwindigkeit ω , der Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}$ und der Beschleunigung eines weiteren Punktes \dot{v}_A bestimmen [91].

Da die unbekannte Winkelgeschwindigkeit eines Starrkörpers an jedem Punkt gleich ist, kann sie durch Hinzunahme weiterer drei einaxialer Beschleunigungssensoren prinzipiell aus Gl. (6-16) eliminiert werden. Unter Verwendung sechs einaxialer Beschleunigungssensoren, die entsprechend angeordnet werden müssen, lässt sich also der Beschleunigungszustand jedes Punktes eines Starrkörpers berechnen. Dabei ist allerdings die Lösung nichtlinearer Differentialgleichungen notwendig [94]. Diese Lösungen lassen sich iterativ bestimmen, was aber zu einer Verschlechterung der Genauigkeiten führen kann [95]. Zur Vermeidung dieser Problematik können zusätzliche Sensoren verwendet werden. Ein Ansatz mit vier dreiaxialen Sensoren wurde bspw. von Lu [95] untersucht.

Unter Verwendung des Vektors

$$x_{\text{var}} = \begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z & \dot{\omega}_x & \dot{\omega}_y & \dot{\omega}_z & \omega_x^2 + \omega_y^2 \\ \dots & \omega_x^2 + \omega_z^2 & \omega_y^2 + \omega_z^2 & \omega_x \omega_y & \omega_x \omega_z & \omega_y \omega_z \end{bmatrix}^T \quad (6-17)$$

mit den nichtlinearen Winkelbeschleunigungen und Winkelgeschwindigkeiten des Körpers kann ein lineares Gleichungssystem erstellt werden

$$x_{\text{var}} = S(r_m)^{-1} a_m, \quad (6-18)$$

das aus den Beschleunigungssignalen a_m und einer Matrix $S(r_m)$ besteht, die ausschließlich die Ortsvektoren der Beschleunigungssensoren sowie Einsen und Nullen enthält. Durch Lösung des linearen Gleichungssystems (6-18) lässt sich dann die Aufbauhubbeschleunigung des Starrkörpers bestimmen.

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

Wird vorausgesetzt, dass der Starrkörper, in dieser Arbeit repräsentiert durch ein Fahrzeug, nur eine vernachlässigbar kleine Giergeschwindigkeit und Gierbeschleunigung erfährt, so kann der Vektor (6-17) zu

$$x_{\text{var}} = \left[a_z \quad \dot{\omega}_x \quad \dot{\omega}_y \quad \omega_x^2 \quad \omega_y^2 \quad \omega_x \omega_y \right]^T \quad (6-19)$$

vereinfacht werden. Mithilfe dieses neuen Vektors und dem dann reduzierten linearen Gleichungssystem (6-18) wird die Aufbauhubbeschleunigung aus mindestens zwei dreiaxialen und einem zweiaxialen Beschleunigungssensor berechnet.

Für einzelne Versuchsfahrten könnte diese Sensorkonfiguration zwar praktikabel sein allerdings ist eine noch weitere Reduktion der Anzahl der Sensoren erstrebenswert, da eine höhere Anzahl von Sensoren die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Fehlern erhöht. Zusätzlich steigt die Wahrscheinlichkeit einer breiten Einsetzbarkeit dieser Validierungsmethode, wenn möglichst wenige Sensoren eingesetzt werden. Besonders erstrebenswert ist eine Lösung, die ausschließlich im Fahrzeug eingesetzte Sensoren verwendet, da hier auf bereits im Serieneinsatz validierte Messtechnik zurückgegriffen werden kann.

Der Messbereich typischer Karosserie-Beschleunigungssensoren liegt im Bereich von -1,6 g bis +1,6 g [96]. Zwei Beispiele für solche Sensoren sind *SMB431* von Bosch [97] und der *BSZ5D* von Continental [98]. Aufgrund dieses für Fahrwerkregelssysteme ausgelegten Messbereichs ist ein Einsatz dieser Sensoren für Identifikationen zur Modellvalidierung durchaus realistisch, was die Simulationen in Kapitel 4.6 zeigen.

Im Bereich der Fahrwerksregelung werden regelmäßig drei solcher linearer Aufbaubeschleunigungssensoren eingesetzt, wobei einige Hersteller zusätzliche Sensoren verwenden. Es ist deshalb zweckmäßig diese minimale Konfiguration mittels den drei einaxialen Sensoren zu verwenden. Eine Übersicht über aktuell verwendete Sensorkonfigurationen in Serienfahrzeugen bietet bspw. Fröhlich [99].

Wird lediglich der lineare Anteil von Gl. (6-16) verwendet

$$a_p = \dot{v}_A + \dot{\omega} \times r_{AP} \quad (6-20)$$

und die Ortsvektoren, sowie die Beschleunigungssensoren in z-Richtung aus Abb. 4-12 eingesetzt, so ergibt sich das Gleichungssystem

$$a_{HLz} = r_{VLHLy} \dot{\omega}_x - r_{VLHLx} \dot{\omega}_y + a_{VLz} \quad (6-21)$$

$$a_{HRz} = r_{HLHRy} \dot{\omega}_x - r_{HLHRx} \dot{\omega}_y + a_{HLz} \quad (6-22)$$

$$a_{CGz} = r_{VLCGy} \dot{\omega}_x - r_{VLCGx} \dot{\omega}_y + a_{VLz} \quad (6-23)$$

Nach Eliminierung der Winkelbeschleunigung lässt sich das Gleichungssystem zur Aufbauhubbeschleunigung hin auflösen

$$a_{CGz} = c_{a_1} a_{VLz} + c_{a_2} a_{HLz} + c_{a_3} a_{HRz} \quad (6-24)$$

Mit den Koeffizienten

$$c_{a_1} = \frac{r_{HLHRx}r_{VLHly} + r_{HLHry}r_{VLCGx} - r_{HLHry}r_{VLHLx} - r_{HLHRx}r_{VLCGy}}{r_{HLHRx}r_{VLHly} - r_{HLHry}r_{VLHLx}}, \quad (6-25)$$

$$c_{a_2} = \frac{r_{HLHRx}r_{VLCGy} - r_{HLHry}r_{VLCGx} - r_{VLCGx}r_{VLHly} + r_{VLCGy}r_{VLHLx}}{r_{HLHRx}r_{VLHly} - r_{HLHry}r_{VLHLx}} \quad (6-26)$$

und

$$c_{a_3} = \frac{r_{VLCGx}r_{VLHly} - r_{VLCGy}r_{VLHLx}}{r_{HLHRx}r_{VLHly} - r_{HLHry}r_{VLHLx}} \quad (6-27)$$

kann dann die Aufbauhubbeschleunigung im Schwerpunkt berechnet werden.

Die breite Verwendung dieser Sensorkonfiguration für Fahrwerkregelsysteme in Serienfahrzeugen deutet bereits auf die Zulässigkeit dieser Vereinfachungen der Gleichungen hin. Die Simulationsergebnisse in den nachfolgenden Kapiteln beweisen diese Zulässigkeit zusätzlich.

Es wird vorausgesetzt, dass die Beschleunigungssensoren um die Gravitationsbeschleunigung korrigiert sind und damit im Stillstand einen Wert von null messen. Diese Kompensation ist auch nachträglich leicht möglich, entweder durch einfaches Subtrahieren der bekannten Gravitationskonstanten oder aber durch eine Hochpassfilterung des Beschleunigungssignals, bei der konstante Abweichungen eliminiert werden.

4.4.2 Gesamtsystem Validierungsmodell

Durch Gleichsetzen von Gl. (6-3) und Gl. (6-24)

$$\begin{aligned} m_{Ab} (c_{a_1} a_{VLz} + c_{a_2} a_{HLz} + c_{a_3} a_{HRz}) &= F_{F_{VLz}} (\Delta z_{VL}) + F_{D_{VLz}} (\Delta \dot{z}_{VL}) + F_{F_{HLz}} (\Delta z_{HL}) \dots \\ &+ F_{D_{HLz}} (\Delta \dot{z}_{HL}) + F_{F_{HRz}} (\Delta z_{HR}) + F_{D_{HRz}} (\Delta \dot{z}_{HR}) \dots \quad (6-28) \\ &+ F_{F_{VRz}} (\Delta z_{VR}) + F_{D_{VRz}} (\Delta \dot{z}_{VR}) \end{aligned}$$

und anschließendem Umstellen nach einem der Aufbaubeschleunigungssensoren

$$\begin{aligned} a_{VLz} &= (F_{F_{VLz}} (\Delta z_{VL}) + F_{D_{VLz}} (\Delta \dot{z}_{VL}) + F_{F_{HLz}} (\Delta z_{HL}) \dots \\ &+ F_{D_{HLz}} (\Delta \dot{z}_{HL}) + F_{F_{HRz}} (\Delta z_{HR}) + F_{D_{HRz}} (\Delta \dot{z}_{HR}) \dots \quad (6-29) \\ &+ F_{F_{VRz}} (\Delta z_{VR}) + F_{D_{VRz}} (\Delta \dot{z}_{VR}) - c_{a_2} m_{Ab} a_{HLz} - c_{a_3} m_{Ab} a_{HRz}) \frac{1}{m_{Ab} c_{a_1}} \end{aligned}$$

wird eine Gleichung zur Identifikation der Feder- und Dämpferkennlinien erstellt.

Die Radeinfederungswege Δz_i können jeweils unterschiedliche konstante Offsetwerte beinhalten, die einerseits durch konstruktive Gegebenheiten und andererseits durch eine ungleichmäßige Beladung des Fahrzeugs und die Straßenoberfläche verursacht werden

$$\Delta z_i = \Delta z_{mi} + \Delta z_{0i} + \Delta z_{Ofsi} \quad (6-30)$$

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

Dabei repräsentiert die Variable Δz_{mi} die Einfederungswegdifferenz zur Ruhelage, Δz_{0i} die durch die Beladung und Straßenoberfläche verursachte konstante statische Einfederung und Δz_{Ofsi} den durch die Konstruktion und Anbringung der Sensoren verursachten statischen Einfederungsweg.

Bei der Identifikation der Feder- und Dämpferkennlinien mit Hilfe von Gl. (6-29) können in den Kennlinien der Feder- und Dämpferkräfte zusätzliche statische Offsets auftreten, deren Gesamtsumme null wird. Hierdurch ist die Gleichung zwar immer noch erfüllt, allerdings erschwert dies einen Vergleich der Kennlinien. Zusätzlich bedingt durch die Tatsache, dass die Konstanten Δz_{0i} und Δz_{Ofsi} ohnehin nicht identifizierbar sind, wird eine Konstante eingeführt, die diese Offsets und auch eventuelle leichte Offsets der Beschleunigungssensoren enthält. Gleichzeitig muss dann bei der Identifikation gefordert werden, dass die Federkräfte bei einem messbaren Einfederungsweg von null exakt null sind, ebenso müssen die Dämpferkräfte null werden, sofern keine Einfederungsgeschwindigkeit auftritt.

Für eine anschließende Validierung müssen die identifizierten Kennlinien dann natürlich parallel verschoben werden, um ihre Übereinstimmung überprüfen zu können. Dies ist allerdings keine Einschränkung der Methode, da sowohl die Feder- als auch die Dämpferkennlinien nichtlinear sind und damit eine leicht zu erkennende charakteristische Form besitzen.

Die vollständige zu identifizierende Gleichung lautet insgesamt

$$\begin{aligned} a_{VLz} = & \left(F_{F_{VLz}} (\Delta z_{VL}) + F_{D_{VLz}} (\Delta \dot{z}_{VL}) + F_{F_{HLz}} (\Delta z_{HL}) \dots \right. \\ & + F_{D_{HLz}} (\Delta \dot{z}_{HL}) + F_{F_{HRz}} (\Delta z_{HR}) + F_{D_{HRz}} (\Delta \dot{z}_{HR}) \dots \\ & + F_{F_{VRz}} (\Delta z_{VR}) + F_{D_{VRz}} (\Delta \dot{z}_{VR}) - c_{a_2} m_{Ab} a_{HLz} \dots \\ & \left. - c_{a_3} m_{Ab} a_{HRz} + f \left(\sum_{i=1}^n \Delta z_{0i} + \sum_{i=1}^n \Delta z_{Ofsi} + \dots \right) \right) \frac{1}{m_{Ab} c_{a_1}}. \end{aligned} \quad (6-31)$$

Zur Vereinfachung wird in nachfolgenden Kapiteln die Funktion für die konstanten Offsets durch die Konstante c_{Ofs} ersetzt

$$c_{Ofs} = f \left(\sum_{i=1}^n \Delta z_{0i} + \sum_{i=1}^n \Delta z_{Ofsi} + \dots \right). \quad (6-32)$$

Um diese ebenfalls zu berücksichtigen, wird noch ein konstanter Term c_{Ofs} eingefügt.

4.4.3 Sicherstellung der Vertrauenswürdigkeit der identifizierten Funktionen

Bedingt durch die allgemeine Form der zu identifizierenden Gleichung (6-31) ist es möglich, dass sich einzelne Kräfte und Beschleunigungen gegenseitig kompensieren.

Diese Problematik hängt nicht allein von den identifizierten Funktionen für die Kennlinien ab, sondern auch von den Anregungssignalen. Es muss also für jedes verwendete Validierungssignal nachgewiesen werden, dass die aus den Kennlinien berechneten Kräfte eine hohe Vertrauenswürdigkeit besitzen und somit eindeutig sind. Dies kann mit dem empirischen Korrelationskoeffizienten geschehen, indem eine Matrix der Korrelationen zwischen den einzelnen Signalen erstellt wird und somit der Grad des linearen Zusammenhangs der einzelnen Signale bewertet wird. Eine exemplarische Matrix hierfür ist in Abb. 4-15 dargestellt.

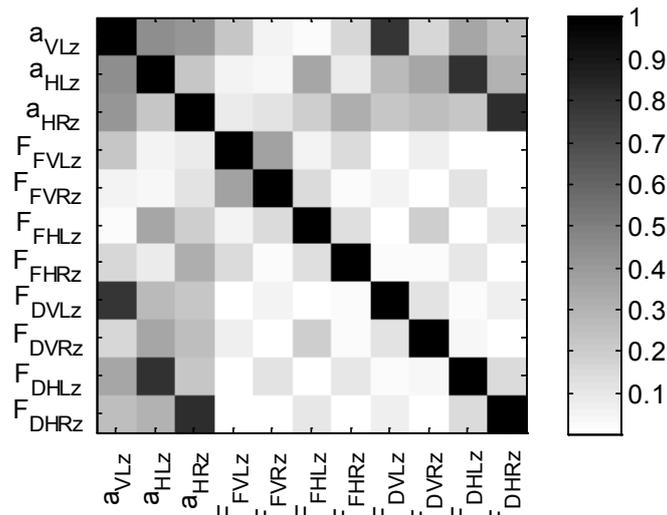


Abb. 4-15: Exemplarische Matrix der empirischen Korrelationskoeffizienten

Die Matrix ist symmetrisch und repräsentiert den linearen Zusammenhang aller Kräfte und Beschleunigungen über die gesamte betrachtete Zeitreihe der jeweiligen Signale.

Aus Gl. (6-31) ist leicht ersichtlich, dass das Aufbaubeschleunigungssignal a_{VLz} mit allen Feder- und Dämpferkräften F_{Fi} und F_{Di} korreliert sein muss, da die gesamte Gleichung lediglich eine Summe der Feder- und Dämpferkräfte, sowie den anderen Aufbaubeschleunigungssignalen darstellt. Die einzelnen Feder- und Dämpferkräfte dürfen hingegen nicht oder nur sehr gering mit den anderen Feder- und Dämpferkräften korreliert sein, ebenso wenig mit den anderen Aufbaubeschleunigungssignalen.

4.4.4 Theoretisch erkennbare Fehler und Auswirkungen

Basierend auf den beschriebenen Identifizierbarkeitseigenschaften dynamischer Systeme (Kapitel 3.6) und insbesondere der grundlegenden Identifizierbarkeitsanalyse der Feder- und Dämpferkennlinien Gl. (6-9) des Validierungsmodells, wurden in Tabelle 4-3 mögliche Fehler und deren Auswirkungen auf die Validierungsgleichung (6-31) zusammengestellt. Die beiden Fehler „Änderung der Federkennlinie“ und „Änderung der Dämpferkennlinie“ beziehen sich auf eine nichtlineare Änderung der Form der jeweiligen Kennlinien und nicht auf eine simple Multiplikation mit einer Konstanten. Unter den Auswirkungen „Änderung jeweilige Dämpferkennlinie“ und „Änderung je-

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

weilige Federkennlinie“ wird unterschieden zwischen einer konstanten Skalierung, also einer Multiplikation mit einer Konstanten und zwischen einer nichtlinearen Änderung der Form. Die Skalierung dieser Kennlinien wird mit dem Buchstaben s markiert, alle weiteren Änderungen mit dem Symbol x .

Der Fehler „Änderung der Masseverteilung“ setzt voraus, dass sich ausschließlich die Lage des Schwerpunktes verändert hat, nicht aber der Betrag der Fahrzeugmasse.

Es ist zusätzlich zu beachten, dass der Koeffizient

$$\frac{1}{m_{Ab}c_{a_1}} \quad (6-33)$$

nur aufgrund einer besseren Übersicht aus Gl. (6-31) ausgeklammert wurde und nicht explizit in der identifizierten Funktion erkennbar sein muss, da alle Summanden von Gl. (6-31) mit diesem Koeffizienten multipliziert werden. Dieser Koeffizient ist nur der Vollständigkeit halber in Tabelle 4-3 aufgeführt und wird deshalb in Klammern gesetzt.

Fehler	Koeffizient $\left(\frac{1}{m_{Ab}c_{a_1}}\right)$	Koeffizient $\frac{c_{a_3}}{c_{a_1}}$	Koeffizient $\frac{c_{a_2}}{c_{a_1}}$	Konst. c_{ofs}	Änderung jeweilige Dämpfer- kennlinie	Änderung jeweilige Feder- kennlinie
Änderung der Masse	(x)			x	s	s
Änderung der Masseverteilung	(x)	x	x			
Änderung der Federkennlinie						x
Änderung der Dämpfungskennlinie					x	
Additiver Fehler in Beschleunigungssensoren				x		
Multiplik. Fehler in Beschleunigungssensoren	(x)	x	x			
Additiver Fehler in Einfederungssensoren				x		
Multiplik. Fehler in Einfederungssensoren					s	s
Änderung der Sensorpositionen	(x)	x	x			
Veränderte Achsgeometrie					x	x

Tabelle 4-3: Theoretische Auswirkungen von Modellfehlern auf Validierungsmodell

Theoretisch lässt sich mit der vorgeschlagenen Methode eine Vielzahl unterschiedlicher Fehler detektieren. Darunter auch insbesondere solche Fehler, die im praktischen Einsatz gehäuft zu erwarten sind. Eine Änderung der Masse, ohne dass eine signifikante Verschiebung des Schwerpunktes auftritt, lässt sich bspw. durch eine konstante Skalierung aller Feder- und Dämpferkennlinien um den gleichen Faktor aufdecken, wobei die Konstanten $c_{a_1} - c_{a_3}$ ihre jeweiligen Werte beibehalten.

Ändert sich allerdings gleichzeitig die Lage des Schwerpunktes, so treten zusätzlich Änderungen in den Parametern $c_{a_1} - c_{a_3}$ auf.

Nichtlineare Änderungen der Feder- und Dämpferkennlinien lassen sich sofort anhand der äußeren Form dieser Kennlinien erkennen und quantifizieren, da eine Änderung der jeweiligen Kennlinien die anderen Kennlinien nicht beeinflusst.

Eine Änderung der Achsgeometrie beeinflusst hingegen jeweils die Kennlinien der Feder- und Dämpfer an der jeweiligen Achse, was eine Unterscheidung zu multiplikativen Fehlern in den Einfederungswegsensoren ermöglicht.

Additive Fehler der Einfederungswegsensoren und der Aufbaubeschleunigungssensoren zeigen sich hingegen direkt in einer Änderung der Konstanten c_{ofs} .

4.5 Vereinfachtes Fahrzeugmodell zur Überprüfung der Validierungsmethode

Die bisherigen Betrachtungen der Validierungsmethode basieren auf rein theoretischen Analysen der Gleichungen des Validierungsmodells, verknüpft mit bekannten Systemeigenschaften, wie der Identifizierbarkeit. Zum vollständigen Nachweis der Funktionsfähigkeit wird die Methode mittels zweier Ganzfahrzeugmodelle validiert.

Für eine erste Validierung wird das Modell von Bartolozzi et al. [89] in folgender Form vereinfacht:

- starre Karosserie
- kein Lenken
- keine Spur / Sturz
- keine Elastomerlager (Bushings)
- keine Stabilisatoren
- Vorder- und Hinterradaufhängung jeweils Mc-Pherson.

Basierend auf den Ergebnissen aus Kapitel 4.4.1 werden drei einaxiale Beschleunigungssensoren vorne links, hinten links und hinten rechts, jeweils in Höhe der Radmitelpunkte, in statischer Ruhelage angenommen. Diese Vereinfachung dient in erster Linie der Überprüfung der Validierungsmethode und wird im zweiten Modell aufgehoben. Zusätzlich wird angenommen, dass die Einfederungswege der Stoßdämpfer messbar sind. Die angenommenen Vereinfachungen führen zu einem Fahrzeugmodell, das der Struktur des Validierungsmodells entspricht (Abb. 4-12).

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

Die notwendigen Parameter des Modells wurden Schramm et al. [100] entnommen und basieren auf der Zulassungsstatistik des Kraftfahrt-Bundesamt aus dem Jahr 2006 für durchschnittliche Mittelklasse-Fahrzeuge. Die dabei berücksichtigten Fahrzeuge machen innerhalb ihrer Klasse einen Marktanteil von ca. 95 % aus, womit die Daten als repräsentativ betrachtet werden können.

Für die Dämpferkennlinie wurde anstatt der Daten aus [100] ein real vermessenes Kennfeld verwendet [101]. Das Kennfeld (Abb. 4-16) basiert auf Messdaten eines verstellbaren Dämpfers und lässt somit eine gezielte Einbringung von Fehlern im Messaufbau zu, indem die Dämpferkennlinie verändert wird. Da der Stoßdämpfer in allen möglichen Arbeitsbereichen vermessen wurde, entsprechen die angenommenen Fehler, in Form veränderter Dämpferkennlinien, der Realität und können auch bei vollständigen Messaufbauten auf Prüfständen und in Fahrversuchen auftreten und reproduziert werden. Das Fahrzeugmodell wurde erneut mit der aus Kapitel 5.1.3 bekannten unebenen Straße angeregt [102].

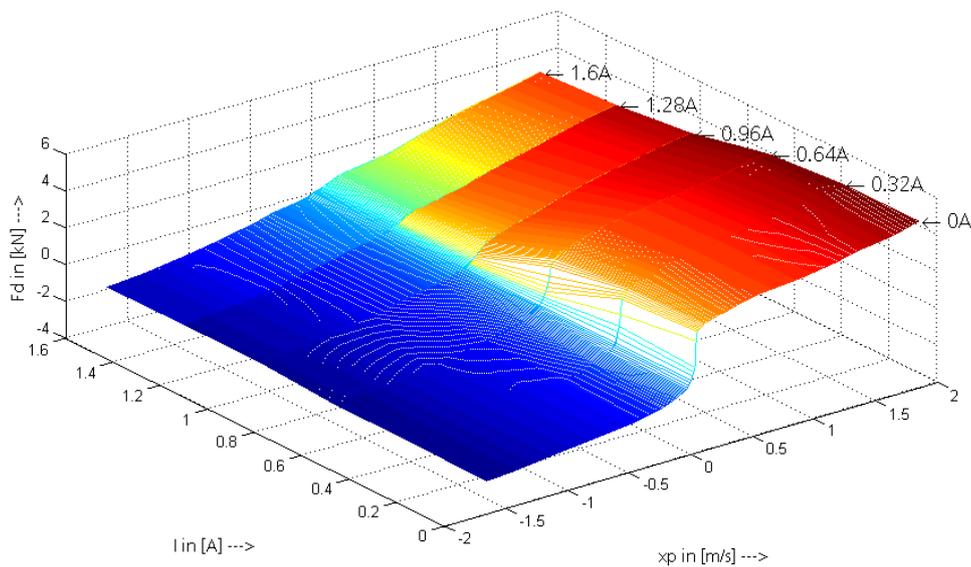


Abb. 4-16: Verwendetes Dämpferkennfeld [101]

4.6 Identifikationsergebnisse des Validierungsmodells

Die Identifikation des Validierungsmodells Gl. (6-31) fand mittels der Software Eureka vom Softwarehersteller „Nutonian“ statt, wobei die Einstellungen in Tabelle 4-4 verwendet wurden.

Erlaubte mathematische Elemente	Fehlerkriterium	Anzahl und Typ der Prozessoren
Addition einer Konstanten	Absoluter Fehler: Minimierung der Summe der Abweichungen aller Datenpunkte	2xIntel Xeon E5-2667 jeweils 6 Prozessorkerne
Addition		
Subtraktion		
Multiplikation		
Division		
Sinusfunktion		
Tangens Hyperbolicus		

Tabelle 4-4: Randbedingungen für die Identifikation

Nach der Identifikation wurde zunächst die Aufbaubeschleunigung des Ganzfahrzeugmodells aus Kapitel 4.5 an der vorderen linken Seite mit der berechneten Aufbaubeschleunigung des identifizierten Validierungsmodells verglichen. Dieser erste Vergleich zeigt die nach der Identifikation erreichte Güte des Modells. Die Simulationsschrittweite betrug sowohl für diesen Vergleich als auch für die Identifikation der Validierungsgleichung 0,001 s, wobei der verwendete Datensatz eine Zeitspanne von 5 s abdeckte. Damit standen 5001 Datenpunkte für die Identifikation zur Verfügung.

Die Güte des identifizierten Validierungsmodells ist sehr hoch (Abb. 4-17 und Abb. 4-18), wobei das Residuum die Differenz der beiden Aufbaubeschleunigungen darstellt.

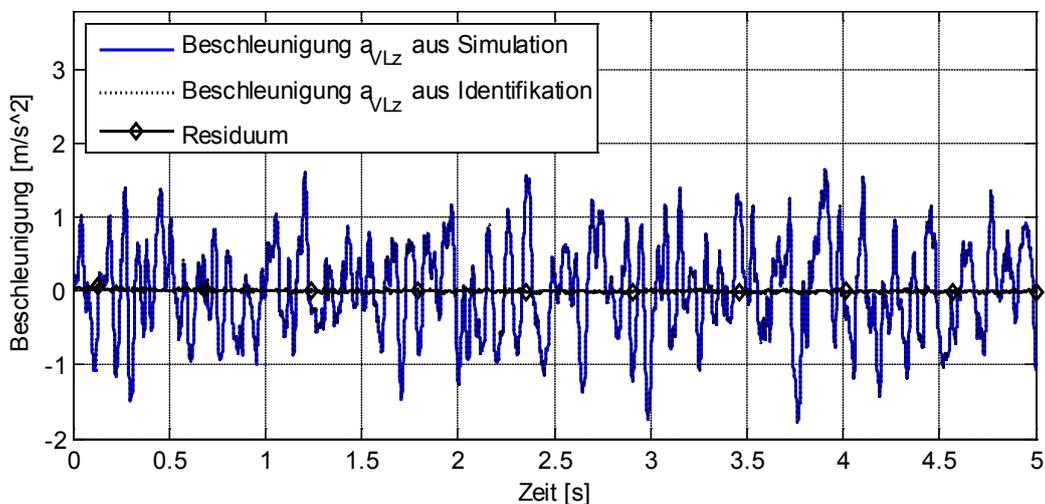


Abb. 4-17: Vergleich der Aufbaubeschleunigungen vorne links (vollständige Zeitreihe)

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

Abgesehen von minimalen Abweichungen, werden auch die Extrembereiche, in denen verhältnismäßig hohe Beschleunigungen auftreten, sehr akkurat von dem identifizierten Validierungsmodell abgedeckt.

Bezogen auf das globale Ein- und Ausgangsverhalten stellt dieses Validierungsmodell also einen guten Ausgangspunkt für eine Validierung der inneren Systemgrößen dar.

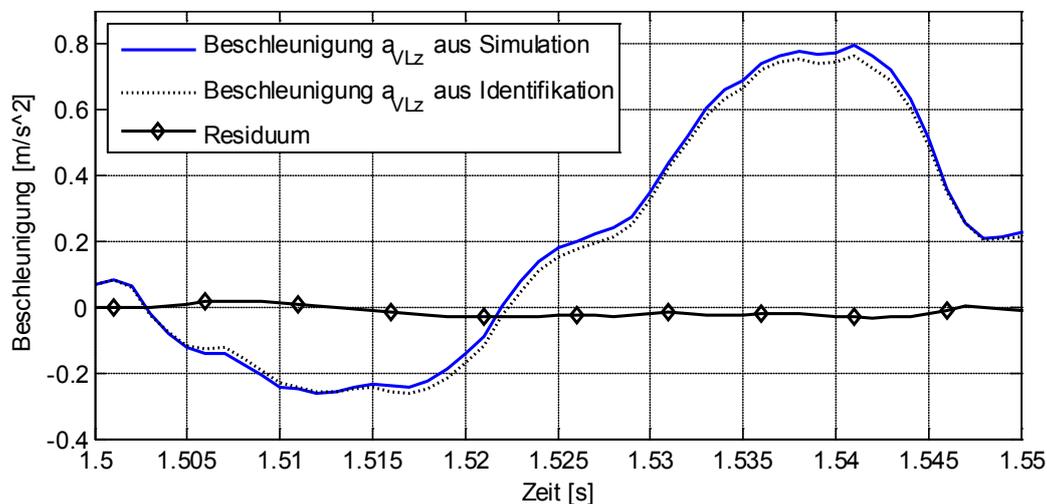


Abb. 4-18: Vergleich der Aufbaubeschleunigungen vorne links (Ausschnitt aus Zeitreihe)

4.6.1 Matrix der Beträge der empirischen Korrelationskoeffizienten des Ausgangssystems

Zur Überprüfung der erreichbaren Vertrauenswürdigkeit der Validierungssignale wurden zunächst die Beträge der empirischen Korrelationskoeffizienten der Feder- und Dämpferkräfte des vollständigen Simulationsmodells berechnet. Diese stellen eine obere Grenze für die empirischen Korrelationskoeffizienten der Kräfte dar, die mit dem identifizierten Validierungsmodell berechnet werden.

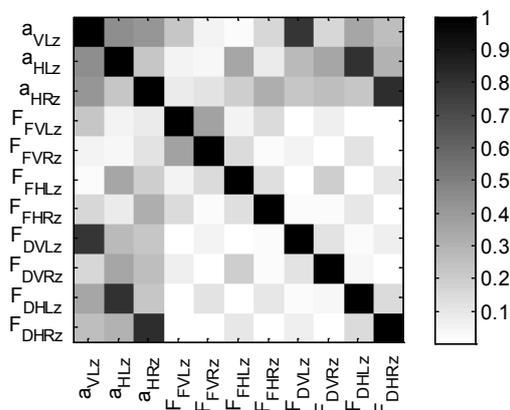


Abb. 4-19: Empirische Korrelationskoeffizienten aus Fahrzeugsimulationsmodell

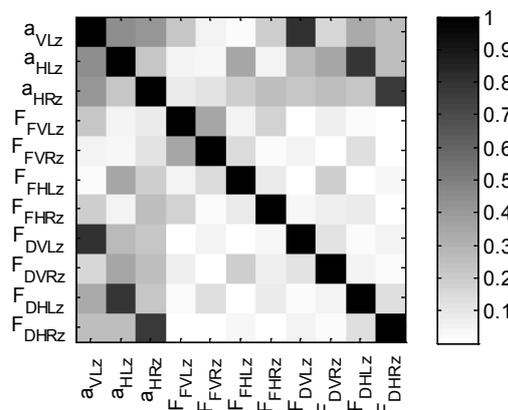


Abb. 4-20: Empirische Korrelationskoeffizienten aus identifiziertem Validierungsmodell

Ein Vergleich mit den aus dem identifizierten Validierungsmodell berechneten empirischen Korrelationskoeffizienten (Abb. 4-20) zeigt, dass sich diese in ihren Beträgen nicht signifikant von den Korrelationskoeffizienten des Ganzfahrzeugmodells

(Abb. 4-19) unterscheiden. Mittels der Identifikation wurde demnach eine Funktion gefunden, die eine hohe Güte, bezogen auf die erreichbare absolute Güte, besitzt.

Ein empirischer Korrelationskoeffizient zwischen zwei Signalen mit dem Wert eins zeigt, dass sich ein Signal aus dem jeweils anderen Signal berechnen lässt, indem ausschließlich lineare mathematische Operationen auf das Signal angewendet werden. Ein Signal lässt sich dann auf das andere Signal zurückführen, indem es mit einem konstanten Faktor multipliziert oder durch einen konstanten Faktor dividiert wird und/oder indem eine Konstante auf das Signal addiert oder von diesem Signal subtrahiert wird.

Aus der näheren Analyse der empirischen Korrelationskoeffizienten lässt sich schließen, dass die Dämpferkraft an der vorderen linken Seite aus der identifizierten Validierungsgleichung (6-31) mit einer hohen Vertrauenswürdigkeit berechnet werden kann. Dieser Schluss folgt aus der Tatsache, dass der empirische Korrelationskoeffizient zwischen der Dämpferkraft und der vorderen linken Aufbaubeschleunigung 0,8 beträgt und somit ein großer linearer Zusammenhang zwischen diesen Signalen besteht. Der zweithöchste Korrelationskoeffizient zwischen dieser Dämpferkraft und einem anderen Signal beträgt 0,28 und repräsentiert die Korrelation mit der Aufbaubeschleunigung hinten links. Da dieser Wert deutlich niedriger ist, als die Korrelation mit der Beschleunigung vorne links, besitzt die berechnete Dämpferkraft die beschriebene hohe Vertrauenswürdigkeit. Die Vertrauenswürdigkeit der anderen Dämpferkräfte ist hingegen deutlich geringer, dies gilt insbesondere für die Dämpferkräfte hinten links und hinten rechts, deren empirische Korrelationskoeffizienten mit der vorderen linken Aufbaubeschleunigung 0,34 und 0,26 betragen. Diese beiden Kräfte besitzen nicht nur eine geringe Korrelation mit der vorderen linken Aufbaubeschleunigung, sie sind zusätzlich jeweils sehr stark mit der hinteren linken und der hinteren rechten Aufbaubeschleunigung korreliert, wobei der empirische Korrelationskoeffizient zwischen diesen beiden Signalen und der hinteren linken, bzw. hinteren rechten Aufbaubeschleunigung jeweils 0,78 beträgt. Diese Kräfte können deshalb prinzipiell durch die Beschleunigungssignale kompensiert werden. An der vorderen rechten Seite befindet sich kein Aufbaubeschleunigungssensor, der direkt die vordere rechte Dämpferkraft kompensieren könnte. Allerdings ist die Korrelation zwischen der Dämpferkraft vorne rechts und dem Aufbaubeschleunigungssignal hinten links deutlich höher als mit der Aufbaubeschleunigung vorne links. Dies wiederum kann zu einer verringerten Vertrauenswürdigkeit der berechneten Dämpferkraft vorne rechts führen.

Die Federkräfte sind alle sehr gering mit den Aufbaubeschleunigungssignalen korreliert dafür aber sehr stark mit allen anderen Federkräften. Die Vertrauenswürdigkeit der Federkräfte ist demnach geringer als die der Dämpferkräfte.

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

Diese Vorbetrachtungen, unter Verwendung des empirischen Korrelationskoeffizienten, liefern keine Garantie für die zu erwartende Güte nach der Identifikation, da hiermit nur Relativaussagen bezüglich linearer Relationen zwischen Signalen getroffen werden. Sie sind aber ein effizientes Hilfsmittel, um die Vertrauenswürdigkeit einzelner identifizierter Elemente objektiv zu bewerten und somit die Lösung von Validierungsproblemen zu vereinfachen. Ohne die Verwendung empirischer Korrelationskoeffizienten könnten die identifizierten Validierungsmodelle nicht auf ihre Eignung zur Modellvalidierung hin überprüft werden.

4.6.2 Vergleich der identifizierten Kennlinien

Nachdem die Vertrauenswürdigkeit einiger Validierungssignale, mittels des empirischen Korrelationskoeffizienten, eine hohe Güte zeigte, wurden die identifizierten Feder- und Dämpferkennlinien mit den Kennlinien des Ganzfahrzeugmodells verglichen. Zusätzlich wurde die Anzahl von Datenpunkten innerhalb unterschiedlicher Einfederungsweg- und Einfederungsgeschwindigkeitsbereiche als Balken dargestellt, welche einen zusätzlichen Indikator für die Vertrauenswürdigkeit der identifizierten Kennlinien darstellen. Es kann nicht garantiert werden, dass die identifizierten Kennlinien außerhalb der Datenbereiche, mit denen die Identifikation durchgeführt wurde, korrekt sind, da diese Bereiche lediglich eine Extrapolation der identifizierten Funktionen darstellen. Es dürfen also nur die Abschnitte der Kennlinien miteinander verglichen werden, für die während der Identifikation möglichst viele Datenpunkte vorlagen.

Zu beachten ist, dass die identifizierten Kennlinien für diesen ersten Vergleich mit der Konstanten für die Aufbaumasse und der Konstanten für die geometrischen Beziehungen der Beschleunigungssensorpositionen $m_{Ab}c_{a_i}$ multipliziert wurden. Diese beiden Konstanten sind in der zu identifizierenden Gleichung des Validierungsmodell Gl. (6-31) vorhanden und nicht identifizierbar, was in Kapitel 4.4 und Kapitel 3.6 gezeigt wurde. Die einzelnen Summanden der Validierungsgleichung können demnach immer um unbekannte konstante Faktoren skaliert sein, was bei der Validierung zu berücksichtigen ist. Dies bedeutet, dass nach der Identifikation manuell eine Skalierung der identifizierten Kennlinien erfolgen muss und somit nur die Formen der Kennlinien vergleichbar sind aber nicht ihre Größenordnungen. Bei realen Validierungsproblemen sind diese Konstanten also unbekannt und werden an dieser Stelle nur deshalb explizit verwendet, um die vorgeschlagene Methode zu validieren. Beide Konstanten wurden aus den vorhandenen Simulationsdaten ermittelt.

Wie erwartet stimmt beim Vergleich die identifizierte Dämpferkennlinie an der vorderen linken Seite sehr gut mit der realen Kennlinie des Modells überein (Abb. 4-21).

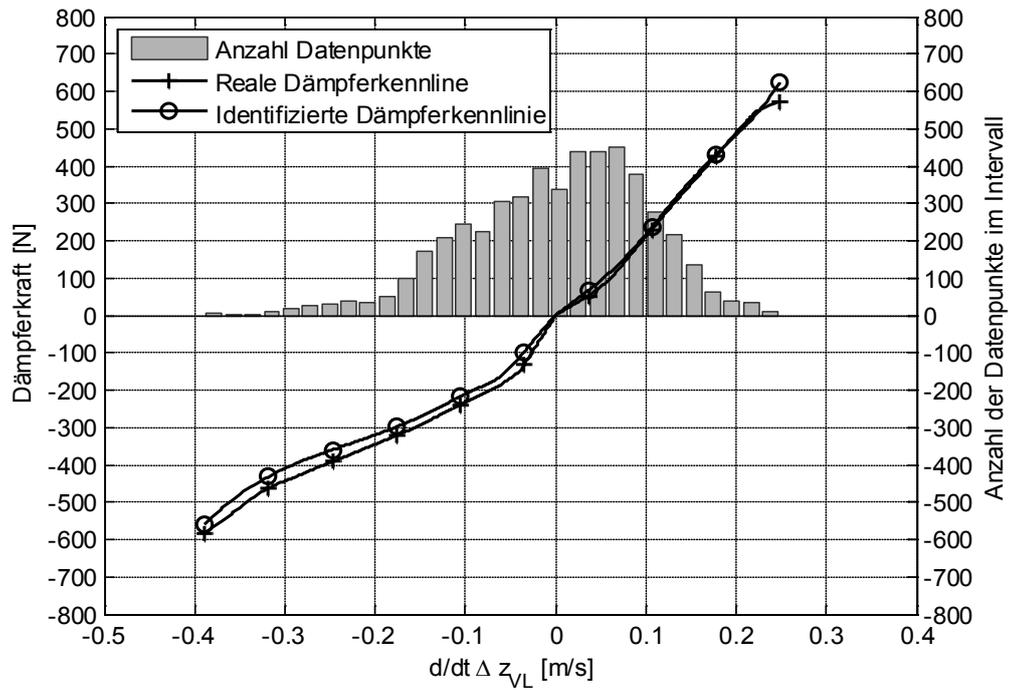


Abb. 4-21: Reale und identifizierte Dämpferkennlinien vorne links

Insbesondere in den Bereichen, in denen ausreichend viele Messpunkte zur Identifikation zur Verfügung standen, ist die erzielte Identifikationsgüte sehr hoch.

Auffallend ist die ebenfalls sehr gute Übereinstimmung der vorderen rechten identifizierten Kennlinie mit der realen Kennlinie (Abb. 4-22).

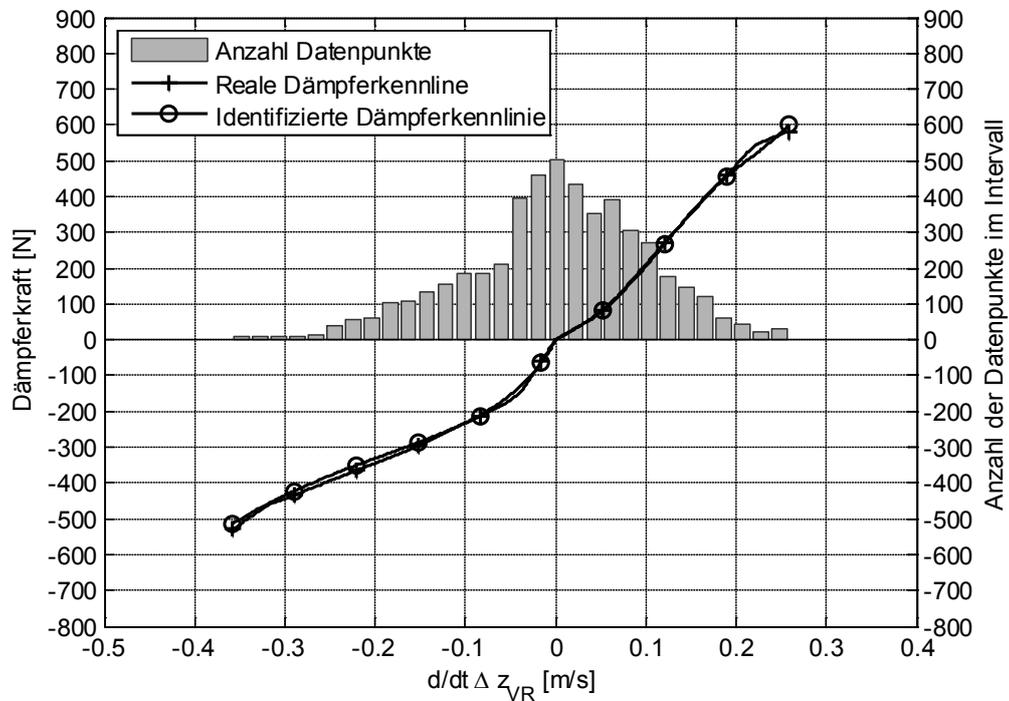


Abb. 4-22: Reale und identifizierte Dämpferkennlinien vorne rechts

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

Zwar existiert nur eine verhältnismäßig geringe Korrelation zwischen dem Aufbaubeschleunigungssignal a_{VLz} und der Dämpferkraft vorne rechts, allerdings ist diese Dämpferkraft ebenso wenig mit den anderen Beschleunigungssignalen korreliert, was eine Kompensation durch diese Signale verhindert. Offensichtlich ist die geringe Korrelation mit dem Aufbaubeschleunigungssignal, aus dem diese Kennlinie identifiziert wurde, weniger problematisch als eine hohe Korrelation mit anderen Beschleunigungssignalen, die die Dämpferkennlinien innerhalb des Validierungsmodells kompensieren können.

Dies zeigt sich sehr stark bei den identifizierten Kennlinien an der hinteren rechten und an der hinteren linken Fahrzeugseite, welche kaum mit den realen Kennlinien übereinstimmen (Abb. 4-23 und Abb. 4-24).

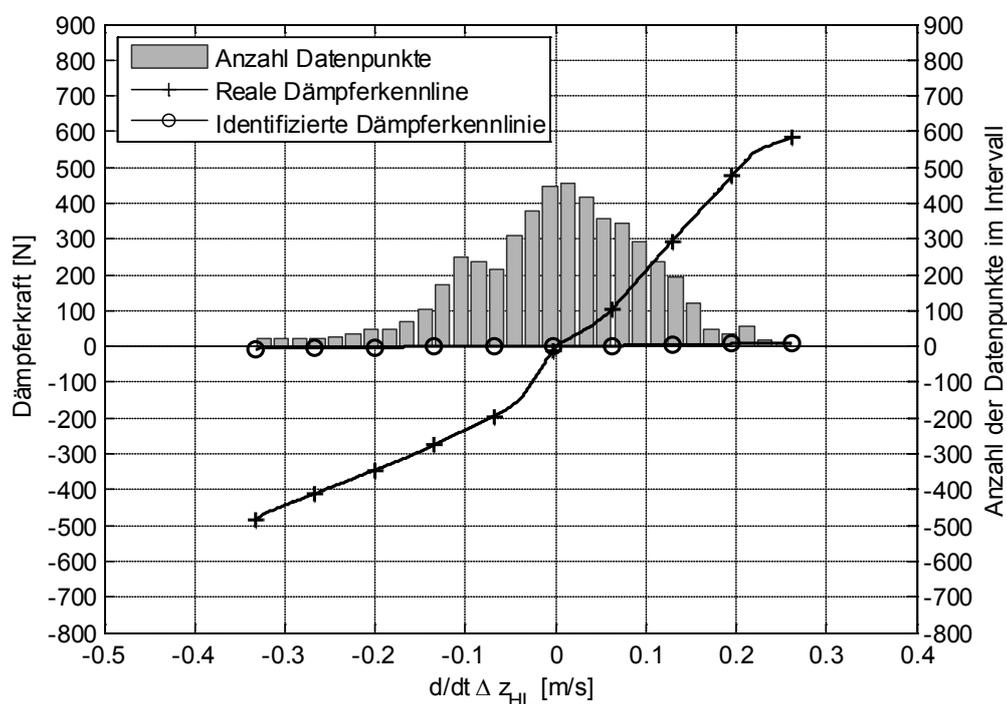


Abb. 4-23: Reale und identifizierte Dämpferkennlinien hinten links

Die hohe Korrelation der Aufbaubeschleunigungssensoren mit den jeweiligen Dämpferkräften führt hier offensichtlich zu einer Kompensation der fehlerhaften Kennlinien durch höhere, in der Realität nicht auftretende, Beschleunigungssignale.

Der empirische Korrelationskoeffizient hat sich demnach auch hier als zuverlässiges Werkzeug zur Beurteilung der Vertrauenswürdigkeit der Validierungssignale herausgestellt.

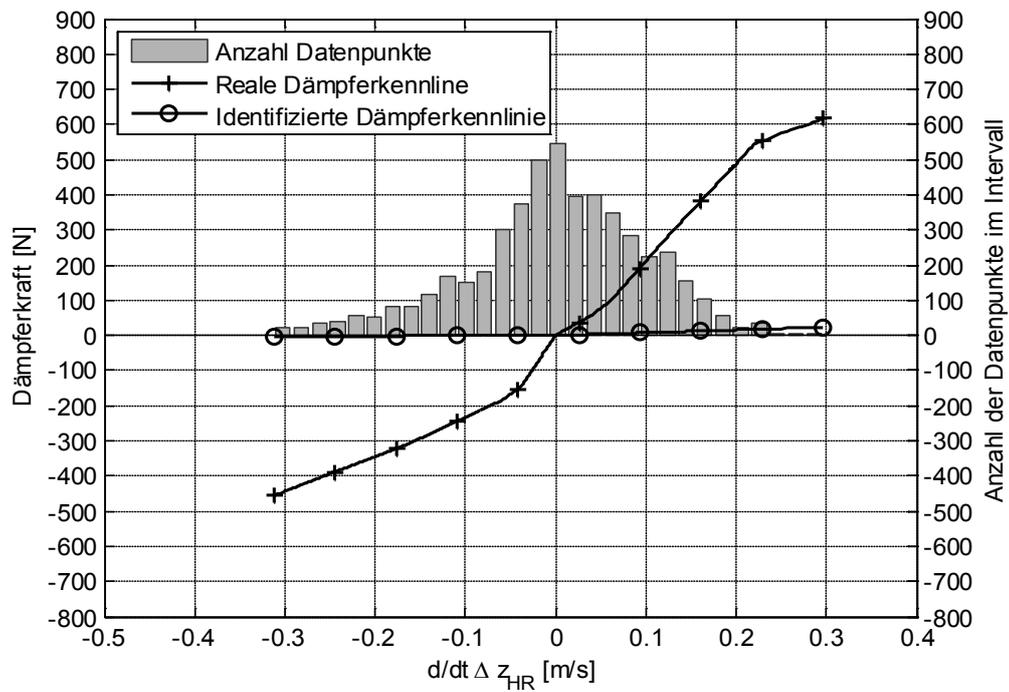


Abb. 4-24: Reale und identifizierte Dämpferkennlinien hinten rechts

Bei den Federkennlinien ergibt sich ein ähnliches Bild, wie bei den Dämpferkennlinien. Die beiden vorderen Kennlinien besitzen eine sehr hohe Güte (Abb. 4-25 und Abb. 4-26), die beiden hinteren Kennlinien hingegen nicht (Abb. 4-27 und Abb. 4-28).

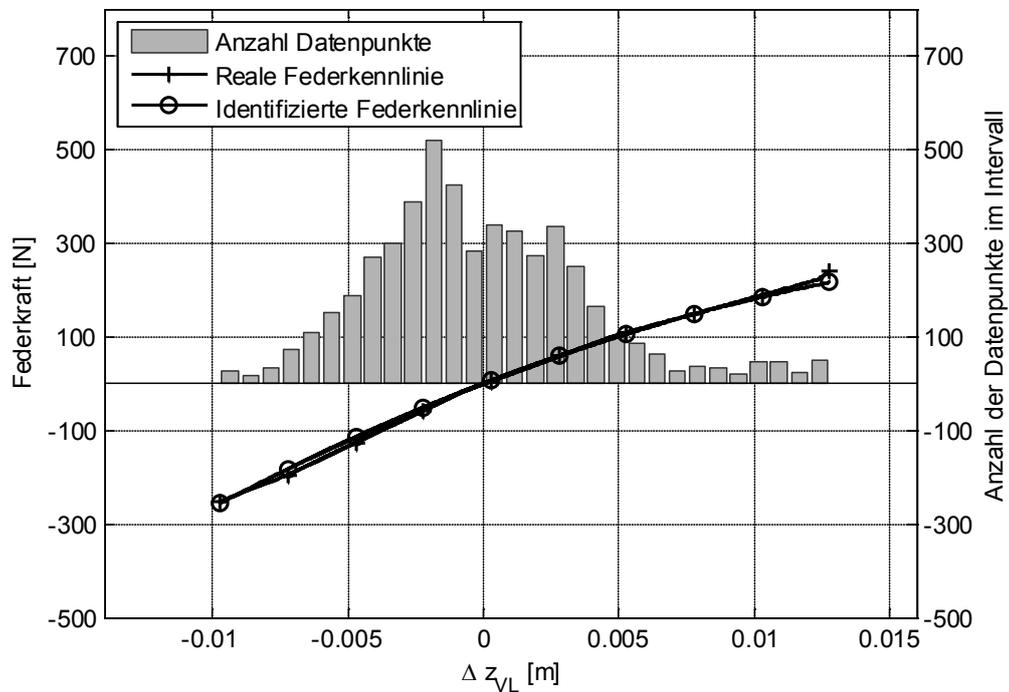


Abb. 4-25: Reale und identifizierte Federkennlinien vorne links

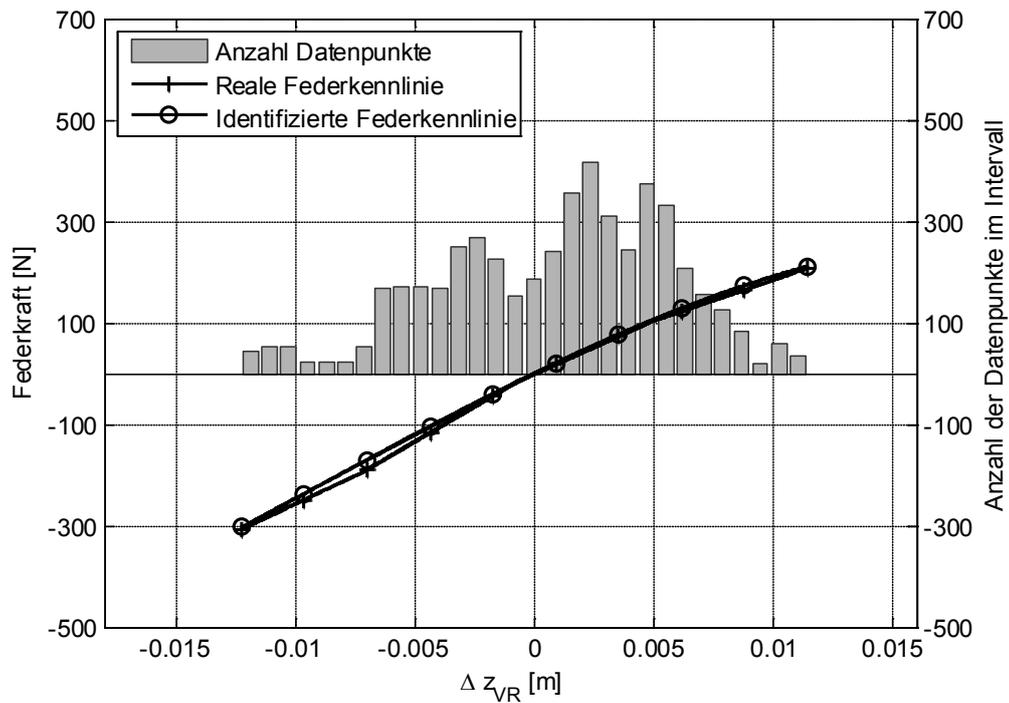


Abb. 4-26: Reale und identifizierte Federkennlinien vorne rechts

Im Gegensatz zu den Dämpferkräften sind die Federkräfte zusätzlich untereinander sehr stark korreliert, weshalb sich im Vorhinein generell keine Rückschlüsse auf die erreichbare Güte dieser Kennlinien, mittels des empirischen Korrelationskoeffizienten ziehen lassen.

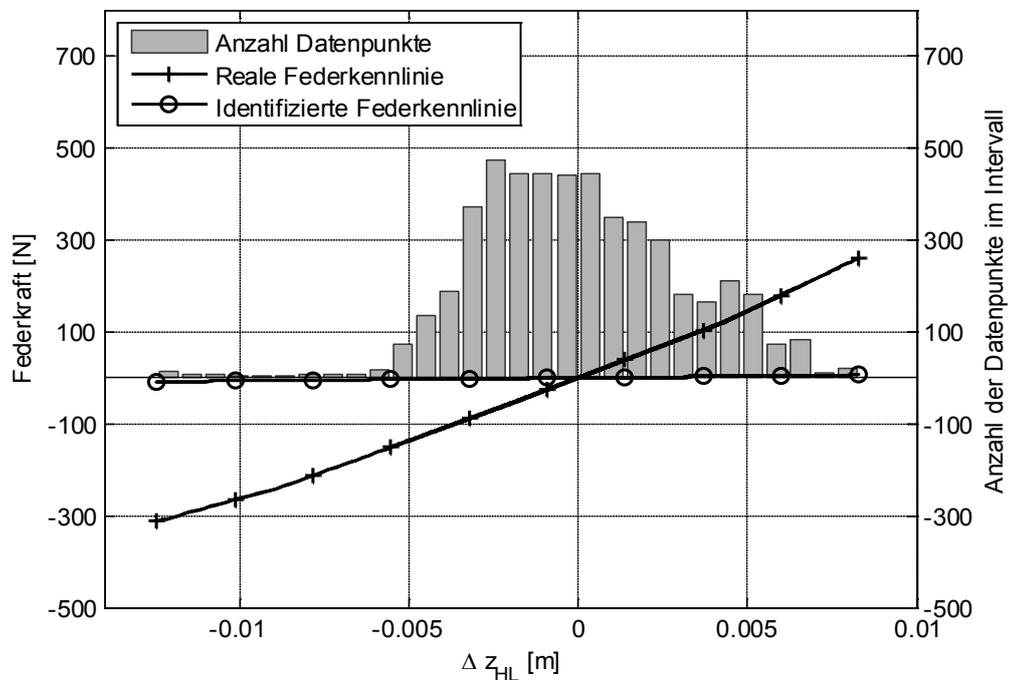


Abb. 4-27: Reale und identifizierte Federkennlinien hinten links

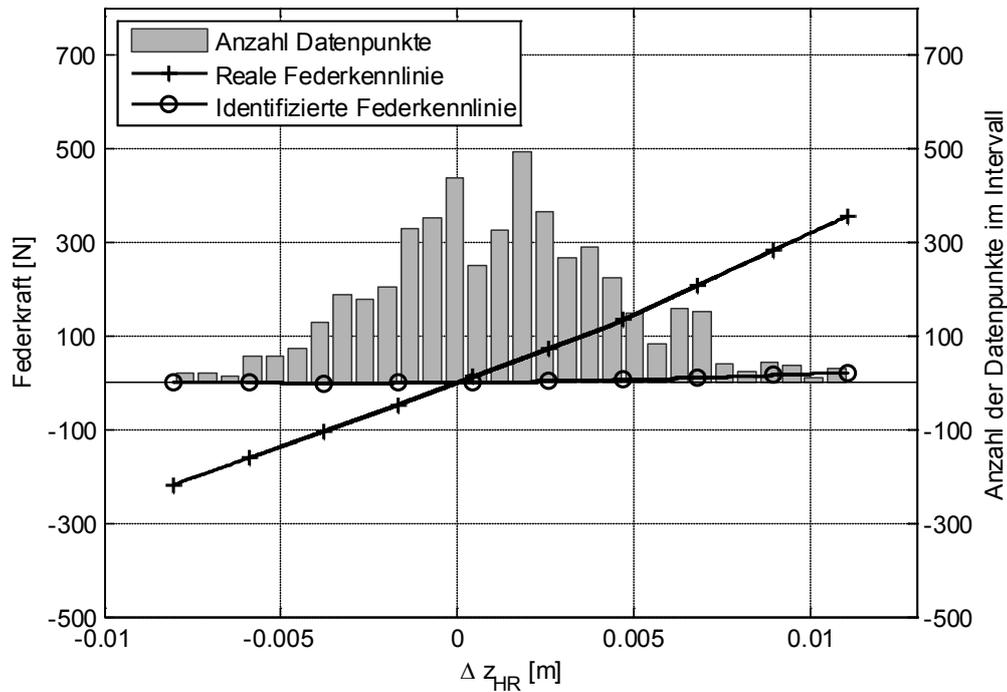


Abb. 4-28: Reale und identifizierte Federkennlinien hinten rechts

Dennoch zeigen die beiden vorderen Federkennlinien eine hohe Güte nach der Identifikation und könnten prinzipiell für eine Validierung verwendet werden. Aufgrund der angesprochenen Problematik, bezüglich der schwierigen Bewertbarkeit dieser Kennlinien mittels des empirischen Korrelationskoeffizienten, ist eine Validierung in der Praxis allerdings nur eingeschränkt möglich.

Eine Lösung, um auch diejenigen Kennlinien zu identifizieren, deren Kräfte eine hohe Korrelation mit einzelnen Beschleunigungssensoren aufweisen, wird in Kapitel 4.6.4 gezeigt. Die Validierungsgleichung wird dabei explizit zu den jeweiligen Beschleunigungssensoren umgestellt, wodurch eine eindeutige Identifikation möglich ist.

4.6.3 Analyse der Signalanteile im Zeitbereich

Die linearen Abhängigkeiten der einzelnen Summanden der Validierungsgleichung scheinen die Ursache für im Vorhinein nicht abschätzbare Abweichungen der identifizierten Kennlinien zu sein. Um diese Vermutung zu belegen, wurden die mit den einzelnen Summanden der Validierungsgleichung (6-31) berechneten Feder- und Dämpferkräfte sowie der Beschleunigungssignale, mit denen des Ganzfahrzeugmodells verglichen.

Zunächst wurde die Summe der Beschleunigungsanteile der Dämpferkräfte aus den Simulationsdaten des Ganzfahrzeugmodells berechnet, indem die simulierten Dämpferkräfte durch den Term $m_{Ab}c_{a_1}$ dividiert wurden

$$a_{\text{Referenz_Dämpfer}} = \frac{F_{D_{VLz}} + F_{D_{VRz}} + F_{D_{HLz}} + F_{D_{HRz}}}{m_{Ab}c_{a_1}}. \quad (6-34)$$

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

Die aus den Dämpferkräften resultierenden Beschleunigungsanteile der identifizierten Validierungsgleichung lassen sich leicht berechnen, indem lediglich die Einfederungsgeschwindigkeiten aus der Simulation des Ganzfahrzeugmodells in die identifizierte Funktion eingesetzt und alle anderen Variablen zu null gesetzt werden. Zusätzlich muss der konstante Term c_{ofs} subtrahiert werden.

Die Gegenüberstellung der Summe der aus den Dämpferkräften resultierenden Beschleunigungsanteile des Ganzfahrzeugmodells und des Validierungsmodells (Abb. 4-29 und Abb. 4-30) zeigt deutlich eine geringe Übereinstimmung. Da die gesamte Summe aller Beschleunigungsanteile a_{VLz} zwischen Ganzfahrzeugmodell und Validierungsmodell übereinstimmt (Abb. 4-17), müssen einige Teile der Dämpferkräfte demnach durch andere Signale fälschlicherweise ausgeglichen werden.

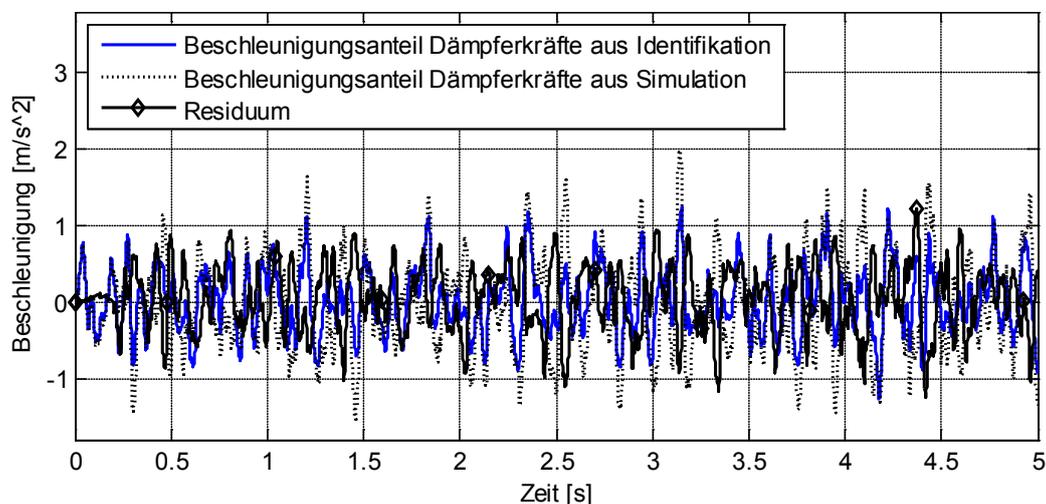


Abb. 4-29: Anteile der aus den Dämpferkräften resultierenden Beschleunigungen an gesamter Beschleunigung (vollständige Zeitreihe)

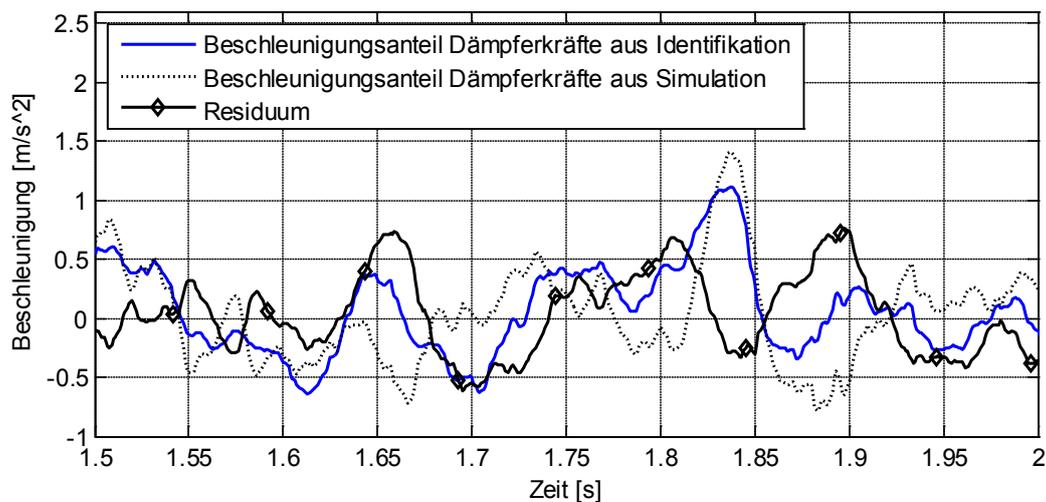


Abb. 4-30: Anteile der aus den Dämpferkräften resultierenden Beschleunigungen an gesamter Beschleunigung (Ausschnitt aus Zeitreihe)

Ein ähnliches Bild ergibt sich beim Vergleich der aus den Federkräften resultierenden Beschleunigungsanteile (Abb. 4-31 und Abb. 4-32), wobei die Summe dieser Beschleunigungen aus den Federkräften des Referenzmodells nach der Vorschrift

$$a_{\text{Referenz_Feder}} = \frac{F_{F_{VLz}} + F_{F_{VRz}} + F_{F_{HLz}} + F_{F_{HRz}}}{m_{Ab} c_{a_1}} \quad (6-35)$$

gebildet wurde. Die Beschleunigungsanteile aus der identifizierten Validierungsgleichung wurden erneut durch Einsetzen der Einfederungswege in die identifizierte Funktion und anschließender Subtraktion der Konstanten c_{Ofs} berechnet.

Die Übereinstimmung der Summe aller Beschleunigungsanteile, die aus den Federkräften resultieren, ist erneut sehr gering (Abb. 4-31 und Abb. 4-32) und lässt somit wieder auf eine Kompensation durch andere Anteile schließen.

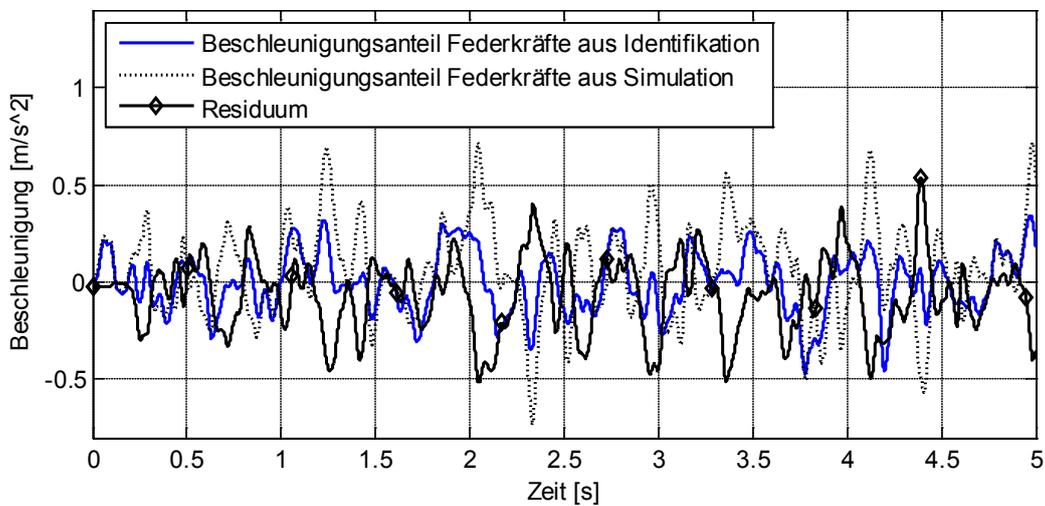


Abb. 4-31: Anteile der aus den Federkräften resultierenden Beschleunigungen an gesamter Beschleunigung (vollständige Zeitreihe)

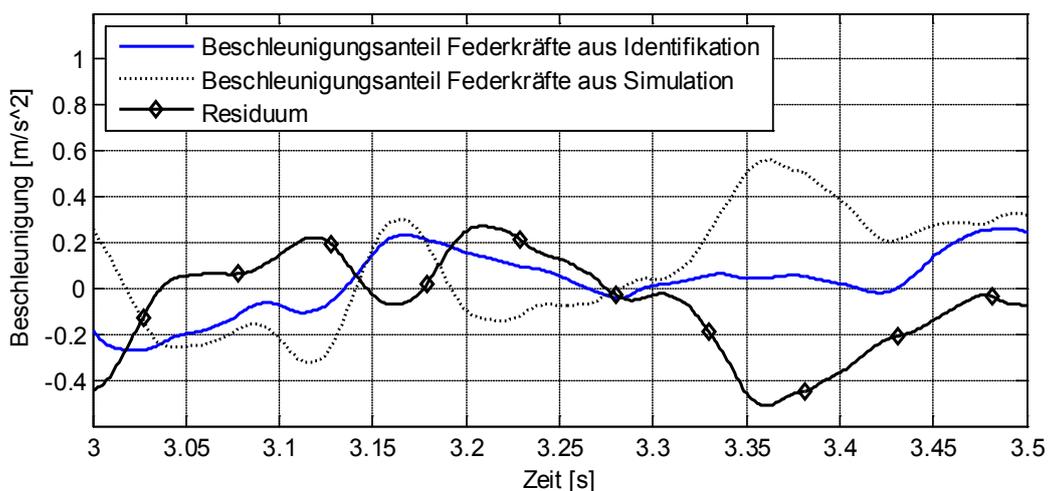


Abb. 4-32: Anteile der aus den Federkräften resultierenden Beschleunigungen an gesamter Beschleunigung (Ausschnitt aus Zeitreihe)

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

Um die Problematik der sich kompensierenden Signalanteile näher zu untersuchen, sind in Abb. 4-33 und Abb. 4-34 die Summen aus den Beschleunigungsanteilen des Fahrzeugmodells und der Beschleunigungsanteile des identifizierten Validierungsmodells dargestellt.

Zur Berechnung der Beschleunigungsanteile des Referenzmodells wurden die in diesem Beispiel bekannten Konstanten c_{a_2} und c_{a_3} explizit in der Form:

$$a_{\text{Referenz}} = -\frac{c_{a_2}}{c_{a_1}} a_{\text{HLz}} - \frac{c_{a_3}}{c_{a_1}} a_{\text{HRz}} = 0.0952 a_{\text{HLz}} - 0.9081 a_{\text{HRz}} \quad (6-36)$$

berechnet. Die entsprechenden Beschleunigungsanteile aus der identifizierten Validierungsgleichung lassen sich erneut leicht berechnen, indem alle Eingangssignale, abgesehen von den beiden Aufbaubeschleunigungssignalen a_{HLz} und a_{HRz} , zu null gesetzt werden und anschließend der vorhandene konstante Offset c_{Ofs} subtrahiert wird (Abb. 4-33 und Abb. 4-34).

Die identifizierten Vorfaktoren der Beschleunigungssignale betragen interessanterweise

$$\frac{c_{a_2}}{c_{a_1}} = 0.5059 \quad (6-37)$$

sowie

$$\frac{c_{a_3}}{c_{a_1}} = -0.5057 \quad (6-38)$$

und stimmen somit nicht mit den wirklichen Vorfaktoren überein. Dies bestätigt erneut die Hypothese der möglichen Kompensation von Feder- und Dämpferkräften untereinander und der Kompensation mit den Beschleunigungssignalen.

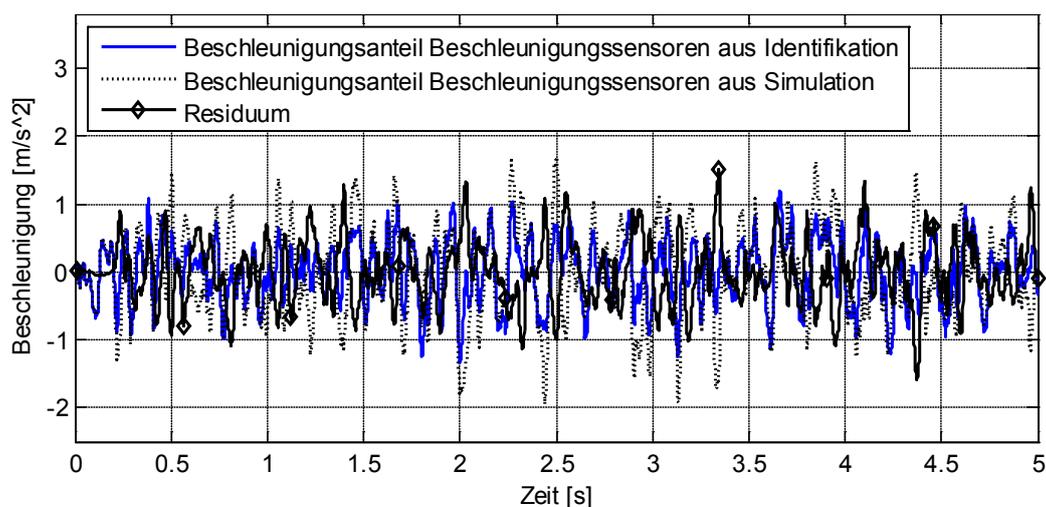


Abb. 4-33: Anteile der Beschleunigungssignale der Sensoren an gesamter Beschleunigung (vollständige Zeitreihe)

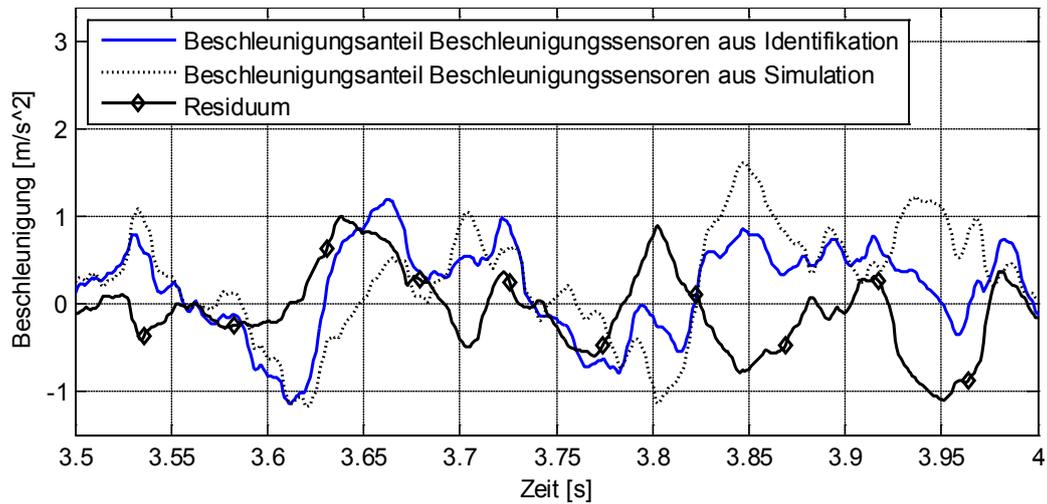


Abb. 4-34: Anteile der Beschleunigungssignale der Sensoren an gesamter Beschleunigung (Ausschnitt aus Zeitreihe)

Zuletzt wird noch die Summe aus den Beschleunigungsanteilen der Beschleunigungssensoren hinten links und hinten rechts, sowie den aus den Dämpferkräften resultierenden Beschleunigungsanteilen nach der Gleichung

$$a_{\text{Referenz_Dämpfer_a}} = \frac{F_{D_{VLz}} + F_{D_{VRz}} + F_{D_{HLz}} + F_{D_{HRz}}}{m_{Ab} c_{a_1}} - \frac{c_{a_2}}{c_{a_1}} a_{HLz} - \frac{c_{a_3}}{c_{a_1}} a_{HRz} \quad (6-39)$$

dargestellt (Abb. 4-35 und Abb. 4-36).

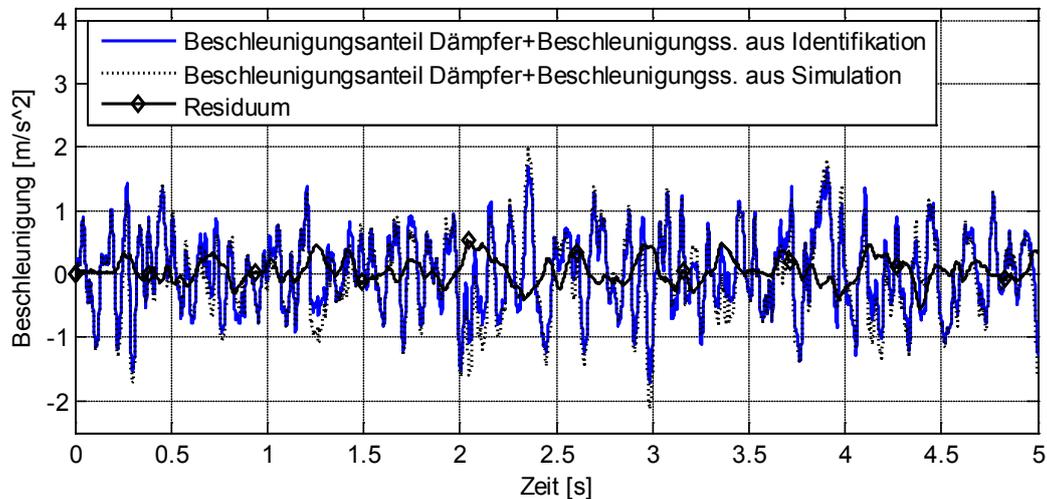


Abb. 4-35: Summe der Anteile der aus den Dämpferkräften resultierenden Beschleunigungen und den Anteilen der Beschleunigungssignale der Sensoren an gesamter Beschleunigung (vollständige Zeitreihe)

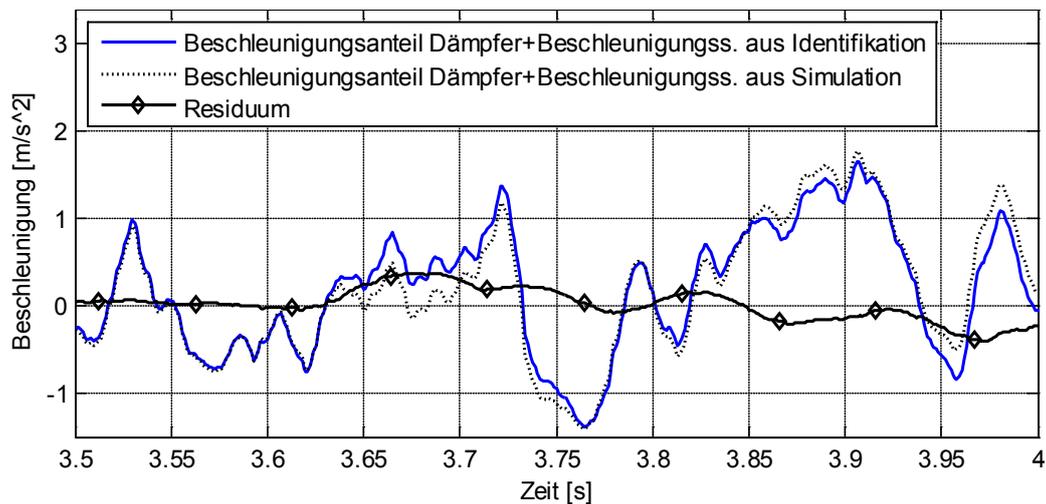


Abb. 4-36: Summe der Anteile der aus den Dämpferkräften resultierenden Beschleunigungen und den Anteilen der Beschleunigungssignale der Sensoren an gesamter Beschleunigung (Ausschnitt aus Zeitreihe)

Hier zeigt sich deutlich, dass diese Summen, die jeweils aus dem Ganzfahrzeugmodell und dem identifizierten Validierungsmodell gebildet wurden, deutlich besser übereinstimmen, als die Dämpfer-, Feder- und Beschleunigungssignalanteile allein.

Die beschriebene Vermutung, dass einzelne stark korrelierte Signalanteile sich gegenseitig kompensieren können und somit nicht vertrauenswürdig sind, wurde damit nachgewiesen. Der empirische Korrelationskoeffizient ist demnach ein sehr geeignetes Maß um die Güte von Validierungsmodellen objektiv zu beurteilen.

4.6.4 Identifikation der Feder- und Dämpferkennlinien mittels Beschleunigungssignal hinten links

In Abb. 4-23 und Abb. 4-27 zeigt sich, dass die Identifikation der Feder- und Dämpferkennlinien mittels Gl. (6-31) nicht möglich ist, da eine sehr starke Korrelation zwischen diesen Feder- und Dämpferkräften und anderen Aufbaubeschleunigungssensoren bestehen, die sich gegenseitig kompensieren.

Wird Gl. (6-31) so umgeformt, dass die linke Seite ausschließlich die Aufbaubeschleunigung hinten links a_{HLz} beinhaltet

$$\begin{aligned}
 a_{HLz} = & \left(F_{F_{VLz}} (\Delta z_{VL}) + F_{D_{VLz}} (\Delta \dot{z}_{VL}) + F_{F_{HLz}} (\Delta z_{HL}) \dots \right. \\
 & + F_{D_{HLz}} (\Delta \dot{z}_{HL}) + F_{F_{HRz}} (\Delta z_{HR}) + F_{D_{HRz}} (\Delta \dot{z}_{HR}) \dots \\
 & + F_{F_{VRz}} (\Delta z_{VR}) + F_{D_{VRz}} (\Delta \dot{z}_{VR}) - c_{a_1} m_{Ab} a_{VLz} \dots \\
 & \left. - c_{a_3} m_{Ab} a_{HRz} + f \left(\sum_{i=1}^n \Delta z_{0i} + \sum_{i=1}^n \Delta z_{Ofsi} + \dots \right) \right) \frac{1}{m_{Ab} c_{a_2}},
 \end{aligned} \tag{6-40}$$

so sollte eine Identifikation dieser Feder- und Dämpferkennlinien deutlich vielversprechender sein, was erneut aus dem empirischen Korrelationskoeffizienten (Abb. 4-20) folgt. Die Ergebnisse der Identifikation für die Feder- und Dämpferkennlinien sind jeweils in Abb. 4-38 und Abb. 4-37 dargestellt.

Es zeigt sich deutlich, dass die Identifikation erfolgreich war und die Güte der identifizierten Kennlinien sehr hoch ist.

Allerdings hat sich eine Besonderheit bezüglich des Vorfaktors c_{a_2} gezeigt. Dieser Vorfaktor besitzt im Ganzfahrzeugmodell einen Wert von $-0,0525$. Um die Dämpferkennlinie in Abb. 4-37 zu einer Übereinstimmung zu bringen, musste die identifizierte Kennlinie aber mit einem Faktor von $0,35$ multipliziert werden. Die Begründung hierfür liegt wieder einmal in den linearen Abhängigkeiten unterschiedlicher Signalanteile der Validierungsgleichung. Durch die unterschiedlichen Signalanteile muss zwar die Form der Feder- und Dämpferkennlinien immer sehr ähnlich bleiben, sofern die Überprüfung des empirischen Korrelationskoeffizienten positiv verläuft, die konstanten Anteile der Signalamplituden können aber zwischen unterschiedlichen Identifikationen variieren.

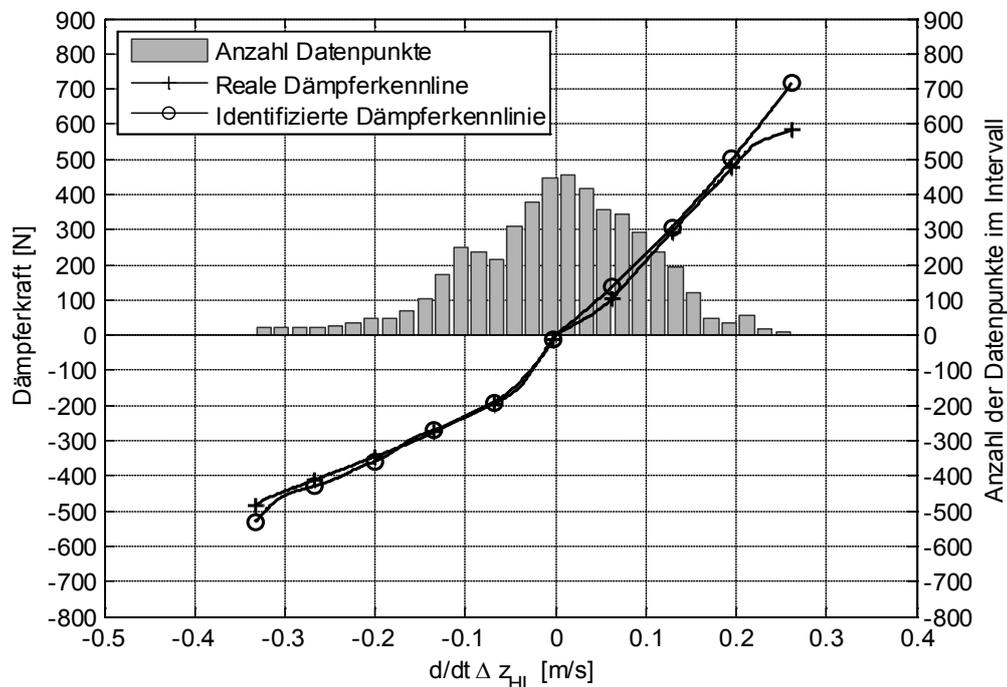


Abb. 4-37: Reale und identifizierte Dämpferkennlinien hinten links

Für die Federkennlinie wurde noch ein anderer Wert von $0,38$ für die Konstante c_{a_2} ermittelt und für die Darstellung in Abb. 4-38 verwendet.

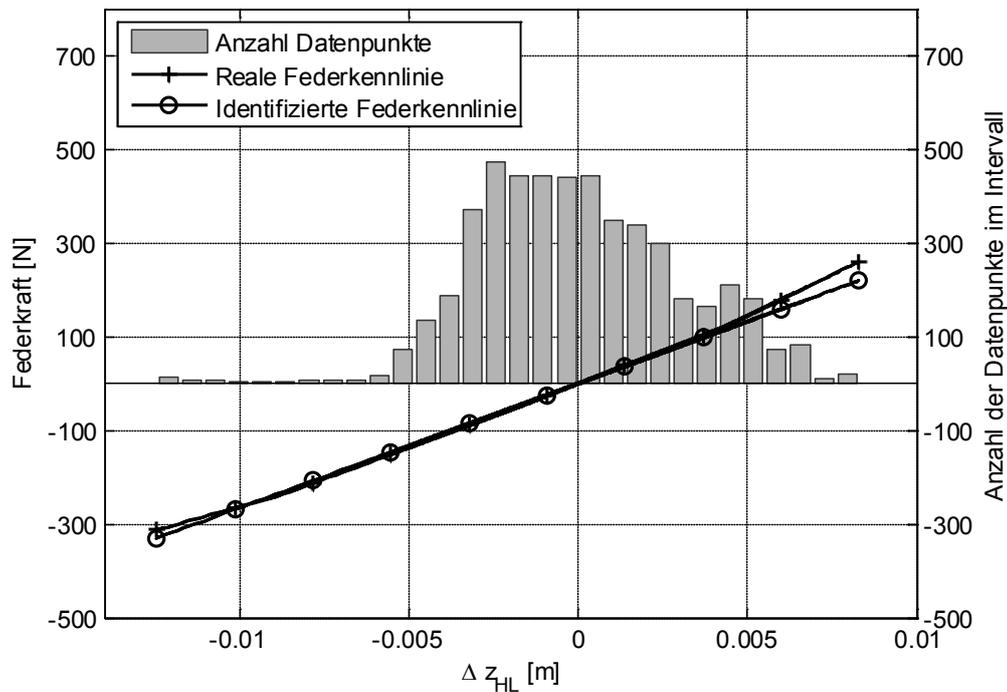


Abb. 4-38: Reale und identifizierte Federkennlinien hinten links

Zusammenfassend konnte gezeigt werden, dass sowohl die Verwendung von Validierungsmodellen, die mittels genetischer Programmierung identifiziert werden, als auch die Verwendung des empirischen Korrelationskoeffizienten, als Maß für die Vertrauenswürdigkeit der Validierungssignale, geeignete Lösungen zur Modellvalidierung darstellen. Allerdings ist die Anzahl der praktisch erkennbaren Fehler geringer als die Anzahl der theoretisch erkennbaren Fehler (Tabelle 4-3), was in linearen Abhängigkeiten zwischen einzelnen Validierungssignalen begründet ist.

Nichtlinear veränderte Feder- und Dämpferkennlinien können mit dieser Methode problemlos und sehr exakt erkannt werden und damit gleichzeitig auch geometrische Änderungen des Fahrwerks, da hierdurch diese Kennlinien nichtlinear skaliert werden.

Unter dem Ausschluss von Fehlerquellen können auch Hinweise auf andere Fehler gefunden werden, indem bspw. zunächst die Übereinstimmung der nichtlinearen Verläufe der Feder- und Dämpferkennlinien überprüft wird. Stimmen alle Kennlinien gut überein und sind dennoch Abweichungen beim Ein- und Ausgangsverhalten des komplexen Modells und des real vermessenen Systems vorhanden, so ist die Wahrscheinlichkeit hoch, dass naheliegende Abweichungen, wie veränderte Aufbaumassen, vorliegen.

Die vorgeschlagene Methode kann demnach, wie gewünscht, für eine deutlich effizientere Modellvalidierung verwendet werden.

4.7 Anwendung der Validierungsmethode auf ein komplexes Ganzfahrzeugmodell

Im vorherigen Abschnitt wurde die prinzipielle Eignung von Systemidentifikationsmethoden zur Modellvalidierung dargestellt, wobei ein vereinfachtes Simulink-Modell zur Überprüfung der Methode verwendet wurde.

Die Identifikationsergebnisse und die Vergleichbarkeit der Ergebnisse bei unterschiedlichen Modellparametern waren sehr gut, allerdings soll die Methode noch exemplarisch an einem validierten und deutlich komplexeren Fahrzeugmodell überprüft werden.

Als komplexes Fahrzeugmodell kam hierfür veDYNA von der Softwarefirma TESIS in der Version „veDYNA Entry 3.10.06“ zum Einsatz. Das veDYNA-Modell kann die Achsen und Radaufhängungen in unterschiedlicher Form beschreiben, wobei entweder ein mechanisches Mehrkörpermodell oder Kennlinien verwendet werden. Die nachfolgenden Simulationen wurden dabei mittels Kennlinien für die Radaufhängungen durchgeführt. Zusätzlich beinhaltet das Modell die Komponenten der Lenkung, der Bremsen und bei Bedarf eine Berücksichtigung von sonstigen elastischen Komponenten im Fahrwerk, wie Elastomerlager. Außerdem wird das Fahrzeug auf einer dreidimensionalen Straße betrieben, die beliebig anpassbar ist und unterschiedliche Oberflächen besitzen kann. Für die in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen besteht der hauptsächliche Vorteil des Modells in seiner Validität.

Die Parametrierung des Modells basiert auf einer Standardlimousine (Abb. 4-39), wobei die detaillierten Parameter sich in Anhang A.6 und A.7 befinden. Innerhalb der grafischen Darstellung Abb. 4-39 sind in grüner, blauer und roter Farbe die Radaufstandskraft, die Seitenführungskraft und die für den Vortrieb benötigte Kraft am Radaufstandspunkt dargestellt. Neben diesen drei Kräften bietet veDYNA eine umfassende weitere Auswahl an Kräften, Zustandsgrößen und sonstigen Variablen, die während der Simulation zu Verfügung stehen.

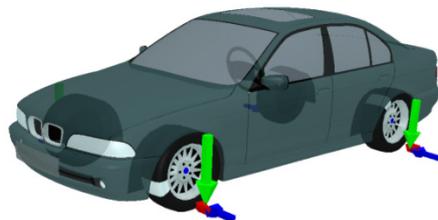


Abb. 4-39: Modell einer Standard-Limousine in veDYNA

Wie erwähnt werden die Feder- und Dämpferkennlinien in der verwendeten Programmversion in Abhängigkeit des Einfederungsweges und der Einfederungsgeschwindigkeit des Rades beschrieben. Dies führt zwar zu einer einfacheren Parametrierbarkeit des Modells anhand von Fahr- und Prüfstandsversuchen, allerdings entspricht diese Modellierung nicht exakt den Annahmen im Validierungsmodell Gl. (6-31). Das Validierungsmodell verwendet jeweils die realen Einfederungswegen und Einfederungsgeschwindigkeiten.

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

schwindigkeiten an den Federn bzw. den Dämpfern und berechnet daraus direkt die Kräfte an den Anbindungen.

Das Validierungsmodell soll für eine möglichst große Klasse von Fahrzeugmodellen verwendet werden können, weshalb es in diesem Kapitel in unveränderter Form auch für das veDYNA-Modell eingesetzt wird. Die abweichende Modellierung in veDYNA bietet gleichzeitig die Chance, die Robustheit dieser Validierungsmethode zu analysieren. Genau wie im vorherigen Kapitel werden für die Identifikation des Validierungsmodells die Einfederungswege an den Federn, die Geschwindigkeiten am Dämpfer, sowie die Aufbaubeschleunigungen an drei Ecken der Karosserie in ausschließlich vertikaler Richtung verwendet.

Das veDYNA Modell wird mit zwei unterschiedlichen Parametrierungen auf einer unebenen Straße, mit *schlechter Fahrbahnoberfläche*, bewegt. Die exakte Definition der *schlechten Fahrbahnoberfläche* basiert auf der Festlegung einer spezifischen spektralen Leistungsdichte, ähnlich wie ISO 8606, und kann der veDYNA-Dokumentation [90] entnommen werden. Diese Auswahl der Fahrbahnoberfläche wurde anhand von durchgeführten Simulationsstudien getroffen, die einerseits eine ausreichende Anregung der Nichtlinearitäten des Fahrzeugs zeigten und andererseits noch in einem Wertebereich lagen, der auch bei realen Fahrversuchen regelmäßig angeregt wird. Als Bewertungsmaßstab wurden die Arbeitsbereiche der Feder- und Dämpferkennlinien herangezogen, wobei die Straßenoberfläche so gewählt wurde, dass weniger als 50 % der maximal definierten Feder- und Dämpferkräfte verwendet wurden.

Zu Beginn der Simulationen befand sich das Fahrzeugmodell im Stillstand und wurde anschließend auf 30 km/h beschleunigt. Diese Geschwindigkeit wurde bis zum Ende der Simulationszeit von 50 Sekunden konstant gehalten.

Die beiden Parametrierungen, bei denen die Ursachen für die Unterschiede gefunden werden sollten, unterscheiden sich in den Feder- und Dämpfungseigenschaften des Fahrzeugs und der Aufbaumasse (Tabelle 4-5). Da die einzelnen Summanden der Validierungsgleichung Gl. (6-31) um die Aufbaumasse skaliert sind, beeinflusst die Masse das Ergebnis der Identifikation deutlich.

Parameter	Unveränderter Wert	Veränderter Wert
Aufbaumasse	1296,0 kg	1596,0 kg
Konstante Federsteifigkeit vorne	27098,09 Nm ⁻¹	33098,09 Nm ⁻¹
Konstante Federsteifigkeit hinten	27183,53 Nm ⁻¹	29183,53 Nm ⁻¹
Torsionssteifigkeit Stabilisator vorne	2609,70 Nm ⁻¹ deg	1909,70 Nm ⁻¹ deg
Dämpferkennlinie vorne	Siehe Abb. 4-40	Siehe Abb. 4-40 (Dämpfung erhöht)
Dämpferkennlinie hinten	Siehe Anhang A.6	Siehe Anhang A.7

Tabelle 4-5: Veränderte Parameter des veDYNA-Modells

Wie in Kapitel 4.6.2 bereits gezeigt, können insbesondere nichtlinear veränderte Dämpfercharakteristik, mittels des Validierungsmodells, erkannt werden. Um dieses Ergebnis weiter zu verifizieren, wurden die Dämpferkennlinien deshalb in ihrer Form verändert und mittels des Validierungsmodells aus den Einfederungswegen und Aufbaubeschleunigungen identifiziert.

Die Darstellung der Dämpferkennlinien erfolgt in der verwendeten veDYNA-Version stückweise linear, mittels acht unterschiedlicher Dämpfungskräfte und der zugehörigen Geschwindigkeiten. Die definierten Kennlinien sind in Abb. 4-40 dargestellt.

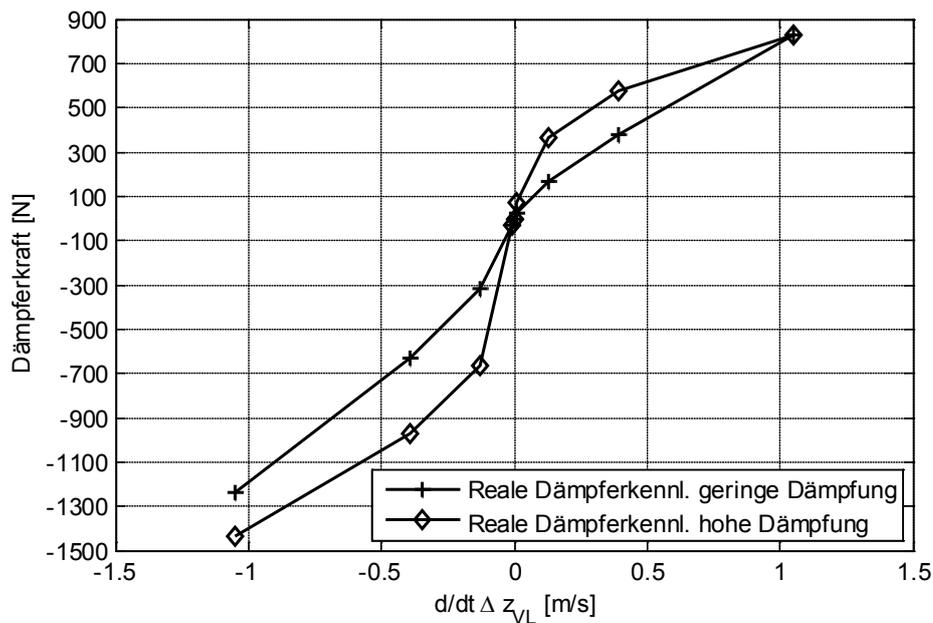


Abb. 4-40: In veDYNA verwendete Dämpferkennlinien für unverändertes Modell (geringe Dämpfung) und verändertes Modell (hohe Dämpfung)

Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

Die Kennlinie mit erhöhter Dämpfung wurde nur moderat verändert, um die Güte der vorgeschlagenen Validierungsmethode nachzuweisen.

Für die Validierung wurde davon ausgegangen, dass sich während der ersten Simulationen des Modells mit veränderten Parametern und erhöhter Dämpfung Abweichungen zu einem angenommenen vermessenen Fahrzeug ergeben haben. Dieses angenommene Fahrzeug wurde durch das Modell mit der unveränderten Standardparametrierung repräsentiert.

Im Zeitbereich zeigen sich besonders bei den Aufbaubeschleunigungen signifikante Abweichungen zwischen beiden Modellvarianten (Abb. 4-41 und Abb. 4-42), welche ein erstes Indiz für Modellfehler sind.

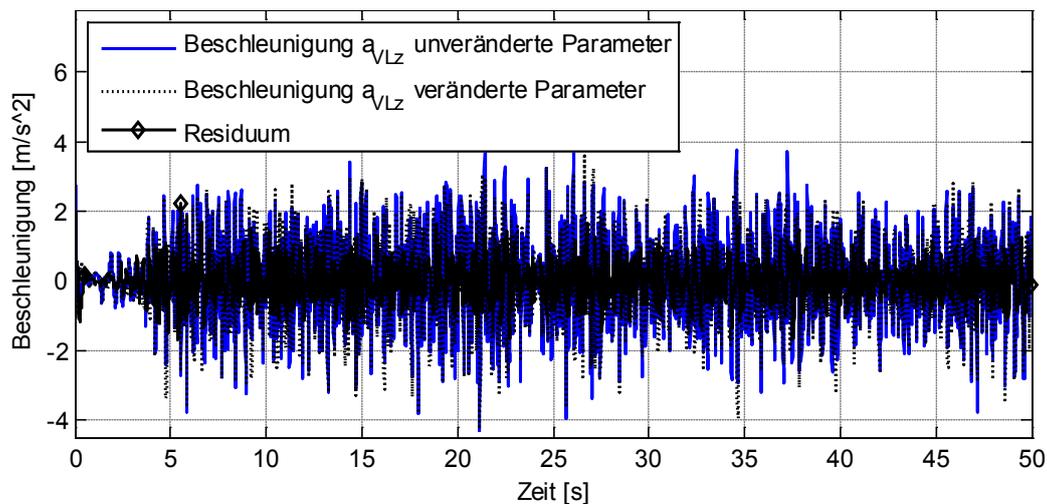


Abb. 4-41: Aufbaubeschleunigung vorne links mit unveränderten und veränderten Parametern (vollständige Zeitreihe)

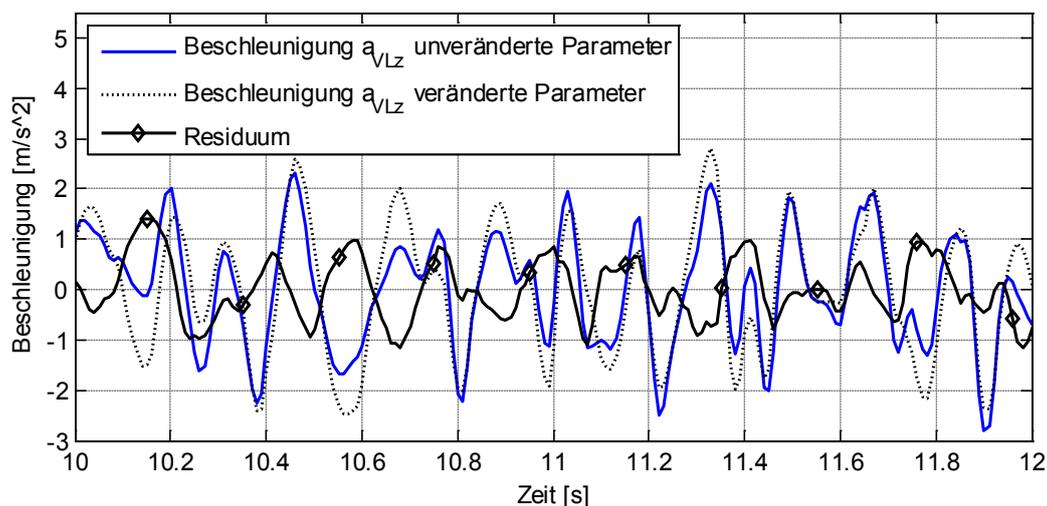


Abb. 4-42: Ausschnitt aus Aufbaubeschleunigung vorne links mit unveränderten und veränderten Parametern (Ausschnitt aus Zeitreihe)

Nach der Identifikation der Dämpferkennlinien beider Parametrierungen, für welche erneut die Validierungsgleichung Gl. (6-31) verwendet wurde, zeigte sich eine sehr gute Übereinstimmung der identifizierten Kennlinien mit den wirklichen Kennlinien des

Fahrzeugmodells (Abb. 4-43). In den Bereichen, in denen mehr als ca. 40 Datenpunkte für die jeweiligen Einfederungsgeschwindigkeiten vorliegen, liegt die Übereinstimmung der identifizierten Kennlinien meist sogar im Bereich der Strichlinienstärke der Darstellung.

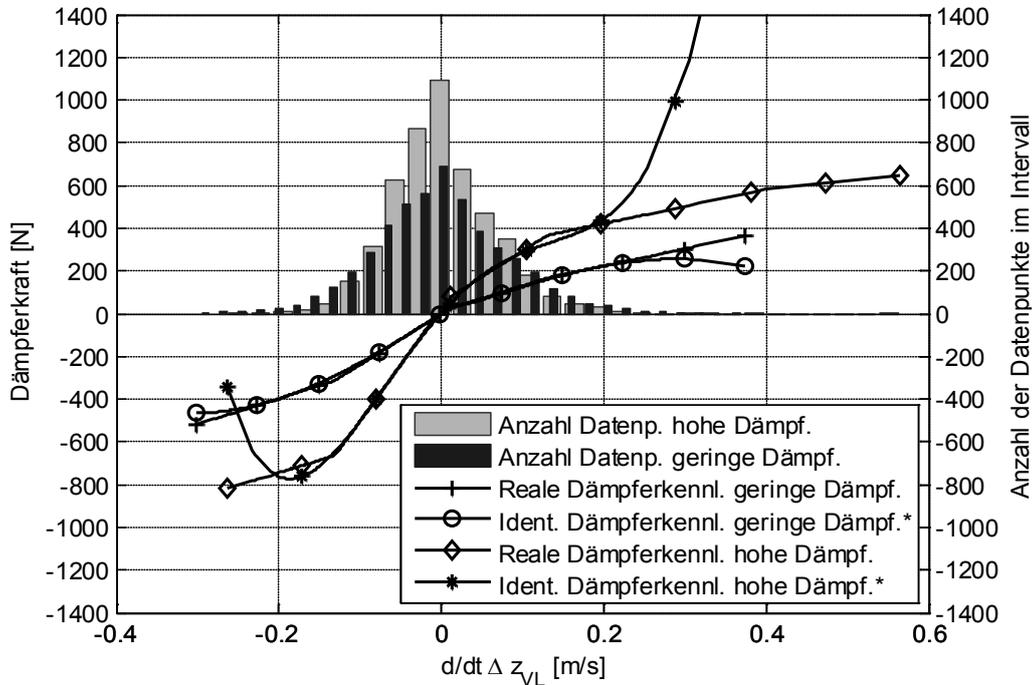


Abb. 4-43: Vergleich der aus dem veDYNA-Modell identifizierten Dämpferkennlinien mit den realen Kennlinien des Modells

Es ist dabei zu beachten, dass die identifizierten Kennlinien jeweils mit einem empirischen Faktor multipliziert wurden, um die Übereinstimmung mit den wirklichen Kennlinien anschaulich zu zeigen. Kennlinien, die mit einem Faktor multipliziert wurden, sind in den Legenden der Diagramme mit einem Sternsymbol markiert. Die Multiplikation mit einer empirischen Konstanten ist durch die in Kapitel 4.6 besprochene nichtvorhandene Identifizierbarkeit dieser Konstanten begründet, weshalb auch nur die nichtlineare Form der Kennlinien eindeutig unterscheidbar ist.

Bedingt durch das gewählte Straßenprofil und die Fahrgeschwindigkeit bewegt sich die Einfederungsgeschwindigkeit während der Simulationen in Bereichen von -0,3 m/s bis 0,58 m/s. Es wird also weniger als die Hälfte des in veDYNA spezifizierten Arbeitsbereichs ausgenutzt. Innerhalb dieses verhältnismäßig geringen Arbeitsbereiches sind die Formen der definierten Kennlinien sehr ähnlich, was in Abb. 4-44 dargestellt ist.

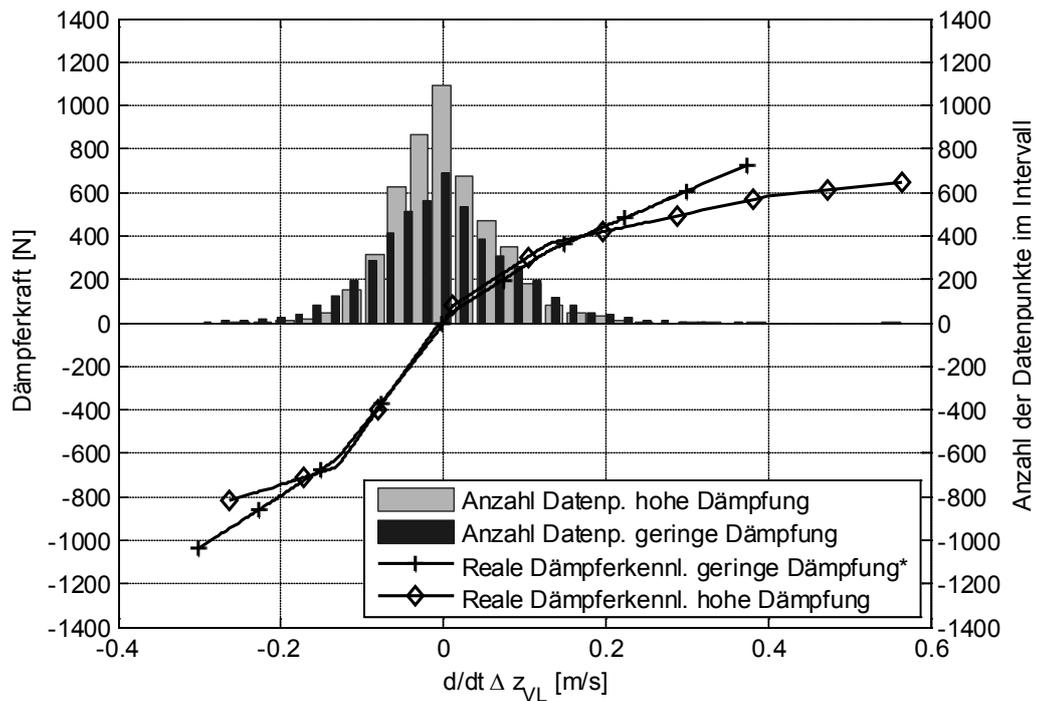


Abb. 4-44: Während der Simulation beanspruchter Arbeitsbereich der Dämpferkennlinien des veDYNA-Modells

Es ist zu beachten, dass die Kennlinie mit geringerer Dämpfung zur Verbesserung der Anschaulichkeit mit einem Faktor von 2 multipliziert wurde, damit beide Kennlinien ähnliche Größenordnungen besitzen.

Durch die geringen Unterschiede in den Kennlinienformen lässt sich die Sensitivität und damit die Güte der vorgeschlagenen Validierungsmethode gut darstellen. Eine Erhöhung der Straßenanregung oder eine stärkere Änderung der Kennlinienformen würde zwar die Validierung vereinfachen, das Ziel der hier durchgeführten Untersuchung ist aber die Evaluierung der Validierungsmethode, weshalb die Unterschiede zwischen den Kennlinien absichtlich gering gehalten wurden.

Bei einem realen Validierungsproblem sind die wirklichen Kennlinien natürlich nicht bekannt, weshalb lediglich die identifizierten Kennlinien verglichen werden können. Die beiden Kennlinien, je eine mit unveränderter und veränderter Parametrierung, wurden mit den empirischen Faktoren 1250 (unverändert) und 700 (verändert) multipliziert, um auch hier wieder eine vergleichbare Größenordnung zu erreichen (Abb. 4-45). Dieses Vorgehen würde auch bei einer realen Validierung angewendet werden.

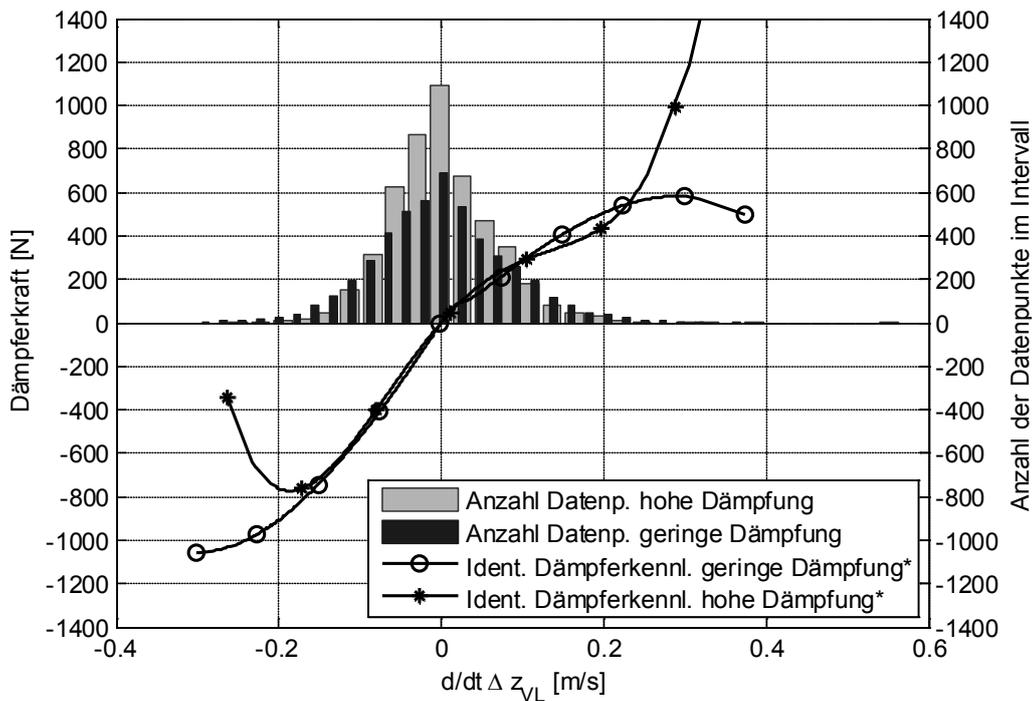


Abb. 4-45: Aus veDYNA-Modell identifizierte Dämpferkennlinien

Die vorherigen Simulationen mit dem vereinfachten Fahrzeugmodell aus Kapitel 4.6 haben gezeigt, dass die identifizierten Kennlinien ab ca. 40 Datenpunkte innerhalb eines Geschwindigkeitsbereiches eine sehr gute Übereinstimmung liefern. Basierend auf diesen Voruntersuchungen kann als Richtwert also angenommen werden, dass die identifizierten Kennlinien in Bereichen mit mehr als 40 Datenpunkten aussagekräftig sind, wobei mehr Datenpunkte natürlich zu einer deutlich höheren Aussagegüte führen. Bei einem Vergleich der beiden identifizierten Kennlinien (Abb. 4-45) zeigt sich deutlich, dass auch die identifizierten Kennlinien in ihrer Form sehr gut übereinstimmen. Es ist hiermit eindeutig nachgewiesen, dass die vorgeschlagene Validierungsmethode eine sehr hohe Güte für das gewählte Beispiel besitzt.

Geht man nach dem Ausschlussprinzip vor, kann, basierend auf der Identifikation, ein größerer Fehler bei der Parametrierung der Stoßdämpfer und der Achskinematik ausgeschlossen werden, da beide Kennlinien eine sehr ähnliche Verlaufsform besitzen. Es bleiben nun, neben einer linearen Skalierung der Dämpferkennlinien im Arbeitsbereich, noch die Federkennlinien oder veränderte Massen und Masseverteilungen, inklusive Massenträgheitsmomenten, als wahrscheinliche Fehler übrig.

Da auch die Formen der Federkennlinien mit der vorgeschlagenen Methodik leicht identifiziert werden können, lässt sich die Abweichung letztendlich weiter eingrenzen und die Fehlerursache durch zusätzliche Messungen und eine Überprüfung der Parameter des angenommenen Messfahrzeugs schließlich deutlich einfacher finden, als dies mit bisher verwendeten Verfahren möglich gewesen wäre.

Zur Vervollständigung der Validierung müssen noch die empirischen Korrelationskoeffizienten untersucht werden, die sich aus den identifizierten Kennlinien berechnen lassen (Abb. 4-46 und Abb. 4-47).

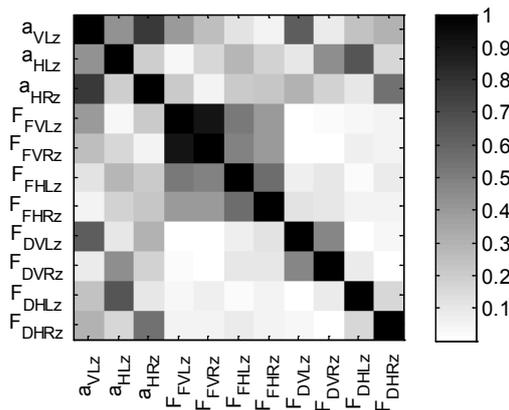


Abb. 4-46: Empirische Korrelationskoeffizienten für unveränderte Parametrierung

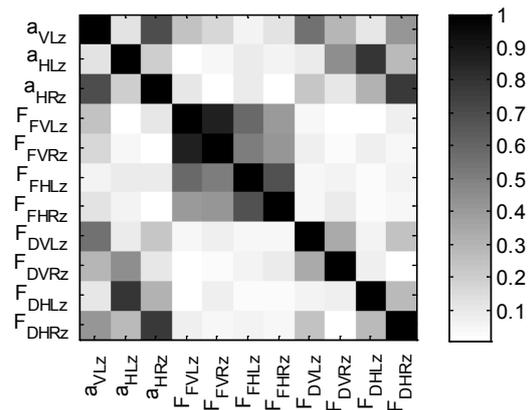


Abb. 4-47: Empirische Korrelationskoeffizienten für veränderte Parametrierung

Wie gezeigt, muss das vordere linke Beschleunigungssignal möglichst stark linear von der Dämpferkraft vorne links abhängen, um eine hohe Vertrauenswürdigkeit der Identifikationen zu gewährleisten. Zusätzlich sollten alle anderen Signale nur gering mit diesem Beschleunigungssignal und der Dämpferkraft korreliert sein. Dies ist bei beiden Parametrierungen gewährleistet, allerdings besteht eine hohe lineare Abhängigkeit zwischen der vorderen linken Aufbaubeschleunigung und der hinteren rechten Aufbaubeschleunigung. Dies ist allerdings unkritisch, da die Dämpferkraft vorne links nur sehr gering mit der Beschleunigung hinten rechts korreliert ist.

4.8 Zusammenfassung der Modellvalidierung mittels Systemidentifikation

Insgesamt hat sich gezeigt, dass die Modellvalidierung mittels Systemidentifikationsmethoden eine sehr leistungsfähige Lösung ist. Insbesondere die hohe mögliche Komplexität der Modelle, die hiermit untersucht werden können, bietet vielfältige Einsatzmöglichkeiten. Es ist allerdings zu beachten, dass für die Entwicklung der Validierungsmodelle umfangreiche Kenntnisse aus dem Umfeld der Identifizierbarkeitsanalyse und der Systemidentifikation selbst notwendig sind. Die Verwendung der Validierungsmodelle ist hingegen einfach. Der Anwender muss lediglich die empirischen Korrelationskoeffizienten bewerten und gleichzeitig die identifizierten Teilmodelle gegenüberstellen. Basierend auf den Identifizierbarkeitseigenschaften der Validierungsmodelle kann dann eine effiziente Eingrenzung von Fehlerursachen stattfinden.

Für die Verwendung der Validierungsmodelle ist es deshalb sinnvoll, vereinfachte Standardmodelle bereitzustellen, die anschließend für eine Validierung deutlich komplexerer und vollständigerer Modelle verwendet werden können.

Es wurde gezeigt, dass die Validierungsmodelle zwar einerseits sensitiv genug sind, um auch geringe Abweichungen aufzudecken aber andererseits auch Abweichungen durch vereinfachte Modellierungen ausgleichen können. Die Entwicklung von Standard-

Validierungsmodellen, die für eine Validierung einer großen Klasse von Simulationsmodellen verwendbar sind, ist deshalb wirtschaftlich sehr sinnvoll.

Während der Untersuchungen hat sich allerdings zusätzlich gezeigt, dass diese Methode nur eine begrenzte Aussagefähigkeit bezüglich der Ursache von Abweichungen besitzt. Dies bedeutet, dass zwar Fehler, wie Abweichungen im Fahrwerk, prinzipiell erkennbar sind, die genaue Ursache lässt sich aber nicht direkt ermitteln. So kann bei einer Änderung der nichtlinearen Form der identifizierten Fahrwerkskennlinien zwar eine Änderung der Masse ausgeschlossen werden, dies ist aber nicht möglich, wenn die Kennlinien lediglich mit einem konstanten Faktor skaliert sind.

Zusammenfassend lässt sich deshalb feststellen, dass für eine noch deutlichere Effizienzsteigerung des Modellvalidierungsprozesses heute bekannte Methoden weniger geeignet sind.

5 Modellvalidierung mithilfe differentialalgebraischer Algorithmen

Systemidentifikationsmethoden bieten, wie gezeigt, bereits eine gesteigerte Effizienz bei der Validierung von Simulationsmodellen. Eine weitere Steigerung dieser Effizienz ist aber wünschenswert, um die teils sehr aufwendigen Simulationsprozesse signifikant zu verbessern. Hierfür sind neue Ansätze und Methoden notwendig, die über die bekannten Lösungen hinausgehen.

In Kapitel 3.7 wurden bereits differentialalgebraische Algorithmen und ihre prinzipiellen Eigenschaften vorgestellt.

Neben dem Nachweis der globalen strukturellen Identifizierbarkeit haben Ljung et al. [52] gezeigt, dass die Differentialalgebra auch geeignet ist, um die prinzipielle Eignung von Modellansätzen zur Repräsentation von Ein- und Ausgangsdaten nachzuweisen. Allerdings erwähnen Ljung et al. lediglich die Möglichkeit der Modellansatzüberprüfung, ohne die Anwendbarkeit oder die Grenzen dieser Methode näher zu untersuchen. Hengl [103] hat diese Idee 2007 aufgegriffen und anhand eines kleinen Beispiels das Potenzial der Methode zum Auswählen von Modellansätzen gezeigt. Die Untersuchungen beschränkten sich aber auf oberflächige Betrachtungen und wurden, aufgrund der notwendigen Rechenleistung für die Anwendung der Methode und Schwierigkeiten bei der numerischen Berechnung höherer Ableitungen, nicht im Detail untersucht.

Trotz der genannten Einschränkungen hinsichtlich der Komplexität der Modelle, die untersucht werden können, bietet die Differentialalgebra, insbesondere aus wissenschaftlicher Sicht, ein breites Spektrum von Einsatzmöglichkeiten. Gleichzeitig besitzt sie das Potenzial, um die notwendigen Effizienzsteigerungen im Simulationsprozess zu erreichen. Mit zunehmender Leistungsfähigkeit von Computern ist zu erwarten, dass auch komplexe Systeme mittels differentialalgebraischer Algorithmen analysiert werden können. Aufgrund der angesprochenen hohen Leistungsfähigkeit und Attraktivität werden nachfolgend mögliche weitere Einsatzbereiche differentialalgebraischer Methoden untersucht. Der Fokus dieser Untersuchungen liegt zusätzlich auf eventuellen weiteren Hindernissen, die beim Einsatz der Differentialalgebra zur Modellvalidierung auftreten können und die in zukünftigen Arbeiten adressiert werden müssen.

Mit der Methode von Ljung et. al [52] kann sehr effizient gezeigt werden, ob für einen Modellansatz prinzipiell konstante Parameter existieren, mit denen der Modellansatz exakt das gleiche Ein- und Ausgangsverhalten wie ein reales System oder ein anderes Modell besitzt (Abb. 5-1-a). Die vielfältigen unterschiedlichen Anwendungen, die sich hieraus ergeben, werden innerhalb dieses Kapitels diskutiert.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde zusätzlich eine neue Methode zur Modellvalidierung mittels differentialalgebraischer Algorithmen entwickelt und in Haffke et al. [104] dar-

gestellt. Diese Methode basiert auf einer neuen und erweiterten Eliminierungsreihenfolge, mit der eindeutig nachgewiesen werden kann, dass für einen Modellierungsansatz mindestens ein Satz von Parametern existiert, mit denen das Modell mindestens zwei unterschiedliche Datensätze von Ein- und Ausgangssignalen exakt repräsentieren kann (Abb. 5-1-b). Eine Anwendungsmöglichkeit für diese Lösung ist der Nachweis der Zeitinvarianz von Parametern eines Systems, während unterschiedlicher Messungen. Ohne Kenntnis der exakten Parameter oder zusätzlichem Vorwissen kann so eindeutig nachgewiesen werden, dass mindestens zwei Messdatensätze von einem System mit exakt den gleichen physikalischen Parametern erzeugt wurden. Aufgrund der hohen Leistungsfähigkeit dieser neuen Methode wird sie ebenfalls nachfolgend vorgestellt und die Vor- und Nachteile dargelegt.

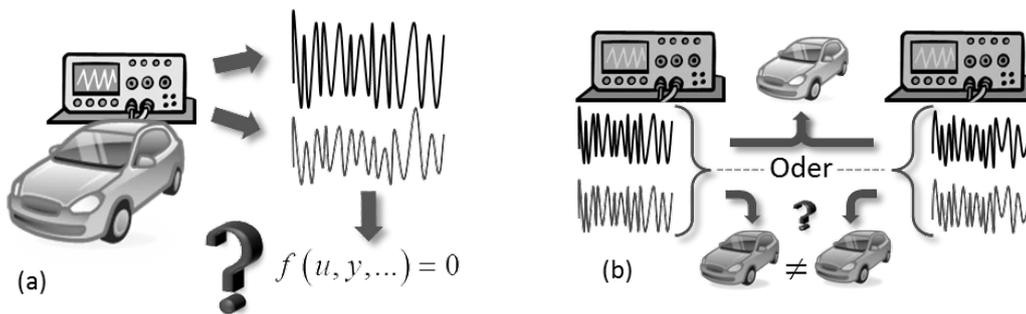


Abb. 5-1: Einsatzmöglichkeiten differentialalgebraischer Methoden zur Modellvalidierung

5.1 Strukturelle Validierung von Modellansätzen

Der Nachweis der prinzipiellen Eignung eines Modellansatzes zur Beschreibung vorhandener Ein- und Ausgangssignale basiert auf der Verwendung der A -Elemente der charakteristischen Menge Gl. (4-3), die nur noch die Ein- und Ausgangssignale des Systems sowie höhere zeitliche Ableitungen dieser Signale, beinhalten. Alle konstanten Parameter des Ausgangssystems werden aus diesen A -Elementen eliminiert.

In diesen Elementen der charakteristischen Menge sind also immer Ein- und Ausgangsgleichungen in der Form

$$f(u, \dot{u}, \dots, u^{(\mu)}, y, \dot{y}, \dots, y^{(\nu)}) = 0 \tag{6-41}$$

enthalten, in denen die Ein- und Ausgangssignale zeitliche Ableitungen bis zu den Graden μ und ν besitzen. Werden die gemessenen Ein- und Ausgangssignale des Systems so oft wie erforderlich zur Zeit hin abgeleitet und in Gl. (6-41) eingesetzt, so muss die linke Seite der Gleichung exakt null sein, sofern der Modellansatz mit dem vermessenen System übereinstimmt [52]. Gleichzeitig ist hiermit nachgewiesen, dass eine Parametrierung für das Ausgangssystem Gl. (4-1) aus der Menge der reellen Zahlen existiert, mit denen das Modell exakt das gleiche Ein- und Ausgangsverhalten wie das vermessene System besitzt. Im Umfeld der Modellbildung und Modellvalidierung ist die Metho-

Modellvalidierung mithilfe differentialalgebraischer Algorithmen

de insbesondere zur iterativen Verbesserung von Modellen, durch schrittweise Änderungen des Modellierungsansatzes und der Komplexität, geeignet.

Der Vollständigkeit halber muss noch erwähnt werden, dass die parameterfreien Gleichungen innerhalb der A -Elemente zusätzlich erfolgreich zur modellbasierten Fehlerdiagnose nichtlinearer Systeme eingesetzt wurden [44].

5.1.1 Beispiel: Nachweis der Existenz von Parametern für eine Masse

Die grundlegende Idee bei der strukturellen Validierung wird nachfolgend im Detail an einem einfachen Beispiel dargestellt. Bereits für sehr kleine Systeme entstehen sehr große Gleichungen in den A -Elementen der charakteristischen Mengen, weshalb an dieser Stelle das einfachst mögliche Beispiel, in Form einer Masse (Abb. 5-2), gewählt wurde.

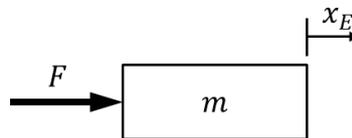


Abb. 5-2: Beispiel Modellvalidierung

Es wird vorausgesetzt, dass die anregende Kraft F und die daraus resultierende Beschleunigung \ddot{x}_E messbar sind.

Zunächst muss die Systemgleichung aufgestellt

$$F - m\ddot{x}_E = 0 \quad (6-42)$$

und anschließend zur Zeit abgeleitet werden

$$\frac{d}{dt}(F - m\ddot{x}_E) = \dot{F} - m\ddot{x}_E = 0. \quad (6-43)$$

Durch Umstellen von Gl. (6-43) nach dem konstanten Parameter m und Einsetzen in Gl. (6-42) entsteht eine Relation zwischen den Ein- und Ausgangssignalen und deren Ableitungen in der Form

$$F - \frac{\dot{F}}{\ddot{x}_E} \ddot{x}_E = 0, \quad (6-44)$$

bzw. vereinfacht

$$F\ddot{x}_E - \dot{F}\ddot{x}_E = 0. \quad (6-45)$$

Die linke Seite von Gl. (6-45) wird zu null, wenn Ein- und Ausgangssignale eingesetzt werden, die von einem System in der Form Gl. (6-42) erzeugt wurden. Dies ist ein Nachweis der prinzipiellen Korrektheit der angenommenen Gleichungsstruktur zur Beschreibung der Ein- und Ausgangsdaten. Gleichzeitig ist hiermit der Nachweis erbracht, dass für einen Satz gegebener Ein- und Ausgangssignale ein konstanter Parameter m

über den reellen Zahlen existiert, mit denen das Ausgangssystem diese Signale exakt repräsentieren kann.

Differentialalgebraische Algorithmen, wie der Algorithmus von Ritt oder der Rosenfeld-Gröbner-Algorithmus, eliminieren die konstanten Parameter zwar nach einem deutlich aufwendigeren Schema (siehe Kapitel 3.7.4), unter Verwendung der Eliminierungsreihenfolge Gl. (4-2) nach Einsetzen der Variablen des gezeigten Beispiels Gl. (6-42)

$$F < \dot{F} < \dots < \ddot{x}_E < \ddot{x}_E < m < \dot{m} < \dots \quad (6-46)$$

berechnen diese Algorithmen allerdings exakt das gleiche Ergebnis Gl. (6-45), welches innerhalb dieses Beispiels möglichst anschaulich dargestellt wurde.

Um dieses Beispiel zu vervollständigen, wird angenommen, dass das System Gl. (6-42) mit einer Sinusfunktion

$$F = \sin(\omega t) \quad (6-47)$$

angeregt wird.

Das System antwortet dann mit dem Ausgangssignal

$$\ddot{x}_E = \frac{\sin(\omega t)}{m}. \quad (6-48)$$

Das Ableiten der Ein- und Ausgangssignale führt zu

$$\frac{dF}{dt} = \dot{F} = \cos(\omega t) \omega \quad (6-49)$$

und

$$\frac{d\ddot{x}_E}{dt} = \ddot{x}_E = \frac{\cos(\omega t) \omega}{m}. \quad (6-50)$$

Nach dem Einsetzen von Gl. (6-47) – Gl. (6-50) in Gl. (6-45) ist leicht ersichtlich, dass die linke Seite der Gleichung immer verschwindet, unabhängig von der Größe der Masse, da diese sich herauskürzen lässt

$$\sin(\omega t) \frac{\cos(\omega t) \omega}{m} - \cos(\omega t) \omega \frac{\sin(\omega t)}{m} = 0. \quad (6-51)$$

Für die spezifizierten Ein- und Ausgangssignale Gl. (6-47) und Gl. (6-48) muss deshalb ein konstanter Zahlenwert für die Masse m über den reellen Zahlen existieren, mit dem die Gleichung (6-42) exakt die spezifizierten Ein- und Ausgangssignale repräsentieren kann.

5.1.2 Arbeitsablauf bei der Modellvalidierung mittels Differentialalgebra

Beim gegenwärtigen Stand der Modellvalidierungstechnik wird das gesamte Modell, inklusive aller Parameter, auf eine exakte Übereinstimmung mit Messdaten hin überprüft, was zu einer hohen Komplexität bei der Modellvalidierung und Modellverbesserung führt (Abb. 5-3-a). Das System muss vollständig modelliert, parametrisiert und simuliert werden und erst am Ende dieser Prozesskette können die Ergebnisse mit Messungen verglichen werden und eine notwendige Verbesserung des Modells erfolgen.

Mithilfe der Ein- und Ausgangsgleichungen Gl. (6-41) wird nun vorgeschlagen, die Modellerstellung und Modellvalidierung in die folgenden Arbeitsschritte aufzuteilen:

- Modellansatzüberprüfung (Abb. 5-1-a),
- Parametrierung des Modells
- Gesamtsystemsimulation und Validierung.

Der große Vorteil gegenüber bisher verwendeten Methoden liegt im direkten Feedback an den Ersteller des Modells über die Korrektheit eines Modellansatzes. Dieses Feedback wird bereits in einem sehr frühen Stadium der Modellierung generiert (Abb. 5-3-b).

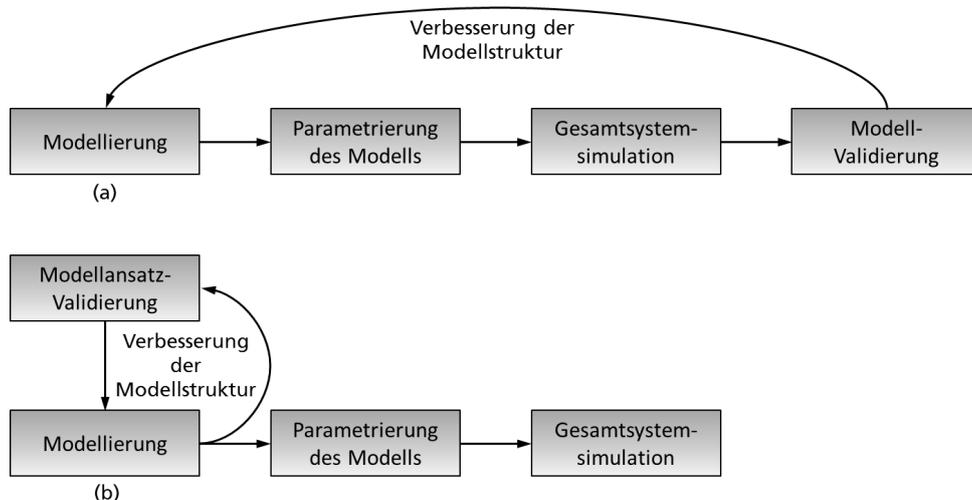


Abb. 5-3: Arbeitsablauf strukturelle Modellansatzüberprüfung und -verbesserung

Basierend auf den Systemgleichungen des Modells und den aufgezeichneten Mess- oder Simulationsdaten eines abzubildenden Systems, können die Ein- und Ausgangsgleichungen Gl. (6-41), in Form parameterfreier Gleichungen, bereits dann zur Validierung des Modellansatzes verwendet werden, wenn das Modell noch nicht einmal parametrisiert und damit zur Simulation geeignet ist. Unter Verwendung eines geeigneten Fehlerkriteriums kann die Modellierung dann lange vor einer Simulation ggf. angepasst und verbessert werden. Dieser Prozess ist aus Sicht eines Anwenders noch einmal anschaulich in Abb. 5-4 dargestellt.

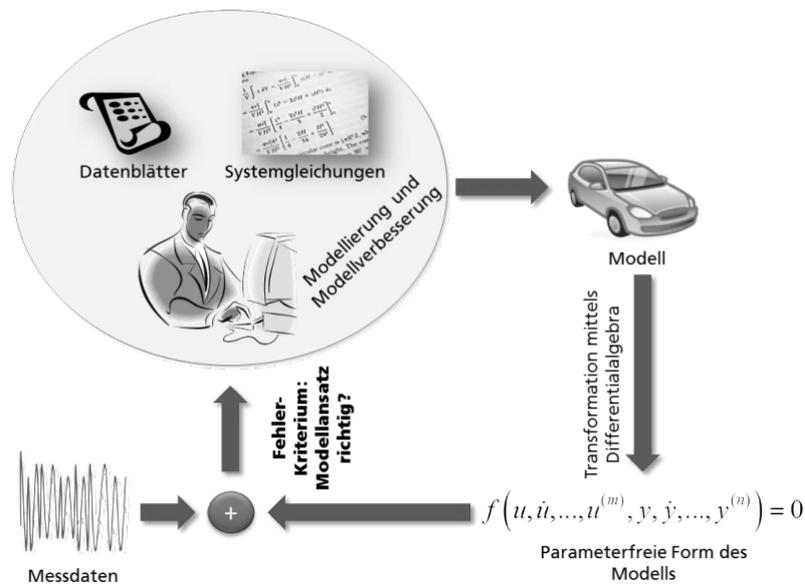


Abb. 5-4: Arbeitsablauf Modellansatzüberprüfung und -verbesserung [78]

Durch die Unterteilung in eine Modellansatzüberprüfung und anschließende Parametrierung, die nur dann durchgeführt wird, wenn der Modellansatz korrekt ist, wird der gesamte Modellierungsprozess deutlich vereinfacht. Die Modellansatzüberprüfung stellt dabei eine strukturelle Validierung der Modellgleichungen dar, da nachgewiesen wird, dass die Struktur des Modellansatzes prinzipiell die Dynamik des vermessenen Systems repräsentieren kann.

5.1.3 Beispiel: Strukturelle Validierung eines Viertelfahrzeugmodells

Die Funktionsfähigkeit und der Nutzen der strukturellen Validierung wurden von Haffke et al. [78] anhand des bekannten Viertelfahrzeugmodells (Abb. 5-5) beispielhaft dargestellt.

Das Viertelfahrzeug wird dabei von einem Modell einer unebenen Straße angeregt [102], deren spektrale Leistungsdichte mit ISO 8606 übereinstimmt.

Die Parameter des Modells sind in Tabelle 5-1 dargestellt.

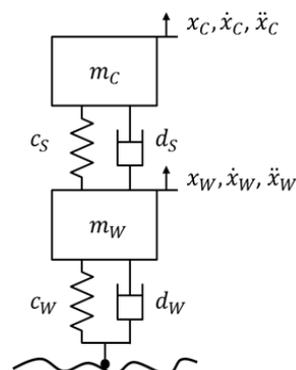


Abb. 5-5: Viertelfahrzeugmodell

Modellvalidierung mithilfe differentialalgebraischer Algorithmen

Parameter	Wert
m_C	362,5 kg
c_S	35000 Nm ⁻¹
d_S	4000 Nsm ⁻¹
m_W	48 kg
c_W	239333 Nm ⁻¹
d_W	0,1 Nsm ⁻¹
Straßenrauigkeit	„Sehr schlecht“ nach ISO 8606

Tabelle 5-1: Parameter des Viertelfahrzeugmodells

Es wird vorausgesetzt, dass sowohl der Einfederungsweg des Rades, relativ zur Karosserie

$$\Delta x_S = x_W - x_C, \quad (6-52)$$

als auch die Karosseriebeschleunigung \ddot{x}_C messbar sind.

Aus der bekannten Gleichung des Viertelfahrzeugs

$$m_C \ddot{x}_C = c_S \Delta x_S + d_S \Delta \dot{x}_S \quad (6-53)$$

wird mithilfe des Rosenfeld-Gröbner-Algorithmus und der auf Gl. (4-2) basierenden Eliminierungsreihenfolge

$$\begin{aligned} \Delta x_S < \Delta \dot{x}_S < \Delta \ddot{x}_S < \dots < x_C < \dot{x}_C < \ddot{x}_C < \dots \\ \dots < m_C < \dot{m}_C < \dots < d_S < \dot{d}_S < \dots < c_S < \dot{c}_S \end{aligned} \quad (6-54)$$

eine charakteristische Menge erzeugt.

Die erzeugte charakteristische Menge enthält ein A -Element in Form der Gleichung

$$x_C^{(4)} \Delta \ddot{x}_S \Delta x_S - x_C^{(4)} \Delta \dot{x}_S^2 - \ddot{x}_C \Delta \ddot{x}_S \Delta x_S + \ddot{x}_C \Delta \ddot{x}_S \Delta \dot{x}_S + \ddot{x}_C \Delta \ddot{x}_S \Delta \dot{x}_S - \ddot{x}_C \Delta \dot{x}_S^2 = 0, \quad (6-55)$$

welche zur strukturellen Validierung des Viertelfahrzeugs geeignet ist.

Zusätzlich müssen die Ein- und Ausgangssignale des Viertelfahrzeugs immer die Ungleichung

$$\Delta \ddot{x}_S \Delta x_S - \Delta \dot{x}_S^2 \neq 0 \quad (6-56)$$

erfüllen, was innerhalb dieses Beispiels zu jedem Zeitpunkt gewährleistet war. Ungleichungen dieser Form sind oft Bestandteil der erzeugten charakteristischen Mengen.

In Abb. 5-6 sind die Ergebnisse der Simulation des Viertelfahrzeugs (Abb. 5-5) und das Residuum, in Form der linken Seite von Gl. (6-55), dargestellt.

Modellvalidierung mithilfe differentialalgebraischer Algorithmen

Das Residuum liegt in der Größenordnung von 10^{-4} , wohingegen die Ein- und Ausgangssignale eine Größenordnung von 10^{-2} besitzen. Das Residuum ist also deutlich kleiner als die Ein- und Ausgangssignale des Systems.

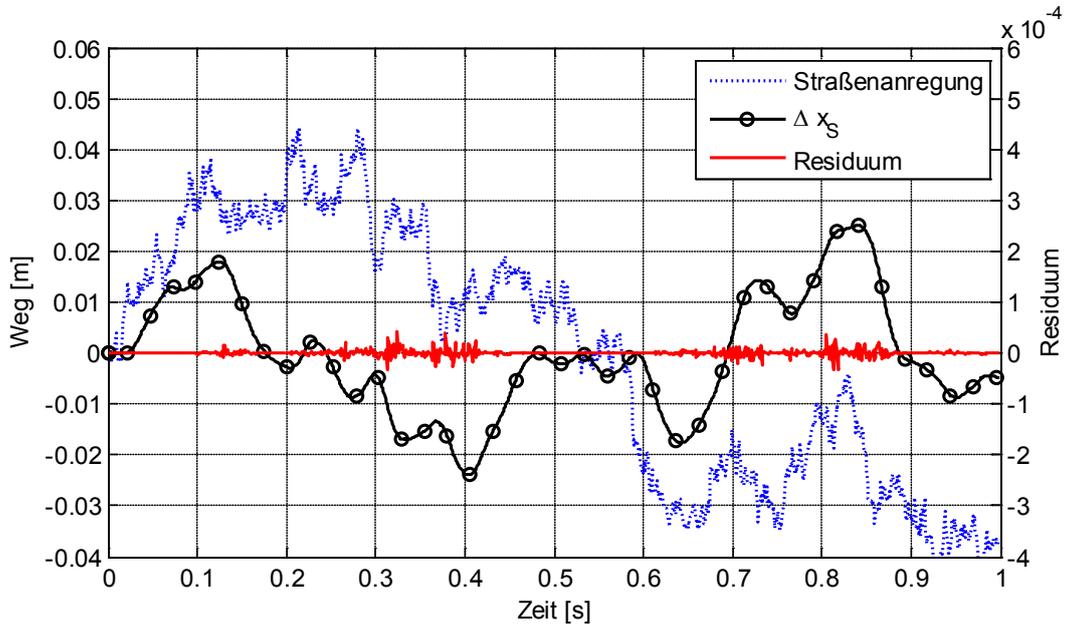


Abb. 5-6: Ergebnis der strukturellen Validierung des Viertelfahrzeugmodells bei vollständiger Übereinstimmung

Als Gegenbeispiel wurde das Viertelfahrzeug (Abb. 5-5) um eine Feder mit einer kubischen Steifigkeit $1 \cdot 10^{-7} N \cdot m^3$ erweitert

$$m_c \ddot{x}_c = c_s \Delta x_s + c_{SNL} \Delta x_s^3 + d_s \Delta \dot{x}_s \quad (6-57)$$

und simuliert.

Die Ein- und Ausgangssignale von Gl. (6-57) wurden anschließend in die Validierungsgleichung Gl. (6-55) des ursprünglichen linearen Viertelfahrzeugs eingesetzt und in (Abb. 5-7) dargestellt.

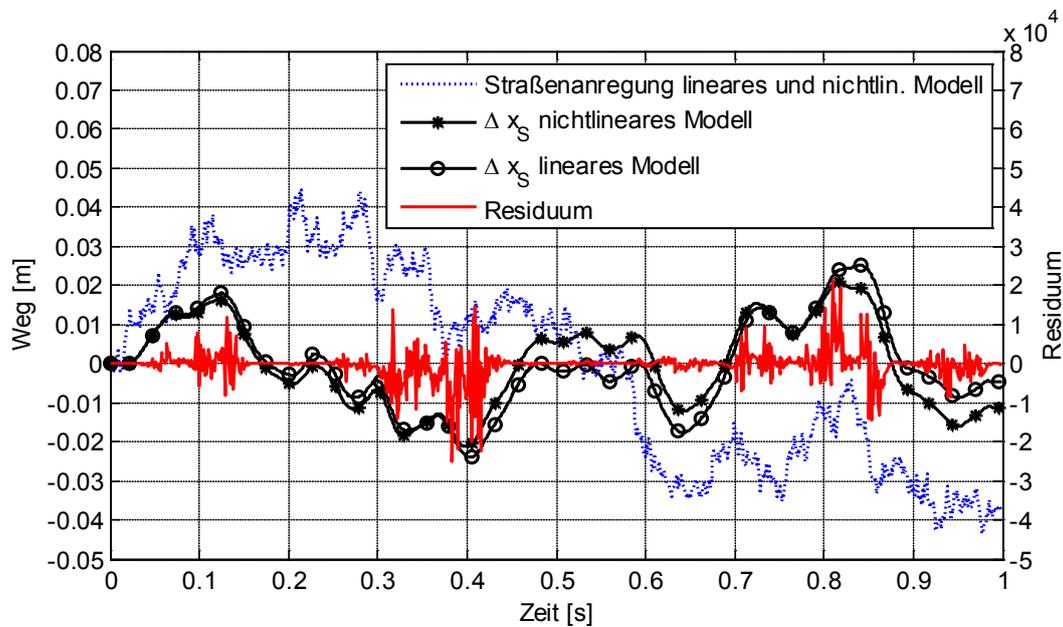


Abb. 5-7: Ergebnis der strukturellen Validierung des Viertelfahrzeugmodells ohne Übereinstimmung

Es zeigt sich deutlich, dass das Residuum mit einer Größenordnung von 10^4 stark über dem Residuum des vorherigen Beispiels liegt.

Die nunmehr nicht mehr gegebene strukturelle Übereinstimmung der Validierungsgleichung mit der Gleichung des Systems, das die zu validierenden Daten erzeugt hat, zeigt die Funktionsfähigkeit dieses Ansatzes.

Bisher wurde die linke Seite der Validierungsgleichung direkt als Residuum verwendet. Prinzipiell kann auch dieses Residuum explizit modelliert werden, indem Gl. (6-53) um das zeitabhängige Residuum r erweitert wird

$$c_s \Delta x_s + d_s \Delta \dot{x}_s - m_c \ddot{x}_c = r. \quad (6-58)$$

Die explizite Modellierung des Residuums könnte vorteilhaft sein, wenn Teilsysteme zu größeren Gesamtsysteme zusammengesetzt werden. Zusätzlich wäre ein besseres Verständnis des Residuums und, damit verbunden, eine einfachere Eingrenzung von Fehlerursachen denkbar. Mit der Eliminierungsreihenfolge

$$\begin{aligned} r < \ddot{r} < \ddot{\ddot{r}} < \dots < \Delta x_s < \Delta \dot{x}_s < \Delta \ddot{x}_s < \dots < x_c < \dot{x}_c < \ddot{x}_c < \dots \\ \dots < m_c < \dot{m}_c < \dots < d_s < \dot{d}_s < \dots < c_s < \dot{c}_s \end{aligned} \quad (6-59)$$

kann unter erneuter Verwendung des Rosenfeld-Gröbner-Algorithmus aus Gl. (6-58) eine Validierungsgleichung erzeugt werden, die das Residuum als Variable enthält. Bedingt durch die Tatsache, dass das Residuum zeitabhängig ist, enthält die daraus entstehende Validierungsgleichung mehrfach unterschiedlich hohe Ableitungen der Residuumsvariablen (Anhang A.3). Aufgrund der hohen Komplexität dieser Validierungsgleichung lässt sich hiermit kein zusätzlicher Erkenntnisgewinn generieren. Sondern es wird ausschließlich die Komplexität der Validierung als solche erhöht und gleichzeitig deutlich mehr Rechenleistung zur Generierung der charakteristischen Menge benötigt, was die mögliche Komplexität der untersuchbaren Systeme deutlich reduziert. Auf die

explizite Modellierung des Residuums wird deshalb nachfolgend verzichtet und weiterhin direkt die linke Seite der A -Elemente verwendet.

5.2 Neue und erweiterte Lösungen zur Modellvalidierung mittels Differentialalgebra

Neben der bekannten strukturellen Überprüfung von Modellansätzen bietet die Differentialalgebra mehrere neue Lösungsmöglichkeiten für häufig auftretende Probleme. So lassen sich die folgenden beiden Probleme effizient mithilfe der Differentialalgebra lösen [104], was nachfolgend detailliert gezeigt wird:

- Änderungserkennung von Systemparametern
 - *Haben sich die Parameter eines Modells während unterschiedlicher Messungen geändert?*
- Eingrenzung geänderter Systemparameter
 - *Welche Parameter haben sich während unterschiedlicher Messungen geändert?*

Innerhalb dieser Arbeit wird zusätzlich untersucht, ob Methoden aus der Differentialalgebra geeignet sind, um die Approximierbarkeit von Systemen nachzuweisen.

Damit kann die Frage:

„Bei welchen Anregungssignalen besitzt ein Modell exakt das gleiche Ein- und Ausgangsverhalten wie ein vermessenes System oder ein anderes Modell“

beantwortet werden.

5.2.1 Änderungserkennung von Systemparametern

Für eine Validierung ist es sinnvoll sowohl das Modell als auch das reale System mit unterschiedlichen Signalen anzuregen, die unterschiedliche Amplituden und Frequenzen beinhalten. Hierdurch ist die Eingrenzung von Fehlerursachen einfacher als bei einer Anregung mit rein stochastischen Signalen. In der Regel wird dabei vorausgesetzt, dass das vermessene System zeitinvariant ist und die physikalischen Parameter damit konstant sind. Treten bei der Anregung des Modells mit den gemessenen Signalen unterschiedlich starke Abweichungen auf, ist es mit herkömmlichen Methoden schwierig nachzuweisen, ob das Modell nicht in der Lage ist, einige der verschiedenen dynamischen Bereiche zu beschreiben oder ob sich das vermessene reale System während der unterschiedlichen Messungen verändert hat. Diese Änderungen können z. B. durch Verschleiß, veränderte Umweltbedingungen aber auch durch organisatorische Fehler entstehen, bei denen die Messtechnik oder einzelne Komponenten des Systems geändert wurden. Mithilfe der Differentialalgebra lässt sich leicht nachweisen, dass mehrere Messdaten von einem System mit exakt der gleichen Parametrierung erzeugt wurden.

Modellvalidierung mithilfe differentialalgebraischer Algorithmen

Im Rahmen dieser Arbeit wurde für den Nachweis der gleichen Parametrierung eine neue Eliminierungsreihenfolge entwickelt und detailliert in Haffke et al. [104] dargestellt. Mittels dieser Eliminierungsreihenfolge und unter erneuter Verwendung des Rosenfeld-Gröbner-Algorithmus lässt sich eine charakteristische Menge erzeugen, die nicht nur sensitiv gegenüber der Struktur des Modells ist, sondern auch gegenüber geänderten Parametern zwischen mindestens zwei Messdatensätzen.

Zur Vereinfachung der Darstellung dieser Methode wird davon ausgegangen, dass ein System mit je einem Ein- und Ausgang, sowie jeweils einer inneren Zustandsvariablen validiert werden soll, für das zwei unterschiedliche Messdatensätze aufgezeichnet wurden.

Wie beschrieben, berechnen der Algorithmus von Ritt und der Rosenfeld-Gröbner-Algorithmus eine neue Darstellungsform des Ausgangssystems, in dem alle konstanten Parameter und die inneren Zustandsgrößen eliminiert werden. Übrig bleibt eine charakteristische Menge in Form von Differentialgleichungen, die nur noch die Ein- und Ausgangssignale des Systems und höhere Ableitungen dieser Signale beinhaltet. Diese charakteristische Menge wird zu null, sofern die Lösungen des Ausgangssystems eingesetzt werden. In diese Gleichungen eingesetzte Ein- und Ausgangssignale, die mit mindestens einem Satz von Parametern des Modells exakt repräsentiert werden können, führen also dazu, dass die resultierenden Gleichungen vollständig zu null werden.

Diese Eigenschaften lassen sich nun nutzen, um Änderungen von Parametern in Systemen zu erkennen, ohne dass diese Parameter bekannt sind oder identifiziert werden müssen. Hierfür muss das Ausgangssystem in der Form Gl. (4-1) vorliegen und (mindestens) zweimal in der gleichen Form modelliert werden.

Bei der Modellbildung müssen dabei explizit die unterschiedlichen Ein- und Ausgangssignale, sowie die unterschiedlichen Zustandsgrößen modelliert werden

$$g_1(u_1, y_1, x_1, \theta, \rho) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6-60)$$

$$g_2(u_2, y_2, x_2, \theta, \rho) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (6-61)$$

Es werden zweimal die gleichen Modellgleichungssysteme, mit den gleichen Parametern, aufgestellt aber in beiden Gleichungssystemen unterschiedliche Variablen für die Ein- und Ausgangssignale und die Zustandsgrößen verwendet.

Wird nun eine erweiterte Eliminierungsreihenfolge auf diese Gleichungen angewandt, die die Zustandsgrößen und die konstanten Parameter eliminiert, so verschwindet das resultierende Gleichungssystem nur dann, wenn beide Sätze unterschiedlicher Ein- und Ausgangssignale durch ein Modell repräsentiert werden können, die exakt die gleiche Struktur besitzen und exakt die gleiche Parametrierung enthält.

Die erweiterte Eliminierungsreihenfolge

$$\begin{aligned}
 &u_1 < \dot{u}_1 < \dots < u_1^{(\mu)} < u_2 < \dot{u}_2 < \dots < u_2^{(\varepsilon)} < y_1 < \dot{y}_1 \\
 &< \dots < y_1^{(\nu)} < y_2 < \dot{y}_2 < \dots < y_2^{(\tau)} < \theta_1 < \dot{\theta}_1 < \dots \\
 &< \theta_d < \dot{\theta}_d < \dots < x_1 < \dot{x}_1 < \dots < x_1^{(\sigma)} < x_2 < \dot{x}_2 < \dots < x_2^{(\nu)}
 \end{aligned} \tag{6-62}$$

basiert dabei auf der Reihenfolge Gl. (4-2), berücksichtigt aber zusätzlich die unterschiedlichen Ein- und Ausgangssignale und Zustandsgrößen. Es werden auch hier zunächst die inneren Zustandsgrößen beider Systeme und anschließend die konstanten Parameter eliminiert, die bei beiden Systemen gleich sein müssen.

Mithilfe des Rosenfeld-Gröbner-Algorithmus lassen sich dann, analog zur strukturellen Validierung von Modellansätzen, A -Elemente in der resultierenden charakteristischen Menge finden, die die folgende Form besitzen:

$$f(u_1, \dot{u}_1, \dots, u_1^{(\mu)}, u_2, \dot{u}_2, \dots, u_2^{(\varepsilon)}, y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(\nu)}, y_2, \dot{y}_2, \dots, y_2^{(\tau)}) = 0. \tag{6-63}$$

Es wird also angenommen, dass zwei Systeme die gleiche Struktur und die gleichen Parameter besitzen aber unterschiedliche Ein- und Ausgangssignale sowie unterschiedliche Zustandsvariablen [104]. Mittels der differentialalgebraischen Methoden wird diese Annahme anschließend algorithmisch nachgewiesen und die Messdatensätze werden somit effizient validiert.

Die Eliminierungsreihenfolge Gl. (6-62) und das Ausgangsgleichungssystem Gl. (6-60), Gl. (6-61) können um beliebig viele zusätzliche Variablen erweitert werden, weshalb sich automatisiert beliebig viele unterschiedliche Messdatensätze gleichzeitig validieren lassen.

Alternativ können in die resultierende parameterfreie Gleichung (6-63) auch alle möglichen Kombinationen von zwei Sätzen der Ein- und Ausgangssignale eingesetzt und einzeln gegeneinander validiert werden. Dies ist besonders zur Einsparung von Rechenleistung, zur Generierung der charakteristischen Menge sinnvoll.

5.2.1.1 Beispiel: Änderungserkennung von Parametern am Viertelfahrzeugmodell

Der Nachweis der Funktionsfähigkeit der vorgeschlagenen Methode wird erneut mithilfe des Viertelfahrzeugmodells aus Kapitel (5.1.3) erbracht (Abb. 5-8).

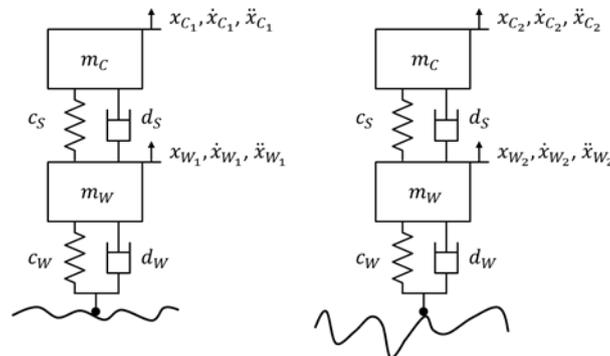


Abb. 5-8: Nachweis der gleichen Parametrierung zweier Viertelfahrzeugmodelle mit unterschiedlicher Anregung

Die Gleichungen des Viertelfahrzeugs müssen hierfür erneut zweimal in gleicher Form aufgestellt werden. Außerdem wird vorausgesetzt, dass beide Gleichungen die gleichen Systemparameter beinhalten aber unterschiedliche Ein- und Ausgangssignale besitzen

$$m_C \ddot{x}_{C_1} = c_S \Delta x_{S_1} + d_S \Delta \dot{x}_{S_1} \quad (6-64)$$

$$m_C \ddot{x}_{C_2} = c_S \Delta x_{S_2} + d_S \Delta \dot{x}_{S_2} . \quad (6-65)$$

Mit der auf (6-62) basierenden Eliminierungsreihenfolge

$$\begin{aligned} \Delta x_{S_1} < \Delta \dot{x}_{S_1} < \Delta \ddot{x}_{S_1} < \dots < \Delta x_{S_2} < \Delta \dot{x}_{S_2} < \Delta \ddot{x}_{S_2} < \dots \\ \dots < x_{C_1} < \dot{x}_{C_1} < \ddot{x}_{C_1} < \dots < x_{C_2} < \dot{x}_{C_2} < \ddot{x}_{C_2} < \dots \\ \dots < m_C < \dot{m}_C < \dots < d_S < \dot{d}_S < \dots < c_S < \dot{c}_S \end{aligned} \quad (6-66)$$

werden anschließend die Validierungsgleichung

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{C_2} \Delta \ddot{x}_{S_1} \Delta x_{S_1} - \ddot{x}_{C_2} \Delta \dot{x}_{S_1}^2 - \ddot{x}_{C_1} \Delta \dot{x}_{S_2} \Delta x_{S_1} \dots \\ + \ddot{x}_{C_1} \Delta x_{S_2} \Delta x_{S_1} + \ddot{x}_{C_1} \Delta \dot{x}_{S_2} \Delta \dot{x}_{S_1} - \ddot{x}_{C_1} \Delta x_{S_2} \Delta \ddot{x}_{S_1} = 0 \end{aligned} \quad (6-67)$$

und die Ungleichung

$$\Delta \ddot{x}_{S_1} \Delta x_{S_1} - \Delta \dot{x}_{S_1}^2 \neq 0 \quad (6-68)$$

erzeugt.

Abb. 5-9 zeigt, dass das Residuum Gl. (6-67) mit einer Größenordnung von 10^{-10} viel kleiner ist als die Ein- und Ausgangssignale.

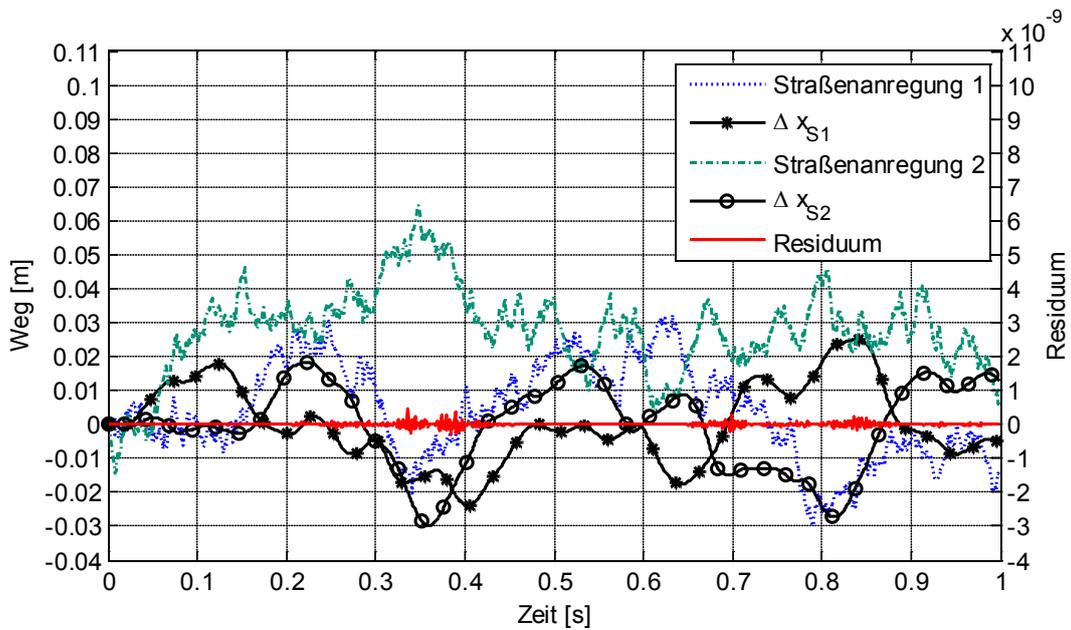


Abb. 5-9: Übereinstimmende Parametrierung von zwei Datensätzen am Viertelfahrzeugmodell

Als Gegenbeispiel wurde in Gl. (6-64) die Masse der Karosserie um 5 kg erhöht, während Gl. (6-65) weiterhin die ursprüngliche Karosseriemasse enthält. Die mit beiden Gleichungen erzeugten Ein- und Ausgangssignale wurden anschließend in die nicht veränderte Validierungsgleichung Gl. (6-67) eingesetzt und das Ergebnis in (Abb. 5-10) dargestellt.

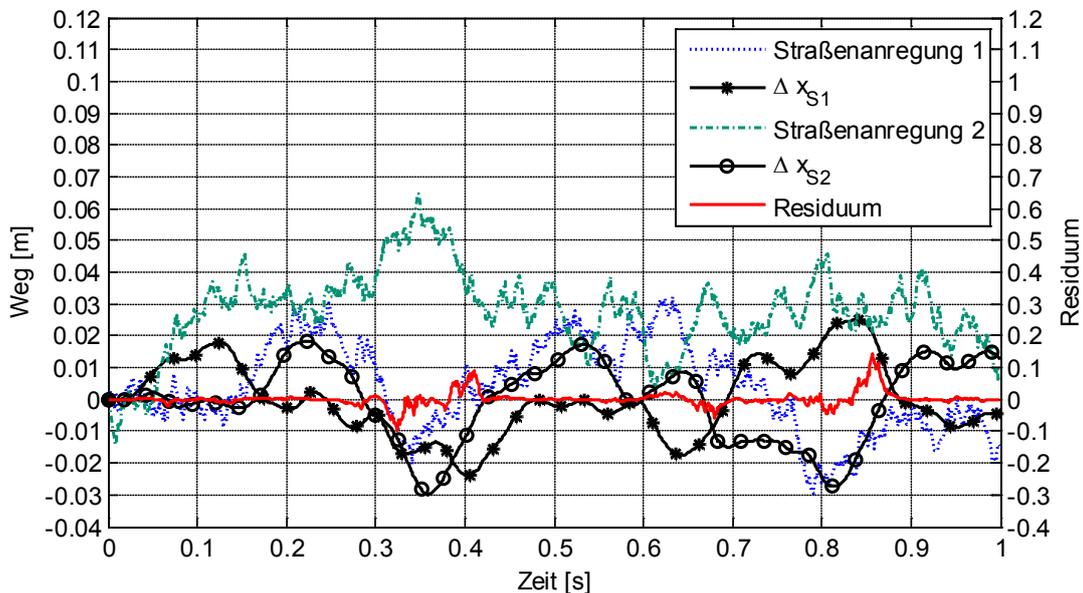


Abb. 5-10: Nicht übereinstimmende Parametrierung von zwei Datensätzen am Viertelfahrzeugmodell

Trotz der geringen zusätzlichen Masse von 5 kg hat sich das Residuum im Gegensatz zum vorherigen Beispiel um eine Größenordnung von 10^9 erhöht. Die Validierungsgleichung ist demnach äußerst sensitiv gegenüber Änderungen in den Parametern [104].

5.2.2 Eingrenzung geänderter Systemparameter

Sollte sich bei der Überprüfung der Gleichheit aller Parameter herausstellen, dass sich ein oder mehrere Parameter geändert haben, so lassen sich mithilfe differentialalgebraischer Methoden die veränderten Parameter auch eingrenzen [104]. Die Systemgleichungen Gl. (6-60) und Gl. (6-61) werden hierfür so aufgestellt, dass nicht nur die Ein- und Ausgangssignale sowie die Zustandsgrößen unterschiedlich sein können, sondern es wird auch zugelassen, dass einzelne Parameter unterschiedlich sein dürfen. Als Beispiel soll überprüft werden, dass alle Parameter θ_d eines Systems, mit dem zwei Datensätzen erzeugt wurden, gleich sind außer einem Parameter, der während eines Datensatzes den Wert θ_{11} und während eines zweiten Datensatzes den Wert θ_{12} angenommen hat

$$g_1(u_1, y_1, x_1, \theta_{11}, \theta_d, \rho) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6-69)$$

$$g_2(u_2, y_2, x_2, \theta_{12}, \theta_d, \rho) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (6-70)$$

Anschließend wird eine neue Eliminierungsreihenfolge festgelegt

$$\begin{aligned} &u_1 < \dot{u}_1 < \dots < u_1^{(\mu)} < u_2 < \dot{u}_2 < \dots < u_2^{(\xi)} < y_1 < \dot{y}_1 \\ &< \dots < y_1^{(v)} < y_2 < \dot{y}_2 < \dots < y_2^{(\tau)} < \theta_{11} < \dot{\theta}_{11} < \theta_{12} < \dot{\theta}_{12} \\ &< \dots < \theta_1 < \dot{\theta}_1 < \dots < \theta_d < \dot{\theta}_d < \dots < x_1 < \dot{x}_1 < \dots < x_1^{(\sigma)} \\ &< x_2 < \dot{x}_2 < \dots < x_2^{(\omega)}. \end{aligned} \quad (6-71)$$

Die mit dieser Eliminierungsreihenfolge erzeugte charakteristische Menge enthält wieder ein A -Element in der Form Gl. (6-63). Dieses A -Element wird diesmal zu null, wenn die Ein- und Ausgangsdaten von zwei unterschiedlichen Messdatensätzen durch den Modellansatz Gl. (6-69) und Gl. (6-70), mit mindestens einer konstanten Parametrierung, repräsentiert werden können und gleichzeitig alle Parameter θ_d während beider Datensätze gleich sind. Die Parameter θ_{11} und θ_{12} dürfen hingegen unterschiedlich sein, das A -Element der charakteristischen Menge verschwindet dennoch.

Wird diese Methode für jeden Parameter, der sich geändert haben könnte, und jede mögliche geänderte Parameterkombination durchgeführt und für jede dieser Kombinationen eine entsprechende charakteristische Menge erzeugt, so lassen sich sehr effizient geänderte Systemparameter auffinden.

Es ist zu beachten, dass nur für identifizierbare Systemparameter eindeutige Aussagen über die Ursachen von Änderungen getroffen werden können. Nicht identifizierbare Parameter können Abhängigkeiten zwischen verschiedenen Parametern beinhalten, was eine Eingrenzung in diesem Fall unmöglich macht. In Kapitel 5.2.2.1 wird diese Problematik näher erläutert. Diese Einschränkung gilt aber ausschließlich für das Auffinden geänderter Parameter.

Der Nachweis, dass sich überhaupt Parameter während unterschiedlicher Messungen geändert haben, ist in den meisten Fällen dennoch möglich. Der Grund hierfür liegt in der Tatsache, dass zwei nicht identifizierbare Parameter, die sich während zweier Messungen geändert haben exakt kompensieren müssen, damit Gl. (6-62) nicht mehr sensi-

tiv gegenüber diesen Änderungen ist. Eine solche exakte Kompensation ist aber sehr unwahrscheinlich.

5.2.2.1 Beispiel: Eingrenzung geänderter Systemparameter am Viertelfahrzeugmodell

Basierend auf dem Viertelfahrzeugmodell aus Kapitel 5.2.1.1 wird das Gleichungssystem so formuliert, dass zusätzlich zu den unterschiedlichen Ein- und Ausgangssignalen auch unterschiedliche Massen für die Karosserie berücksichtigt werden.

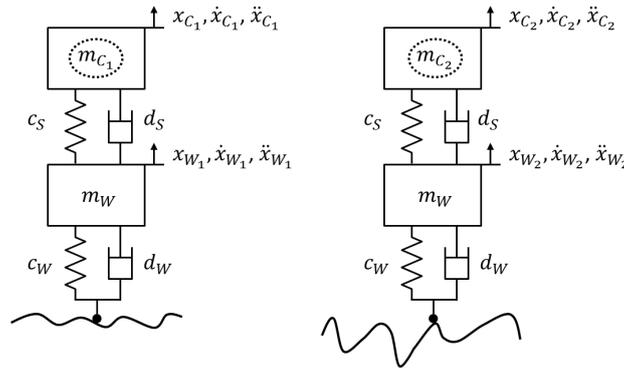


Abb. 5-11: Nachweis der gleichen Parametrierung ausgewählter Parameter zweier Viertelfahrzeugmodelle

Die Karosseriemassen m_C in Gleichung (6-64) und Gleichung (6-65) werden durch jeweils eigene Massen m_{C_1} und m_{C_2} ersetzt:

$$m_{C_1} \ddot{x}_{C_1} = c_S \Delta x_{S_1} + d_S \Delta \dot{x}_{S_1} \tag{6-72}$$

$$m_{C_2} \ddot{x}_{C_2} = c_S \Delta x_{S_2} + d_S \Delta \dot{x}_{S_2} . \tag{6-73}$$

Zusammengefasst wurde also erneut zweimal dieselbe Gleichung für das Viertelfahrzeug aufgestellt (Gl. (6-72) und Gl. (6-73)) aber beide Systeme jeweils so modelliert, dass die Ein- und Ausgangssignale, sowie die beiden oberen Massen, unterschiedlich sein können.

Mit der erweiterten Eliminierungsreihenfolge Gl. (6-71) und unter erneuter Anwendung des Rosenfeld-Gröbner-Algorithmus

$$\begin{aligned} & \Delta x_{S_1} < \Delta \dot{x}_{S_1} < \Delta \ddot{x}_{S_1} < \dots < \Delta x_{S_2} < \Delta \dot{x}_{S_2} < \Delta \ddot{x}_{S_2} < \dots \\ & \dots < x_{C_1} < \dot{x}_{C_1} < \ddot{x}_{C_1} < \dots < x_{C_2} < \dot{x}_{C_2} < \ddot{x}_{C_2} < \dots \\ & \dots < m_{C_1} < \dot{m}_{C_1} < \dots < m_{C_2} < \dot{m}_{C_2} < \dots < d_S < \dot{d}_S \dots \\ & \dots < c_S < \dot{c}_S \end{aligned} \tag{6-74}$$

wird die Gleichung

$$\begin{aligned} & \ddot{x}_{C_2} \ddot{x}_{C_1} \Delta \dot{x}_{S_2} \Delta x_{S_1} - \ddot{x}_{C_2} \ddot{x}_{C_1} \Delta x_{S_2} \Delta \dot{x}_{S_1} - \ddot{x}_{C_2} \ddot{x}_{C_1} \Delta \dot{x}_{S_2} \Delta \dot{x}_{S_1} \dots \\ & + \ddot{x}_{C_2} \ddot{x}_{C_1} \Delta x_{S_2} \Delta \ddot{x}_{S_1} - \ddot{x}_{C_2} \ddot{x}_{C_1} \Delta \ddot{x}_{S_2} \Delta x_{S_1} + \ddot{x}_{C_2} \ddot{x}_{C_1} \Delta \dot{x}_{S_2} \Delta \dot{x}_{S_1} \dots \\ & + \ddot{x}_{C_2} \ddot{x}_{C_1} \Delta \ddot{x}_{S_2} \Delta \dot{x}_{S_1} - \ddot{x}_{C_2} \ddot{x}_{C_1} \Delta \dot{x}_{S_2} \Delta \ddot{x}_{S_1} = 0 \end{aligned} \tag{6-75}$$

erzeugt, ebenso wie die drei Ungleichungen

$$\ddot{x}_{C_2} \Delta \ddot{x}_{S_1} \Delta x_{S_1} - \ddot{x}_{C_2} \Delta \dot{x}_{S_1}^2 \neq 0 \tag{6-76}$$

$$\Delta \ddot{x}_{S_1} \Delta x_{S_1} - \Delta \dot{x}_{S_1}^2 \neq 0 \quad (6-77)$$

$$\ddot{x}_{C_1} \Delta \dot{x}_{S_2} \Delta x_{S_1} - \ddot{x}_{C_1} \Delta x_{S_2} \Delta \dot{x}_{S_1} - \ddot{x}_{C_1} \Delta \dot{x}_{S_2} \Delta \dot{x}_{S_1} + \ddot{x}_{C_1} \Delta x_{S_2} \Delta \ddot{x}_{S_1} \neq 0. \quad (6-78)$$

Nach dem Einsetzen von Ein- und Ausgangssignalen in die Gleichung (6-75) wird diese auch dann noch zu null, wenn sich zwischen mehreren Messungen nicht nur die Ein- und Ausgangssignale geändert haben, sondern auch dann, wenn die Aufbaumassen unterschiedliche waren.

Für die nachfolgende Simulation wird auf die Karosseriemasse des zweiten Viertelfahrzeugmodells eine zusätzliche Masse von 5 kg aufaddiert, sodass gilt

$$m_{C_2} = m_{C_1} + 5 \text{ kg} . \quad (6-79)$$

Das Residuum liegt mit einer Größenordnung von 10^{-6} erneut in einem sehr niedrigen Bereich (Abb. 5-12).

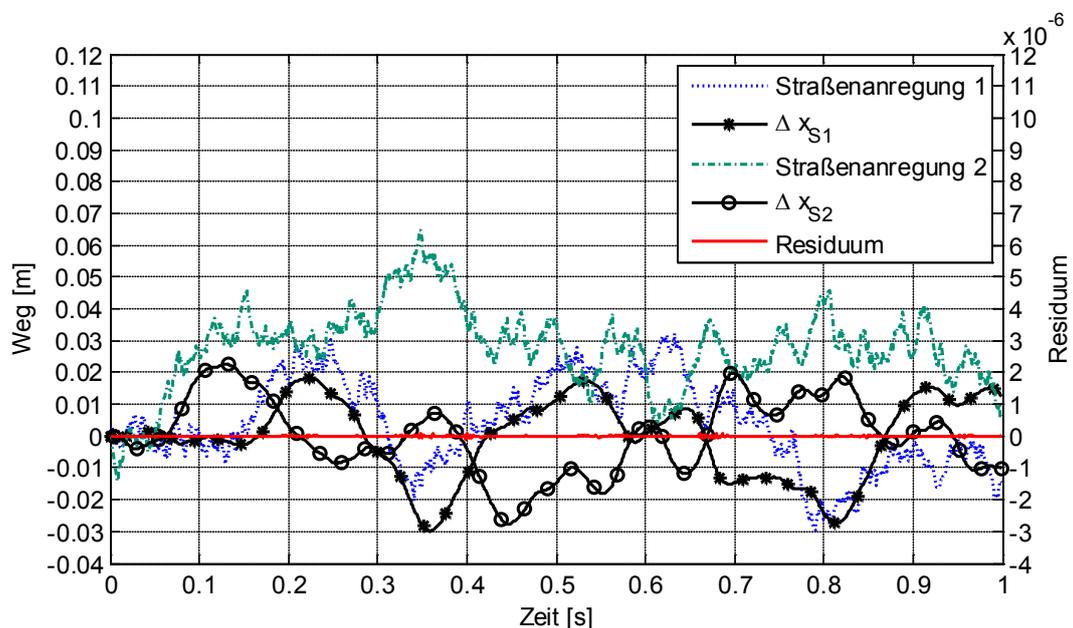


Abb. 5-12: Ergebnis der Validierung bei expliziter Modellierung der Masse als veränderlicher Parameter

Mit den gleichen Ein- und Ausgangsdaten wie in diesem Beispiel besaß das Residuum der Validierungsgleichung, zum Nachweis exakt gleicher Parameter Gl. (6-67), noch eine Größenordnung von 10^{-1} (Abb. 5-10). Die neue Validierungsgleichung Gl. (6-75), die explizit eine Änderung der Aufbaumasse berücksichtigt ist also deutlich weniger sensitiv gegenüber dieser Änderung.

Als Gegenbeispiel wird zusätzlich zur Aufbaumasse auch die Dämpfung d_s des zweiten Viertelfahrzeugs um 10 % erhöht und die Simulation erneut durchgeführt (Abb. 5-13).

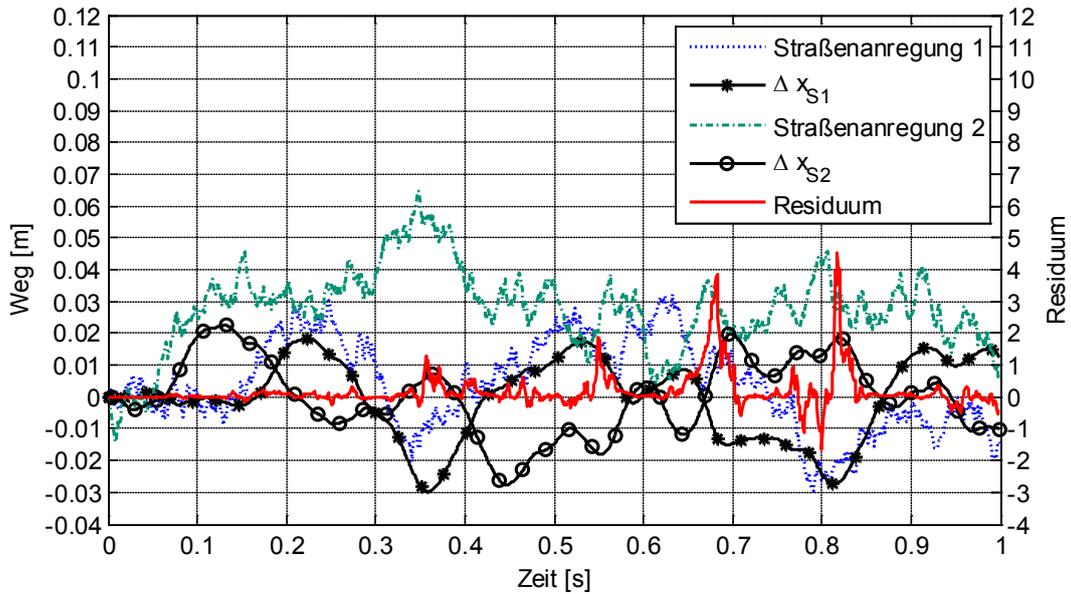


Abb. 5-13: Ergebnis der Validierung bei Veränderung der Masse und Veränderung der Dämpfungskonstante

Diese unmodellerte Parameteränderung führt, wie erwartet, zu einer starken Erhöhung des Residuums, welches dann in einer Größenordnung von 10^0 liegt (Abb. 5-13).

Wie in Kapitel 5.2.2 erwähnt, ist die explizite Erkennung von Änderungen in einzelnen Parametern nur für identifizierbare Parameter möglich.

Überführt man die Gleichung des Viertelfahrzeugmodells (6-73) in eine Form, die als lineares Gleichungssystem betrachtet werden kann, so zeigt sich leicht, dass nur die durch die Aufbaumasse dividierten Feder- und Dämpfungskonstanten identifizierbar sind

$$\ddot{x}_{C_2} = \frac{c_s}{m_{C_2}} \Delta x_{S_2} + \frac{d_s}{m_{C_2}} \Delta \dot{x}_{S_2}. \quad (6-80)$$

Die prinzipielle Identifizierbarkeit solcher Gleichungen wurde grundlegend in Kapitel 3 gezeigt, wobei Gl. (4-8) und Gl. (4-9) im vierten Kapitel ein detailliertes Beispiel hierzu darstellen.

Eine Änderung der Masse um denselben Faktor führt also zum selben Ein- und Ausgangsverhalten, wie eine Änderung der Feder- und Dämpfungskonstanten um jeweils den gleichen Faktor.

Im Gegensatz zu (Abb. 5-13) wurde für die Ergebnisse in (Abb. 5-14) zusätzlich die Federsteifigkeit c_s um 10 % erhöht und die anschließend erzeugten Simulationsdaten in die Validierungsgleichung (6-75) gegeben.

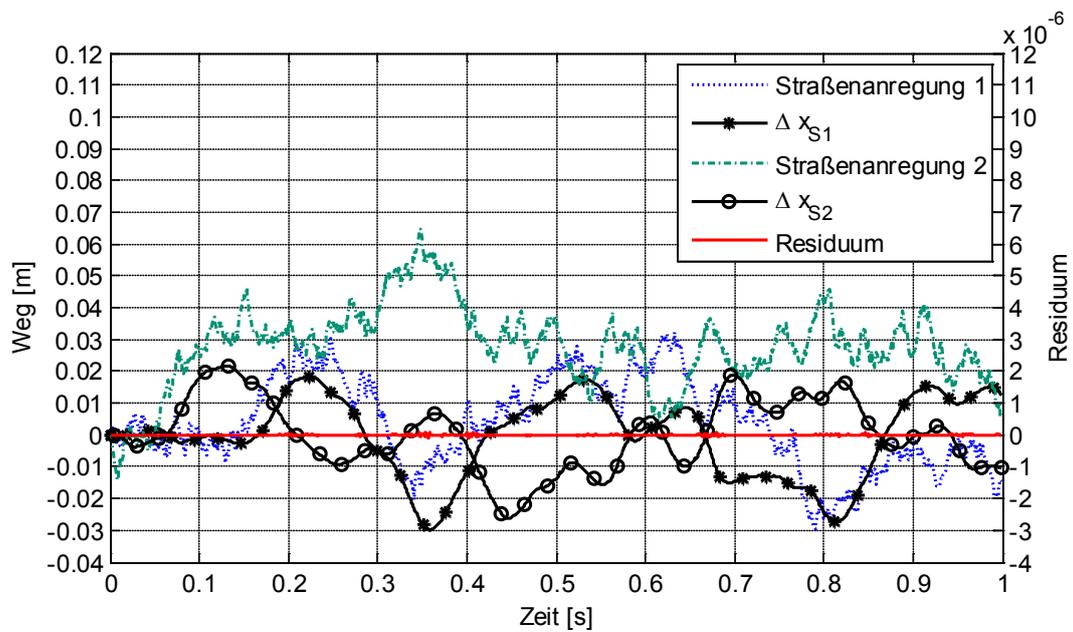


Abb. 5-14: Ergebnis der Validierung bei Veränderung der Masse, der Dämpfungskonstante und der Federkonstante

Das Residuum liegt dann in der Größenordnung von 10^{-7} und entspricht somit dem Residuum bei einer ausschließlichen Änderung der Masse (Abb. 5-12), was durch die fehlende Identifizierbarkeit der Parameter begründet ist [104].

5.2.3 Prozesskette zum Auffinden und Eingrenzen von Fehlern mittels Differentialalgebra

Bedingt durch die vielfältigen Einsatzmöglichkeiten differentialalgebraischer Methoden, lassen sich die Arbeitsabläufe zur Modellierung, Validierung und Modellverbesserung in kleinere Teilaufgaben mit einer deutlich besseren Effizienz, als dies bisher möglich ist, unterteilen. In (Abb. 5-3-b) ist bereits der verbesserte Modellierungsablauf bei Verwendung der strukturellen Validierung dargestellt. Unter Berücksichtigung der weiterführenden Möglichkeiten differentialalgebraischer Methoden wird hier ein vollständig neuer Ablauf vorgeschlagen (Abb. 5-15).

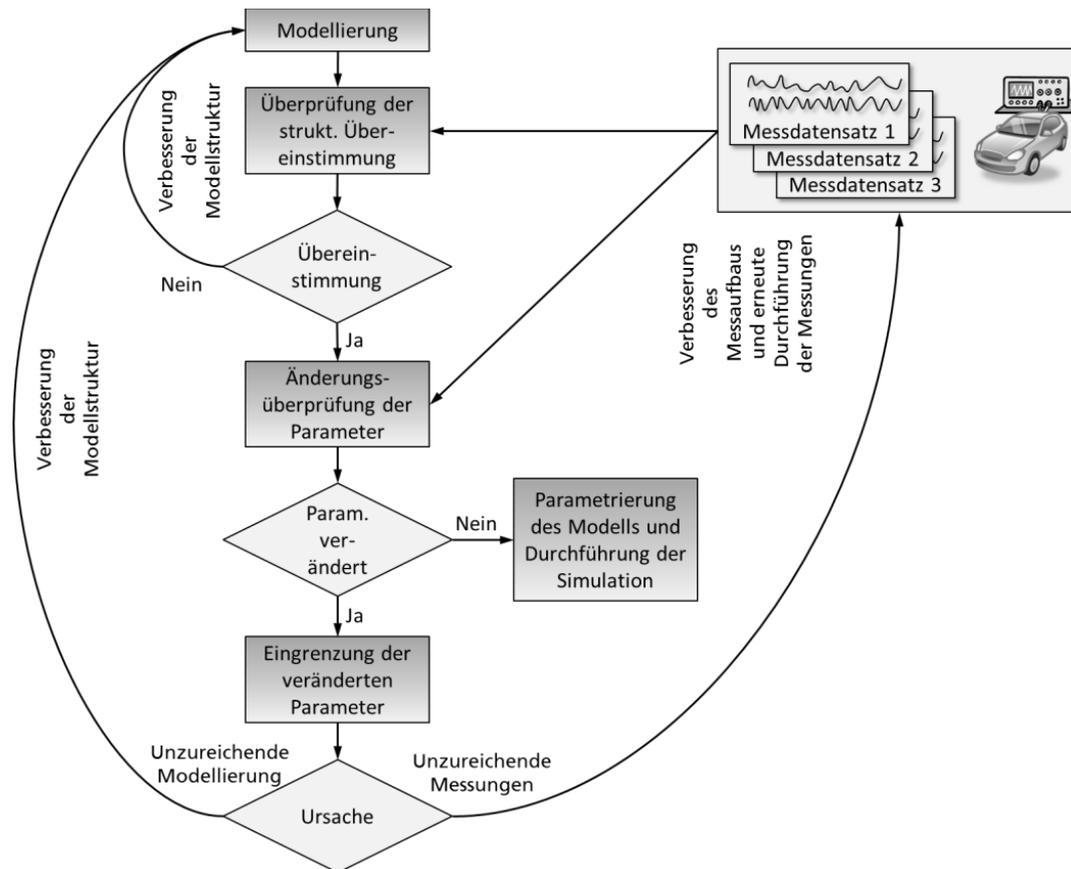


Abb. 5-15: Vollständiger Arbeitsablauf zur Modellansatzüberprüfung und –verbesserung mittels Differentialalgebra

Dieser Arbeitsablauf setzt voraus, dass Messdaten des realen Systems oder Simulationsdaten eines abzubildenden anderen Simulationsmodells vorhanden sind. Nach der Modellierung wird überprüft, ob der Modellansatz alle Ein- und Ausgangsdatensätze repräsentieren kann. Ist dies nicht der Fall, muss der Modellierungsansatz überprüft und gleichzeitig muss sichergestellt werden, dass alle Ein- und Ausgangsdaten mit dem gleichen System erzeugt wurden, wobei die Parameter des Systems zwischen den Messungen verschieden sein dürfen. Nach diesem Arbeitsschritt ist der prinzipielle Modellansatz validiert, woraufhin überprüft wird, ob alle Ein- und Ausgangsdaten mit einem System erzeugt wurden, dessen Parameter während aller Messungen gleich waren. Zeigt diese Überprüfung Änderungen in den Parametern unterschiedlicher Datensätze, so müssen erneut sowohl der Modellansatz als auch die Messungen überprüft werden. Mögliche Fehlerursachen sind einerseits Änderungen im vermessenen System oder aber der Modellansatz könnte zu stark vereinfacht sein. Bestimmte Parameter des Systems können in einigen Arbeitsbereichen konstant sein, insbesondere bei stark nichtlinearen Systemen können diese Parameter sich aber ändern, was mithilfe der vorgeschlagenen Methoden eindeutig erkannt werden kann. Der Modellansatz muss dann entsprechend erweitert werden. Ein Beispiel hierfür sind Endanschläge eines mechanischen Systems, wie eines Stoßdämpfers. Sobald die Endanschläge erreicht werden, erhöhen sich sowohl die Steifigkeit als auch die Dämpfung sehr stark. Wird ein Messdatensatz aufgezeichnet, bei dem sich das System auch im Bereich dieser Anschläge bewegt, so müssen für das

Modellvalidierung mithilfe differentialalgebraischer Algorithmen

Modell in diesem Bereich andere Parameter verwendet werden als für den Arbeitsbereich außerhalb der Endanschläge.

Zeigen sich bei der Überprüfung der Parameter Abweichungen zwischen den Datensätzen, können die veränderten Parameter mithilfe der differentialalgebraischen Methoden eingegrenzt werden.

Sofern nachgewiesen wird, dass alle Datensätze mit denselben Parametern erzeugt wurden, ist die Validierung abgeschlossen. Das System muss dann lediglich noch parametrisiert werden, wobei eindeutig feststeht, dass Parameter für das Modell existieren müssen. Eine dann notwendige und bei ihrer Durchführung nicht erfolgreiche Identifikation der Parameter ist somit eindeutig auf Probleme bei der Identifikation zurückzuführen, die Korrektheit des Modellansatzes hingegen ist eindeutig nachgewiesen.

5.2.4 Berücksichtigung von Parametergrenzen

Bisher wurden mithilfe der Differentialalgebra ausschließlich Validierungsmethoden für Modelle betrachtet, deren Parameter im Bereich von $-\infty$ bis $+\infty$ der reellen Zahlen liegen können.

Aufgrund von Vorwissen und physikalischen Einschränkungen ist die Berücksichtigung von Parametergrenzen eine wichtige Voraussetzung, um die Einsetzbarkeit differentialalgebraischer Methoden weiter zu erhöhen.

In Kapitel 5.2.1 wurde gezeigt wie Änderungen in Parametern eines vermessenen oder simulierten Systems mithilfe der Differentialalgebra detektiert werden können. Elemente aus der erzeugten charakteristischen Menge waren dabei sensitiv gegenüber Parameteränderungen. Basierend auf dieser Methode können beschränkte Parameterintervalle berücksichtigt werden, indem der Modellansatz so formuliert wird, dass Modellparameter außerhalb des zulässigen Intervalls zu einem strukturellen Fehler führen.

Hierfür wird ein Residuum r definiert welches nur null ist solange sich alle Parameter und Zustandsgrößen in einem zulässigen Bereich befinden. Für die Einschränkung eines identifizierbaren Parameters θ ist diese Lösung exemplarisch in Abb. 5-16 dargestellt.

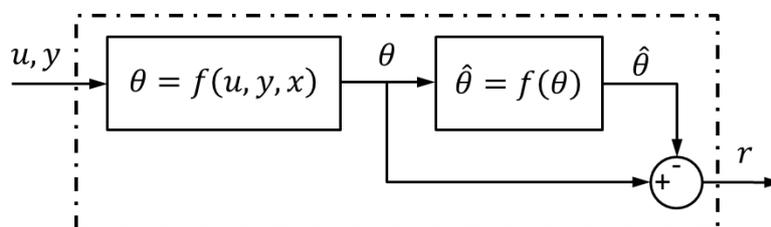


Abb. 5-16: Modellstruktur zur Eingrenzung von Parameterintervallen

Das System wird dafür zunächst ohne Beschränkungen des Parameterintervalls formuliert und anschließend eine Gleichung definiert, die im abgeschlossenen Intervall des Parameters

$$[a, b] := \{\theta \in \mathbb{R} \mid a \leq \theta \leq b\} \quad (6-81)$$

der Forderung

$$\hat{\theta} := \begin{cases} \neq \theta & \text{falls } \theta < a \\ \theta & \text{falls } \theta \leq a \text{ oder } u \geq b \\ \neq \theta & \text{falls } \theta > b \end{cases} \quad (6-82)$$

genügt.

Aufgrund der hohen notwendigen Rechenleistung, zur Erzeugung der charakteristischen Menge, muss diese Funktion möglichst einfach sein.

Einen guten Kompromiss zwischen Komplexität und Präzision stellt die Funktion

$$\hat{\theta} = \frac{585\theta}{585 + \theta^4} \quad (6-83)$$

dar, die im Intervall $[-1,1]$ ungefähr den Wert eins besitzt. Außerhalb dieses Intervalls ist die Funktion stark von eins verschieden und erfüllt damit die geforderten Eigenschaften.

Die erwähnten derzeitigen Einschränkungen der Differentialalgebra lassen zurzeit nur die Untersuchung einfachster Systeme zu, weshalb zum Nachweis der Funktionsfähigkeit der vorgestellten Lösung lediglich eine Masse mit einem Dämpfer (Abb. 5-17) verwendet werden konnte.

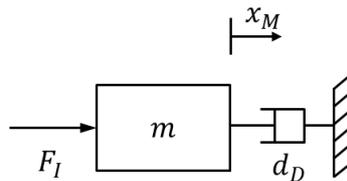


Abb. 5-17: Mechanisches System

Zusätzlich zur Bewegungsgleichung des Systems

$$m\ddot{x}_M + d_D\dot{x}_M = F_I \quad (6-84)$$

wird die Begrenzung des Parameters, basierend auf Gl. (6-83),

$$\hat{m} = \frac{585m}{585 + m^4} \quad (6-85)$$

modelliert.

Das Residuum ist dann die Differenz zwischen dem realen Parameter und dem begrenzten

$$r = \hat{m} - m. \quad (6-86)$$

Mit der Eliminierungsreihenfolge

$$r < \dot{r} < x_M < \dot{x}_M < \dots < x_M^{(\mu)} < F_I < \dot{F}_I < F_I^{(\tau)} < d_D < \dot{d}_D < m < \dot{m} < \hat{m} < \dot{\hat{m}} \quad (6-87)$$

kann dann eine charakteristische Menge erzeugt werden, die ein Element (Anhang A.4) enthält, dass sensitiv ist gegenüber Parametern außerhalb des Intervalls $[-1,1]$.

Modellvalidierung mithilfe differentialalgebraischer Algorithmen

Da die Funktion Gl. (6-83) nur eine Approximation der Zahl Eins im Intervall $[-1,1]$ darstellt, kann natürlich kein Element in der resultierenden charakteristischen Menge vorhanden sein, das exakt zu null wird, wenn Ein- / Ausgangsdaten und Parameter innerhalb des Intervalls in das Element eingesetzt werden. Die Ursache hierfür ist ausschließlich die Annahme einer approximierten Funktion, welche im Widerspruch zu der analytisch exakten Lösung, die die Differentialalgebra generiert, steht. Durch die Definition eines expliziten Residuums r wird dieser Widerspruch aufgehoben, da das Residuum prinzipiell jeden beliebigen Wert über den reellen Zahlen annehmen kann. Formal wird also eine charakteristische Menge erzeugt, die exakt dann zu null wird, wenn die Ein- und Ausgangsdaten von dem Modellansatz erfüllt werden können, zusätzlich die Parameter innerhalb des definierten Intervalls liegen und gleichzeitig ein Wert für das Residuum eingesetzt wird, der ein Maß für die Abweichungen durch die Approximation darstellt. Da dieser Wert des Residuums natürlich unbekannt ist, muss das entsprechende Element der charakteristischen Menge zum Residuum umgestellt werden und kann dann als Bewertungsgröße für die Einhaltung der Parametergrenzen dienen.

Für den Nachweis der Funktionsfähigkeit dieser Lösung wurde das System mit einer Dämpfungskonstanten von $0,2 \text{ Ns/m}$ und einer Masse von $0,5 \text{ kg}$ simuliert (Abb. 5-21). Da die Masse innerhalb des zulässigen Intervalls liegt, ist das Residuum verschwindend gering und besitzt einen Wert von fast null.

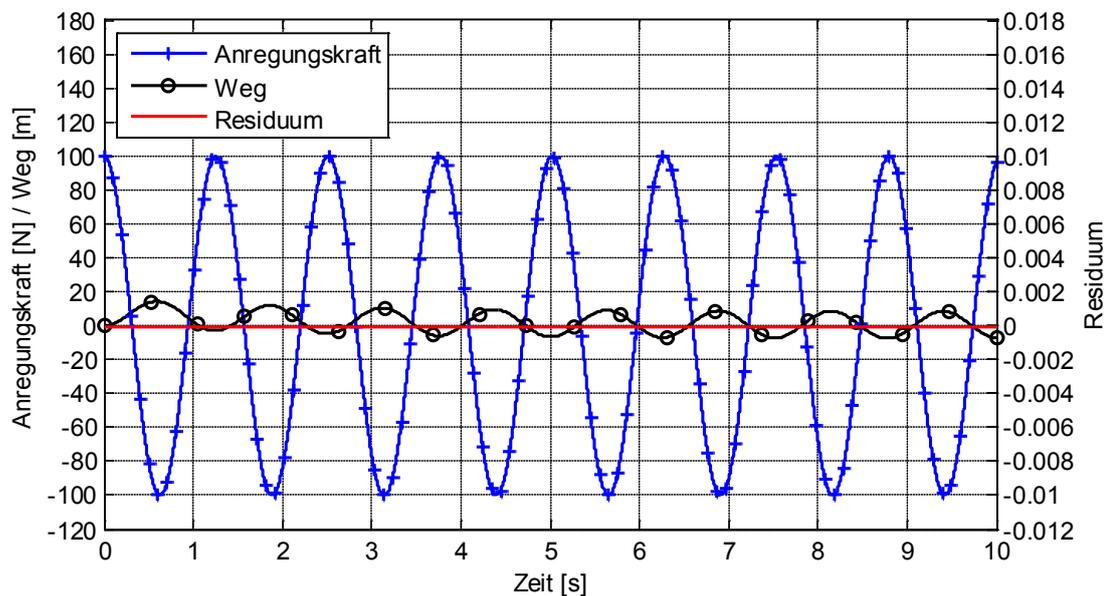


Abb. 5-18: Ergebnis der Validierung für Parameter innerhalb des zulässigen Intervalls

Wird die Masse auf einen Wert von $1,2 \text{ kg}$ erhöht, der außerhalb des zulässigen Intervalls liegt, so beträgt das Residuum ca. $-0,004$ (Abb. 5-19).

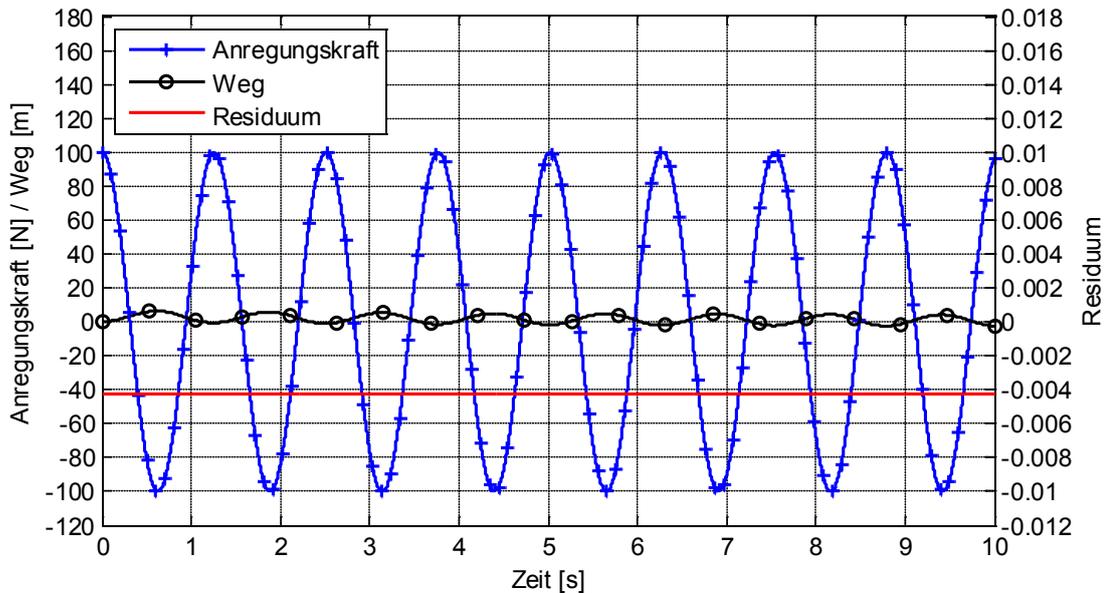


Abb. 5-19: Ergebnis der Validierung für Parameter außerhalb des zulässigen Intervalls

Die vorgeschlagene neue Methode ist demnach korrekt und kann als Ergänzung zur strukturellen Validierung und der Eingrenzung von Fehlerursachen verwendet werden. Das gezeigte Beispiel hätte prinzipiell auch durch einfaches Umstellen der entsprechenden Gleichungen zum Residuum r gelöst werden können, allerdings lässt sich mithilfe der Differentialalgebra eine Lösung für nichtlineare Systeme in automatisierbarer Form finden, die mit den anderen Ansätzen zur Modellvalidierung direkt kombinierbar ist. Es ist im Übrigen erneut zu beachten, dass dieses Vorgehen ebenfalls nur für identifizierbare Parameter oder Parameterkombinationen eindeutige Aussagen liefern kann.

5.2.5 Approximierbarkeit von Systemen und konstante Parametrisierungen bei der strukturellen Validierung

Bei der Modellbildung stellt sich für unterschiedliche Aufgaben regelmäßig die Frage, ob ein Modell eine exakte Approximation eines zweiten Modells oder Systems darstellen kann. Vorhandene Übereinstimmungen können dabei auch auf bestimmte Arbeitsbereiche eingeschränkt sein, die bspw. von der Anregungsamplitude oder -frequenz abhängen. Als Anwendungsbereiche für die Untersuchung der Approximierbarkeit ist neben der Modellansatzüberprüfung für definierte Arbeitsbereiche, insbesondere die Modellreduktion zu nennen.

Mithilfe der Differentialalgebra lässt sich die Approximierbarkeit von unterschiedlichen Modellen leicht nachweisen, indem eine strukturelle Validierung durchgeführt wird. Bisher wurde für diese strukturelle Validierung Gl. (6-41) verwendet, wobei die linke Seite der Gleichung ein Maß für die strukturelle Übereinstimmung darstellt. Sofern die strukturelle Übereinstimmung für einen Modellansatz mit Simulationsdaten eines zweiten Modellansatzes oder mit Messdaten eines realen Systems nachgewiesen wird, kann

schrittweise versucht werden den Modellansatz zu vereinfachen, bis die strukturelle Überprüfung einen Fehler zeigt.

Die linke Seite von Gl. (6-41) als Fehlermaß zu verwenden hat in diesem Fall den Nachteil, dass die Amplitude des Fehlers schwierig zu interpretieren ist. Wie in Kapitel 5 gezeigt wurde ist zwar eine Unterscheidung zwischen völliger struktureller Übereinstimmung und zumindest teilweise nicht vorhandener Übereinstimmung möglich, jedoch ändert sich der Fehler sehr stark über die Zeit, was eine genaue Erkennung der Zeitpunkte des Auftretens von Fehlern, bezogen auf die Eingangsdaten, erschwert.

Wenn während der strukturellen Überprüfung kurzzeitig ein signifikanter Fehler in der strukturellen Übereinstimmung auftritt, stellt sich zusätzlich die Frage ob das Modell zu einem späteren Zeitpunkt, während dessen die Struktur wieder übereinstimmt, die gleichen physikalischen Parameter besitzt, wie zu dem Zeitpunkt vor dem Auftreten eines strukturellen Fehlers.

Sollten sich die für eine vollständige Übereinstimmung notwendigen physikalischen Parameter des Modells zu den unterschiedlichen Zeitpunkten signifikant unterscheiden, so ist der Nutzen eines Nachweises der strukturellen Übereinstimmung sowohl für die Approximierbarkeit als auch für die strukturelle Validierung begrenzt.

Dies würde bedeuten, dass während der strukturellen Validierung eines Modellansatzes kein Fehler auf der linken Seite von Gl. (6-41) auftreten darf, da das Modell ansonsten nicht in der Lage ist das Ein- und Ausgangsverhalten des Systems, das den Datensatz erzeugt hat, mit einer konstanten Parametrierung zu erfüllen. Der Modellansatz müsste in diesem Fall um zeitvariante Parameter erweitert werden.

5.2.6 Ein neues Fehlerkriterium zur Untersuchung der Approximierbarkeit und Sensitivität

Zur Untersuchung dieser wichtigen Eigenschaft wird ein neues Fehlerkriterium benötigt, das eine sehr exakte Erkennung der Zeitpunkte des Auftretens struktureller Fehler ermöglicht. Mit diesem Fehlerkriterium lässt sich anschließend auch die Robustheit der strukturellen Validierung gegenüber Messrauschen untersuchen. Die grundsätzliche Idee des neuen Fehlerkriteriums besteht im Zerlegen des Gesamtsystems in Teilsysteme, einer darauf folgenden Transformation der Teilkomponenten in die parameterfreie Form Gl. (4-1), dem erneuten Zusammensetzen zu einem Gesamtsystem und anschließend dem Nachweis der Konsistenz aller Elemente und Variablen mit den Messdaten. Dies lässt sich auf einfache Lösbarkeitsuntersuchungen eines linearen Systems zurückführen, was nachfolgend gezeigt wird.

Die Zerlegung in Teilsysteme und das Zusammensetzen zu einem Gesamtsystem nach der Transformation sind dabei zulässige Operationen, die die Eigenschaften der resultierenden Gleichungen nicht ändern (Kapitel 3.7.2).

Modellvalidierung mithilfe differentialalgebraischer Algorithmen

Zur Veranschaulichung dieser Lösung wird von einem einfachen mechanischen System (Abb. 5-20) ausgegangen. Es wird vorausgesetzt, dass lediglich die beiden Einfederungswege x_I und x_M messbar sind.

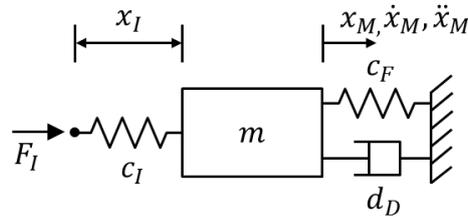


Abb. 5-20: Mechanisches System

Die bekannten Gleichungen der einzelnen Elemente, sowie die jeweilige parameterfreie Form sind in Tabelle 5-2 dargestellt.

Element	Gleichung	Parameterfreie Gleichung
Feder I	$F_I - c_I x_I = 0$	$\dot{F}_I x_I - F_I \dot{x}_I = 0$
Feder F	$F_F - c_F x_M = 0$	$\dot{F}_F x_M - F_F \dot{x}_M = 0$
Dämpfer D	$F_D - d_D \dot{x}_M = 0$	$\dot{F}_D \dot{x}_M - F_D \ddot{x}_M = 0$
Masse m	$F_M - m \ddot{x}_M = 0$	$F_M \ddot{x}_M - \ddot{x}_M \dot{F}_M = 0$

Tabelle 5-2: Parameter des mechanischen Beispielsystems

Zur Beschreibung der Systemdynamik ist zusätzlich noch das Kräftegleichgewicht

$$F_I = F_M - F_F - F_D \quad (6-88)$$

notwendig.

Alle Ableitungen der parameterfreien Gleichungen werden durch den Vorwärtsdifferenzenquotienten

$$\frac{dx(t)}{dt} \approx \frac{x(k+1) - x(k)}{\Delta t} \quad (6-89)$$

approximiert und höhere Ableitungen durch die bekannte Entwicklung der Ableitungen in eine Taylorreihe analog dazu erstellt. Nach der Substitution der Ableitungen in den Gleichungen der Einzelemente (Tabelle 5-2) resultieren dann zeitdiskrete Gleichungen für diese Einzelemente (Tabelle 5-3).

Modellvalidierung mithilfe differentialalgebraischer Algorithmen

Element	Zeitdiskrete parameterfreie Gleichung
Feder I	$\frac{x_I(k)F_I(k+1) - F_I(k)x_I(k+1)}{\Delta t} = 0$
Feder F	$\frac{x_F(k)F_F(k+1) - F_F(k)x_F(k+1)}{\Delta t} = 0$
Dämpfer D	$\frac{F_D(k+1)(x_D(k+1) - x_D(k)) + F_D(k)(x_D(k+1) - x_D(k+2))}{\Delta t^2} = 0$
Masse m	$\frac{F_M(k)(x_M(k+1) - 2x_M(k+2) + x_M(k+3))}{\Delta t^3} + \frac{F_M(k+1)(2x_M(k+1) - x_M(k) - x_M(k+2))}{\Delta t^3} = 0$

Tabelle 5-3: Zeitdiskrete parameterfreie Gleichungen mechanischer Komponenten

Alle daraus resultierenden zeitdiskreten Gleichungen besitzen die Form

$$\frac{h_d F(k+m_d)x(k+n_d)}{\Delta t} + \dots, \quad (6-90)$$

wobei h_d , m_d , und n_d unterschiedliche konstante Werte darstellen (Anhang A.1).

Hieraus lässt sich ein homogenes lineares Gleichungssystem

$$A_i x_i = 0 \quad (6-91)$$

formen, dessen x -Vektor die Werte der Kräfte

$$x = [F_I(k), \dots, F_I(k+3), F_F(k), \dots, F_F(k+3), F_D(k), \dots, F_D(k+3), F_M(k), \dots, F_M(k+3)]^T \quad (6-92)$$

zu unterschiedlichen Zeitpunkten beinhaltet.

Die Einträge der A_i -Matrix bestehen hauptsächlich aus Werten der beiden Einfedungswege x_I und x_M zu unterschiedlichen Zeitpunkten (Anhang A.1).

Um eine quadratische A-Matrix zu erhalten, müssen die zeitdiskreten parameterfreien Gleichungen mehrfach um einen Zeitpunkt verschoben werden.

Aus der Gleichung der Feder I

$$\frac{F_I(k+1)x_I(k) - F_I(k)x_I(k+1)}{\Delta t} = 0 \quad (6-93)$$

lassen sich bspw. somit unter Hinzunahme zusätzlicher Zeitpunkte beliebig viele Gleichungen

$$\frac{F_I(k+1+m)x_I(k+m) - F_I(k+m)x_I(k+1+m)}{\Delta t} = 0 \quad (6-94)$$

erstellen.

Modellvalidierung mithilfe differentialalgebraischer Algorithmen

In diesem Beispiel resultiert hieraus eine A_i – Matrix mit der Dimension 16x16.

Nun muss zu jedem Zeitpunkt der Rang der dieser Matrix berechnet werden, um nachzuweisen, dass für den x – Vektor Kräfte berechnet werden können, die konsistent sind mit den Ein- und Ausgangsdaten. Hiermit ist dann die Konsistenz der angenommenen Struktur mit den Ein- und Ausgangsmessdaten bewiesen und damit die strukturelle Übereinstimmung.

Da das System Gl. (6-91) homogen ist, muss der Rang der A_i – Matrix zu jedem Zeitpunkt kleiner als die Dimension der quadratischen Matrix sein, damit das System nicht-triviale Lösungen für den Vektor x besitzt [105]. Ist der Rang gleich der Dimension der A_i – Matrix ist die strukturelle Übereinstimmung nicht gegeben.

Zur Überprüfung der Methode wurde das System mit folgenden Parametern simuliert:

Parameter	Wert
c_F	3000 Nm^{-1}
c_I	4000 Nm^{-1}
d_D	50 Nsm^{-1}
m	10 kg
Simulationsschrittweite	$0,001 \text{ s}$

Tabelle 5-4: Parameter des mechanischen Systems

und zu jedem Zeitpunkt der Rang der A-Matrix berechnet (Abb. 4-7).

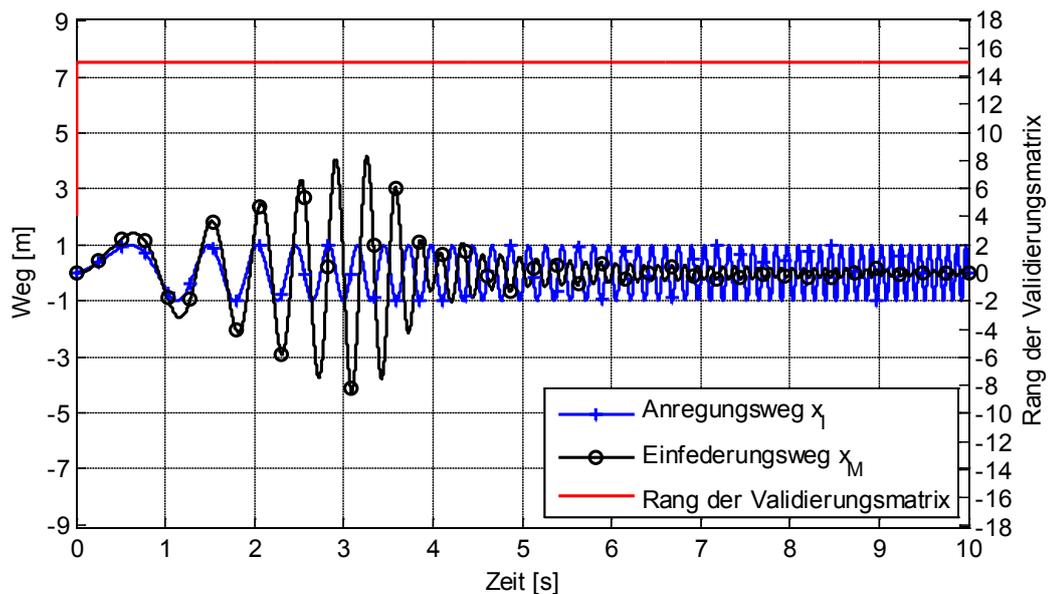


Abb. 5-21: Strukturelle Validierung mittels neuem Fehlerkriterium in fehlerfreiem Fall

Der Rang der Matrix ist zu jedem Zeitpunkt der Simulation kleiner als 16, was die Funktionsfähigkeit dieses Fehlerkriteriums zeigt.

Modellvalidierung mithilfe differentialalgebraischer Algorithmen

Als Gegenbeispiel wird im System (Abb. 5-21) die lineare Feder mit der Steifigkeit c_F durch eine nichtlineare Feder mit kubischer Steifigkeit

$$F_F = c_{FNL} x_M^3 \quad (6-95)$$

ersetzt, wobei die Federkonstante den Wert

$$c_{FNL} = 2 \frac{N}{m^3} \quad (6-96)$$

besitzt.

Die charakteristische Menge des linearen Ausgangssystems und damit die parameterfreie Form zur strukturellen Validierung des linearen Systems wird beibehalten und mit den Simulationsdaten des neuen nichtlinearen Systems validiert (Abb. 5-22).

Es zeigt sich deutlich, dass der Rang der A_i -Matrix regelmäßig zwischen 15 und 16 und damit zwischen struktureller Übereinstimmung und strukturellem Fehler wechselt. Dies zeigt erneut die Funktionsfähigkeit des vorgeschlagenen Fehlerkriteriums.

Die Zeitpunkte, zu denen die Struktur des linearen Systems die Struktur des nichtlinearen Systems erfüllt, sind sehr scharf abgegrenzt. Wie gefordert ist dieses Fehlerkriterium damit geeignet, die Approximierbarkeit und damit die Eigenschaften der strukturellen Validierung, sowie die Sensitivität der Methode im Detail zu untersuchen.

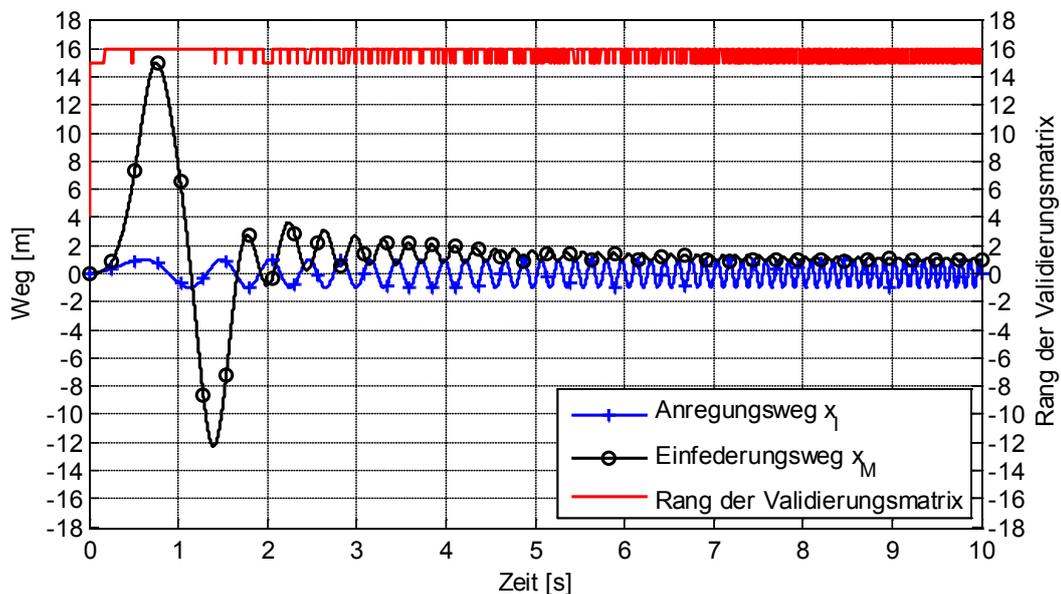


Abb. 5-22: Strukturelle Validierung mittels neuem Fehlerkriterium in fehlerbehaftetem Fall

Zusätzlich ist noch erwähnenswert, dass auch nichtlineare Übertragungselemente zu einer linearen Matrix in Form von Gl. (6-91) führen können.

Die charakteristische Menge des nichtlinearen Federelements Gl. (6-95) besitzt das Element

$$\dot{F}_F x_M - 3F_F \dot{x}_M = 0, \quad (6-97)$$

welches exakt der linearen Struktur Gl. (6-90) der anderen betrachteten Elemente (Tabelle 5-2) entspricht.

Die Möglichkeit das Gesamtsystem aus Teilsystemen zusammenzubauen könnte also zukünftig eine Lösung für die hohe, bisher notwendige Rechenleistung sein.

5.2.7 Untersuchung der Existenz konstanter Parameter bei Unterbrechung der strukturellen Übereinstimmung

Wie beschrieben ist für eine Approximation eines Systems mit einem Modell, das mittels der strukturellen Methoden ausgewählt wurde, eine eindeutige und konstante Parametrierung dieses Modells notwendig. Die Ursache liegt darin begründet, dass sich mittels der strukturellen Validierung ausschließlich eine Aussage darüber treffen lässt, ob irgendeine Parametrierung aus den reellen Zahlen für das Modell existiert, mit dem das Modell exakt vorgegebene Ein- und Ausgangsdaten repräsentieren kann. Wenn sich bei der strukturellen Validierung herausstellt, dass während eines Ein- und Ausgangsdatensatzes zeitweilig keine strukturelle Übereinstimmung gegeben ist, stellt sich die Frage, ob die Parameter nach der Unterbrechung immer den Parametern vor der Unterbrechung entsprechen. Falls dies nicht so ist, wären unterschiedliche Parameter für ein und das selbe Modell notwendig, um einen Datensatz zu repräsentieren, was allerdings bei der Modellierung nicht erwünscht ist, da die Parameter in der Regel als Konstanten modelliert werden.

Um diesen Effekt zu untersuchen wurde erneut das um die nichtlineare Federsteifigkeit Gl. (6-95) erweiterte mechanische System (Abb. 5-20) verwendet, das nur in einige Abschnitten eine strukturelle Übereinstimmung mit den Ein- und Ausgangsdaten besitzt (Abb. 5-22).

Wird das mechanische System erneut so dargestellt, dass es als lineares Gleichungssystem aufgefasst werden kann, so lässt sich wieder leicht die Identifizierbarkeit der Koeffizienten a_0 , a_1 und b_0 nachweisen

$$\ddot{x}_M = \underbrace{\frac{c_I}{m}}_{b_0} x_I - \underbrace{\frac{c_F}{m}}_{a_0} x_M - \underbrace{\frac{d_D}{m}}_{a_1} \dot{x}_M . \quad (6-98)$$

Die Analyse der Identifizierbarkeit wurde dabei ausführlich in Kapitel 3 dargestellt.

Mit der Schätzgleichung Gl. (2-41) lassen sich zu zwei unterschiedlichen Zeitpunkten Zahlenwerte für diese Koeffizienten finden. Hiermit ist eine Überprüfung der Gleichheit der Parameter vor und nach einer Unterbrechung der strukturellen Übereinstimmung eindeutig möglich.

Für diese vergleichende Identifikation der Parameter wurden exemplarisch zwei Intervalle gewählt, in denen die Strukturen übereinstimmen und daraus die Koeffizienten der Gleichung (6-98) identifiziert (Tabelle 5-5; Abb. 5-23).

Modellvalidierung mithilfe differentialalgebraischer Algorithmen

Parameter	Exakter Wert	Wert im Intervall [2,424 s - 2,481 s]	Wert im Intervall [7,441 s - 7,472 s]
a_0	300,0000 $Nm^{-1}kg^{-1}$	0,0589 $Nm^{-1}kg^{-1}$	0,2250 $Nm^{-1}kg^{-1}$
a_1	5,0000 $Nsm^{-1}kg^{-1}$	5,0002 $Nsm^{-1}kg^{-1}$	5,0003 $Nm^{-1}kg^{-1}$
b_0	400,0000 $Nm^{-1}kg^{-1}$	400,0127 $Nm^{-1}kg^{-1}$	400,0541 $Nm^{-1}kg^{-1}$

Tabelle 5-5: Identifizierte Parameter

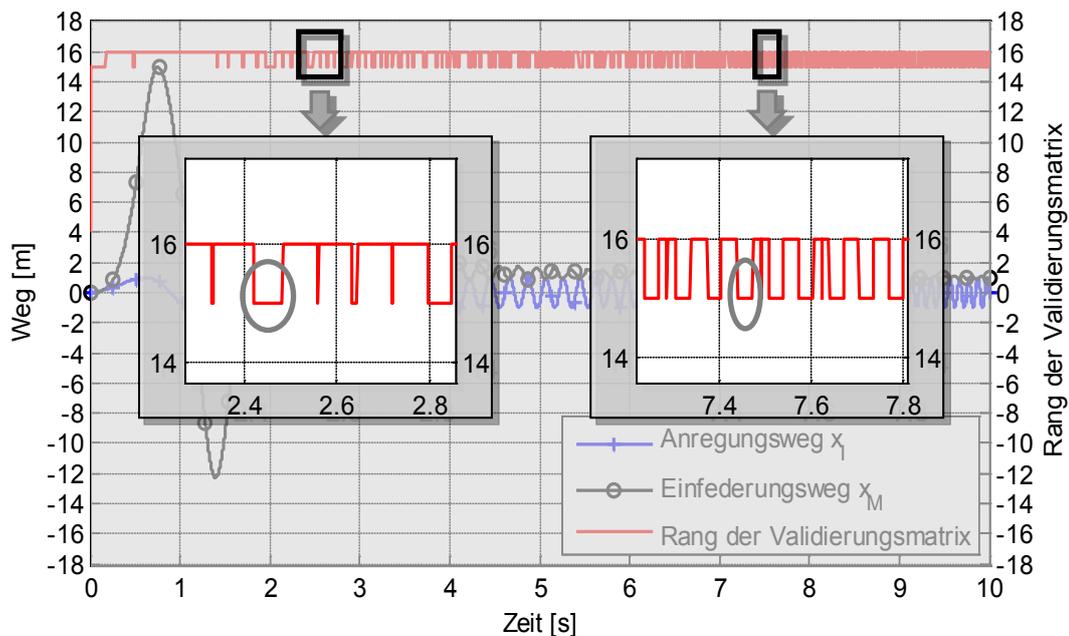


Abb. 5-23: Zur Identifikation der Parameter verwendete Ausschnitte aus Zeitreihen

Die Werte der Koeffizienten a_1 und b_0 sind erwartungsgemäß in allen Fällen fast identisch. Lediglich der Parameter a_0 , der direkt durch die eingefügte nichtlineare Federsteifigkeit beeinflusst wird, ändert sich stark innerhalb der unterschiedlichen Zeitintervalle. Hierdurch ist eindeutig nachgewiesen, dass nach einer Unterbrechung der strukturellen Übereinstimmung andere Parameter für den Modellansatz notwendig sein können, um das gleiche Ein- und Ausgangsverhalten, wie das reale System, zu erhalten.

Dies bedeutet, dass für den Nachweis der strukturellen Übereinstimmung eines Modellansatzes mit einem realen System oder einem zweiten Modell die strukturelle Übereinstimmung für einen kontinuierlichen Messdatensatz lückenlos nachgewiesen werden muss. Es dürfen also keine Unterbrechungen bei der strukturellen Übereinstimmung auftreten.

Treten dennoch zeitweilig Unterbrechungen bei der strukturellen Übereinstimmung auf, könnte der Modellansatz um zeitvariante Parameter erweitert werden, um das gewählte Modell dennoch zu verwenden. Allerdings ist zu beachten, dass auch die Zustandsgrößen des Systems, bzw. deren Anfangswerte zu den Zeitpunkten nach einer Unterbrechung unterschiedlich sein könnten.

Der Nachweis, dass nach einer Unterbrechung der strukturellen Übereinstimmung neue Parameter für das System notwendig sind, lässt sich im Übrigen auch mit der in Kapitel 5.2.1 vorgestellten neuen Methode zur Änderungserkennung von Systemparametern erbringen.

Innerhalb dieser Arbeit wurde auf die Anwendung dieser Methode auf das gezeigte Beispiel aber verzichtet und stattdessen bekannte Methoden aus der Identifizierbarkeitsanalyse und Systemidentifikation verwendet. Hierdurch wird eine höhere Aussagegüte der Ergebnisse gewährleistet, da ausschließlich validierte Methoden verwendet wurden und ansonsten keine Absolutaussage getroffen werden kann.

5.2.8 Untersuchung der Sensitivität der strukturellen Methoden

Für einen Einsatz unter realen Bedingungen müssen die strukturellen Methoden robust gegenüber Störungen, wie Messrauschen, sein. Mittels des neu definierten Fehlerkriteriums ist die Betrachtung der Robustheit leicht möglich.

Um diese Robustheit zu untersuchen, wurde das lineare mechanische System (Abb. 5-20) verwendet und auf das Ausgangssignal x_M ein zufälliges Störsignal aufaddiert.

Die Varianz dieses zufälligen Störsignals wurde solange verringert, bis die strukturelle Übereinstimmung gegeben war. Hiermit ergibt sich dann eine obere Grenzen für ein tolerierbares Störsignal. Die Varianz, bei der zumindest teilweise eine strukturelle Übereinstimmung vorhanden war, lag bei 10^{-19} m.

Dies entspricht einem ungefähren Maximalwert des Störsignals von ca. 10^{-9} m. Im Vergleich zum Signal x_M , dessen Amplitude im Bereich von 4,185 m liegt, ist die tolerierbare Störung also sehr gering.

Die Ergebnisse sind in (Abb. 5-24) dargestellt, wobei zu beachten ist, dass das Störsignal mit einem Faktor von 10^8 multipliziert wurde, um dieses äußerst geringe Signal sichtbar zu machen.

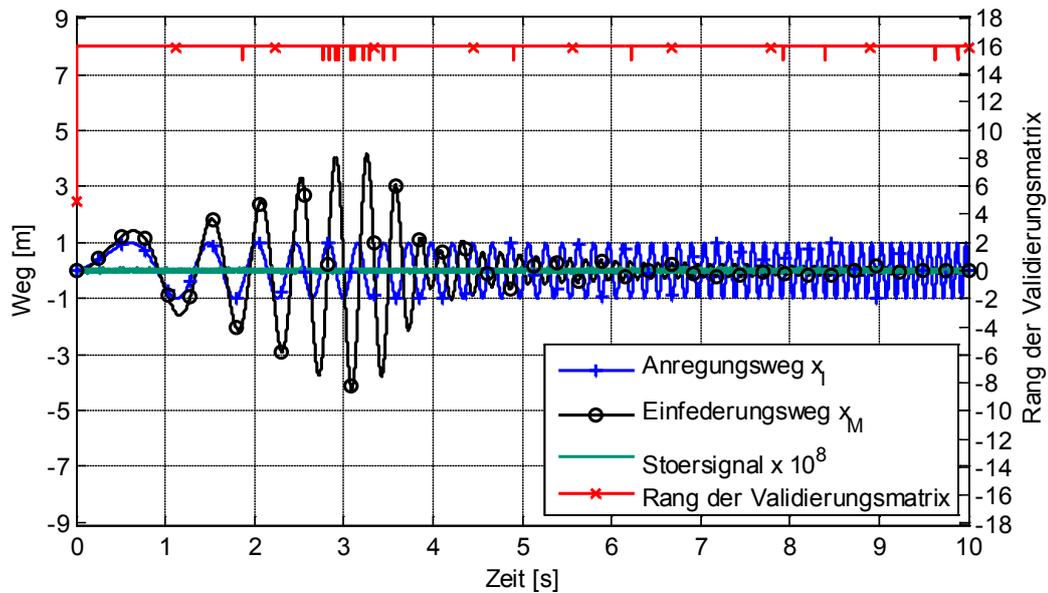


Abb. 5-24: Sensitivität der strukturellen Validierungsmethode

Die Ergebnisse zeigen deutlich, dass die Methode derzeit nicht für einen wissenschaftlichen oder industriellen Einsatz geeignet ist, da die Sensitivität gegenüber bereits kleinsten Störungen viel zu hoch ist.

Neben dem Problem der hohen notwendigen Rechenleistung muss vor dem Einsatz der Methode also noch ein Fehlerkriterium entwickelt werden, das nicht nur sehr präzise die strukturelle Übereinstimmung zeigt, sondern das auch robust gegenüber kleinen Störungen ist.

5.3 Entwickelbarkeit und Substituierbarkeit von Systemen

Es wurde gezeigt, dass die strukturellen Validierungsmethoden hochgradig sensitiv sind und sich deshalb zurzeit nur bedingt eignen, um reale Systeme, an denen gestörte Messdaten aufgezeichnet wurden, zu validieren. Die vorgestellte Anwendung zur Untersuchung der Approximierbarkeit kann hingegen auch ausschließlich simulativ erfolgen und unterliegt deshalb keinen Einschränkungen bezüglich der Robustheit gegen Störeinflüsse.

Zwei weitere Einsatzgebiete, die auf diesen Untersuchungen der Approximierbarkeit beruhen, sind die Entwickelbarkeit und die Substituierbarkeit von Produkten und Komponenten. Die Substituierbarkeit wurde dabei von Haffke und Möller in [106] beschrieben. Aufgrund des hohen Potenzials dieser beiden Einsatzgebiete werden sie nachfolgend kurz beschrieben. Die Substituierbarkeit ist grafisch in Abb. 5-25 dargestellt und repräsentiert die Frage, ob bspw. ein passives Fahrwerk prinzipiell durch ein aktives ersetzt werden kann, wobei das aktive Fahrwerk exakt das gleiche Ein- und Ausgangsverhalten wie das passive Fahrwerk besitzen muss.

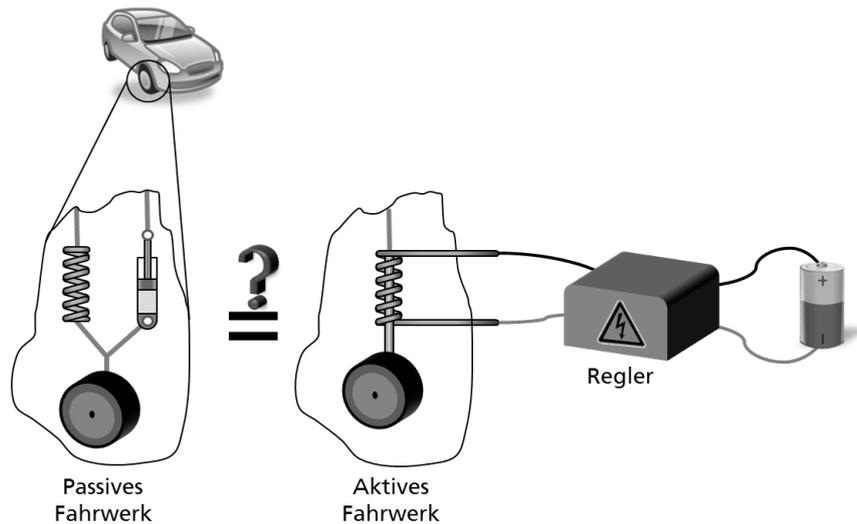


Abb. 5-25: Prinzipdarstellung der Substituierbarkeit von passiven durch aktive Komponenten

Bei der Produktentwicklung stellt sich häufig die Frage, mit welchen Komponenten ein definiertes Lastenheft erfüllt werden kann. Insbesondere bei neuen mechatronischen Systemen, die digitale Regelungen enthalten, ist es schwierig abzuschätzen, ob mit ausgewählten Komponenten und Algorithmen ein definiertes Ein- und Ausgangsverhalten erreicht werden kann. Mithilfe der vorgestellten Methoden aus der Differentialalgebra können diese Fragen beantwortet werden, indem ein synthetisches Ein- und Ausgangsverhalten definiert wird und in die entsprechenden Gleichungen der charakteristischen Mengen eingesetzt wird. Hiermit lässt sich also in einem frühen Stadium der Produktentwicklung, in dem die grundsätzlichen Komponenten bekannt sind aber noch nicht ihre endgültigen Parameter, entscheiden, ob ein System innerhalb der definierten Grenzen funktionsfähig sein wird. Dieses Vorgehen entspricht der direkten Überprüfung der Entwickelbarkeit von Produkten.

Aufgrund von Fortschritten in der Regelungstechnik können passive Komponenten mittlerweile durch aktive Komponenten ersetzt werden, dessen Verhalten durch entsprechende Regelungsalgorithmen im laufenden Betrieb angepasst werden können. Mittels der Differentialalgebra lässt sich auch hier ermitteln, ob ein aktives System exakt die Eigenschaften eines vorhandenen passiven Systems aufweisen kann. Zusätzlich kann ein Regelungsalgorithmus ausgewählt und gleichzeitig nachgewiesen werden, dass für diesen Algorithmus Parameter existieren, mit denen das System exakt das gewünschte Verhalten aufweist. Der iterative Prozess der Auswahl, Auslegung, Erprobung und eventueller anschließender Wiederholung dieser Arbeitsschritte entfällt somit. Dieser Prozess ist nicht auf geregelte Systeme eingeschränkt, sondern kann zur Überprüfung der Substituierbarkeit beliebiger Systeme eingesetzt werden.

5.4 Fazit differentialalgebraische Modellvalidierung

Die Differentialalgebra bietet sehr effiziente Lösungen für viele heutige Probleme bei der Modellvalidierung. Insbesondere die Möglichkeit in einem sehr frühen Stadium der Modellierung Modellansätze zu überprüfen, würde zu einer deutlich verkürzten Zeit beim Modellaufbau führen. Die Möglichkeit Messdaten zu validieren kann ebenso zu einer deutlich erhöhten Effizienz im Simulationsprozess führen. Einerseits lässt sich damit die Zeitinvarianz von Modellen nachweisen, andererseits können Fehler bei der Versuchsdurchführung oder bei der Ablage und anschließenden Übergabe von Messdaten an die Simulationsabteilungen eindeutig gezeigt und eingegrenzt werden.

Die angesprochenen Möglichkeiten zur effizienten Unterstützung des Produktentwicklungsprozesses, in Form der Entwickelbarkeit und Substituierbarkeit von Systemen, sind ebenfalls hochgradig attraktive Lösungen.

Beim derzeitigen Stand der Technik ist die für die Generierung der charakteristischen Mengen komplexer Systeme notwendige Rechenleistung aber noch nicht verfügbar. Zusätzlich wurde gezeigt, dass die charakteristischen Mengen hochgradig sensitiv gegenüber Modellabweichungen und auch Messstörungen sind. Für einen industriellen Einsatz müssen also robustere Fehlerkriterien entwickelt werden, die idealerweise nicht binär sind, sondern ein Maß für die Übereinstimmung eines Modellansatzes darstellen.

Aus diesen Gründen sind weitergehende Forschungsaktivitäten insbesondere im Bereich der mathematischen Grundlagen notwendig.

Sofern diese Fragestellungen gelöst sind, bietet die Differentialalgebra eine umfassende Methode, um den Modellvalidierungsprozess deutlich effizienter und kostengünstiger zu gestalten.

6 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, wie mit Hilfe von modellbasierten Fehlerdiagnosemethoden Abweichungen in Simulationsmodellen dynamischer Systeme effizient eingegrenzt und aufgefunden werden können. Nach einer Gegenüberstellung und anschließender Auswahl potenziell geeigneter Methoden lag der Fokus zunächst auf Methoden aus dem Umfeld der Systemidentifikation, da diese Methoden besonders geeignet sind, um größere und damit industriennahe Modelle zu untersuchen.

Die grundlegende Idee bestand darin, das Modell so zu formulieren, dass für die zu validierenden Teilsysteme prinzipiell eine identifizierbare Darstellung existiert, um daraus innere und nicht messbare Signale oder Zustandsgrößen des Systems zu berechnen. Basierend auf dieser Formulierung wurden die Teilkomponenten eines Ganzfahrzeugmodells anschließend mit Methoden aus der genetischen Programmierung identifiziert. Diese genetischen Methoden haben eine hohe Leistungsfähigkeit und Ergebnisgüte für Validierungsanwendungen bewiesen und sind auf eine sehr breite Klasse von Modellen anwendbar.

Um sicherzustellen, dass die mit den Validierungsmodellen generierten Signale eine hohe Eindeutigkeit besitzen, wurde hierfür die Anwendbarkeit des empirischen Korrelationskoeffizienten gezeigt und die Korrektheit der Ergebnisse nachgewiesen. Nach einer analytischen Betrachtung der linearen Abhängigkeiten zwischen einzelnen Elementen der Validierungsmodelle, ließ sich anschließend der Korrelationskoeffizient für die Überprüfung der Identifikationsergebnisse effizient nutzen.

Insgesamt konnten mit dieser Methode Änderungen in den Dämpferkennlinien und der Aufbaumasse eines exemplarischen Ganzfahrzeugmodells eindeutig aufgedeckt werden. Der hierzu notwendige Arbeitsprozess ist hochgradig automatisierbar und die Anwendung der Methode setzt kein Expertenwissen über die Identifikationsmethoden oder die Validierungsmodelle voraus. Eine industrielle Anwendung ist somit leicht möglich.

Es hat sich bei diesen Untersuchungen herausgestellt, dass die Aussagekraft dieser Systemidentifikationsmethoden, im Umfeld der Modellvalidierung, allerdings begrenzt ist. Insbesondere die Anforderungen an die Identifizierbarkeit des Systems und die damit verbundenen Einschränkungen hinsichtlich der Eindeutigkeit innerer Systemgrößen, führen zwar zu einer Verbesserung der derzeit eingesetzten Prozesse, jedoch ist eine weitere Effizienzsteigerung wünschenswert.

Methoden aus dem Umfeld der Differentialalgebra besitzen hingegen eine höhere Aussagefähigkeit und eine verbesserte Effizienz bei ihrer Anwendung. Bekannte Ansätze wurden innerhalb dieser Arbeit weiterentwickelt und ihr Potenzial für die Validierung von Simulationsmodellen untersucht. Anschließend fand eine Neuentwicklung von weiteren Lösungen zur Modellvalidierung mittels differentialalgebraischer Methoden statt. Die Neuentwicklung beinhaltet dabei eine Methode zum Nachweis von geänderten Systemparametern innerhalb eines vermessenen Systems, eine Methode zum Eingren-

Zusammenfassung und Ausblick

zen dieser geänderten Parameter sowie eine Lösung zur Berücksichtigung von zulässigen Intervallen von Modellparametern. Für die Potenzialabschätzung der Differentialalgebra wurde zusätzlich ein neues Fehlerkriterium entwickelt, das eine sehr genaue Überprüfung der differentialalgebraischen Methoden zulässt. Mittels dieses Fehlerkriteriums konnte gezeigt werden, dass sich ein Gesamtsystem aus kleineren Teilsystemen zusammensetzen lässt, deren Transformation in eine parameterfreie Darstellung mittels Differentialalgebra einzeln stattfindet. Zukünftig könnte diese Lösung zur Verringerung der notwendigen Rechenleistung, bei der Anwendung differentialalgebraischer Methoden, helfen. Allerdings besteht noch Forschungsbedarf hinsichtlich der Zerlegung, Transformation und dem Zusammensetzen von beliebigen nichtlinearen Systemen.

Während dieser Untersuchungen hat sich herausgestellt, dass die Komplexität der Modelle, die heute mit diesen Methoden validiert werden können, noch begrenzt ist, da für die Ausführung der notwendigen Algorithmen ein hohes Maß an Rechenleistung notwendig ist. Zusätzlich wurde gezeigt, dass die differentialalgebraischen Methoden sehr sensitiv gegenüber Messstörungen und sonstigen Abweichungen sind, was eine sehr exakte Modellierung und Vorverarbeitung der Messdaten notwendig macht.

Nichtsdestotrotz besitzen die diskutierten differentialalgebraischen Methoden ein überaus hohes Potenzial zur Effizienzsteigerung während der Modellbildung und Validierung dynamischer Simulationsmodelle. Sofern die Herausforderungen bezüglich der notwendigen Rechenleistung und der Sensitivität gelöst werden, können diese Methoden zukünftig ein sehr universelles Werkzeug im Simulationsprozess darstellen.

Zukünftige Forschungsaktivitäten im Umfeld der Modellvalidierungsmethoden sollten sich zunächst auf die Weiterentwicklung der differentialalgebraischen Methoden fokussieren. Diese Methoden bieten das Potenzial um den gesamten Modellierungs- und Modellvalidierungsprozess erheblich einfacher, schneller und damit wirtschaftlicher zu gestalten. Allerdings sind noch umfangreiche grundlagenorientierte Forschungsaktivitäten notwendig, bis ein industrieller Einsatz dieser Methoden möglich ist.

Um Validierungsmodelle für wissenschaftliche und industrielle Anwendungen nutzen zu können, sind hingegen hauptsächlich Entwicklungsarbeiten notwendig. Insbesondere die Softwareentwicklung stellt hierbei einen großen Anteil dar.

Zusätzlich müssen für den jeweiligen Anwendungszweck geeignete Validierungsmodelle formuliert werden, dies ist aber beim gegenwärtigen Stand der Wissenschaft und Technik durchaus möglich.

A Anhang

A.1 Lineares Gleichungssystem zur Überprüfung der strukturellen Übereinstimmung

$$A = \begin{bmatrix}
 -p_2 & p_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -p_3 & p_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -p_4 & p_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -p_6 & p_5 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -p_7 & p_6 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_8 & p_7 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & p_9 & p_{10} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{11} & -p_9 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{12} & -p_{11} \\
 p_{13} & p_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & p_{15} & -p_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & p_{16} & -p_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix} \tag{7-1}$$

$$p_1 = x_I(k) \quad (7-2)$$

$$p_2 = x_I(k+1) \quad (7-3)$$

$$p_3 = x_I(k+2) \quad (7-4)$$

$$p_4 = x_I(k+3) \quad (7-5)$$

$$p_5 = x_M(k) \quad (7-6)$$

$$p_6 = x_M(k+1) \quad (7-7)$$

$$p_7 = x_M(k+2) \quad (7-8)$$

$$p_8 = x_M(k+3) \quad (7-9)$$

$$p_9 = \frac{x_M(k+3) + x_M(k+1) - 2x_M(k+2)}{\Delta t^3} \quad (7-10)$$

$$p_{10} = \frac{2x_M(k+1) - x_M(k+2) - x_M(k)}{\Delta t^3} \quad (7-11)$$

$$p_{11} = \frac{x_M(k+2) - 2x_M(k+3) + x_M(k+4)}{\Delta t^3} \quad (7-12)$$

$$p_{12} = \frac{x_M(k+3) - 2x_M(k+4) + x_M(k+5)}{\Delta t^3} \quad (7-13)$$

$$p_{13} = \frac{x_M(k+1) - x_M(k+2)}{\Delta t^2} \quad (7-14)$$

$$p_{14} = \frac{x_M(k+1) - x_M(k)}{\Delta t^2} \quad (7-15)$$

$$p_{15} = \frac{x_M(k+2) - x_M(k+3)}{\Delta t^2} \quad (7-16)$$

$$p_{16} = \frac{x_M(k+3) - x_M(k+4)}{\Delta t^2} \quad (7-17)$$

A.2 Parameter des vereinfachten Fahrzeugmodells

Parameter	Unveränderter Wert
m_{Ab}	1296,5 kg
J_{xx}	482,7 kg · m ²
J_{yy}	2394,3 kg · m ²
J_{zz}	2585,6 kg · m ²
c_{a_1}	0,5516
c_{a_2}	-0,0525
c_{a_3}	0,5009
<i>Radmassen</i>	48 kg
l_v	1,2061 m
l_h	1,4836 m
$l_{l_{vorne}}$	0,7461 m
$l_{r_{vorne}}$	0,7461 m
$l_{l_{hinten}}$	0,7437 m
$l_{r_{hinten}}$	0,7437 m

Tabelle 6-1: Parameter des vereinfachten Fahrzeugmodells

A.3 Charakteristische Menge mit explizitem Residuum

$$\begin{aligned}
& x_C^{(5)} \Delta \ddot{x}_S \Delta \dot{x}_S r - x_C^{(5)} \Delta \ddot{x}_S \Delta x_S \dot{r} - x_C^{(5)} \Delta \dot{x}_S^2 r \dots \\
& + x_C^{(5)} \Delta \ddot{x}_S \Delta \dot{x}_S \dot{r} + x_C^{(5)} \Delta \ddot{x}_S \Delta x_S \ddot{r} - x_C^{(5)} \Delta \dot{x}_S^2 \ddot{r} \dots \\
& - x_C^{(4)} \Delta x_S^{(4)} \Delta \dot{x}_S r + x_C^{(4)} \Delta x_S^{(4)} \Delta x_S \dot{r} + x_C^{(4)} \Delta \ddot{x}_S \Delta \ddot{x}_S r \dots \\
& - x_C^{(4)} \Delta \ddot{x}_S \Delta \dot{x}_S \dot{r} - x_C^{(4)} \Delta \ddot{x}_S \Delta x_S \ddot{r} + x_C^{(4)} \Delta \dot{x}_S^2 \ddot{r} \dots \\
& + \ddot{x}_C \Delta x_S^{(4)} \Delta \ddot{x}_S r - \ddot{x}_C \Delta x_S^{(4)} \Delta x_S \ddot{r} - \ddot{x}_C \Delta \dot{x}_S^2 r \dots \\
& + \ddot{x}_C \Delta \ddot{x}_S \Delta \dot{x}_S \ddot{r} + \ddot{x}_C \Delta \ddot{x}_S \Delta x_S \ddot{r} - \ddot{x}_C \Delta \ddot{x}_S \Delta \dot{x}_S \ddot{r} \dots \\
& - \ddot{x}_C \Delta x_S^{(4)} \Delta \ddot{x}_S \dot{r} + \ddot{x}_C \Delta x_S^{(4)} \Delta \dot{x}_S \ddot{r} + \ddot{x}_C \Delta \dot{x}_S^2 \dot{r} \dots \\
& - \ddot{x}_C \Delta \ddot{x}_S \Delta \dot{x}_S \ddot{r} - \ddot{x}_C \Delta \ddot{x}_S \Delta x_S \ddot{r} + \ddot{x}_C \Delta \dot{x}_S^2 \ddot{r} = 0
\end{aligned} \tag{7-18}$$

A.4 Parameterbegrenzungsbeispiel

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{array}{l} -F_1^5 \Delta \ddot{x}_1^5 - 5 \dot{F}_1 F_1^4 \Delta \dot{x}_1^4 \Delta \dot{x}_1 + 10 \dot{F}_1^2 F_1^3 \Delta \ddot{x}_1^3 \Delta \dot{x}_1^2 \dots \\ -10 \dot{F}_1^3 F_1^2 \Delta \ddot{x}_1^2 \Delta \dot{x}_1^3 + 5 \dot{F}_1^4 F_1 \Delta \ddot{x}_1 \Delta \dot{x}_1^4 - \dot{F}_1^5 \Delta \dot{x}_1^5 \end{array} \right) / \dots \\
& \left(\begin{array}{l} \Delta \dot{x}_1^{10} a_1 - 5 \Delta \dot{x}_1^8 \Delta \dot{x}_1 \Delta \ddot{x}_1 a_1 + 10 \Delta \dot{x}_1^6 \Delta \dot{x}_1^2 \Delta \ddot{x}_1^2 a_1 \dots \\ -10 \Delta \dot{x}_1^4 \Delta \dot{x}_1^3 \Delta \ddot{x}_1^3 a_1 + 5 \Delta \dot{x}_1^2 \Delta \dot{x}_1^4 \Delta \ddot{x}_1^4 a_1 - \Delta \dot{x}_1^5 \dots \\ \Delta \ddot{x}_1^5 a_1 \Delta \ddot{x}_1^6 F_1^4 - 4 \Delta \dot{x}_1^4 \Delta \dot{x}_1 \dot{F}_1 - \Delta \dot{x}_1^4 F_1^4 \Delta \dot{x}_1 \Delta \ddot{x}_1 \dots \\ + 6 \Delta \dot{x}_1^4 F_1^2 \Delta \dot{x}_1^2 \dot{F}_1^2 + 4 \Delta \dot{x}_1^3 F_1^3 \Delta \dot{x}_1^2 \dot{F}_1 \Delta \ddot{x}_1 - 4 \Delta \dot{x}_1^3 \dots \\ F_1 \Delta \dot{x}_1^3 \dot{F}_1^3 - 6 \Delta \dot{x}_1^2 F_1^2 \Delta \dot{x}_1^3 \dot{F}_1^2 \Delta \ddot{x}_1 + \Delta \dot{x}_1^2 \Delta \dot{x}_1^4 \dot{F}_1^4 \dots \\ + 4 \Delta \dot{x}_1 F_1 \Delta \dot{x}_1^4 \dot{F}_1^3 \Delta \ddot{x}_1 - \Delta \dot{x}_1^5 \dot{F}_1^4 \Delta \ddot{x}_1 \end{array} \right) = r \quad (7-19)
\end{aligned}$$

A.5 Identifizierte Fahrzeuggleichungen vereinfachtes Modell

A.5.1 Gleichung aus Identifikation vorne links

$$\begin{aligned}
 & 31,9820632352299 \cdot \Delta z_{VR} + 31,1049398946036 \cdot \Delta z_{VL} \dots \\
 & + 3,09764772446047 \cdot \Delta \dot{z}_{VL} + 1,06389578773798 \cdot \Delta \dot{z}_{VR} \dots \\
 & + 1,05117735149044 \cdot \Delta z_{HR} + 0,970828661926302 \cdot \Delta z_{HL} \dots \\
 & + 0,505875582223049 \cdot a_{HLz} + 0,054984891419489 \cdot \Delta \dot{z}_{HR} \dots \\
 & + 0,0253510020062278 \cdot \Delta \dot{z}_{HL} + 154,216248683474 \cdot \Delta z_{HR}^2 \dots \\
 & + 2,77533448780597 \cdot \Delta \dot{z}_{VR}^2 \dots \\
 & + 2,4123692126502 \cdot \Delta \dot{z}_{VL} \cdot \tanh(\tanh(\Delta \dot{z}_{VL})) \dots \\
 & + 1,06389578773798 \cdot \Delta \dot{z}_{VR} \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{VR}) \dots \\
 & + 0,054984891419489 \cdot \Delta \dot{z}_{HR} \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}) \dots \\
 & + 0,0253510020062278 \cdot \Delta \dot{z}_{HL} \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}) \dots \\
 & + 13,3063284534226 \cdot \Delta z_{VL}^4 \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{VL}) \dots \\
 & + 2,77533448780597 \cdot \Delta \dot{z}_{VR}^2 \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{VR}) \dots \\
 & + 0,0373184797703153 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}^2 \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}) \dots \\
 & + 0,0373184797703153 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}^2 \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}) \dots \\
 & + 2,4123692126502 \cdot \Delta \dot{z}_{VL} \cdot \tanh(\tanh(\Delta \dot{z}_{VL})) \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{VL}) \dots \\
 & + 4,16714567022469 \cdot \Delta z_{VL}^2 \dots \\
 & \cdot \tanh(-2,86668289655289 - 44,6451877574062 \cdot \Delta \dot{z}_{VL}) \dots \\
 & + 1,42571364970697 \cdot \Delta \dot{z}_{VR} \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{VR}) - 1,42571364970697 \Delta \dot{z}_{VR} \dots \quad (7-20) \\
 & \quad \quad \quad \frac{\sin(4,72326521853754 \cdot \sin(\Delta \dot{z}_{VR}))}{\dots} \\
 & - 0,4235321953) - 0,0119005766540871 \dots \\
 & - 0,505717290741153 \cdot a_{HRz} - 0,0373184797703153 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}^2 \dots \\
 & - 0,0373184797703153 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}^2 - 13,3063284534226 \cdot \Delta \dot{z}_{VL}^4 \dots \\
 & - 377,287631095869 \cdot \Delta z_{VR}^2 - 583,119356387306 \cdot \Delta z_{VL}^2 \dots \\
 & - 13701,8856412001 \cdot \Delta z_{VR}^3 - 0,59507609287575 \cdot \Delta \dot{z}_{VL} \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{VL}) \dots \\
 & - 0,0801900834194135 \cdot \Delta \dot{z}_{VL} \cdot \sin(33,9321103109443 \cdot \tanh(\Delta \dot{z}_{VL})) \dots \\
 & - 0,172768184105308 \cdot \Delta \dot{z}_{VR} \dots \\
 & \cdot \sin(1,86248035606938 - 23,7127076941422 \cdot \Delta \dot{z}_{VR}) \dots \\
 & - 0,0801900834194135 \cdot \Delta \dot{z}_{VL} \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{VL}) \dots \\
 & \cdot \sin(33,9321103109443 \cdot \tanh(\Delta \dot{z}_{VL})) \dots \\
 & - 0,172768184105308 \cdot \Delta \dot{z}_{VR} \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{VR}) \dots \\
 & \cdot \sin(1,86248035606938 - 23,7127076941422 \cdot \Delta \dot{z}_{VR}) \dots \\
 & - 4,16714567022469 \cdot \Delta z_{VL}^2 \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{VL}) \dots \\
 & \cdot \tanh(-2,86668289655289 - 44,6451877574062 \cdot \Delta \dot{z}_{VL}) = a_{VLz}
 \end{aligned}$$

A.5.2 Gleichung aus Identifikation hinten links

$$\begin{aligned}
& 53.7731125454336 \cdot \Delta z_{HL} + 44.3816549360542 \cdot \Delta z_{HR} \dots \\
& + 2.88327687462125 \cdot \Delta \dot{z}_{HR} + 2.17966656117861 \cdot \Delta \dot{z}_{HL} \dots \\
& + 0.505176476526336 \cdot a_{VLz} + 4.8641100889629 \cdot \Delta \dot{z}_{VR}^2 \dots \\
& + 1.78989258379965 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}^2 \dots \\
& + 3.41236616717236 \cdot \Delta \dot{z}_{HL} \cdot \tanh(\tanh(\tanh(\Delta \dot{z}_{HL}))) \dots \\
& + 2.17966656117861 \cdot \Delta \dot{z}_{HL} \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}) \dots \\
& + 0.365871715423795 \cdot \Delta \dot{z}_{VR} \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{VR}) \dots \\
& + 1.78989258379965 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}^2 \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}) \dots \\
& + 3.54221147390654 \cdot \Delta \dot{z}_{VR} \dots \\
& \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{VR}) \cdot \tanh(2.89425752347849 \cdot \Delta \dot{z}_{VR}) \dots \\
& + 3.41236616717236 \cdot \Delta \dot{z}_{HL} \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}) \dots \\
& \cdot \tanh(\tanh(\tanh(\Delta \dot{z}_{HL}))) \dots \\
& + 2.82158280918964 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}^2 \dots \\
& \cdot \tanh(-52.3156951179894 - 768.252274447629 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}) \dots \\
& + \frac{2.70958178368298 \cdot \Delta \dot{z}_{HL} \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{HL})}{\sin(5.2157655057003 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}) - 0.548805390438479} \dots \\
& + 0.0919692528872195 \cdot \Delta \dot{z}_{HL} \dots \\
& \cdot \frac{\sin(-36.2227143542069 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}) \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{HL})}{\sin(5.2157655057003 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}) - 0.548805390438479} \dots \\
& + 0.0298704459739032 \cdot \Delta \dot{z}_{HL} \dots \\
& \cdot \frac{\tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}) \cdot \sin(90.7111258415841 \cdot \Delta \dot{z}_{HL})}{\sin(5.2157655057003 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}) - 0.548805390438479} \dots \\
& + \frac{3.07893805695335 \cdot \Delta \dot{z}_{HL} \cdot \sin(-36.2227143542069 \cdot \Delta \dot{z}_{HL})}{\sin(5.2157655057003 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}) - 0.548805390438479} \dots \\
& - \frac{2.70958178368298 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}}{\sin(5.2157655057003 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}) - 0.548805390438479} \dots \\
& - \frac{0.0919692528872195 \cdot \Delta \dot{z}_{HL} \cdot \sin(-36.2227143542069 \cdot \Delta \dot{z}_{HL})}{\sin(5.2157655057003 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}) - 0.548805390438479} \dots \\
& - \frac{0.0298704459739032 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}}{\sin(5.2157655057003 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}) - 0.548805390438479} \dots \\
& \cdot \sin(90.7111258415841 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}) \dots \\
& + 3.07893805695335 \cdot \Delta \dot{z}_{HL} \cdot \sin(-36.2227143542069 \cdot \Delta \dot{z}_{HL}) \dots \\
& - 0.0364057922740865 - 0.0444396563901427 \cdot a_{HRz} \dots \\
& - 0.297893089436856 \cdot \Delta \dot{z}_{VL} - 3.03489756572715 \cdot \Delta \dot{z}_{VR} \dots \\
& - 9.06688348899628 \cdot \Delta z_{VL} - 19.06273329941 \cdot \Delta z_{VR} \dots \\
& - 277.965000316046 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}^6 \dots \\
& - 0.102481934102288 \cdot \Delta \dot{z}_{VL} \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{VL}) \dots
\end{aligned} \tag{7-21}$$

Anhang

$$\begin{aligned} & - 0.323313426989785 \cdot \Delta \dot{z}_{HR} \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}) \dots \\ & - 3.54221147390654 \cdot \Delta \dot{z}_{VR} \cdot \tanh(2.89425752347849 \cdot \Delta \dot{z}_{VR}) \dots \\ & - 5.94703628440451 \cdot \Delta \dot{z}_{VR}^2 \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{VR}) \dots \\ & - 277.965000316046 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}^6 \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}) \dots \\ & - 2.82158280918964 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}^2 \cdot \tanh(1000 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}) \dots \\ & \cdot \tanh(-52.3156951179894 - 768.252274447629 \cdot \Delta \dot{z}_{HR}) = a_{HLz} \end{aligned}$$

A.6 Parameter des unveränderten veDYNA-Modells

veDYNA Entry Vehicle Data: limousine



Contents

1	General Vehicle Data	3
1.1	Vehicle Dimensions	3
1.2	Mass & Load	3
1.3	Aerodynamics	4
1.4	Brake System	4
2	Front Axle	5
2.1	Tyre	5
2.2	Brake	5
2.3	Steering	5
2.4	Axle Mass & Inertia	6
2.5	Initial Wheel Orientation	6
2.6	Axle Kinematics	6
2.7	Axle Compliance	6
2.8	Spring	7
2.9	Damper	7
2.10	Stabi	7
3	Rear Axle	8
3.1	Tyre	8
3.2	Brake	8
3.3	Axle Mass & Inertia	8
3.4	Initial Wheel Orientation	8
3.5	Axle Kinematics	9
3.6	Axle Compliance	9
3.7	Spring	9
3.8	Damper	9
3.9	Stabi	10
4	Drive Train	11
4.1	Engine	11
4.2	Driveline	11
4.2.1	Rear Differential	11
4.3	Manual Transmission	12
4.3.1	Gear Data	12
4.3.2	Shift Control	12

1 General Vehicle Data

Vehicle Type: Limousine

1.1 Vehicle Dimensions

Vehicle Length [m]:	4.3159		
Vehicle Width [m]:	1.644		
Vehicle Height [m]:	1.1597		
Wheel Base [m]:	2.57		
Wheel Track front [m]:	1.405		
Wheel Track rear [m]:	1.399		
Vehicle Geometry:	vehicle_body_limousine.wrl		
Scaling for Vehicle Geometry:	1	1	1
Tyre Geometry:	tire_limousine.wrl		
Scaling for Tyre Geometry:	1	1	1
Steering Wheel Geometry:	steeringwheel_limousine.wrl		
Steering Wheel Position:	-0.9	0.35	0.6

1.2 Mass & Load

Vehicle Mass [kg]:	1296		
Vehicle Centre of Gravity x [m]:	-1.25		
Vehicle Centre of Gravity y [m]:	0		
Vehicle Centre of Gravity z [m]:	0.25		
Inertia Matrix at CoG [kgm ²]:	305	0	0
	0	1520	0
	0	0	1750
Load Mass [kg]:	0		
Load Centre of Gravity x [m]:	0		
Load Centre of Gravity y [m]:	0		
Load Centre of Gravity z [m]:	0		
Load Inertia Matrix [kgm ²]:	0	0	0
	0	0	0
	0	0	0

1.3 Aerodynamics

CW Coefficient in x-direction:	0.4		
CW Coefficient in y-direction:	0.5		
CW Coefficient in z-direction:	0		
Shadow area in x-direction [m ²]:	2		
Shadow area in y-direction [m ²]:	2.5		
Shadow area in z-direction [m ²]:	0		
Centre of Forces [m]:	-1.5	0	0.15
Wind Speed [m/s]:	0	0	0

1.4 Brake System

Maximum Brake Pressure [bar]:	200		
Brake Pressure Distribution:	overall [%]:	rear [%]:	
	0	0	
	50	50	
	100	100	
Time Constant for Pressure Build-up [s]:	0		

2 Front Axle

2.1 Tyre

Tyre Width [mm]:	205
Ratio of Tyre Height to Tyre Width [x100]:	60
Tyre Rim Diameter [inch]:	13
Load Index [-], Range: 50...209:	88
Tyre Speed Symbol:	H = 210 km/h
Reference Load [N]:	3000
Longitudinal Slip Gradient [N/-]:	70000
$F_{x,max}$ [N]:	3180
Lateral Slip Gradient [N/-]:	35000
$F_{y,max}$ [N]:	3180
Sliding Friction Ratio:	0.95
Vertical Stiffness [N/m]:	180000
Load Degression for Lateral Force:	1.8

2.2 Brake

Friction Coefficient:	0.35
Effective Brake Disc Radius [m]:	0.105
Effective Brake Cylinder Area [m ²]:	0.0018

2.3 Steering

Steering Type:	Ackermann Steering
Steering Column Stiffness [Nm/deg]:	52.36
Steering Column Damping [Nms/deg]:	0.8727
Maximum Steering Wheel Angle (one direction) [deg]:	490
Steering Ratio (Steering Wheel Angle / Steering Angle):	20.4956

2.4 Axle Mass & Inertia

Unsprung Mass located in WC [kg]:	37.6		
Inertia of Rotating Parts about Wheel Spin Axis (1/2 Drive Shaft, Brake Disk, Wheel) [kgm ²]:	0.8		
Inertia Matrix of Non-Rotating Parts about Wheel Centre (Wheel Body, Wheel Carrier) [kgm ²]:	0.78	0	0
	0	1.42	0
	0	0	0.768

2.5 Initial Wheel Orientation

Toe-In Angle [deg]:	0.5
Camber Angle [deg]:	-1

2.6 Axle Kinematics

Wheel Position at Wheel Lift [m]:	-0.1	0	0.1
x [m]:	0.00354	0	-0.005065
y [m]:	-0.0142	0	-0.0116
Camber [deg]:	3.2773186	0	-1.2834255
Caster [deg]:	1.873572	0	-2.864789
Toe-In [deg]:	-0.06922476	0	-0.01321241
x [m]:	0.03015	0	-0.0367
y [m]:	-0.0233	0	0.0096
Camber [deg]:	-2.8934369	0	5.6264455
Caster [deg]:	6.8353865	0	-5.3055892

2.7 Axle Compliance

x Displacement / Fx [m/N]:	0
Bounce Force [N]:	0
Bounce x Displacement [m]:	0
Toe-In / Fx [deg/N]:	0
Bounce Force [N]:	0
Bounce Toe-In Angle [deg]:	0
Toe-In / Fy [deg/N]:	0
Bounce Force [N]:	0
Bounce Toe-In Angle [deg]:	0
Toe-In / Mz [deg/Nm]:	0

2.8 Spring

Pre-Load [N]:	2900
Spring Stiffness [N/m]:	27098.09
Jounce Stop [m]:	0.07
Jounce Stiffness [N/m]:	333333
Rebound Stop [m]:	-0.0275
Rebound Stiffness [N/m]:	33100

2.9 Damper

Table of vertical force at wheel center due to damper, dependent on wheel lift velocity.:	Wheel Center Velocity [m/s]:	Force at Wheel Center [N]:
	-1.048	-831.79879
	-0.393	-378.93056
	-0.131	-166.35976
	-0.01	-23.105522
	0	0
	0.01	27.726626
	0.131	314.2351
	0.393	628.47019
	1.048	1238.456

2.10 Stabi

Stabi Roll Stiffness front [Nm/deg]:	2609.704
----------------------------------------	----------

3 Rear Axle

3.1 Tyre

Tyre Width [mm]:	205
Ratio of Tyre Height to Tyre Width [x100]:	60
Tyre Rim Diameter [inch]:	13
Load Index [-], Range: 50...209:	88
Tyre Speed Symbol:	H = 210 km/h
Reference Load [N]:	3000
Longitudinal Slip Gradient [N/-]:	70000
$F_{x,max}$ [N]:	3180
Lateral Slip Gradient [N/-]:	35000
$F_{y,max}$ [N]:	3180
Sliding Friction Ratio:	0.95
Vertical Stiffness [N/m]:	180000
Load Degression for Lateral Force:	1.8

3.2 Brake

Friction Coefficient:	0.35
Effective Brake Disc Radius [m]:	0.113
Effective Brake Cylinder Area [m ²]:	0.000855

3.3 Axle Mass & Inertia

Unsprung Mass located in WC [kg]:	43		
Inertia of Rotating Parts about Wheel Spin Axis (1/2 Drive Shaft, Brake Disk, Wheel) [kgm ²]:	0.8		
Inertia Matrix of Non-Rotating Parts about Wheel Centre (Wheel Body, Wheel Carrier) [kgm ²]:	1.5	0	0
	0	0.67	0
	0	0	1.2

3.4 Initial Wheel Orientation

Toe-In Angle [deg]:	0.5
Camber Angle [deg]:	-1

3.5 Axle Kinematics

Wheel Position at Wheel Lift [m]:	-0.074	0	0.0789
x [m]:	0.0064	0	0.0049
y [m]:	-0.0019	0	-0.0011
Camber [deg]:	2.4637185	0	-2.3204791
Caster [deg]:	-9.2418092	0	8.7204176
Toe-In [deg]:	0.17274678	0	0.2022541
Axle Type:	Independent Axle		

3.6 Axle Compliance

x Displacement / Fx [m/N]:	0
Bounce Force [N]:	0
Bounce x Displacement [m]:	0
Toe-In / Fx [deg/N]:	0
Bounce Force [N]:	0
Bounce Toe-In Angle [deg]:	0
Toe-In / Fy [deg/N]:	0
Bounce Force [N]:	0
Bounce Toe-In Angle [deg]:	0
Toe-In / Mz [deg/Nm]:	0

3.7 Spring

Pre-Load [N]:	2670
Spring Stiffness [N/m]:	27183.526
Jounce Stop [m]:	0.055
Jounce Stiffness [N/m]:	180000
Rebound Stop [m]:	-0.05
Rebound Stiffness [N/m]:	42122

3.8 Damper

Table of vertical force at wheel center due to damper, dependent on wheel lift velocity.:	Wheel Center Velocity [m/s]:	Force at Wheel Center [N]:
	-1.048	-567.39567
	-0.393	-361.06998
	-0.131	-216.64199
	-0.01	-30.948855
	0	0
	0.01	30.948855
	0.131	386.86069
	0.393	799.51209
	1.048	1212.1635

3.9 Stabi

Stabi Roll Stiffness rear [Nm/deg]: 196.6071

4 Drive Train

Transmission Type: Manual

4.1 Engine

Inertia of Flywheel [kgm ²]:	0.211
Torque Delay [s]:	0.05
Scaling Factor:	1
Idle Speed [rpm]:	800
Torque at 1.2 * Idle Speed [Nm]:	171.7
Friction Torque at 1.2 * Idle Speed [Nm]:	-27.8
Engine Speed at Maximum Engine Torque [rpm]:	5000
Maximum Torque [Nm]:	224.1
Engine Speed at Maximum Engine Power [rpm]:	6000
Torque at Maximum Power [Nm]:	210.7
Friction Torque at Maximum Engine Speed [Nm]:	-45.8
Maximum Engine Speed [rpm]:	7000

4.2 Driveline

Driveline Type: Rear Drive

4.2.1 Rear Differential

Input Shaft (rear) Stiffness [Nm/deg]:	47.7
Input Shaft (rear) Damping [Nms/rad]:	2
Wheel Shaft (left) Stiffness [Nm/deg]:	256
Wheel Shaft (left) Damping [Nms/rad]:	1
Inertia of Output to Left [kgm ²]:	0.007
Wheel Shaft (right) Stiffness [Nm/deg]:	256
Wheel Shaft (right) Damping [Nms/rad]:	1
Inertia of Output to Right [kgm ²]:	0.007
Inertia Housing & Bevel Wheel [kgm ²]:	0.002
Inertia Rear Differential Input [kgm ²]:	0.00709
Inertia Planetary Gear Set [kgm ²]:	0.0001
Maximum Dry Friction Locking Torque [Nm]:	250
Transmission Ratio:	3.73

4.3 Manual Transmission

4.3.1 Gear Data

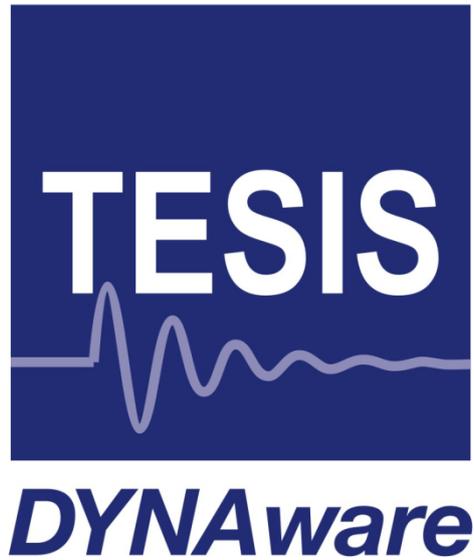
Number of Forward Driving Gears:	5
Reverse Gear [-]:	-3.83
1st Gear [-]:	3.83
2nd Gear [-]:	2.199
3rd Gear [-]:	1.401
4th Gear [-]:	1
5th Gear [-]:	0.81
6th Gear [-]:	0
7th Gear [-]:	0
Maximum Clutch Torque [Nm]:	330
Moments of Inertia:	
Transmission Input [kgm ²]:	0.00408
Transmission Output [kgm ²]:	0.004
Clutch Wheel [kgm ²]:	0.0062
Between Clutch Driven Plate and Layshaft:	
Stiffness [Nm/deg]:	16
Maximum Torsion Angle [deg]:	8
Damping Coefficient [Nms/rad]:	0.02

4.3.2 Shift Control

Engine Speed to Shift Up [rpm]:	5500
Engine Speed to Shift Down [rpm]:	1500
Engine Speed to Disengage Clutch [rpm]:	400
Engine Speed to Engage Clutch [rpm]:	2000
Gear Ratio Synchronisation Time Constant [s]:	0.05
Clutch Time Constant [s]:	0.5

A.7 Parameter des veränderten veDYNA-Modells

veDYNA Entry Vehicle Data: LimousineDampFedMass



January 7, 2015

Contents

1	General Vehicle Data	3
1.1	Vehicle Dimensions	3
1.2	Mass & Load	3
1.3	Aerodynamics	4
1.4	Brake System	4
2	Front Axle	5
2.1	Tyre	5
2.2	Brake	5
2.3	Steering	5
2.4	Axle Mass & Inertia	6
2.5	Initial Wheel Orientation	6
2.6	Axle Kinematics	6
2.7	Axle Compliance	6
2.8	Spring	7
2.9	Damper	7
2.10	Stabi	7
3	Rear Axle	8
3.1	Tyre	8
3.2	Brake	8
3.3	Axle Mass & Inertia	8
3.4	Initial Wheel Orientation	8
3.5	Axle Kinematics	9
3.6	Axle Compliance	9
3.7	Spring	9
3.8	Damper	9
3.9	Stabi	10
4	Drive Train	11
4.1	Engine	11
4.2	Driveline	11
4.2.1	Rear Differential	11
4.3	Manual Transmission	12
4.3.1	Gear Data	12
4.3.2	Shift Control	12

1 General Vehicle Data

Vehicle Type: Limousine

1.1 Vehicle Dimensions

Vehicle Length [m]:	4.3159		
Vehicle Width [m]:	1.644		
Vehicle Height [m]:	1.1597		
Wheel Base [m]:	2.57		
Wheel Track front [m]:	1.405		
Wheel Track rear [m]:	1.399		
Vehicle Geometry:	vehicle_body_limousine.wrl		
Scaling for Vehicle Geometry:	1	1	1
Tyre Geometry:	tire_limousine.wrl		
Scaling for Tyre Geometry:	1	1	1
Steering Wheel Geometry:	steeringwheel_limousine.wrl		
Steering Wheel Position:	-0.9	0.35	0.6

1.2 Mass & Load

Vehicle Mass [kg]:	1596		
Vehicle Centre of Gravity x [m]:	-1.25		
Vehicle Centre of Gravity y [m]:	0		
Vehicle Centre of Gravity z [m]:	0.25		
Inertia Matrix at CoG [kgm ²]:	405	0	0
	0	1620	0
	0	0	1850
Load Mass [kg]:	0		
Load Centre of Gravity x [m]:	0		
Load Centre of Gravity y [m]:	0		
Load Centre of Gravity z [m]:	0		
Load Inertia Matrix [kgm ²]:	0	0	0
	0	0	0
	0	0	0

1.3 Aerodynamics

CW Coefficient in x-direction:	0.4		
CW Coefficient in y-direction:	0.5		
CW Coefficient in z-direction:	0		
Shadow area in x-direction [m ²]:	2		
Shadow area in y-direction [m ²]:	2.5		
Shadow area in z-direction [m ²]:	0		
Centre of Forces [m]:	-1.5	0	0.15
Wind Speed [m/s]:	0	0	0

1.4 Brake System

Maximum Brake Pressure [bar]:	200		
Brake Pressure Distribution:	overall [%]:	rear [%]:	
	0	0	
	50	50	
	100	100	
Time Constant for Pressure Build-up [s]:	0		

2 Front Axle

2.1 Tyre

Tyre Width [mm]:	205
Ratio of Tyre Height to Tyre Width [x100]:	60
Tyre Rim Diameter [inch]:	13
Load Index [-], Range: 50...209:	88
Tyre Speed Symbol:	H = 210 km/h
Reference Load [N]:	3000
Longitudinal Slip Gradient [N/-]:	70000
$F_{x,max}$ [N]:	3180
Lateral Slip Gradient [N/-]:	35000
$F_{y,max}$ [N]:	3180
Sliding Friction Ratio:	0.95
Vertical Stiffness [N/m]:	180000
Load Degression for Lateral Force:	1.8

2.2 Brake

Friction Coefficient:	0.35
Effective Brake Disc Radius [m]:	0.105
Effective Brake Cylinder Area [m ²]:	0.0018

2.3 Steering

Steering Type:	Ackermann Steering
Steering Column Stiffness [Nm/deg]:	52.36
Steering Column Damping [Nms/deg]:	0.8727
Maximum Steering Wheel Angle (one direction) [deg]:	490
Steering Ratio (Steering Wheel Angle / Steering Angle):	20.4956

2.4 Axle Mass & Inertia

Unsprung Mass located in WC [kg]:	37.6		
Inertia of Rotating Parts about Wheel Spin Axis (1/2 Drive Shaft, Brake Disk, Wheel) [kgm ²]:	0.8		
Inertia Matrix of Non-Rotating Parts about Wheel Centre (Wheel Body, Wheel Carrier) [kgm ²]:	0.78	0	0
	0	1.42	0
	0	0	0.768

2.5 Initial Wheel Orientation

Toe-In Angle [deg]:	0.5
Camber Angle [deg]:	-1

2.6 Axle Kinematics

Wheel Position at Wheel Lift [m]:	-0.1	0	0.1
x [m]:	0.00354	0	-0.005065
y [m]:	-0.0142	0	-0.0116
Camber [deg]:	3.2773186	0	-1.2834255
Caster [deg]:	1.873572	0	-2.864789
Toe-In [deg]:	-0.06922476	0	-0.01321241
x [m]:	0.03015	0	-0.0367
y [m]:	-0.0233	0	0.0096
Camber [deg]:	-2.8934369	0	5.6264455
Caster [deg]:	6.8353865	0	-5.3055892

2.7 Axle Compliance

x Displacement / Fx [m/N]:	0
Bounce Force [N]:	0
Bounce x Displacement [m]:	0
Toe-In / Fx [deg/N]:	0
Bounce Force [N]:	0
Bounce Toe-In Angle [deg]:	0
Toe-In / Fy [deg/N]:	0
Bounce Force [N]:	0
Bounce Toe-In Angle [deg]:	0
Toe-In / Mz [deg/Nm]:	0

2.8 Spring

Pre-Load [N]:	2900
Spring Stiffness [N/m]:	33098.09
Jounce Stop [m]:	0.07
Jounce Stiffness [N/m]:	333333
Rebound Stop [m]:	-0.0275
Rebound Stiffness [N/m]:	36100

2.9 Damper

Table of vertical force at wheel center due to damper, dependent on wheel lift velocity.:	Wheel Center Velocity [m/s]:	Force at Wheel Center [N]:
	-1.048	-831.79879
	-0.393	-578.9306
	-0.131	-366.3598
	-0.01	-73.10552
	0	0
	0.01	27.726626
	0.131	664.2351
	0.393	968.4702
	1.048	1438.456

2.10 Stabi

Stabi Roll Stiffness front [Nm/deg]:	1909.704
----------------------------------------	----------

3 Rear Axle

3.1 Tyre

Tyre Width [mm]:	205
Ratio of Tyre Height to Tyre Width [x100]:	60
Tyre Rim Diameter [inch]:	13
Load Index [-], Range: 50...209:	88
Tyre Speed Symbol:	H = 210 km/h
Reference Load [N]:	3000
Longitudinal Slip Gradient [N/-]:	70000
$F_{x,max}$ [N]:	3180
Lateral Slip Gradient [N/-]:	35000
$F_{y,max}$ [N]:	3180
Sliding Friction Ratio:	0.95
Vertical Stiffness [N/m]:	180000
Load Degression for Lateral Force:	1.8

3.2 Brake

Friction Coefficient:	0.35
Effective Brake Disc Radius [m]:	0.113
Effective Brake Cylinder Area [m ²]:	0.000855

3.3 Axle Mass & Inertia

Unsprung Mass located in WC [kg]:	43		
Inertia of Rotating Parts about Wheel Spin Axis (1/2 Drive Shaft, Brake Disk, Wheel) [kgm ²]:	0.8		
Inertia Matrix of Non-Rotating Parts about Wheel Centre (Wheel Body, Wheel Carrier) [kgm ²]:	1.5	0	0
	0	0.67	0
	0	0	1.2

3.4 Initial Wheel Orientation

Toe-In Angle [deg]:	0.5
Camber Angle [deg]:	-1

3.5 Axle Kinematics

Wheel Position at Wheel Lift [m]:	-0.074	0	0.0789
x [m]:	0.0064	0	0.0049
y [m]:	-0.0019	0	-0.0011
Camber [deg]:	2.4637185	0	-2.3204791
Caster [deg]:	-9.2418092	0	8.7204176
Toe-In [deg]:	0.17274678	0	0.2022541
Axle Type:	Independent Axle		

3.6 Axle Compliance

x Displacement / Fx [m/N]:	0
Bounce Force [N]:	0
Bounce x Displacement [m]:	0
Toe-In / Fx [deg/N]:	0
Bounce Force [N]:	0
Bounce Toe-In Angle [deg]:	0
Toe-In / Fy [deg/N]:	0
Bounce Force [N]:	0
Bounce Toe-In Angle [deg]:	0
Toe-In / Mz [deg/Nm]:	0

3.7 Spring

Pre-Load [N]:	2670
Spring Stiffness [N/m]:	29183.53
Jounce Stop [m]:	0.055
Jounce Stiffness [N/m]:	180000
Rebound Stop [m]:	-0.05
Rebound Stiffness [N/m]:	48122

3.8 Damper

Table of vertical force at wheel center due to damper, dependent on wheel lift velocity.:	Wheel Center Velocity [m/s]:	Force at Wheel Center [N]:
	-1.048	-867.3957
	-0.393	-761.07
	-0.131	-426.642
	-0.01	-120.94885
	0	0
	0.01	120.94885
	0.131	756.8607
	0.393	1399.5121
	1.048	1712.164

3.9 Stabi

Stabi Roll Stiffness rear [Nm/deg]: 196.6071

4 Drive Train

Transmission Type: Manual

4.1 Engine

Inertia of Flywheel [kgm ²]:	0.211
Torque Delay [s]:	0.05
Scaling Factor:	1
Idle Speed [rpm]:	800
Torque at 1.2 * Idle Speed [Nm]:	171.7
Friction Torque at 1.2 * Idle Speed [Nm]:	-27.8
Engine Speed at Maximum Engine Torque [rpm]:	5000
Maximum Torque [Nm]:	224.1
Engine Speed at Maximum Engine Power [rpm]:	6000
Torque at Maximum Power [Nm]:	210.7
Friction Torque at Maximum Engine Speed [Nm]:	-45.8
Maximum Engine Speed [rpm]:	7000

4.2 Driveline

Driveline Type: Rear Drive

4.2.1 Rear Differential

Input Shaft (rear) Stiffness [Nm/deg]:	47.7
Input Shaft (rear) Damping [Nms/rad]:	2
Wheel Shaft (left) Stiffness [Nm/deg]:	256
Wheel Shaft (left) Damping [Nms/rad]:	1
Inertia of Output to Left [kgm ²]:	0.007
Wheel Shaft (right) Stiffness [Nm/deg]:	256
Wheel Shaft (right) Damping [Nms/rad]:	1
Inertia of Output to Right [kgm ²]:	0.007
Inertia Housing & Bevel Wheel [kgm ²]:	0.002
Inertia Rear Differential Input [kgm ²]:	0.00709
Inertia Planetray Gear Set [kgm ²]:	0.0001
Maximum Dry Friction Locking Torque [Nm]:	250
Transmission Ratio:	3.73

4.3 Manual Transmission

4.3.1 Gear Data

Number of Forward Driving Gears:	5
Reverse Gear [-]:	-3.83
1st Gear [-]:	3.83
2nd Gear [-]:	2.199
3rd Gear [-]:	1.401
4th Gear [-]:	1
5th Gear [-]:	0.81
6th Gear [-]:	0
7th Gear [-]:	0
Maximum Clutch Torque [Nm]:	330
Moments of Inertia:	
Transmission Input [kgm ²]:	0.00408
Transmission Output [kgm ²]:	0.004
Clutch Wheel [kgm ²]:	0.0062
Between Clutch Driven Plate and Layshaft:	
Stiffness [Nm/deg]:	16
Maximum Torsion Angle [deg]:	8
Damping Coefficient [Nms/rad]:	0.02

4.3.2 Shift Control

Engine Speed to Shift Up [rpm]:	5500
Engine Speed to Shift Down [rpm]:	1500
Engine Speed to Disengage Clutch [rpm]:	400
Engine Speed to Engage Clutch [rpm]:	2000
Gear Ratio Synchronisation Time Constant [s]:	0.05
Clutch Time Constant [s]:	0.5

Literaturverzeichnis

- [1] Lindemann, U.: *Methodische Entwicklung technischer Produkte. Methoden flexibel und situationsgerecht anwenden*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2009. ISBN: 3642014232
- [2] Ponn, J.; Lindemann, U.: *Konzeptentwicklung und Gestaltung technischer Produkte. Systematisch von Anforderungen zu Konzepten und Gestaltungs-lösungen*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2011, 2. Aufl. ISBN: 3642205801
- [3] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gies, S.: *Fahrwerkhandbuch. Grundlagen, Fahrdynamik, Komponenten, Systeme, Mechatronik, Perspektiven*. Wiesbaden, Vieweg+Teubner Verlag, 2011, 3., überarbeitete und erweiterte Auflage. ISBN: 3834881686
- [4] Winner, H.; Hakuli, S.; Wolf, G.: *Handbuch Fahrerassistenzsysteme. Grundlagen, Komponenten und Systeme für aktive Sicherheit und Komfort*. Wiesbaden, Vieweg + Teubner Verlag, 2012, 2., korr. Aufl. ISBN: 383488619X
- [5] Brockhaus, R.; Alles, W.; Luckner, R.: *Flugregelung*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2011. ISBN: 3642014437
- [6] Reif, K.: *Automobilelektronik. Eine Einführung für Ingenieure*. Wiesbaden, Vieweg + Teubner Verlag, 2012, 4., überarbeitete Auflage. ISBN: 3834886580
- [7] VDI: *VDI-Richtlinie 2206, Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme*. Düsseldorf, 2004, VDI-Verlag
- [8] Lunze, J.: *Regelungstechnik 1. Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2010, 8. Aufl. ISBN: 364213808X
- [9] Rebeschies, S.; Liebezeit, T.; Bazarsuren, U.; Gühmann, C.: *Automatisierter Closed-Loop-Softwaretest eingebetteter Motorsteuerfunktionen*. In: *Moderne Elektronik im Kraftfahrzeug*, Hg. Bäker, B., Expert-Verlag, 2006
- [10] VDI: *VDI-Richtlinie 3633, Simulation von Logistik-, Materialfluß- und Produktionssystemen - Begriffe*. Düsseldorf, 1996, VDI-Verlag
- [11] McPhee, J.; Schmitke, C.; Redmond, S.: *Dynamic Modelling of Mechatronic Multibody Systems With Symbolic Computing and Linear Graph Theory*. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 2004, 10(1), S. 1–23
- [12] Maplesoft: *DynaFlexPro [...] is now available through MapleSim*. <http://www.maplesoft.com/products/thirdparty/dynaflexpro/>, Zugriff am 18.11.2014 um 16:30Uhr
- [13] Balci, O.: *Verification, Validation And Accreditation Of Simulation Models*. In: *Proceedings of the 29th Winter Simulation Conference*, Hg. Andradóttir, S. n., Washington, DC, IEEE Computer Society, 1997
- [14] Banks, J.: *Handbook of simulation. Principles, methodology, advances, applications, and practice*. New York, Wiley; Co-published by Engineering & Management Press, 1998. ISBN: 9780471134039

- [15] Sargent, R. G.: *Verification, validation and accreditation of simulation models*. In: Proceedings of the 37th Winter Simulation Conference, Hg. Kuhl, M. E., New York, N.Y., Piscataway, N.J., Association for Computing Machinery; IEEE, 2005, S. 50–59
- [16] Barlas, Y.: *Formal aspects of model validity and validation in system dynamics*. System Dynamics Review, 1996, 12(3), S. 183–210
- [17] Peterson, D. W.; Eberlein, R. L.: *Reality check: A bridge between systems thinking and system dynamics*. System Dynamics Review, 1994, 10(2-3), S. 159–74
- [18] Murray-Smith, D. J.: *Methods for the external validation of continuous system simulation models: a review*. Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems, 1998, 4(1), S. 5–31
- [19] Butterfield, M.; Thomas, P.: *Methods of quantitative validation for dynamic simulation models: - Part 1: Theory*. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 1986, 8(4), S. 182–200
- [20] Rauh, A.; Brill, M.; Günther, C.: *A Novel Interval Arithmetic Approach for Solving Differential-Algebraic Equations with ValEnCIA-IVP*. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2009, 19(3)
- [21] Gouzé, J. L.; Rapaport, A.; Hadj-Sadok, M. Z.: *Interval observers for uncertain biological systems*. Ecological Modelling, 2000, 133(1–2), S. 45–56
- [22] Jaulin, L.: *Applied Interval Analysis: With Examples in Parameter and State Estimation, Robust Control and Robotics*, Springer London, 2001. ISBN: 9781852332198
- [23] Rauh, A.; Krasnochtanova, I.; Aschemann, H.: *Quantification of overestimation in interval simulations of uncertain systems*. In: 16th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR). 22 - 25 Aug. 2011, Miedzyzdroje, Poland, Piscataway, NJ, IEEE, 2011, S. 116–21
- [24] Dreyer, A.: *Interval analysis of analog circuits with component tolerances*. Aachen, Shaker, 2005. ISBN: 3832245553
- [25] Moore, R. E.; Baker Kearfott, R. B.; Cloud, M. J.: *Introduction to interval analysis*. Philadelphia, Pa, SIAM Soc. for Industrial and Applied Mathematics, 2009. ISBN: 9780898716696
- [26] Paul M. Frank: *Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy: A survey and some new results*. Automatica, 1990, 26(3), S. 459–74
- [27] Wolff, F.: *Konsistenzbasierte Fehlerdiagnose nichtlinearer Systeme mittels Zustandsmengenbeobachtung*. Karlsruhe, KIT Scientific Publishing, 2010. ISBN: 3866445857
- [28] R. Isermann; P. Ballé: *Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes*. Control Engineering Practice, 1997, 5(5), S. 709–19

-
- [29] Isermann, R.: *Fault-diagnosis systems. An introduction from fault detection to fault tolerance*. Berlin, New York, Springer, 2006. ISBN: 9783540241126
- [30] Worden, K.; Hickey, D.; Haroon, M.; Adams, D. E.: *Nonlinear system identification of automotive dampers: A time and frequency-domain analysis. Special Issue: Non-linear Structural Dynamics*. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009, 23(1), S. 104–26
- [31] Alasty, A.; Ramezani, A.: *Genetic Algorithm Based Parameter Identification of a Nonlinear Full Vehicle Ride Model*. SAE Technical Paper, 2002, S. 1–23
- [32] Wei Qiao; Zhi Gao; Ronald G. Harley; Ganesh K. Venayagamoorthy: *Robust neuro-identification of nonlinear plants in electric power systems with missing sensor measurements*. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2008, 21(4), S. 604–18
- [33] A.E. Ruano; P.J. Fleming; C. Teixeira; K. Rodríguez-Vázquez; C.M. Fonseca: *Nonlinear identification of aircraft gas-turbine dynamics*. Neurocomputing, 2003, 55(3–4), S. 551–79
- [34] Bruns, J.-U.: *Detektion und Identifikation von Nichtlinearitäten in mechanischen Schwingungssystemen*. Düsseldorf, VDI-Verl., 2004. ISBN: 9783183324118
- [35] Peña, D.; Rodríguez, J.: *Detecting nonlinearity in time series by model selection criteria*. Nonlinearities, Business Cycles and Forecasting, 2005, 21(4), S. 731–48
- [36] Hamby, D. M.: *A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models*. Environmental Monitoring and Assessment, 1994, 32(2), S. 135–54
- [37] Miller, D. R.: *Sensitivity analysis and validation of simulation models*. Journal of Theoretical Biology, 1974, 48(2), S. 345–60
- [38] I.M Sobol': *Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates*. The Second IMACS Seminar on Monte Carlo Methods, 2001, 55(1–3), S. 271–80
- [39] Homma, T.; Saltelli, A.: *Importance measures in global sensitivity analysis of nonlinear models*. Reliability Engineering & System Safety, 1996, 52(1), S. 1–17
- [40] Lunze, J.: *Regelungstechnik 2. Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2010. ISBN: 3642101984
- [41] Luenberger, D. G.: *Observing the State of a Linear System*. IEEE Transactions on Military Electronics, 1964, 8(2), S. 74–80
- [42] Kalman, R. E.: *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*. Journal of Basic Engineering, 1960, 82(1), S. 35
- [43] Adamy, J.: *Nichtlineare Systeme und Regelungen*. Berlin, Heidelberg, Springer Berlin Heidelberg, 2014, 2., bearb. u. erw. Aufl. 2014. ISBN: 364245013X
- [44] Zhang, Q.; Basseville, M.; Benveniste, A.: *Fault Detection and Isolation in Non-linear Dynamic Systems: A Combined Input-Output and Local Approach*. Automatica, 1998, 34(11), S. 1359–73
-

- [45] Sobhani-Tehrani, E.; Khorasani, K.: *Fault diagnosis of nonlinear systems using a hybrid approach*. Dordrecht, New York, Springer, 2009. ISBN: 038792907X
- [46] Frisk, E.: *Residual Generation for Fault Diagnosis*, Linköpings Universitet. Dissertation, 2001
- [47] Frisk, E.; Åslund, J.: *Lowering orders of derivatives in non-linear residual generation using realization theory*. Automatica, 2005, 41(10), S. 1799–807
- [48] Freedman, M.; Willems, J.: *Smooth representation of systems with differentiated inputs*. IEEE Transactions on Automatic Control, 1978, 23(1), S. 16–21
- [49] Kruse, R.: *Computational Intelligence. Eine methodische Einführung in Künstliche Neuronale Netze, Evolutionäre Algorithmen, Fuzzy-Systeme und Bayes-Netze*. Wiesbaden, Vieweg + Teubner, 2011, 1. Aufl. ISBN: 3834882992
- [50] Bengio, Y.; Simard, P.; Frasconi, P.: *Learning long-term dependencies with gradient descent is difficult*. IEEE Transactions on Neural Networks, 1994, 5(2), S. 157–66
- [51] Pascanu, R.; Mikolov, T.; Bengio, Y.: *Understanding the exploding gradient problem*. CoRR, 2012, arXiv:1211.5063
- [52] Ljung, L.; Glad, T.: *On global identifiability for arbitrary model parametrizations*. Automatica, 1994, 30(2), S. 265–76
- [53] Ljung, L.: *System identification. Theory for the user*. Upper Saddle River NJ, Prentice-Hall, 1999, 2. ed. ISBN: 0136566952
- [54] Bellman, R.; Åström, K. J.: *On structural identifiability*. Mathematical Biosciences, 1970, 7(3-4), S. 329–39
- [55] Raue, A.; Kreutz, C.; Maiwald, T.; Bachmann, J.; Schilling, M.; Klingmüller, U.; Timmer, J.: *Structural and practical identifiability analysis of partially observed dynamical models by exploiting the profile likelihood*. Bioinformatics, 2009, 25(15), S. 1923–29
- [56] Isermann, R.: *Identifikation dynamischer Systeme 1*. Berlin [u.a.], Springer, 1992, 2., neubearb. u. erw. Aufl. ISBN: 3540549242
- [57] Isermann, R.: *Identifikation dynamischer Systeme 2*. Berlin [u.a.], Springer, 1992, 2., neubearb. u. erw. Aufl. ISBN: 3540554688
- [58] Renardy, M.; Rogers, R. C.: *An introduction to partial differential equations*. New York, Springer, 2004, 2. Aufl. ISBN: 0387004440
- [59] Chapman, M. J.; Godfrey, K. R.; Chappell, M. J.; Evans, N. D.: *Structural identifiability for a class of non-linear compartmental systems using linear/non-linear splitting and symbolic computation*. Mathematical Biosciences, 2003, 183(1), S. 1–14
- [60] Balsa-Canto, E.; Alonso, A.; Banga, J.: *An iterative identification procedure for dynamic modeling of biochemical networks*. BMC Systems Biology, 2010, 4(1), S. 11

-
- [61] Vajda, S.; Godfrey, K. R.; Rabitz, H.: *Similarity transformation approach to identifiability analysis of nonlinear compartmental models*. Mathematical Biosciences, 1989, 93(2), S. 217–48
- [62] Ritt, J. F.: *Differential algebra*. Rhode Island, American Mathematical Society, 1950. ISBN: 0821846388
- [63] Fliess, M.: *Nonlinear control theory and differential algebra*. In: Modelling and Adaptive Control, Hg. Byrnes, C.; Kurzhanski, A., Springer Berlin Heidelberg, 1988, S. 134–45
- [64] Wey, T.: *Einführung in die Differentialalgebra und ihre Anwendung auf nichtlineare Systeme*, Uni Duisburg-Essen, Duisburg-Essen. Forschungsbericht, 1992
- [65] Pico-Marco, E.: *Differential algebra for control systems design. Constructive computation of canonical forms*. IEEE Control Systems, 2013, 33(2), S. 52–62
- [66] Margaria, G.; Riccomagno, E.; Chappell, M. J.; Wynn, H. P.: *Differential algebra methods for the study of the structural identifiability of rational function state-space models in the biosciences*. Mathematical Biosciences, 2001, 174(1), S. 1–26
- [67] Horimoto, K.; Regensburger, G.; Rosenkranz, M.; Yoshida, H. (Hg.): *Differential Algebra and System Modeling in Cellular Biology*. Berlin, Heidelberg, Springer Berlin Heidelberg, 2008. ISBN: 978-3-540-85100-4
- [68] Maplesoft: *Maple 18 Help*, 2014
- [69] Polzer, J.: *Erweiterte Anwendbarkeit differentialalgebraischer Analysemethoden durch die Nutzung von Ersatzsystemen*, Uni Duisburg-Essen, Duisburg-Essen. Forschungsbericht, 1998
- [70] Beutelspacher, A.: *Lineare Algebra. Eine Einführung in die Wissenschaft der Vektoren, Abbildungen und Matrizen*. Wiesbaden, Springer Spektrum, 2014, 8. Aufl. ISBN: 9783658024130
- [71] Boulier, F.: *Differential Elimination and Biological Modelling*. In: Gröbner bases in symbolic analysis, Hg. Rosenkranz, M.; Wang, D., Berlin, New York, Walter De Gruyter, 2007, S. 111–39
- [72] Bellu, G.; Saccomani, M. P.; Audoly, S.; D'Angiò, L.: *DAISY: A new software tool to test global identifiability of biological and physiological systems*. Computer Methods and Programs in Biomedicine, 2007, 88(1), S. 52–61
- [73] Glad, T.: *Implementing Ritt's algorithm of differential algebra*. Proceedings of the 2nd IFAC Symposium on Control Systems Design (NOLCOS'92), Bordeaux, 1992
- [74] Golubitsky, O.; Kondratieva, M.; Moreno Maza, M.; Ovchinnikov, A.: *A bound for the Rosenfeld–Gröbner algorithm*. Journal of Symbolic Computation, 2008, 43(8), S. 582–610
- [75] Gerdin, M.: *Identification and Estimation for Models Described by Differential-Algebraic Equations*, Linköping university; Department of Electrical Engineering, SE-581 83 Linköping, Sweden. Dissertation, 2006
-

- [76] Serban, R.; Freeman, J. S.: *Identification and Identifiability of Unknown Parameters in Multibody Dynamic Systems*. Multibody System Dynamics, 2001, 5(4), S. 335–50
- [77] Isermann, R.; Münchhof, M.: *Identification of Dynamic Systems. An Introduction with Applications*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2011. ISBN: 3540788794
- [78] Haffke, B.; Möller, R.; Melz, T.; Strackeljan, J.: *Neue Ansätze und Methoden zur Validierung von Simulationsmodellen*. Von der Lastannahme bis zur Absicherung - Betriebsfestigkeit entlang der Prozesskette. 41. Tagung des DVM-Arbeitskreises Betriebsfestigkeit, Ingolstadt, 2014
- [79] Papula, L.: *Vektoranalysis, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mathematische Statistik, Fehler- und Ausgleichsrechnung*. Wiesbaden, Vieweg + Teubner; Vieweg+Teubner Verlag / Springer Fachmedien Wiesbaden, Wiesbaden, 2011, 6. überarbeitete und erw. Aufl. ISBN: 3834881333
- [80] Bellazzi, R.; Guglielmann, R.; Ironi, L.: *A qualitative-fuzzy framework for nonlinear black-box system identification*. Proceedings of the 16th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-99), San Francisco, 1999
- [81] Vogt, M.: *System identification techniques based on support vector machines without bias term*. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2013, 27(9), S. 809–26
- [82] Quinlan, J. R.: *Induction of decision trees*. Machine Learning, 1986, 1(1), S. 81–106
- [83] Witczak, M.: *Modelling and estimation strategies for fault diagnosis of non-linear systems. From analytical to soft computing approaches*. Berlin, Springer, 2007. ISBN: 3540711147
- [84] Koza, J. R.: *Genetic programming. On the programming of computers by means of natural selection*. Cambridge, Massachusetts, MIT Press, 1992. ISBN: 9780262111706
- [85] Yu, X.; Gen, M.: *Introduction to evolutionary algorithms*. London, New York, Springer, 2010. ISBN: 1849961298
- [86] Schmidt, M.; Lipson, H.: *Distilling Free-Form Natural Laws from Experimental Data*. Science, 2009, 324(5923), S. 81–85
- [87] Lipson, H.: *How does Eureka Compare to Other Machine Learning Methods*. <http://blog.nutonian.com/bid/330675/How-does-Eureka-Compare-to-Other-Machine-Learning-Methods>, 2013, Zugriff am 30.01.2015 um 15:30 Uhr
- [88] Papula, L.; Riessinger, T.: *Mathematik für Ingenieure. Eine anschauliche Einführung für das praxisorientierte Studium*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2009, 7. Aufl. ISBN: 9783540892052
- [89] Bartolozzi, R.; Haffke, B.; Bruder, T.: *Electric Vehicle Concept Model for Hardware-in-the-Loop Simulation. An Application Example: Battery Testing*. 8th European Solid Mechanics Conference (ESMC 2012), Graz, 2012

-
- [90] Technische Simulation Dynamischer Systeme GmbH: *General ve-DYNA Documentation. Road Manual*, München, 2014
 - [91] Gross, D.; Hauger, W.; Schröder, J.; Wall, W. A.: *Technische Mechanik 3. Kinetik*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2012, 12., überarb. Aufl. 2012. ISBN: 9783642295294
 - [92] Mahnken, R.: *Lehrbuch der Technischen Mechanik - Dynamik. Eine anschauliche Einführung*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2012. ISBN: 3642198384
 - [93] Mitschke, M.; Wallentowitz, H.: *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. Berlin, Springer, 2004, 4. Aufl. ISBN: 9783540420118
 - [94] Williams, T. R.; Raboud, D. W.; Fyfe, K. R.: *Minimal Spatial Accelerometer Configurations*. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2013, 135(2), S. 21016
 - [95] Lu, J.-C.; Lin, P.-C.: *State derivation of a 12-axis gyroscope-free inertial measurement unit*. Sensors, 2011, 11(3), S. 3145–62
 - [96] *Beschleunigungssensoren von Bosch für die Fahrwerkregelung. Weltweit erste Nieder-g-Sensoren mit PSI5-Schnittstelle*, 2014
 - [97] Robert Bosch GmbH: *Low-g accelerometers for active suspension. SMB431, SMB433, SMB437, Datenblatt*, 2014
 - [98] Continental Teves AG & Co. oHG: *Digital Chassis Acceleration Sensor. BSZ 5D Series, Datenblatt*, 2010
 - [99] Fröhlich, M.: *Ein robuster Zustandsbeobachter für ein semiaktives Fahrwerkregelungssystem*. Düsseldorf, VDI-Verlag, 2008. ISBN: 3183675129
 - [100] Schramm, D.; Bardini, R.; Hiller, M.: *Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen*. Berlin, Springer, 2009, 1. Aufl. ISBN: 3540893156
 - [101] Bertemes, B.: *Prüfung aktiver Komponenten am Beispiel eines aktiven Federbeins*. Fraunhofer LBF, Projektbericht, Darmstadt, 2011
 - [102] Tyan, F.; Hong, Y.-F.; Tu, S.-H.; Jent, W. S.: *Generation of random road profiles*. Journal of Advanced Engineering, 2009, S. 1373–78
 - [103] Stefan Hengl: *Structural Analysis of Nonlinear Dynamical Models*, Universität Freiburg, Freiburg. Diplomarbeit, 2007
 - [104] Haffke, B.; Möller, R.; Melz, T.; Strackeljan, J.: *Validation of Simulation Models without Knowledge of Parameters Using Differential Algebra*. Mathematical Problems in Engineering, 2015, 2015(2-3), S. 1–9
 - [105] Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A.: *Taschenbuch der Mathematik*. Thun, Deutsch, 2001, 5. Aufl. ISBN: 9783817120154
 - [106] B. Haffke; R. Möller: *Verfahren zum Prüfen oder Identifizieren einer Modellstruktur*. Offenlegungsschrift. Fraunhofer-Gesellschaft zur Förderung der angewandten Forschung e.V., 80686, München, DE: DE102013202155A1, 2014

Die zunehmende Komplexität von Simulationsmodellen führt zu einem stetig wachsenden Aufwand für die Validierung der Modelle. Zur Verringerung dieses Aufwandes werden in der vorliegenden Arbeit Methoden aus dem Umfeld der modellbasierten Fehlerdiagnoseverfahren vorgestellt, weiterentwickelt und angewandt. Der wesentliche Schwerpunkt liegt zunächst auf Systemidentifikationsmethoden, mit denen sich Modelle im industriellen Maßstab validieren lassen. Hierfür finden Methoden aus dem Umfeld der genetischen Programmierung Verwendung, welche zur exemplarischen Validierung von Fahrzeugmodellen eingesetzt werden.

Für die weitere Verbesserung von Validierungsprozessen folgen anschließend sowohl die Untersuchung als auch die Weiterentwicklung differentialalgebraischer Methoden, welche sich durch ihr hohes Potenzial auszeichnen. So kann mittels differentialalgebraischer Methoden eindeutig nachgewiesen werden, dass ein Modell prinzipiell in der Lage ist, ein gemessenes Ein-/Ausgangsverhalten zu repräsentieren. Gleichzeitig lässt sich mit diesen Methoden der Nachweis erbringen, dass mehrere Messdatensätze von dem gleichen System mit den gleichen physikalischen Parametern erzeugt wurden.

Die detaillierte Untersuchung der derzeitigen Grenzen differentialalgebraischer Methoden und die Darstellung weiterer Anwendungsgebiete vervollständigen diese Arbeit.

ISBN 978-3-8396-0967-5



9 783839 609675